В. И. Моисеев

Логика Открытого Синтеза

В двух томах

Издательский дом «Міръ»

Viacheslav I. Moiseev

The Logic of the open Synthesis

Volume 1

Structure, Nature Soul

Part two

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ "МІРЪ"
Saint-Petersburg
2010

Том первый

Структура Природа Душа

Книга вторая

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ "МІРЪ"

Санкт-Петербург
2010

ББК 87.22
УДК 161.201.213
М74

*Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского гуманитарного научного фонда (РГНФ),
проект № 09-03-16031д*

Моисеев В. И.
М74 Логика Открытого Синтеза: В 2 томах. Том 1: Структура, Природа и Душа. Книга вторая. — СПб.: Издательский дом «Міръ», 2010. — 743 с.; ил.

Во второй книге первого тома продолжается исследование синтетических структур современного научного знания на материале математики, физики, биологии и психологии. Активно используются конструкции так называемой экранной онтологии, в которой структура бытия представляется как система онтологических изображений на онтологических экранах. Находит свое постоянное применение новое учение о количестве — так называемый R-анализ, в рамках которого описывается релятивизация понятий конечного и бесконечного. В физике выдвигается и исследуется новая идея полного (плеронального) движения. В биологии предложен новый проект построения теоретической биологии. В рамках психологического знания активно используется синтетический потенциал так называемых субъектных онтологий, в частности, строится новая теория аффектов.

Издание предназначено для философов, логиков, математиков, всех тех, кто интересуется проблемами теоретической философии и методологией интеграции в современной рациональной культуре.

ББК 87.22
УДК 161.201.213

ISBN 978-5-98846-066-4

9 785988 460664

ОГЛАВЛЕНИЕ

Тема 4
ОБРАЗЫ СИНТЕЗА В КУЛЬТУРЕ

Раздел 2
СИНТЕЗЫ В НАУКЕ

Отдел 1
СИНТЕЗЫ В СТРУКТУРНЫХ НАУКАХ

ЧАСТЬ 2. СИНТЕЗЫ В МАТЕМАТИКЕ

С переходом к математике мы попадаем из сферы суждения в сферу множества и числа. Число — вот та сущность, которая встречает нас в мире математического мышления в первую очередь. Ниже я постараюсь начать с некоторых более субъектных и проективно-модальных определений наиболее фундаментальных математических структур, накапливая ряд имеющихся у меня зарисовок о синтетическом логосе в математике.

Глава 1
К экранной теории математики

§ 1. Проективно-модальные и субъектные структуры в математике

Со времен Н. Бурбаки общепринято, что основным объектом математики являются структуры. Математика — наука о структурах[1]. Как было отмечено выше, в простейшем случае структура — это единство элементов, операций и предикатов. Система конструкций самой структуры и ее окружения (например, языка, теории, эмпирических реализаций) образует, как можно предположить, некоторое ментальное многообразие, в котором существует максимальный модус, объединяющий в себе всю полноту этих конструкций.

Пусть дана структура S = <*M*, *F*, *P*>, где *M* — множество элементов, *F* — множество функций (операций), *P* — множество предикатов структуры. Пусть T — теория этой структуры, L — язык теории, E_1, E_2, E_3, ... — эмпирические реализации структуры. Тогда можно предположить существование 7str-Онтологии,

[1] Слово «структура» я понимаю здесь в широком смысле строгого представления некоторого многоединства, не обязательно связывая его с изоморфизмом как частным случаем морфизма, но и предполагая распространение идеи структуры на конструкции математической теории категорий, где, как известно, допускается гораздо более широкий класс морфизмов.

в рамках которой определен некоторый максимальный модус S*, str-модами которого оказываются все указанные конструкции. Одна из проблем определения такой онтологии — определение отношения «быть компонентом структуры», которое должно быть отношением нестрогого порядка. Здесь можно было бы принять следующие соглашения:

- если «А — элемент множества В», то «А — компонент В»;
- если «А — подмножество множества В», то «А — компонент В»;
- если «А — подструктура структуры В», то «А — компонент структуры В».

Проблему для проективно-модальных отношений представляет только отношение «быть элементом», которое в общем случае не является транзитивным. Но это препятствие можно преодолеть, рассматривая *отношение вхождения:* $x \in\in y$ — «x входит в y».

Это значит, что найдутся такие $z_1, ..., z_n$, где $z_n = y$, что $x \in z_1 \in ... \in z_n$. Отношение вхождения — это транзитивное замыкание отношения принадлежности, и оно уже транзитивно. Оно обобщает отношение принадлежности: если $x \in y$, то $x \in\in y$.

Отношение вхождения в общем случае исключает рефлексивность и является отношением строгого порядка. Его можно дополнить до нестрогого порядка обычным образом: $x \in\in {}^*y$ если только если $x \in\in y$ или $x = y$, где $x \in\in {}^*y$ — отношение нестрогого вхождения.

Теперь все три отношения — нестрогого вхождения, подмножества и подструктуры, — являясь отношениями нестрогого порядка, могут быть представлены как соответствующие проективно-модальные отношения в подходящей Проективно Модальной Онтологии.

Таким образом, отношение «быть компонентом» должно обобщать другие мереологические отношения, имеющие касательство к составу структуры.

Итак, структуру можно представлять как модус, используя связанные с нею отношения порядка. Но в этом случае сама структура по-прежнему может быть объектом теории множеств, в конечном итоге выступая как множество. Чтобы сделать еще более глубокий шаг и представить структуру первоначально в терминах проективной модальности — как некоторый достаточно иерархически высокий модус с множеством своих мод-аспектов, можно использовать описанную выше *логику координаций*, выражая логику структуры как логику подходящего координационного предиката, в рамках которого координируются различные составляющие структуры, а сама структура оказывается координацией-модусом на своих компонентах-модах.

Тема субъектности также важна для математического знания. Реально мы всегда имеем дело не со структурами самими по себе, но со структурами, которые использует живой математический разум, математический субъект. Поэтому не удивительно, что идея структуры уже несет в себе субъектные определения.

Если дана структура $S = \langle M, F, P \rangle$, где M — множество элементов, F — множество функций (операций), P — множество предикатов структуры, то с этой структурой можно связать субъект Sub, который определен на множестве M^n n-ок элементов из M как на положениях дел (ситуациях) своей субъектной онтологии, которые он может менять функциями f из *F*, используя эти функции-операции как своего рода эфферентные органы, и, наконец, субъект Sub способен определять предикаты P на n-ках элементов из M (что, впрочем, можно рассмотреть как частный случай использования операций, если множество M пополнить двуэлементным множеством {истина, ложь}).

В рамках структур минимальной онтологии субъект Sub будет обладать своим внутренним миром (экраном сознания), на котором он будет способен строить и воспринимать изображения — в данном случае n-ки элементов из M. Замечательно также, что математический субъект Sub будет обладать и своей аксиологией, которая в простейшем случае могла бы быть представлена скалярной или векторной функцией, определяемой на n-ках из M. Если, например, это скалярная функция V («степень себя» субъекта), то, по-видимому, она должна будет коррелировать с некоторым замыслом субъекта, который он мог бы реализовывать в рамках определений структуры S. Например, простейшими замыслами могли бы быть:

- вычисление значения функции f(a) на аргументе $a \in M^n$;
- определение предиката P на том или ином элементе $a \in M^n$.

В этом случае переход от a к f(a) или P(a) будет сопровождаться ростом степени себя V, выражая определения Закона субъектности.

В таком виде математические структуры начнут приобретать статус *живых* (*субъектных*) *структур*, и математика также окажется наукой о жизни в ее своеобразно ментальных формах.

Далее я попытаюсь на ряде более конкретных тем, привлекая конструкции Проективно Модальных, Субъектных Онтологий и некоторых дополнительных средств, развивать подобное направление представления математических структур как существенно живых структур.

§ 2. Ментальные экраны в математическом мышлении

В этом параграфе я предлагаю посмотреть на теоретическую способность разума как на деятельность по образованию ментальных «изображений» на экранах сознания.

Работа с математической структурой, построение логической теории, анализ той или иной системы смыслов — во всех подобных случаях предполагается существование некоторых экранов, с которыми работает сознание и на которые оно проецирует свои состояния. Тем самым предполагается некоторая новая, экранная, парадигма интеллектуальной деятельности, в частности математического мышления, в рамках которой важной является «среда изображения» («экран»), в отношении к которой осуществляется субъектом деятельность по выражению и конструированию разного рода смысловых структур. Как и в случае мультимедийных экранов (монитор, экран телевизора и т. д.), ментальные экраны сознания задают *среду выразимости*, в рамках которой доступны одни средства выражения и недоступны другие. Например, экран задает верхний и нижний пределы различимости-изобразимости, предполагая своего рода иерархию системы своих «изображений» с отношением порядка, минимальным («ноль экрана») и максимальным («единица экрана») «изображением». В процессе мышления субъект может работать как в рамках одного экрана сознания, так и переходить от одних экранов к другим. В конечном итоге, как можно предположить, любое состояние сознания может быть представлено как «изображение» на некотором подходящем экране сознания. Экран сознания позволяет выразить свои «изображения», но сам остается в «ментальной тени». Иными словами, экран сознания не позволяет выразить самого себя через себя. Для выражения экрана сознания необходимо, чтобы он стал «изображением» некоторого иного экрана сознания. В представлении деятельности сознания через его экраны сознание обращается на само себя — оно начинает мыслить сущности, подобные сознанию в целом. Интересно рассмотреть проблемы математики с использованием экранного подхода к сознанию.

Например, построение формальной аксиоматической теории T можно исследовать с точки зрения ментальных экранов этой теории. Для этого необходимо анализировать разного рода выразительные возможности теории. Во-первых, это синтаксическая выразимость, позволяющая строить выражения языка теории T. В связи с этим можно говорить о первом экране теории T — *синтаксическом экране* E_{sx}, изображениями которого будут все правильно построенные выражения (ППВ) языка этой теории. Пытаясь ввести границы экрана, можно пополнить множество ППВ пустым выражение 0_{sx} («синтаксический ноль») и максимальным выражением 1_{sx} («синтаксическая единица»). Если A есть ППВ, $\leq_{sx}$ — отношение нестрогого порядка «быть подвыражением», то $0_{sx} \leq_{sx} A \leq_{sx} 1_{sx}$ для любого A.

Следующий экран теории T — *логический экран* E_{log}, изображениями которого являются все теоремы теории T. Нулем 0_{log} этого экрана будет конъюнкция всех теорем T, единицей 1_{log} — дизъюнкция всех теорем T. В случае непротиворечивости теории T, средствами логического экрана невозможно выразить отрицание теоремы, однако последнее является по-прежнему «изображением» синтаксического экрана (можно сказать и так, что отрицание теоремы одновременно логически невыразимо и синтаксически выразимо). Здесь мы сталкиваемся с проблемой и видами выразимости на экранах сознания.

При задании экрана $\oplus$ предполагается выделение класса всех его «изображений», каждое из которых можно считать выразимым в $\oplus$ (E-выразимым). Следовательно, A есть изображение экрана $\oplus$ если только если A E-выразимо. Положим также, что на множестве изображений экрана $\oplus$ может быть введено отношение нестрогого порядка $\leq_E$. Будем говорить, что E-выразимое состояние A *собственно* E-*выразимо* если только если найдутся такие E-выразимые B и C, что $B <_E A <_E C$, где $<_E$ — строгий E-порядок. Отсюда следует, что ноль и единица экрана не являются собственно E-выразимыми, хотя мы примем, что они

E-выразимы. На самих экранах также можно ввести отношение нестрогого порядка $\leq$, полагая, что $E_1 \leq E_2$ если только если любое изображение E_1 одновременно является изображением E_2.

При более общем подходе возможен своего рода *экранный анализ* математических структур, т. е. новая методология и логика анализа, позволяющая выделять те или иные экраны структуры и сопутствующее экранное обеспечение.

Интересно было бы посмотреть на определения теории множеств с точки зрения экранного анализа. Например, континуум есть такая система ментальных изображений, которая предполагает фиксацию некоторого ментального экрана и одновременное выхождение из него. Подобное свойство можно рассматривать как существенное условие определения континуума. Если E — некоторый экран, то E-*трансцендентом* можно называть систему изображений, которая 1) предполагает изображения экрана $\oplus$ в качестве некоторой базы, 2) содержит такой принцип порождения изображений, который позволяет на основе базисных E-изображений образовать внешний («E-диагональный») элемент, не являющийся E-выразимым. В этом случае континуум вещественных чисел можно определить как E_N-трансцендент, где E_N — экран, способный выражать не более чем счетные множества. Идея континуума операционализирует в математике принцип трансцендирующих элементов в метафизике (мир, душа, бог, сознание, свобода и т. д.).

Подобным же образом можно рассмотреть конструкции парадокса Рассела. Множество Рассела задается таким образом, что оно всегда выступает в виде D-трансцендента по отношению к своей области определения D как некоторому ментальному экрану. Парадокс Рассела возникает в том случае, если множество D мы пытаемся рассмотреть как максимальный экран сознания, за пределы которого невозможно выйти. Стоит только наложить ограничения на экран D, и парадокс будет преодолен. Однако множество Рассела можно мыслить и как переменный E-трансцендент по отношению к любому экрану сознанию E. В таком виде множество Рассела выступит как динамический принцип трансцендирования любого экрана сознания.

E_N-континуум оказывается ограниченным трансцендентом, способным выходить за границы только счетных экранов, в то время как множество Рассела — это более безусловное выражение трансцендента, способного трансцендировать за любые ментальные экраны. Экранный анализ мог бы позволить разъяснять парадоксы и трансцендирующие конструкции теории множеств введением понятия экрана как среды ментальной выразимости и выделением системы экранов («экранной архитектуры») той или иной математической структуры.

Следует заметить, что новая математика, родившаяся с идеей актуальной бесконечности (Лейбниц, Кантор), работает с существенно полиэкранными образованиями и может быть названа *полиэкранной математикой*. Например, уже идея бесконечности натурального ряда предполагает два экрана: 1) экран E_1, на котором последнее натуральное число ($\aleph_0$) является единицей экрана и собственно невыразимо (здесь множество натуральных чисел дано как потенциально бесконечное), 2) экран E_2, на котором бесконечность натурального числа видится «извне», т. е. дается как собственное изображение (множество натуральных чисел как актуальная бесконечность). Таким же полиэкранным образованием является важнейшее понятие *предела* в новой математике. Например, предельной последовательностью вещественных чисел также задаются два экрана — на первом экране предел недостижим, и последовательность реализуется как потенциально бесконечная, на втором экране предел достигается и оказывается собственным изображением более мощного экрана. В полиэкранной математике главную роль начинают играть *межэкранные инварианты*, как бы «висящие» над разными экранами и дающие в них те или иные свои «изображения». Именно такими инвариантами выступают бесконечность, континуум, предельная последовательность и т. д.

По-видимому, феномен мышления существенно предполагает образование некоторого ментального экрана, в рамках которого мышление очерчивает границы своих определений. Построив первоначальный экран, мышление (сознание) может затем выходить за его границы, начиная работать с новыми экранами и удерживая межэкранные инварианты. Подобную полиэкранную активность сознания необходимо различать и явным образом выражать в философском анализе математического мышления. Когда сознание полагает экран, что позволяет обеспечить некоторую порцию ментальной выразимости, оно задает одну систему полагания. Затем сознание может переходить к новым системам полагания (идея *акта полагания* как полагания в первую очередь экрана сознания). Живое мышление постоянно полагает экраны и трансцендирует их. Если не различать отдельные кванты полагания, связанные с фиксированными экранами, мы рискуем впасть в разного рода парадоксы и противоречия.

§ 3. Экраны сомнения и проблема обоснования математики

Одна из важнейших тем философии современной математики (XX—XXI вв.) — проблема обоснования математического знания. Ниже я вкратце постараюсь посмотреть на эту проблему с точки зрения теории ментальных экранов (экранов сознания), представление о которых уже не раз использовалось выше.

В первую очередь речь идет о том, что обоснование начинается с сомнения и проблематизации некоторой темы, обосновать которую и призвана дальнейшая практика. Далее я буду предполагать, что сомнение (проблемность) есть изображение на некотором экране — *экране сомнения*. Эта тема уже поднималась выше, при анализе философии Декарта. Здесь я напомню принципиальные положения, которые уже были высказаны.

Как и ранее, будем предполагать, что сомнение возможно лишь на некотором фоне (*фоне сомнения*), сравнение с которым и репрезентируется субъекту в виде сомнения. Утверждение «X сомнительно» должно, если быть более точным, выражаться как «X B-сомнительно», где B — фон сомнения. Таким образом, я предполагаю, что здесь работает двуместный предикат «X есть сомнительное относительно B» («X есть B-сомнительное»), что выражает определение состояния сомнения в форме любого оценочного состояния.

Когда мы оцениваем некоторое X как плохое или хорошее, то здесь также точнее было бы говорить о E-хорошем или E-плохом, где E — некоторый ценностный эталон, относительно которого устанавливается степень соответствия для репрезентата X. Если X полностью соответствует эталону E, то X есть E-хороший. Если же X обнаруживает неполное или достаточно слабое соответствие E, то X есть E-плохое.

Аналогичным образом я буду предполагать, что и обоснование есть также результат сравнения репрезентата (того, в чем сомневаются) с некоторым фоном сомнения B. Тот факт, что X обоснован (точнее, B-обоснован) означает, что X в той или иной мере соответствует фону сомнения B.

Что же касается самого сомнения, то X как сомнительное (проблемное) состояние означает, что X еще не определен как та или иная степень B-обоснования, и в этом смысле сомнение также обнаруживает свою зависимость от фона сомнения B.

Итак, можно предположить, что в качестве сомнительного X выступает как *переменная* по множеству альтернатив potX (потенциал X) — от альтернативы полной B-обоснованности (B-несомненности) через промежуточные состояния частичной B-обоснованности к полной B-необоснованности X.

С точки зрения энтропии potX — как равновероятное пространство возможностей — оказывается больше фона сомнения B. Последний выступает как лишь одна из альтернатив потенциала potX. В связи с этим я буду предполагать здесь некоторое отношение порядка $<^1$, где B $<^1$ potX означает, что B есть одна из альтернатив potX.

В результате проведения процедур обоснования, X переходит в разряд какой-то альтернативы из potX, т. е. X-переменная принимает какое-то свое частное значение.

В свою очередь, альтернативы из пространства возможностей potX можно упорядочить по степени B-обоснованности — от максимума B до полной B-необоснованности, что можно обозначить символом N. Поскольку в этом случае максимумом будет фон сомнения B, то здесь уже нужен новый порядок, который я обозначу символом «$<^2$». Итак, вторая система изображений экрана сомнения связана с порядком $<^2$, где будет свой максимум B и свой минимум N, а промежуточные состояния будут рассматриваться не как B-сомнительные, а как B-обоснованные с той или иной степенью. С точки зрения 2-порядка, B-обоснование выглядит как обнаружение X в качестве моды-аспекта фона сомнения B.

Такова, как мне представляется, общая структура изображений любого экрана сомнения, который одновременно можно рассмотреть и как экран обоснования.

Проблема обоснования знания выглядит теперь таким образом, что обосновываемое знание X (знание-репрезентат) обнаруживается как B-сомнительное на соответствующем экране сомнения (как переменная по альтернативам из potX). В дальнейшем делаются попытки обоснования, и X предстает как B-обоснованное, либо как B-необоснованное (N). В любом случае после проведения обоснования (или его попыток) X оказывается константой — одной из альтернатив в пространстве возможностей potX.

Если X B-обосновано, то это еще не значит, что X B*-обосновано, где B* — фон сомнения, отличный от B. В общем случае для экрана сомнения ⊕ с фоном B можно ввести антиэкран сомнения E*, где B окажется репрезентатом.

Если даны два экрана сомнения E_1 и E_2 с фонами B_1 и B_2 соответственно, то можно предположить возможность образования третьего экрана сомнения E_3 с фоном B_3, так что B_3 презентируется через B_1 на экране E_1 и через B_2 на экране E_2. В этом случае фон сомнения B_3 обеспечивает более глобальное сомнение, чем фоны-аспекты B_1 и B_2. Продолжая так и далее, можно было бы предполагать существование фона абсолютного сомнения B*, относительно которого можно провести любой вид проблематизации. Элемент B* оказывается обоснованным на любом экране сомнения.

Случай сетевого обоснования в экранном представлении мог бы выглядеть следующим образом. Если A B-обосновывается и B A-обосновывается, то тем самым предполагаются два экрана сомнения, в одном из которых B есть фон сомнения, в другом — A. Полное обоснование A и B происходит на третьем экране, где объединяются основания A и B.

Как теперь с этой точки зрения можно было бы представить проблему обоснования математического знания?

Можно, по-видимому, утверждать, что формализм, как одно из основных направлений философии математики, связывает обоснование с построением формальных систем, но каждая такая система одноэкранна (задается только в рамках одного экрана сомнения). С этой точки зрения неожиданную интерпретацию получает известная теорема Геделя о неполноте. Выражаясь экранным языком, она обнаруживает, что в одном экране сомнения невозможно обосновать все истины достаточно богатой научной теории. Такие теории полиэкранны — так можно было бы переинтерпретировать значение теоремы Геделя.

Логицизм ограничивает процедуры обоснования только логическими экранами сомнения. Если даже будут обеспечены обоснования таких экранов, останутся нелогические экраны сомнения, в которых сама логика потребует своего обоснования.

Интуитивизм ограничен интуитивными экранами сомнения, на которых дает обоснование интуитивистская логика, но есть и неинтуитивистские экраны сомнения, например экраны классической логики и теории множеств.

Если касаться разного рода кантовских подходов к проблеме обоснования математического знания, то следует заметить, что кантовское априори ограничено только рамками экранов априорного сомнения, в которых обоснование обеспечивается только априорными формами разума. Но возможно сомнение и в самих этих формах в рамках, например, апостериорных экранов сомнения, когда рациональные формы познания проблематизируются с точки зрения тех или иных эмпирических критериев.

В общем случае экран сомнения может быть любым — формальным, логическим, интуитивистским, априорным, конвенциональным и т. д. В самом общем случае экран сомнения — это некоторый «горизонт», позволяющий породить некоторый вид сомнения, это своего рода «интервал сомнения» — интервал бытия, способный породить проблемность некоторого начала (репрезентата).

Все теории обоснования математики, по-видимому, ограничены тем, что они рассматривают не любые экраны сомнения, но лишь некоторые, по отношению к которым признаются только соответствующие процедуры обоснования.

Полное обоснование знания, в том числе математического, может предполагаться только в рамках *экранной теории математики*, которая предельно обобщает понятие экрана сомнения.

Ситуацию размывания любых оснований, связанную с современным кризисом философии математики, можно связать с обнаружением антиэкранов сомнения на каждый экран сомнения (как уже отмечалось, в антиэкране сомнения возникает сомнение в фоне сомнения первоначального экрана).

В рамках экранной теории обоснования математики экраны сомнения одновременно образуют экраны (интервалы) бытия математических объектов. Полиэкранность сомнения предстает как полиэкранность математического бытия — объекты математики приобретают многомерность, включая в себя свои социокультурные и субъектные определения.

Объект полиэкранной математики — *живая структура*. Как уже отмечалось, если $S = <M, F, P>$ — математическая структура (M — множество элементов, F — множество операций, P — множество предикатов структуры), то с ней можно связать субъектную онтологию $S^* = <U, B, e>$, где онтология U представлена декартовым произведением M^n, и n — максимальная местность операций $f \in F$, телесность B — объединение областей определения операций $f \in F$, e — эго математического субъекта в экранной теории онтологии. Активность S^* выражается в этом случае в совершении операций (здесь операции — это своего рода «органы» субъекта). Такие операции выступают как акты в рамках более интегральной деятельности Д, по крайней мере, по траектории которой задана некоторая растущая скалярная ценностная мера V.

В связи с идеей фона сомнения, мне хотелось бы сформулировать то, что можно было бы назвать *методом депроблематизации*.

Например, так: когда есть разного рода негативации, то за ними лежат соответствующие фоны негативаций, которые сами позитивны относительно себя. Таким образом, всякая негативность есть Ф-негативность, где Ф — фон негативности. Здесь же можно говорить и об *экранах негативности* со своим фоном и видом негативности. Например, непознаваемость мира предполагает *фон не-*

познаваемости. Небытие предполагает *фон небытия*. Если есть два разных объекта A и B, то есть небытие их тождества, но тем самым задан фон этого небытия, который представляет собой некий вид единого. В общем случае нужно более детальное исследование отношений между негативностями и их фонами.

Прежняя философия, по крайней мере начиная с Нового времени, все более смещается в сторону негативаций как *последних актов мысли* (непознаваемость мира, несуществование души, Бога и т. д.), что выражает период господства актов проблематизации. Метод депроблематизации должен уравновесить ситуацию, расположив в общем случае равноправно значение проблематизации и депроблематизации. Если метод проблематизации обнаруживает за всяким фоном его границы, то метод депроблематизации, наоборот, за всякой проблемностью обнаруживает фон этой проблемности, не имеющий границ в рамках (в границах) этого вида проблемности.

Например, знаменитые доказательства бытия Бога можно рассмотреть как общую формулировку метода депроблематизации: движение от проблемного к фону проблемности. И Бог есть единство всех фонов проблемности — фон абсолютной проблемности.

§ 4. К логике сетевых обоснований

Коль скоро в предыдущем параграфе речь зашла об экранах сомнения и тесно связанных с ними процедурах обоснования, то здесь, в этом параграфе, я позволю себе вкратце коснуться проблемы так называемого *сетевого обоснования*, проективно-модальную структуру которого я описывал ранее в ряде своих публикаций под названием «процесс сопряжения» [1]. Кроме того, рассуждения о понятии процедуры обоснования и общей структуре процедур обоснования читатель может посмотреть в следующих источниках [2].

Введем понятие *системы обоснования* J (от англ. justification — обоснование), для которой можно выделять basJ — множество оснований, repJ — множество *репрезентатов* J, actJ — множество *актов обоснования*, LstJ — L-*статус* (от англ. law — закон), характерный для J. В общем случае система обоснования J — это перенос некоторого L-статуса с оснований на репрезентаты средствами некоторых актов обоснования. Например, формальная аксиоматическая теория T может быть рассмотрена как дедуктивная система обоснования, где основания представлены аксиомами T, репрезентаты — теоремами T, акты обоснования —

---

[1] См., напр.: *Моисеев В. И.* Процесс сопряжения // Синергетическая парадигма: Когнитивно-коммуникативные стратегии современного научного познания. М.: Прогресс-Традиция, 2004. С. 315—331.

[2] *Моисеев В. И.* Наука и религия: два образа веры // Философия: история и современность: Сб. научных трудов. Вып. 1. Воронеж: Воронежский госуниверситет, 2005. С. 35—48; *Моисеев В. И.* Философия науки. Учебное пособие. Воронеж: Изд-во Воронежской государственной мед. академии, 2006. С. 32—53.

правилами логического вывода T, L-статус — доказанностью в T, выражаемой метасвойством «быть теоремой T». Еще один пример системы обоснования — система определения понятий в теории T с определениями. Здесь основания — первичные (неопределяемые) понятия, репрезентаты — определяемые понятия, акты обоснования — разного рода схемы определения в теории T, L-статус — понятность (предполагается, что в определениях переносится понятность с дефиниенса на дефиниендум, подобно переносу доказанности с аксиом на теоремы в дедуктивной системе обоснования). Классические представления о дедуктивных логических системах связаны с построением формальной аксиоматической теории T, которая может быть представлена как единственная система обоснования J. Предполагается, что в более общем случае возможно выражение логики в рамках множества процедур обоснования $J_1, ..., J_n$, в том числе имеющих сетевой характер. Будем говорить, что множество процедур обоснования $J_1, ..., J_n$ имеет сетевой характер, если найдутся две такие системы обоснования J_i и J_k, что $basJ_i \cap repJ_k \neq \varnothing$. Это означает, что часть оснований системы J_i является одновременно репрезентатами системы J_k.

Приведем один возможный пример сетевой системы. Множество понятий естественного языка имеет сетевой характер. Известно, что для любых двух понятий A и B можно в конечном итоге найти такие достаточно длинные и развернутые определения, что A будет определяться через B, а B — через A. Подобные взаимоопределения выражаются, например, в сетевых отношениях между понятиями в ментальных репрезентациях моделей искусственного интеллекта. В этом случае можно предполагать, что вся система понятий естественного языка не может быть определена в рамках одной системы обоснования, но будет покрыта несколькими системами обоснования $J_1, ..., J_n$, множество которых будет носить сетевой характер, т. е. по крайней мере часть первичных понятий одной системы попадет в разряд определяемых понятий другой системы обоснования (интересно, что множество систем обоснования напоминает в этом случае многообразие, в котором система карт атласа покрывает некоторое множество. Возможно, идея многообразия также связана с множественностью систем обоснования?). В связи с сетевыми множествами процедур обоснования возникает проблема известной ошибки логического круга (circulus vitiosus), частными случаями которого являются герменевтический круг, разного рода парадоксы целостности (взаимоопределение целого и частей) и т. д. Преодолеть трудности порочного круга можно использованием метода последовательных приближений. В простейшем случае для сетевого множества из двух систем обоснования J_1 и J_2 метод последовательного приближения может быть описан в следующем виде. Обозначим через A множество $(basJ_1 \cap repJ_2) \cup (basJ_2 \cap repJ_1)$. Выделим моменты времени 1, 2, 3... Положим, что в первый момент времени работает система обоснования $J_1(1)$, которая переносит свой L_1-статус с $basJ_1(1)$ на $repJ_1(1)$. В итоге задается множество A(1). В следующий момент времени 2 работает вторая система обоснования $J_2(2)$, осуществляющая перенос своего L_2-статуса с $basJ_2(2)$ на $repJ_2(2)$, в результате чего образуется множество A(2). Так процесс продолжается и далее, образуя последовательность множеств A(1), A(2)... В этой последовательности возможно существование некоторого предела насыщения изменений, начиная с которого можно считать процесс сетевого обоснования законченным. Подобным образом можно было бы представить процесс взаимоопределения понятий в естественном языке и другие случаи сетевого обоснования. В частности, возникает интересная проблема применения подобной сетевой методологии к формальным аксиоматическим теориям с построением метатеории своего рода «сетевой дедукции».

Глава 2
Теория множеств

§ 1. Краткая сводка из теории множеств

В этом параграфе я вкратце коснусь ряда основных идей теории множеств и ее аксиоматических версий.

Как известно, основным понятием теории множеств является *отношение принадлежности* $\in$, где запись $x \in y$ означает, что x есть элемент множества y. Отношение принадлежности не является транзитивным, но на его основе можно построить новое *отношение вхождения*: $x \in\in y$ — x входит в y. Это значит, что найдутся такие $z_1, \ldots, z_n$, где $z_n = y$, что $x \in z_1 \in \ldots \in z_n$. Такое отношение является транзитивные замыканием отношения принадлежности, и оно транзитивно.

Как уже отмечалось выше, отношение вхождения $\in\in$ можно обычным образом дополнить до отношения нестрогого порядка (*нестрогого вхождения*) $\in\in^*$ по определению $x \in\in^* y$ если только если $x \in\in y$ или $x = y$.

В так называемой наивной теории множеств, где не использовалось строгое формальное построение, одна из основных аксиом, служащая для образования множеств, — *аксиома свертки* (или аксиома Фреге), утверждающая, что для любого свойства P можно образовать множество x такое, что $\forall y(y \in x \equiv P(x)))$, т. е. y принадлежит x если только если свойство P выполнено для y. Именно из-за неограниченного употребления этой аксиомы возник знаменитый парадокс Рассела, под давлением которого, и ряда других парадоксов наивной теории, стали выстраиваться формальные аксиоматические теории множеств.

Одной из наиболее распространенных и общепризнанных аксиоматических теорий множеств является до сих пор (особенно среди математиков) система ZF Цермело—Френкеля, включающая в себя следующие аксиомы:

1) аксиома экстенсиональности $(A = B \equiv \forall x(x \in A \equiv x \in B))$;
2) аксиома существования пустого множества $(\exists x \forall y(\neg(y \in x)))$;
3) аксиома пары $(\forall x \forall y \exists z \forall t(t \in z \equiv (t = x \vee t = y)))$;
4) аксиома объединения $(\forall y \exists x \forall z(z \in x \equiv \exists t(t \in y \wedge z \in t)))$;

5) аксиома бесконечности ($\exists x(\varnothing \in x \wedge \forall y(y \in x \supset \{y, \{y\}\} \in x))$) (первое бесконечное множество обозначают ω);
6) схема аксиом подстановки (для любого множества x и любой функции F найдется такое множество y, что F(x) = y (можно показать, что система ZF не может вытекать ни из какого конечного числа аксиом этой схемы — только из бесконечного числа);
7) аксиома степени ($\forall x \exists y \forall z(z \in y \equiv zHx)$);
8) аксиома выбора (для любого множества множеств x можно образовать множество, содержащее по одному элементу из каждого элемента x);
9) аксиома регулярности (для любого непустого множества y найдется такой $x \in y$, что для любого $z \in y$ верно, что $z \notin x$) — эта аксиома запрещает вхождения множества в самого себя, т. е. случаи $x \in\in x$.

Впервые Джон фон Нейман предложил различать множества и классы (в своей системе N, в основе которой лежат идеи функции и упорядоченной пары). Множества — это классы, которые являются элементами других классов. Но среди классов есть не множества (собственные классы) — они не являются элементами других классов.

Гедель и Бернайс построили свою аксиоматику, которая опирается на идею класса (система GB ии NGB). В этой аксиоматике даются аксиомы для множеств и для классов — и таких аксиом конечное число.

И здесь верна *теорема Мостовского*: каждая теорема ZF — теорема GB, и каждая теорема о множествах из GB (где фигурируют только множества) — теорема ZF.

Система Гротендика или *система Цермело—Френкеля—Гротендика* (ZFG) — это система ZF с дополнительной аксиомой Гротендика G существования универсумов.

Универсумы — это множества (или классы в NGB), способные моделировать множество всех множеств (это своего рода класс всех множеств).

Множество U называется *универсумом* если только если

1) первое бесконечное множество w принадлежит U;
2) $A \in U \supset A \subseteq U$;
3) $A \in U \supset 2^A \in U$;
4) $A \in U \supset \cup A \in U$;
5) для любого отображения $F{:}A \rightarrow U$ имеем: $A \in U \supset F(A) \in U$.

Каждый универсум может быть моделью для GB.

Множество A называют *малым*, если $A \in U$. Если $A \subseteq U$ и $A \notin U$, то A — *большое*. A — *экстраординарное*, если $\urcorner(A \subseteq U)$.

При интерпретации в GB малые множества предстают как множества, большие — как классы.

Существование хотя бы одного универсума не вытекает из аксиом ZF и должно гарантироваться отдельной аксиомой:

G. Аксиома Гротендика.

Для каждого множества A существует такой универсум U, что $A \in U$.

Отсюда вытекает бесконечное число разных универсумов (из-за аксиомы регулярности): для U как множества также должен существовать универсум U*, где $U \in U^*$. Поскольку $\urcorner(U \in U)$, то U не может быть U*.

Всю математику можно строить на одном универсуме, настолько масштабно это множество.

Поэтому иногда принимают более слабую аксиому:

G. Слабая аксиома Гротендика.*

Существует хотя бы один универсум.

Система ZF без ZF9 (аксиомы регулярности) обозначается ZF^- (или ZFC^-, если хотят подчеркнуть в ней наличие аксиомы выбора) и называется *теорией гипермножеств*.

В этой теории используется ряд новых понятий. x — *составляющая* (*конституента*) множества y если только если $x \in\in y$ (x входит в y).

В теории гипермножеств аксиома регулярности заменяется *аксиомой антифундирования* AFA, которая утверждает, что для любого ориентированного графа (с некоторыми дополнительными условиями) существует гипермножество с данным графом составляющих. *Граф составляющих* множества x — это граф, вершинами которого являются все составляющие множества x и само x, и две вершины y и z соединяются стрелкой (y, z) если только если $y \in z$.

Фундированное множество — множество, соответствующее аксиоме регулярности.

Пример нефундированного множества:

$$y = \{x, \{x, \{x, \{x...\}\}\}\}.$$

Здесь $y \in y$.

Если обычная канторовская теория множеств изучает экстенсивную бесконечность, «уходящую вширь», теория гипермножеств добавляет к ней еще и интенсивную бесконечность, «уходящую вглубь».

§ 2. Фоны и экраны в теории множеств

В теории множеств очень большую роль играют категории потенциальной и актуальной бесконечности. Можно сказать, сама теория множеств во многом началась благодаря операционализации идеи актуальной бесконечности, когда Кантор предположил, что бесконечные множества, например множество всех натуральных чисел, можно взять как завершенную совокупность, за границы которой можно выйти, добавляя к ней новые элементы. До этого множество натуральных чисел использовалось как только потенциально бесконечное, в котором можно было лишь для любого уже построенного элемента добавлять новые элементы, но нельзя было добавить такие элементы после всех натуральных чисел.

Подход Кантора состоял в том, чтобы все множества пытаться перевести в статус актуальной бесконечности. Однако возникшие в наивной теории множеств парадоксы, связанные с понятием множества всех множеств, показали, что это сделать невозможно, и возникшие позднее аксиоматические теории множеств так или иначе стали предполагать некоторый *теоретико-множественный фон*, который никогда не объективируется и на котором всегда разворачиваются операции построения всех иных объектов. В аксиоматике Цермело—Френкеля такой фон явно не введен в теорию (как максимальное множество), но он как бы проявляется при соотнесении теории ZF с аксиоматикой теории Геделя—Бернайса в формулировке теоремы Мостовского. В этом случае своего рода фоном теории ZF оказываются *классы* теории GB, с которыми нельзя оперировать столь объективированно, как с множествами (объективацию в данном случае можно связать с принадлежностью к классу: класс x *объективирован* если только если найдется класс y такой, что $x \in y$). Разделение многообразий фон Нейманом на множества и классы и выражает, по-видимому, ту ситуацию, что структуры теории множеств — это система объективированных изображений на некотором экране-фоне, и чтобы нечто выражать, всегда нужен фон, сам не изобразимый (по крайней мере столь объективированно), но позволяющий возникать на себе всем прочим изображениям.

Можно предположить, что множество, находящееся в состоянии «фона», должно так или иначе быть определено не столь объективированно и внешне, как те множества, которые даются как «локальные изображения на фоне». Как представляется, статус фона может выражаться либо состоянием потенциальной бесконечности, либо статусом собственного класса, когда многообразие столь велико, что оно не может быть представлено как элемент другого класса.

С этой точки зрения теория множеств также обнаруживает в себе отмеченную выше экранную структуру с некоторым экраном, фоном (максимальным изображением экрана) и системой более локальных изображений. Фон находится в L-статусе (статусе максимального элемента с точки зрения отношения нестрогого вхождения $\in\in^*$) среди всех изображений экрана, в то время как состояния немаксимальных изображений можно обозначать как M-статус.

Устремление Кантора к максимизации статуса актуальной бесконечности можно было бы в этой терминологии обозначить как стремление обойтись без фона, без множества, которое всегда находилось бы в L-статусе, и возникшие в связи с этим противоречия можно теперь трактовать как выражение невозможности создать такую бесфоновую систему определенности. В возникающих позднее аксиоматиках, как мы видели, так или иначе подобный фон начинает вводиться, и непротиворечивая теория множеств может строиться только как система изображений на некотором фоне, который сам остается в выделенном состоянии сравнительно с более объективированными определенностями.

Система ZFG замечательна тем, что здесь вводятся огромные множества — универсумы, — которые играют роль своего рода *промежуточного* теоретико-множественного фона, моделируя множество всех множеств. Как было отмечено, каждый универсум может стать моделью для теории Геделя—Бернайса, так что малые множества предстают как множества, большие множества (в том числе и сам универсум) — как классы в теории GB. Если классы в теории Геделя—Бернайса рассматривать как теоретико-множественный фон (для всех принадлежащих им множеств), то, делая тот или иной универсум из ZFG моделью теории GB, мы как бы сообщаем ему статус фона, переводя все его малые множества в статус локальных изображений этого фона (в том числе таковыми оказываются предыдущие универсумы для данного универсума). В итоге возникают модели теории множеств с *переменным фоном*, когда роль фона берет на себя то один, то другой универсум. Пытаясь выразить этот эффект, необходимо рассматривать не чистую аксиоматическую теорию T (например, GB), а ее единство вместе с той или иной своей моделью M (например, универсумом из ZFG), работая с парой (T, M) — «теория, ее модель». Эффект «фоновости» будет возникать именно для таких парных образований, поскольку для статуса фона важно, чтобы универсум был задан как модель теории. В этом случае аксиоматика в лице формальной теории T будет выражением некоторой инвариантной теоретико-множественной среды, способной реализоваться в разных теоретико-множественных экранах, в то время как пары (T, M) будут представлять уже частные реализации этой чистой среды T в рамках модели M как экрана-фона теории множеств.

Пусть U_1 и U_2 — два универсума из ZFG, где $U_1 \in U_2$. Мы можем рассмотреть две пары (T, U_1) и (T, U_2), где T — теория GB. Если в (T, U_1) универсум U_1 интерпретируется как некоторый собственный класс, то в (T, U_2) универсум U_1 оказывается множеством. Введем обозначение $(T, U_2(U_1))$, которое будет выражать универсум U_1, рассматриваемый при условии (T, U_2).

Можно рассмотреть отображения:
прямое R-отображение:

$$R(T, U_1) = (T, U_2(U_1));$$

обратное R-отображение:

$$R^{-1}(T, U_2(U_1)) = (T, U_1).$$

Прямое R-отображение переводит универсум U_1 из L-статуса в M-статус, т. е. из состояния теоретико-множественного фона в состояние некоторого локального изображения на фоне U_2, в то время как обратное R-отображение, наоборот, меняет M-статус универсума U_1 в составе более обширного универсума U_2 на L-статус теоретико-множественного фона.

Понятие экрана предполагает введение и работу с разного рода межэкранными преобразованиями, в качестве которых выступают и представленные выше R-преобразования. Ментальный субъект не только способен строить те или иные изображения на ментальных экранах, возможны и разного рода преобразования самих экранов — через презентирующие их фоны, когда экраны-фоны становятся локальными изображениями на более мощных экранах или, наоборот, локальные изображения способны становиться фонами со своими экранами.

Как представляется, в теории множеств постоянно, но неявно присутствуют подобные экранные конструкции и преобразования, и более полная версия теории множеств должна сделать их явными, используя их в своем расширенном экранно-фоновом операционализме. Только с этой точки зрения могут быть примирено и скоординировано в некоторой *интегральной теории множеств* то огромное разнообразие самых разных аксиоматических теорий множеств, которые сегодня столь распространены. Представляется, что все эти аксиоматики могли бы быть представлены как те или иные фрагменты разных версий интегральной теории, представляемой в тех или иных теоретико-множественных экранах.

Приведу здесь один возможный пример. Одной из наиболее крайних оппозиционных версий в отношении к канторовской теории множеств являются сегодня разного рода финитные версии теории множеств, в которых нет мощностей больше счетной. С точки зрения экранных преобразований можно было бы предположить, что такие версии представляют собой выражение интегральной теории множеств в такой ситуации ее экранного представления, когда максимальным фоном теоретико-множественных контрукций оказываются счетные бесконечные множества. Именно эти множества выступят в этой ситуации максимальными среди всех множеств, в то время как все остальные множества из интегральной теории будут представлены в этом случае теми или иными подмножествами счетных максимальных множеств. Статус фона для таких максимальных счетных множеств может выражаться в их заданности через абстракцию потенциальной бесконечности, не позволяющей выразить их законченным образом. Конечно, в этом случае встает вопрос о том, что интегральная аксиоматика теории множеств должна иметь настолько инвариантный вид, чтобы суметь выразить свои конструкции в том числе на счетных моделях.

Теперь попытаемся несколько более строго, с использованием языка Проективно Модальной Онтологии, представить описанные выше идеи экрана, фона и разных статусов.

Как уже упоминалось, в качестве отношения нестрогого порядка можно взять отношение нестрогого вхождения $\in\in^*$, согласовав его с соответствующей Проективно Модальной Онтологией (по крайней мере, как вырожденной $5\downarrow\uparrow\alpha$-Онтологией, в которой из $x \in\in^* y$ следует, что $y\downarrow x =^\alpha x$ и $x\uparrow y =^\alpha y$). В этом случае можно дать следующие определения:

$$\mathrm{Screen}(E, a, b, c, \alpha) \supset \mathrm{Mod}^{137}(a, c, \alpha) \wedge \mathrm{Mod}^{137}(b, c, \alpha) \wedge \mathrm{Mod}^{127}(a, b, \alpha).$$

Как и ранее, здесь предполагается предикат Screen(E, a, b, c, α) — «быть экраном E с минимумом a, максимумом (фоном) b и моделью c».

В нашем случае положим:

$$\mathrm{Screen}(E, a, b, c, \alpha) \equiv (a =^\alpha \varnothing) \wedge (E =^\alpha c) \wedge (b =^\alpha c) \wedge \\ \wedge \forall x(\mathrm{Mod}^{127}(b, x, \alpha) \supset \mathrm{Mod}^{127}(x, b, \alpha)).$$

Это значит, что экран понимается как максимальный элемент по нестрогому вхождению, в качестве минимума которого выступает пустое множество, а в качестве максимума — сам экран, так что здесь экран совпадает с фоном.

R-статусы можно определить следующим образом:

$$LSt(x) \equiv \forall y(Mod^{127}(x, y, \alpha) \supset Mod^{127}(y, x, \alpha)).$$

Наоборот, для M-статуса можем записать:

$$MSt(x) \equiv \exists y(Mod^{127}(x, y, \alpha) \wedge \rceil Mod^{127}(y, x, \alpha)).$$

Отсюда можно показать, что экран-фон находится в L-статусе.

В теории GB экранами-фонами будут в точности собственные классы, которые являются максимальными элементами по отношению нестрогого вхождения (поскольку они сами не являются элементами других классов).

В паре (T, U) универсум U из теории ZFG оказывается собственным классом в теории T, выступая в качестве модели теории T. Это значит, что универсум U окажется максимальным элементом по нестрогому вхождению, т. е. теоретико-множественным экраном-фоном. Малые множества универсума U даны в M-статусе, т. е. не являются максимальными элементами по нестрогому вхождению.

§ 3. Логика целого в теории множеств без индивидов

Казалось бы, конструкция множества в современной математике — это просто внешнее собрание элементов, и по отношению к такому объекту вряд ли можно говорить о системности и целостности. Однако ниже я постараюсь показать, что даже простое множество представляет собой пример хотя еще и слабого, но определенного целого. Для этого я постараюсь построить версию теории множеств, где есть уровни и выполнены аксиомы минимальной логики.

Пусть у нас есть какая-то теория множеств S, где присутствует пустое множество $\varnothing$.

Введем здесь предикат Set_k («быть множеством k-го уровня»), где k = 0, 1, 2..., по следующему правилу:

Set_k1. Базис:

$$Set_0(\varnothing).$$

Set_k2. Индуктивное предположение:

$$Set_k(x) \equiv \exists y(Set_{k-1}(y) \wedge (y \in x)) \wedge \rceil\exists z\exists m(Set_m(z) \wedge (z \in x) \wedge (m > (k-1))).$$

Set_k3. Индуктивное замыкание:

Никаких иных уровневых множеств нет.

Тем самым мы получаем возможность вводить множества все более высоких уровней, стартуя с пустого множества. Определим теперь на каждом ненулевом уровне понятие положительного (собственного) множества.

$(PSet_k)$ $$PSet_k(x) \equiv Set_k(x) \wedge (k > 0).$$

Таким образом, это просто непустые множества каждого уровня.

Предикат PSet («быть собственно множеством») определим через $PSet_k$:

(PSet) $$PSet(x) \equiv \exists k PSet_k(x).$$

Аналогично определим предикат Set («быть множеством»):

(Set) $$Set(x) \equiv \exists k(Set_k(x)).$$

Этим предикатом выделяются все множества, в том числе и пустое множество.

Также нам пригодится предикат Set^k («быть множеством не более ранга k»):

(Set^k) $$Set^k(x) \equiv \exists m(Set_m(x) \wedge (m \leq k)),$$

на основе которого можно определить предикат $PSet^k$ («быть собственно множеством не более ранга k»):

$(PSet^k)$ $$PSet^k(x) \equiv Set_k(x) \wedge PSet(x).$$

Аксиомы минимальной логики целого легко обобщить на случай и более чем двух уровней. Тогда они примут следующий вид:

(AH1k) $$(Moda(a, b, k) \supset Moda(a, b, \alpha));$$

(AH2k) $$\forall x(PModus(x, k+1) \supset \exists y(PModus(y, k) \wedge Moda(y, x, a))) \wedge \\ \wedge \forall x \forall y(PModus(x, k+1) \wedge PModus(y, k) \supset \rceil Moda(x, y, \alpha)),$$

где k = 0, 1, 2...

Здесь для каждого уровня k предполагается введение своей k-Онтологии с предикатом Mod(..., k), а роль трансонтологии, соизмеряющей между собою разные уровни, по-прежнему выполняет α-Онтология.

Для каждого k = 1, 2, 3, ... введем 2-Онтологии по правилу:

(k.1) $$Moda(x, y, k.1) \equiv ((x \subseteq_z y) \wedge Set^{k-1}(x) \wedge Set^{k-1}(y)),$$

(k.2) $$Moda(x, y, k.2) \equiv ((x \subseteq_z y) \wedge Set_k(x) \wedge Set_k(y)) \vee \\ \vee (x =_z \varnothing \wedge Set_k(y)) \vee (x =_z \varnothing \wedge y =_z \varnothing).$$

Отсюда видно, что пустое множество находится (как k.2-модус, а не k-множество!) на каждом k.2-уровне, где k > 0.

Соизмеряющую k-Онтологию введем по двум смежным уровням k.1 и k.2, где k > 0:

(k) $$Moda(x, y, k) \equiv ((x \subseteq_z y) \wedge Set^k(x) \wedge Set^k(y)) \vee ((x \in y) \wedge \\ \wedge Set^{k-1}(x) \wedge Set_k(y)).$$

Теперь для каждого k-уровня можем доказать теорему:

Теорема 1

$$k > 0 \supset (PModus(x, k.1) \equiv PSet^{k-1}(x)) \wedge (PModus(x, k.2) \equiv PSet_k(x)).$$

Итак, положительные k.1-модусы — это непустые множества ранга не более (k-1), а положительные k.2-модусы — это непустые множества ранга k.

Сейчас у нас все готово, чтобы доказать выполнение аксиом (AH1k) и (AH2k) минимальной логики целого.

Следует только оговорить вот какой вопрос. При введенных выше определениях логика целого в теории множеств S предполагается в следующей реализации. Для каждого k = 1, 2, 3, … строятся два уровня k.1 и k.2, на которых выполняется двухуровневая минимальная логика целого. Так что мы получаем бесконечное множество минимальных логик целого. Для такой версии логики целого аксиомы следует переформулировать в следующем виде:

(AH1k) $(\mathrm{Moda}(a, b, k.j) \supset \mathrm{Moda}(a, b, k)),$

где j = 1, 2.

(AH2k) $\forall x(\mathrm{PModus}(x, k.2) \supset \exists y(\mathrm{PModus}(y, k.1) \wedge \mathrm{Moda}(y, x, k))) \wedge$
$\wedge\ \forall x \forall y(\mathrm{PModus}(x, k.2) \wedge \mathrm{PModus}(y, k.1) \supset \urcorner\mathrm{Moda}(x, y, k)),$

где k = 1, 2…

Выполнение аксиомы (AH1k) несложно показать, поскольку в этом случае мы имеем дело только с теоретико-множественным включением.

Ниже я остановлюсь на сокращенной схеме доказательства аксиомы (AH2k), которое удается провести только для k > 1.

Теорема 2

$$(k > 1) \wedge \mathrm{PModus}(x, k.2) \supset \exists y(\mathrm{PModus}(y, k.1) \wedge \mathrm{Moda}(y, x, k)).$$

Доказательство

(1)	$(k > 1) \wedge \mathrm{PModus}(x, k.2)$	посылка
(2)	$\mathrm{PSet}_k(x)$	теорема 1, (1)
(3)	$\mathrm{Set}_k(x)$	(PSet_k), (2)
(4)	$\exists y(\mathrm{Set}_{k-1}(y) \wedge (y \in x))$ и т. д.	($\mathrm{Set}_k 2$), (3)
(5)	$k - 1 > 0$	(1)
(6)	$\mathrm{Set}_{k-1}(y_0) \wedge (y_0 \in x)$	$\exists y$-снятие (4)
(7)	$\mathrm{PSet}_{k-1}(y_0)$	(5)
(8)	$\mathrm{Set}^{k-1}(y_0)$	(Set^{k-1}), (6)
(9)	$\mathrm{PSet}^{k-1}(y_0)$	(7), (8)
(10)	$\mathrm{PModus}(y_0, k.1)$	теорема 1, (9)
(11)	$(y_0 \in x) \wedge \mathrm{Set}^{k-1}(y_0) \wedge \mathrm{Set}_k(x)$	$\wedge$-введение (3), (6)
(12)	$\mathrm{Moda}(y_0, x, k)$	(k), (11)
(13)	$\mathrm{PModus}(y_0, k.1) \wedge \mathrm{Moda}(y_0, x, k)$	$\wedge$-введение (10), (13)
(14)	$\exists y(\mathrm{PModus}(y, k.1) \wedge \mathrm{Moda}(y, x, k))$	$\exists y$-введение (13).

Теорема 3

$$k > 0 \wedge \mathrm{PModus}(x, k.2) \wedge \mathrm{PModus}(y, k.1) \supset \urcorner\mathrm{Moda}(x, y, k).$$

Доказательство

(1)	$k > 0 \wedge PModus(x, k.2) \wedge PModus(y, k.1)$	посылка
(2)	$PSet^{k-1}(y)$	теорема 1, (1)
(3)	$PSet_k(x)$	теорема 1, (1)
(4)	$\urcorner(x \subseteq_z y)$	(2), (3)
(5)	$\urcorner(x \in y)$	(2), (3)
(6)	$\urcorner Moda(x, y, k)$	(4), (5), (k).

Итак, начиная со второго уровня ($k = 2$), выполняются уровневые минимальные логики целого на множествах (на первом уровне непустые множества могут содержать в качестве своих элементов только пустые множества, которые не являются положительными 0-модусами). Следовательно, множества также можно представить как целые по отношению к своим элементам как более низкому уровню организации.

Возникающую здесь полионтологию я буду обозначать спецификатором $N_2(1, 2)$, подчеркивая символом $N_2 = \{2, 3, 4...\}$ тот факт, что уровни целых начинаются в этом случае только с $k = 2$.

Для выделения целых k-го уровня, введем соответствующий предикат:

$$(H_k) \quad H_k(x) \equiv PModus(x, k.2).$$

Отсюда получим теорему 4.

Теорема 4

$$(k > 1) \supset (H_k(x) \equiv PSet_k(x)).$$

Таким образом, на уровнях начиная со второго целыми k-го уровня в $N_2(1, 2)$-полионтологии будут в точности непустые множества этого уровня.

Специфика логики целого на множествах в $N_2(1, 2)$-Полионтологии состоит лишь в том, что целые k-го уровня (положительные k.2-модусы) могут содержать в качестве своих элементов (модусов k.1-го уровня) множества любого более низкого ранга $m \leq k - 1$. Таким образом, структуры уровней целых и уровней множеств не вполне согласуются друг с другом. Впрочем, ничто не помешало бы нам и в большей степени согласовать между собой эти две иерархии, переопределив понятие множества k-го уровня так, чтобы оно содержало *только* множества $(k - 1)$-го уровня. В этом случае, правда, не все множества окажутся множествами определенного уровня — возникнут случаи «смешанных» множеств, которые будут содержать в качестве элементов множества разных уровней. В любом случае принцип образования целого более высокого уровня будет связан с актом образования множества на элементах, в связи с чем эта процедура наполняется явным холистическим (сверхаддитивным) смыслом. Образовать множество оказывается в этом случае тем же, что и выход на более высокий уровень целого. Отсюда становится понятным, почему представители разного рода номиналистических течений оценивают теорию множеств как более платонистическую линию оснований математики, хотя, повторяю, сами по себе канторовские множества — это еще очень слабые целые, реализующие себя в большей степени в единстве акта сознания, объемлющего разного рода элементы в едином поле внимания-выделения.

§ 4. Логика целого в теории множеств с индивидами

Используя построенные выше конструкции, я хотел бы теперь несколько видоизменить их в приложении к версии теории множеств на индивидах. Будем предполагать тем самым, что иерархия множеств стартует не только с пустого множества, но еще и с особых объектов, которые сами множествами не являются (в отличие от пустого множества), но одновременно так же не имеют элементов, как и пустое множество. Такие объекты обычно называют «индивидами», «атомами», «элементами». Я выбираю здесь термин «индивиды» для их обозначения.

Будем использовать первичный предикат Ind — «быть индивидом» — для выделения индивидов. Определим предикат Set_k — «быть множеством k-го уровня» — в следующей манере.

Set_k1. Базис:

$$\mathrm{Set}_0(\varnothing) \text{ и } \mathrm{Ind}(x) \supset \mathrm{Set}_0(x).$$

Set_k2. Индуктивное предположение:

$$\mathrm{Set}_k(x) \equiv \exists y(\mathrm{Set}_{k-1}(y) \wedge (y \in x)) \wedge \urcorner\exists z\exists m(\mathrm{Set}_m(z) \wedge (z \in x) \wedge (m > (k-1))).$$

Set_k3. Индуктивное замыкание:

Никаких иных уровневых множеств нет.

Таким образом, множествами нулевого уровня оказывается не только пустое множество, но и индивиды. В остальном иерархия множеств строится по тем же принципам, что и ранее.

Положим, что на индивидах задано некоторое отношение нестрогого порядка $\leq$, и существует минимальный (нулевой) индивид 0, который меньше или равен любому индивиду. Равенство = на индивидах определим как конъюнкцию двух порядков:

(=) $$x = y \equiv (x \leq y) \wedge (y \leq x).$$

Введем понятие ненулевого (положительного) индивида:

(PInd) $$\mathrm{PInd}(x) \equiv \mathrm{Ind}(x) \wedge \urcorner(x \leq 0).$$

Введем еще один предикат PISet («быть непустым множеством ненулевых индивидов») по следующему правилу:

(PISet) $$\mathrm{PISet}(x) \equiv \mathrm{Set}_1(x) \wedge \exists y((y \in x) \wedge \mathrm{PInd}(y)).$$

Использование индивидов позволяет нам ввести Проективно Модальную Онтологию с положительными модусами и на нулевом уровне.

Случай k = 1 рассмотрим здесь отдельно:

(1.1) $$\mathrm{Moda}(x, y, 1.1) \equiv ((x \leq y) \wedge \mathrm{Ind}(x) \wedge \mathrm{Ind}(y)).$$

(1.2) $$\mathrm{Moda}(x, y, 1.2) \equiv ((x \subseteq_z y) \wedge \mathrm{PISet}(x) \wedge \mathrm{PISet}(y)) \vee \vee (x =_z \varnothing \wedge \mathrm{PISet}(y)) \vee (x =_z \varnothing \wedge y =_z \varnothing).$$

Таким образом, уровень 1.1-модусов — это уровень индивидов, в то время как на 1.2-уровне присутствуют либо непустые множества ненулевых индивидов, либо пустое множество. Пришлось отказаться от введения на 1.2-уровне непустого множества, которое содержит в качестве своего элемента только пустое множество или нулевой индивид. Являясь положительным 1.2-модусом, оно бы не содержало в качестве своего элемента ни одного положительного 1.1-модуса, т. е. ненулевого индивида.

В остальном (для k = 2, 3...) определения 2-Онтологий остаются теми же (см. определения k.1 и k.2).

Введение индивидов не повлияет и на определение предиката соизмеряющей k.1 и k.2 уровни Онтологии (см. определение (k)).

Теорема 1 примет несколько иной вид:

Теорема 1

$$(\mathrm{PModus}(x, 1.1) \equiv \mathrm{PInd}(x)) \wedge (\mathrm{PModus}(x, 1.2) \equiv \mathrm{PISet}(x)) \wedge (k > 1 \supset \supset (\mathrm{PModus}(x, k.1) \equiv \mathrm{PSet}^{k-1}(x)) \wedge (\mathrm{PModus}(x, k.2) \equiv \mathrm{PSet}_k(x)).$$

Формулировки аксиом (АН1k) и (АН2k) остаются без изменений. Первая аксиома по-прежнему не представляет сложности в плане доказательства. Что же касается второй аксиомы, то здесь, как и выше, могут быть доказаны теоремы 2 и 3. Теперь лишь может быть доказана дополнительная теорема, позволяющая показать выполнение аксиом минимальной логики целого и для k = 1.

Теорема 2.1

$$\mathrm{PModus}(x, 1.2) \supset \exists y(\mathrm{PModus}(y, 1.1) \wedge \mathrm{Moda}(y, x, 1)).$$

Доказательство

(1)	$\mathrm{PModus}(x, 1.2)$	посылка
(2)	$\mathrm{PISet}(x)$	теорема 1, (1)
(3)	$\mathrm{Set}_1(x) \wedge \exists y((y \in x) \wedge \mathrm{PInd}(y))$	(PISet)
(4)	$(y_0 \in x) \wedge \mathrm{PInd}(y_0)$	$\exists$y-снятие (3)
(5)	$\mathrm{Set}^0(y_0)$	(Set_k1), равносильность Set_0 и Set^0
(6)	$\mathrm{Set}_1(x)$	(PISet), (2)
(7)	$(y_0 \in x) \wedge \mathrm{Set}^0(y_0) \wedge \mathrm{Set}_1(x)$	$\wedge$-введение (5), (6), (7)
(8)	$\mathrm{Moda}(y_0, x, 1)$	(k), (8)
(9)	$\mathrm{PModus}(y_0, 1.1) \equiv \mathrm{PInd}(y_0)$	теорема 1
(10)	$\mathrm{PModus}(y_0, 1.1)$	(4), (9)
(11)	$\mathrm{PModus}(y_0, 1.1) \wedge \mathrm{Moda}(y_0, x, 1)$	$\wedge$-введение (8), (10)
(12)	$\exists y(\mathrm{PModus}(y, 1.1) \wedge \mathrm{Moda}(y, x, 1))$	$\exists$y-введение (11).

Аналогично может быть доказана третья теорема для случая k = 1.

Теорема 3.1

$$\mathrm{PModus}(x, 1.2) \wedge \mathrm{PModus}(y, 1.1) \supset \urcorner\mathrm{Moda}(x, y, 1).$$

Доказательство

(1)	$\mathrm{PModus}(x, 1.2) \wedge \mathrm{PModus}(y, 1.1)$	посылка
(2)	$\mathrm{PISet}(x)$	теорема 1, (1)
(3)	$\mathrm{PInd}(x)$	теорема 1, (1)
(4)	$\urcorner(x \subseteq_z y)$	(2), (3)
(5)	$\urcorner(x \in y)$	(2), (3)
(6)	$\urcorner\mathrm{Moda}(x, y, k)$	(4), (5), (k)

Теорема 4 теперь приобретает следующий вид:

Теорема 4

$$(H_1(x) \equiv \mathrm{PISet}(x)) \wedge (k > 1) \supset (H_k(x) \equiv \mathrm{PSet}_k(x)).$$

Отличие от соответствующей теоремы предыдущего параграфа состоит лишь в том, что добавляются целые 1-го уровня, в качестве которых выступают непустые множества на ненулевых индивидах.

Возникающую здесь полионтологию я буду обозначать спецификатором $N_1(1, 2)$, подчеркивая символом $N_1 = \{1, 2, 3, 4...\}$ тот факт, что уровни целых начинаются в этом случае с k = 1.

Итак, может быть воспроизведена минимальная многоуровневая логика целого в $N_1(1, 2)$-Полионтологии и при задании множеств на индивидах. Различие, как видим, от рассмотренного выше случая $N_2(1, 2)$-Полионтологии будет затрагивать лишь самые нижние уровни индивидов и множеств на индивидах. Здесь индивиды будут представлять уровень 1-порядка (1.1-модусов), а множества на ненулевых индивидах или пустое множество — уровень 2-порядка (1.2-модусов). На более высоких уровнях иерархические определения логики целого остаются без изменений.

Далее рассмотрим следующую идею. Для каждого индивида x рассмотрим множества $\{x\}$, $\{\{x\}\}$, $\{\{\{x\}\}\}$... Введем здесь следующие обозначения — обозначим множество $\{...\{x\}...\}$, где с каждой стороны от x входит по n скобок, через $\{x\}^n$. Выражение $\{x\}^0$ отождествим с самим индивидом x. Множество $\{x\}^n$ я буду называть «индивидом степени n», используя для выделения таких множеств предикат Ind^n. Здесь получим следующее индуктивное определение такого предиката:

Ind1. Базис:

$$\mathrm{Ind}^0(x) \equiv \mathrm{Ind}(x).$$

Ind2. Индуктивное предположение:

$$\mathrm{Ind}^n(\{x\}) \equiv \mathrm{Ind}^{n-1}(x).$$

Ind3. Индуктивное замыкание:

никаких иных степенных индивидов нет.

Будем использовать также предикат ind («быть обобщенным индивидом»), где

$$\mathrm{ind}(x) \equiv \exists n \mathrm{Ind}^n(x).$$

Рассмотрим далее так называемые «рыхлые множества» (porous sets):

$$(\mathrm{Por})\ \mathrm{Por}(x) \equiv \mathrm{Set}(x) \wedge \forall y((y \in x) \equiv \mathrm{ind}(x)).$$

Из определения следует, что элементами рыхлых множеств являются только обобщенные индивиды. Например, множество $\{a, \{a, b\}\}$ не будет рыхлым, так как его элементом является множество $\{a, b\}$, не являющееся обобщенным индивидом. А вот множество $\{a, \{a\}, \{\{b\}\}\}$ является рыхлым, так все его элементы — обобщенные индивиды. Термин «рыхлый» связан с тем, что в таких множествах нет «склеек» на промежуточных уровнях, они склеены между собой только на самом высоком уровне самого множества, не более, делая его «рыхлым», не столь связанным.

Мы могли бы представить n-ки на индивидах вида $(a_1, a_2, ..., a_n)$ как рыхлые множества вида $\{\{a_1\}^{n-1}, \{a_2\}^{n-2}, ..., \{a_{n-1}\}, a_n\}$. В самом деле, в этом случае можно было бы доказать основное свойство n-к — свойство их покоординатного равенства:

$$(a_1, a_2, ..., a_n) = (b_1, b_2, ..., b_n) \equiv a_1=b_1 \wedge a_2=b_2 \wedge ... \wedge a_n=b_n.$$

При интерпретации их через указанные рыхлые множества будем исходить из того, что равенство между n-ками — это равенство между множествами, а равенство между элементами n-к — это рассмотренное выше равенство на индивидах.

Если исходить из допущения, что

$$\{x\}^n =_z \{y\}^m \equiv x = y \wedge m = n,$$

то нужное доказательство получается без проблем.

Таким образом, далее n-ку на индивидах вида $(a_1, a_2, ..., a_n)$ я буду понимать как рыхлое множество $\{\{a_1\}^{n-1}, \{a_2\}^{n-2}, ..., \{a_{n-1}\}, a_n\}$, называя последнее *линейным рыхлым множеством длины* n.

Наконец, рассмотрим следующую идею.

Я буду рассматривать ряд обобщенных индивидов растущей степени x, $\{x\}$, $\{x\}^2$... как ряд все более концентрированной *самости* индивида x. Это похоже на усиление темноты цвета точки на светлом фоне, когда точка (маленький кружок) становится все темнее, достигая в пределе максимальной черноты и контрастности с фоном. Нечто подобное, но в обобщенном смысле самости-индивидуальности индивида x, я буду предполагать для роста степеней n в форме $\{x\}^n$.

Если объект $\{x\}^n$, где $n > 0$, можно сравнить с принципом выделения избытка-на-недостатке, т. е. когда x выделяется по принципу точки — концентрации чего-то большего на фоне меньшего, то можно было бы здесь представить и более экзотические состояния — объект $x = \{x\}^0$, который теперь следует интерпретировать как некую *виртуальную самость*, практически сливающуюся с фоном, и, наконец, можно было бы выдвинуть гипотезу *отрицательной самости* как объекта вида $\{x\}^n$, где $n < 0$, например, $\{x\}^{-1}$, $\{x\}^{-2}$... — такие объекты выделяются в бытии по противоположному принципу меньшего-на-большем, и в этом смысле похожи на *дырки*, а не точки, т. е. области более разряженного бытия относительно некоторого онтологического фона. Мне вспоминается здесь введенное Дираком в квантовой электродинамике понимание античастиц как дырок — по-видимому, нечто подобное можно мыслить и для объектов вида $\{x\}^n$, где $n < 0$.

Итак, расширим множество обобщенных индивидов $\{x\}^n$ и на отрицательные степени. То же сделаем и в отношении к рыхлому множеству — допустим теперь, что рыхлые множества могут включать в себя и обобщенные индивиды отрицательной степени. В приведенных выше определениях нужно будет теперь допустить, что фигурирующая там степень n может принимать и отрицательные значения.

Например, индуктивное определение предиката Ind^n теперь приобретет следующий вид:

Ind1. Базис:

$$\mathrm{Ind}^0(x) \equiv \mathrm{Ind}(x).$$

Ind2. Индуктивное предположение:

$$\mathrm{Ind}^n(\{x\}) \equiv \mathrm{Ind}^{n-1}(x) \text{ при } n > 0 \text{ и } \mathrm{Ind}^n(\{x\}^{-1}) \equiv \mathrm{Ind}^{n+1}(x) \text{ при } n < 0.$$

Ind3. Индуктивное замыкание:

никаких иных степенных индивидов нет.

Определим операцию взятия n-й степени множества $\{...\}^n$ по правилу:

$$\{\{x\}^m\}^n = \{x\}^{m+n}.$$

Для обобщенного индивида $\{x\}^n$, как отмечалось выше, предполагаем, что он выделен из фона на степень n. Если $n > 0$, то $\{x\}^n$ сильнее фона на степень n («n-точка»). Если $n < 0$, то $\{x\}^n$ слабее фона на степень $|n|$ («$|n|$-дырка»). Если $n = 0$, то $\{x\}^n$ сливается с фоном («точка-дырка», «виртуальная точка»). Следовательно, сам по себе индивид x, который дан как $x = \{x\}^0$ есть некоторое виртуальное состояние, еще не выделенное из фона, и только взятие его как обобщенного индивида $\{x\}^n$, где $n > 0$, впервые выделяет его из фона, делает некоторой положительной самостью.

Если x — рыхлое множество, то для него возможны различные представления вида

$$x =_z \{\{y_\alpha\}^{n_\alpha - m}\}^m_\alpha.$$

Например, рыхлое множество $\{\{a\}^{-2}, \{b\}^{1}, \{c\}^{3}\} =_z \{\{a\}^{-2}, \{b\}^{1}, \{c\}^{3}\}^{1}$ можно представить следующими способами:

$$\{\{a\}^{-1}, \{b\}^{2}, \{c\}^{4}\}^{0}, \{\{a\}^{0}, \{b\}^{3}, \{c\}^{5}\}^{-1}, \{\{a\}^{1}, \{b\}^{4}, \{c\}^{6}\}^{-2}, \{\{a\}^{-3}, \{b\}^{0}, \{c\}^{2}\}^{2}$$

и так далее.

В связи со степенями множества могут быть введены и степенные теоретико-множественные операции, например объединение степени n:

$$\cup^{n}_{\alpha} \{x_\alpha\}^{n} =_z \{x_\alpha\}^{n}_{\alpha}.$$

Например, $\cup^{-1}_{\alpha} \{x_\alpha\}^{-1} =_z \{x_\alpha\}^{-1}_{\alpha}$, то есть допустим,

$$\{\{a\}^{0}\}^{-1} \cup^{-1} \{\{b\}^{3}\}^{-1} \cup^{-1} \{\{c\}^{5}\}^{-1} =_z \{\{a\}^{0}, \{b\}^{3}, \{c\}^{5}\}^{-1}.$$

На этой основе мы могли бы наконец ввести и предикат принадлежности степени n, используя следующее соглашение:

$$x \in^{n} y \equiv \exists t(y =_z \{x\}^{n} \cup^{n} t).$$

Например, исходя из приведенного выше примера, можно было бы записать, что

$$\{\{a\}^{0}\}^{-1} \in^{-1} \{\{a\}^{0}, \{b\}^{3}, \{c\}^{5}\}^{-1}.$$

На этой основе, по-видимому, можно было бы развить своеобразную версию теории множеств, но я пока из всех вышеприведенных новых понятий буду использовать только идею n-ки $a =_z (a_1, a_2, ..., a_n)$ как линейного рыхлого множества $\{\{a_1\}^{n-1}, \{a_2\}^{n-2}, ..., \{a_{n-1}\}, a_n\}$. Отсюда видно, например, что при такой интерпретации n-ки и введенном выше понимании обобщенных индивидов рыхлое множество $\{\{a_1\}^{n-1}, \{a_2\}^{n-2}, ..., \{a_{n-1}\}, a_n\}$ представляет собой множество обобщенных индивидов разных неотрицательных степеней, где первый элемент n-ки дан с наибольшей силой выделения, а все остальные — с уменьшающимися степенями выделенности на фоне, обратно их порядковому месту в n-ке. Мне кажется, что такая структура n-ки как раз выражает нашу систему восприятия и оценки упорядоченной последовательности из n объектов — мы сначала обращаем внимание на 1-й элемент, потом на 2-й и так далее, менее всего замечая последний элемент n-ки, или, можно выразиться и так, что мы более всего выделяем первый элемент, слабее — второй и так далее, как бы придавая каждому элементу n-ки столько самости и значимости, насколько он приближен к первому элементу в n-ке.

Множество $\{\{a_1\}^{n-1}, \{a_2\}^{n-2}, ..., \{a_{n-1}\}, a_n\}$ есть целое уровня n в $N_1(1, 2)$-Полионтологии, т. е. мы могли бы показать, что

$$H_n(a) — \text{n-ка a есть целое n-го уровня.}$$

Наконец, если рассматривать известное определение в теории множеств n-местного отношения R как непустого множества n-ок, то в $N_1(1, 2)$-Полионтологии можно будет показать, что

$H_{n+1}(R)$ — n-местное отношение R есть целое (n + 1)-го уровня

Эти утверждения могут быть использованы при рассмотрении, например, теоретико-множественной версии теории систем, развиваемой школой М. Месаровича.

Как известно, в подходе Месаровича понятие системы вводится как отношение, понимаемое в теоретико-множественном смысле. Например, в работе Месаровича и Такахары «Общая теория систем: математические основы»[1] мы находим следующее определение системы: «Отправной точкой всего нашего исследования служит понятие системы, определенное в теоретико-множественных терминах. На этом уровне система весьма просто и совершенно естественно определяется как отношение на языке теории множеств. Точнее говоря, мы предполагаем, что задано семейство множеств

$$\bar{V} = \{V_i : i \in I\},$$

где I — множество индексов, и определяем систему, заданную на $\bar{V}$, как некоторое собственное подмножество декартова произведения $\times \bar{V}$:

$$S \subset \times \{V_i : i \in I\}.$$

Все компоненты V_i, $i \in I$, декартова произведения $\times V_i$ мы называем объектами системы S. При этом нас будут в основном интересовать системы с двумя объектами — входным объектом X и выходным объектом Y:

$$S \subset X \times Y.$$

Система определяется в терминах ее наблюдаемых свойств или, точнее говоря, в терминах взаимосвязей между этими свойствами, а не тем, что они на самом деле собой представляют (т. е. не с помощью физических, биологических, социальных или других явлений). И это вполне согласуется с самой природой системных исследований, направленных на выяснение организации и взаимосвязи элементов системы, а не на изучение конкретных механизмов в рамках данной феноменологической реальности»[2].

Подобные соотношения вполне подтверждаются возможностью описанной выше логики целого на множествах.

---

[1] *Месарович М., Такахара Я.* Общая теория систем: математические основы. М.: Мир, 1978.

[2] Там же. С. 15—16.

Глава 3
Теория категорий

В этой главе я очень кратко коснусь проблем теории категорий, которая сегодня все более претендует на альтернативный подход в основаниях математики. В связи с этим очень важно показать связи категорных определений и структур Проективно Модальных Онтологий, некоторые примеры чего и будут приведены ниже.

§ 1. Определение категорий

Теория категорий — активно развивающееся направление, претендующее сегодня на альтернативыний подход к решению проблемы оснований математики, сравнительно с теоретико-множественным подходом. Основная идея состоит в том, чтобы в качестве базовых математических сущностей рассматривать не множества, но преобразования («стрелки») — разного рода функции, отображения или «морфизмы». «Одна из главных перспектив, открытых теорией категорий, состоит в том, что понятие стрелки, абстрагированное от понятия функции или отображения, можно использовать вместо теоретико-множественного отношения принадлежности в качестве основного строительного блока для проведения математических конструкций и выражения свойств математических объектов. Вместо того чтобы определять свойства совокупности через ее элементы, т. е. с помощью ее внутренней структуры, можно определять их, указывая внешние связи этой совокупности с другими совокупностями. Связи между совокупностями выражаются функциями, и аксиомы для категории выводятся из свойств функций относительно операции композиции» [1].

Основным объектом теории категорий, как легко понять, является категория.

В уже цитированной книге Р. Голдблатта «Топосы: Категорный анализ логики» мы находим следующее определение категории:

---

[1] *Голдблатт Р.* Топосы: Категорный анализ логики. М.: Мир, 1983. С. 13.

«*Аксиоматическое определение категории*. Категория *C* включает в себя

(1) совокупность предметов, называемых *C-объектами*;

(2) совокупность предметов, называемых *C-стрелками*;

(3) операции, ставящие в соответствие каждой *C*-стрелке f *C*-объект domf (начало стрелки f) и *C*-объект codf (конец стрелки f). Тот факт, что a = domf и b = codf, изображается так:

$$f\colon a \to b, \text{ или } a \to^{f} b;$$

(4) операцию, ставящую в соответствие каждой паре <g, f> *C*-стрелок с domg = codf *C*-стрелку gof, *композицию* f и g, с dom(gof) = domf и cod (g o f) = codg, т. е. gof: domf → codg, причем выполняется следующее условие.

Закон ассоциативности.

Пусть

$$a \to^{f} b \to^{g} c \to^{h} d \text{ —}$$

конфигурация *C*-объектов и *C*-стрелок. Тогда ho(gof) = (hog)of.

Закон ассоциативности утверждает, что диаграмма, изображенная на рис. 28,

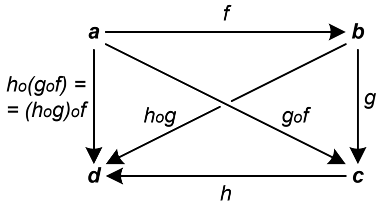

Рис. 28. Закон ассоциативности

всегда коммутативна;

(5) сопоставление каждому *C*-объекту b *C*-стрелки $\mathbf{1}_b$: b → b, называемой *единичной* или *тождественной* стрелкой, так что выполнен

Закон тождества.

Для любых *C*-стрелок f: a → b и g: b → c

$$\mathbf{1}_b o f = f \text{ и } g o \mathbf{1}_b = g,$$

т. е. коммутативна следующая диаграмма (см. рис. 29. — *В. М.*)»[1].

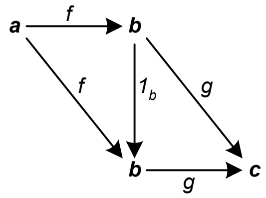

Рис. 29. Закон тождества

[1] Там же. С. 36—37.

В общем случае коммутативность диаграммы означает, что есть разные пути, ведущие к одному объекту.

Класс объектов в определении категории обычно не является множеством в смысле аксиоматической теории множеств. Категория, в которой объекты составляют множество, называется *малой*.

Примеры категорий:

Set — категория множеств. Объектами в этой категории являются множества, морфизмами — все функции между множествами.

Grp — категория групп. Объектами являются группы, морфизмами — отображения, сохраняющие групповую структуру (гомоморфизмы групп).

Vect — категория векторных пространств. Морфизмы — линейные преобразования.

Top — категория топологических пространств. Морфизмы — непрерывные функции.

Стоит заметить, что в записи $f: a \to b$ морфизм f действует на *элементы* a, а не на само a, поскольку a = domf — a есть область определения f, а не его аргумент. Когда a и b являются множествами элементов некоторых структур, то заданностью a и b предполагается задание и соответствующих структур (со своими операциями и предикатами), так что отображение $f: a \to b$ оказывается согласованным с этими структурами. Таким образом, хотя, строго говоря, морфизм f образует из a только новое подмножество в b, но одновременно он сохраняет соответствующую структуру, характерную для объектов данной категории (для групп, векторных пространств и т. д.).

§ 2. Категория ментальных многообразий

Ментальные многообразия, как уже отмечалось, — это модели Проективно Модальных Онтологий, т. е. это такие математические структуры, на которых интерпретируются формальные языки Проективно Модальных Онтологий.

На классе всех ментальных многообразий можно задать множество гомоморфизмов, т. е. однозначных отображений, сохраняющих проективно-модальные отношения. Более строго это можно выразить следующим образом:

Пусть $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ — два ментальных многообразия (выражаемые спецификаторами a и b соответственно), и $\varphi: \mathfrak{M}_1 \to \mathfrak{M}_2$ — гомоморфизм из $\mathfrak{M}_1$ в $\mathfrak{M}_1$, т. е. такое однозначное отображение, действующее на множество модусов, моделей и модулей, что верно следующее соотношение:

$$\forall a \forall b \forall c \forall d \forall f \forall h \exists a^* \exists b^* \exists c^* \exists d^* \exists f^* \exists h^* (\mathrm{Mod}(a, b, c, f, d, h, \alpha) \wedge \mathrm{Mod}(a^*, b^*, c^*, f^*, d^*, h^*, \beta) \wedge a^* =^{\beta 1} \varphi(a) \wedge b^* =^{\beta 2} \varphi(b) \wedge c^* =^{\beta 3} \varphi(c) \wedge d^* =^{\beta 5} \varphi(d)).$$

Здесь равенство $=^{\beta k}$ — это β-равенство k-объектов по всем остальным проективно-модальным объектам, где k = 1, ..., 6. Например, равенство $=^{\beta 3}$ — это равенство $=^{\beta 3}_{12456}$, т. е. равенство моделей по всем остальным проективно-модальным объектам.

Надо также заметить, что отображение φ, как и всякий гомоморфизм, действует только на элементы ментальных многообразий, т. е. на модусы, модели и модули (моды отдельно не выделяются, поскольку это те же модусы). Что касается проекторов и сюръекторов, то они могут быть рассмотрены как операции, заданные на элементах структуры. Поэтому выше отображение φ не определялось для проекторов и сюръекторов. Эти функторы как бы создаются не отображением φ, но обеспечиваются заданностью самой структуры ментальных многообразий на классах своих элементов.

Гомоморфизмы вида φ: $\mathfrak{M}_1 \to \mathfrak{M}_2$ можно называть *проективно-модальными гомоморфизмами*. Они сохраняют проективно-модальную структуру ментальных многообразий, хотя могут делать ее более бедной, сопоставляя нескольким разным в $\mathfrak{M}_1$ элементам один элемент в $\mathfrak{M}_2$.

В качестве *категории* ММ *ментальных многообразий* теперь можно рассмотреть категорию на всех ментальных многообразиях как своих объектах, с морфизмами как проективно-модальными гомоморфизмами. Это в самом деле категория, поскольку для гомоморфизмов определена ассоциативная композиция, а в качестве тождественной стрелки выступает единственное тождественное отображение ментального многообразия на себя.

§ 3. Категории как ментальные многообразия

Теперь мне хотелось бы представить еще одну важную возможность связи идей Проективно Модальных Онтологий и теории категорий.

Мы можем не только построить категорию ментальных многообразий на всех ментальных многообразиях, но и представить каждую категорию как случай специального ментального многообразия.

В самом деле, пусть дана некоторая категория C с классом объектов Ob_C и классом морфизмов Mor_C. Если дан морфизм f: a → b, то обозначим через s(a) и s(b) соответствующие структуры, имеющие в качестве классов своих элементов классы a и b соответственно. Далее расширим морфизмы f до отображений $f^*(s(a)) = s(b)$. Полагаем, что

$$f^*(s(a)) = s(b) \text{ если только если } f\colon a \to b.$$

Особенность стрелок f* в том, что они определены на целых струкурах s(a) как своих аргументах, в то время как функции f в общем случае могут быть определены только на классах *элементов* структур, т. е. в качестве их аргументов выступают отдельные элементы структур. Категорию с морфизмами f* обозначим через C^*. По построению она изоморфна категории C.

Категория C* может быть представлена как случай Проективно Модальной Онтологии с функциональным проектором $\downarrow_1^{\mathrm{func}}$, где

$$f^*\downarrow_1^{\mathrm{func}}(s(a)) = f^*(s(a)).$$

Нужно будет только пополнить множество моделей в этом случае модельными единицами для морфизмов f* и иметь в виду, что морфизмы-модусы f* и их моды f*(s(a)) являются объектами разных категориальных типов, так что нам вновь понадобятся конструкции Проективно Модальных Онтологий с переменными категориальными типами, чтобы единым образом выразить конструкцию модуса в этих Онтологиях.

При такой интерпретации категории выступают в качестве ментальных многообразий, в качестве модусов которых представлены стрелки и объекты категории (стрелки — *динамические модусы*, объекты — *статические модусы*), а моделями окажутся модельные единицы всех модусов и объекты категории. В качестве проекторов выступают функциональные проекторы аппликации $\downarrow_1^{func}$, обратными сюръекторами для которых окажутся лямбда-операторы $\lambda s(a)[f^*(s(a))] = f^*$. В этом случае модулями опять выступят либо модульные единицы всех модусов, либо объекты категории.

Возможность представления категорий как ментальных многообразий позволяет соединить категориальную интерпретацию теории категорий с категориальной системой категории многоединого. В то же время теория категорий оказывается одним из частных структурных выражений категории многоединого (в лице одного из видов ментальных многообразий), и аксиоматика Проективно Модальных Онтологий позволяет представить в качестве ментальных многообразий такие виды структур, которые в то же время не являются категориями, в то время как любая категория может быть представлена как ментальное многообразие, как это было описано выше. Хотя все ментальные многообразия образуют категорию ММ, но отдельные ментальные многообразия могут не быть категориями. С этой точки зрения, аксиоматика Проективно Модальных Онтологий кажется более универсальным языком структурного представления категории многоединого.

Глава 4
Онтология числа

§ 1. Проективно-модальная структура натуральных чисел

Что есть первое? Первое есть то, что ни от чего не зависит, но все прочее зависит от него. Только первое может появиться, когда еще нет ничего иного. Что есть второе? Это то, что зависит только от первого и больше ни от чего. Второе может появиться сразу после первого. Если 1 — первое, и 2 — второе, то здесь имеем: $1 = 1{\downarrow}1$ — первое равно своей моде самобытия. Для второго получим: $2 = 2{\downarrow}2 \oplus 2{\downarrow}1$ — второе равно сумме своей моды самобытия и моды инобытия относительно первого.

Для выражения этих идей рассмотрим некоторую $5{\downarrow}_{num}{\uparrow}_{num}$Num-Онтологию с предикатом $Mod(x, y, z, \downarrow_{num}, t, \uparrow_{num}, num)$ и следующей дополнительной нотацией и аксиоматикой.

Аксиомы Пеано:

(Num1) $Num(1)$ — аксиома единицы.

(Num2) $Num(x) \supset Num(x + 1)$ — аксиома последующего натурального числа.

(Num3) $Num(x) \wedge Num(y) \wedge (x + 1 =_{num} y + 1) \supset (x =_{num} y)$ — аксиома инъективности.

(Num4) $Num(x) \supset \rceil((x + 1) =_{num} 1)$ — аксиома линейности.

(Num5) $P(1) \wedge \forall x(Num(x) \wedge P(x) \supset P(x + 1)) \supset \forall x(Num(x) \supset P(x))$ — аксиома индукции (P — переменная по свойствам).

В этих аксиомах вводится предикат Num — «быть натуральным числом». Символ «+» обозначает некоторую двуместную операцию («сложение»).

Введем определения равенства и порядка на натуральных числах.

(D<) $$x <_{num} y \equiv Num(x) \wedge Num(y) \wedge \forall z(Mod^{23467}(x, z, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset \supset Mod^{23467}(y, z, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)) \wedge \exists t(Mod^{23467}(y, t, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge \wedge \rceil Mod^{23467}(x, t, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)))$$ —

определяется отношение порядка на натуральных числах.

(D=) $x =_{num} y \equiv Num(x) \wedge Num(y) \wedge \forall z(Mod^{23467}(x, z, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv$
$\equiv Mod^{23467}(y, z, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, Num))$ —

определяется равенство на натуральных числах.

Замечу, что равенство $=_{num}$ — это равенство $=^{num2}_{3}$, т. е. равенство num-модусов по num-моделям, и для слабого варианта этого равенства может быть принят в 7num-Онтологии закон экстенсиональности LE^{num2}_{3}:

$$(LE^{num2}_{3}) \quad x \approx^{num2}_{3} y \supset \forall F\{F(x) \equiv F(y)\},$$

откуда можно вывести

Теорема 1

$$x =_{num} y \supset \forall F\{F(x) \equiv F(y)\}.$$

И равенство и порядок определяются на основе отношения множеств num-моделей натуральных чисел. Именно множества моделей определяют область зависимости и, следовательно, порядок на натуральных числах, как это видно из нижеследующих аксиом.

Аксиомы координации предикатов Num и Mod:

(NM1) $Num(x) \supset Mod^{23467}(x, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$ — аксиома самозависимости.

(NM2) $\forall x(Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset x =_{num} 1)$ — аксиома модельной единственности для единицы.

(NM3) $\forall y(Mod^{23467}(x + 1, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv (y =_{num} x + 1) \vee Mod^{23467}(x, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num))$ — аксиома множества моделей последующего числа.

Аксиомы булевой алгебры на num-модусах:

AN^{num}. $\exists aNModa(a, num)$ — аксиома существования нулевой num-моды.

AS^{num}. $Moda(a, num) \wedge Moda(b, num) \wedge \urcorner(a\ \varepsilon^{num}\ b) \supset \exists x(b\ \varepsilon_1^{num}\ x \wedge$
$\wedge \forall y(x\ \varepsilon_1^{num}\ y \supset \urcorner(a\ \varepsilon^{num}\ y)))$ — аксиома num-отделимости.

Последние две аксиомы позволяют ввести булеву алгебру на num-модусах.

Определим нулевую num-моду.

($D01^{num}$) $Mod^{12467}(x, 0_{num}, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv NModa(x, num)$.

($D02^{num}$) $Mod^{12467}(0_{num}, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv Mod^{2467}(x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$.

Теорема 2

$$Mod^{12467}(1, 1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge \forall x(Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset x =_{num} 1).$$

Доказательство

(1) $Num(1)$	(Num1)
(2) $Num(x) \supset Mod^{23467}(x, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	(NM1)
(3) $Num(1) \supset Mod^{23467}(1, 1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	подстановка 1 на место x в (2)
(4) $Mod^{23467}(1, 1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	MP (1), (3)
(5) $\forall x(Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset x =_{num} 1)$	(NM2)

(6) $Mod^{23467}(1, 1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge$
$\wedge \forall x(Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset x =_{num} 1)$ $\wedge$-введение (4), (5)

Теорема 2 утверждает, что у единицы имеется только одна-единственная num-модель — это сама единица.

Будем через 2 сокращать 1 + 1, через 3 — (2 + 1) и т. д.

Теорема 3

$$Num(2)$$

Доказательство

(1) $Num(1)$	(Num1)
(2) $Num(x) \supset Num(x + 1)$	(Num2)
(3) $Num(1) \supset Num(1 + 1)$	подстановка 1 на место x в (2)
(4) $Num(1 + 1)$	MP (1), (3)

Введем двуместный предикат

(Dep) $Dep(x, y, num) \equiv Mod^{23467}(x, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$ — x num-зависит от y.

Тогда введенные выше аксиомы и определения для натуральных чисел можно переписать в следующем виде:

(D<) $$x <_{num} y \equiv Num(x) \wedge Num(y) \wedge \forall z(Dep(x, z, Num) \supset \supset Dep(y, z, Num)) \wedge \exists t(Dep(y, t, Num) \wedge \neg Dep(x, t, Num))).$$

(D=) $$x =_{num} y \equiv Num(x) \wedge Num(y) \wedge \forall z(Dep(x, z, Num) \equiv Dep(y, z, Num)).$$

(NM1) $$Num(x) \supset Dep(x, x, Num).$$
(NM2) $$\forall x(Dep(1, x, Num) \supset x =_{num} 1).$$
(NM3) $$\forall y(Dep(x+1, y, Num) \equiv (y =_{num} x+1) \vee Dep(x, y, Num)).$$

Такие формулировки как раз выражают отношения между натуральными числами на основе их областей зависимости. Единица имеет минимальную область зависимости, включающую только саму единицу. Двойка имеет последующую область зависимости, включающую единицу и двойку, и т. д. Именно поэтому единица является первой, двойка — второй, и т. д. Например, двойка сможет возникнуть лишь после того, как возникнет единица, иначе у двойки не сможет возникнуть мода $2\downarrow_{num}1$, без которой не возникнет и вся двойка как num-модус.

Лемма 1

$$Mod^{2467}(2\downarrow_{num}1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge Mod^{2467}(2\downarrow_{num}2, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num).$$

Теорема 4

$$2 =^{num} (2\downarrow_{num}2)\ E^{num}\ (2\downarrow_{num}1).$$

Доказательство (см. Приложение 14)

Можно заметить, что num-модусами являются не только натуральные числа 1, 2, 3..., но и, например, нулевая num-мода, num-моды натуральных чисел, отличные от самих чисел. Средствами num-Онтологии мы можем, в дополнение к обычной арифметике, определить и исследовать проективно-модальную структуру натуральных чисел.

Наконец, мы можем доказать теоремы, выражающие интуиции порядка зависимостей на натуральных числах.

$\forall x(Dep(1, x, num) \supset (x =_{num} 1))$ — единица num-зависит только от себя (это аксиома (NM2)).

Теорема 5

$$\forall x(Dep(2, x, num) \supset (x =_{num} 1 \vee x =_{num} 2)) \text{ —}$$

двойка num-зависит только от единицы или от себя.

В дополнении к 5num-Онтологии можно ввести 7Num-Онтологию, в рамках которой также можно воспроизвести булеву алгебру, и каждое натуральное число будет больше предшествующего числа на Num-атом:

(1Num) $At(1, Num).$

(2Num) $Num(x+1) \supset Mod^{127}(x, x+1, Num) \wedge \neg Mod^{127}(x+1, x, Num).$

(3Num) $Num(x+1) \supset \forall y \forall z(Mod^{127}(y, (x+1), Num) \wedge \neg Mod^{127}(y, x, Num) \wedge Mod^{127}(z, y, Num) \wedge PModa(y, Num) \wedge \wedge PModa(z, Num) \supset Mod^{127}(y, z, Num)).$

В частности, можно будет ввести модус N как Num-сумму всех натуральных чисел. Модус N будет выражать конкретно-общее понятие натурального числа.

Далее можно ввести 7Nat-Онтологию, в рамках которой все натуральные числа будут представлены как различные Nat-атомы:

(1NAt) $At(1, NAt).$

(2NAt) $At(x, NAt) \wedge Num(x) \supset At(x+1, NAt) \wedge \neg Mod^{127}(x, x+1, NAt).$

Наконец, можно использовать такую 7NMono-Онтологию, в которой все натуральные числа суть один NMono-атом:

(1NMono) $At(1, NMono).$

(2NMono) $Num(x) \wedge Num(y) \supset (x =^{NMono} y).$

Так природа натурального числа оказывается многоплановой, выражаясь в разных Проективно Модальных Онтологиях разными сторонами. В натуральных числах есть момент упорядочивающих зависимостей, как это отражено в num-Онтологии. Каждое натуральное число состоит из множества единиц-атомов, как это выражено в Num-Онтологии. Каждое натуральное число с некоторой точки зрения есть индивидуальная единица-атом, что выражается NAt-Онтологией. Наконец, в некотором предельном смысле все натуральные числа — нумерические размножения одной единицы-атома (монады), представленной средствами NMono-Онтологии.

§ 2. К системе рационального обеспечения минимальной бесконечности

В этом параграфе я хотел бы попытаться очертить систему смыслов, выражающих идею бесконечности, по крайней мере, в ее минимальном варианте.

Когда мы задумываемся об идее бесконечности, то самое простое, что приходит в голову — это натуральный ряд чисел. Мы думаем: «один, два, три и так далее», что символически выражается в виде записи 1, 2, 3..., т. е. многоточие передает пресловутое «и так далее». Но что это за «так далее» — вот в этом вся проблема. Мы представляем, по-видимому, некоторую цепочку объектов-единиц, следующих друг за другом и уходящих в какой-то смысловой туман этого самого «и так далее». То есть дан как бы какой-то начальный отрезок цепочки, например, 1, 2, 3, а за ним туман «и так далее» — многоточия. Можно было бы еще добавить, что мы всегда можем прыгнуть в этот туман, попытавшись прояснить, что именно там происходит. Но и там мы увидим примерно такую же картину — какой-то проявленный отрезок n, $n + 1$, $n + 2$ и опять новый туман с новым «и так далее». Примерно таким образом представляется первоначальная попытка выразить идею бесконечности натурального числа, и такое состояние выражения конечно же неудовлетворительно. Здесь еще смешаны идеи с образами, в то время как хотелось бы в максимальной степени дать в этом случае идейное выражение концепта «бесконечность». Итак, какова же та система идей, которая мыслится нами в случае минимальной бесконечности натуральных чисел?

Можно было бы сразу ответить — зачем мучиться? Возьмите аксиоматику Пеано и там все выражено в форме чистых идей. Не будет никакого тумана.

В самом деле, в аксиомах натуральных чисел Пеано кажется выраженным все, что нам нужно. Это, можно сказать, и есть аксиоматика минимальной бесконечности.

Приведем список этих аксиом.

Num1. $$\mathrm{Num}(1).$$

Num2. $$\mathrm{Num}(n) \supset \mathrm{Num}(S(n)).$$

Num3. $$\mathrm{Num}(n) \wedge \mathrm{Num}(m) \wedge (S(n) = S(m)) \supset n = m.$$

Num4. $$\mathrm{Num}(n) \supset \urcorner(S(n) = 1).$$

Num5. $$P(1) \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \supset \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n)).$$

Подобная система аксиом предполагает язык предикатов первого порядка с равенством =[1], где присутствуют константа 1, одноместный функциональный символ S и одноместный предикатный символ Num. n и m — индивидные переменные. Обычная интерпретация состоит в том, что 1 понимается как имя единицы, S — как имя функции «следующий за» и Num — как имя предиката «быть натуральным числом». Таким образом, первая аксиома утверждает, что

[1] В частности, принимаются аксиомы равенства — свойства эквивалентности и подстановка.

единица — натуральное число. Вторая аксиома обеспечивает перенос свойства «быть натуральным числом» на следующий элемент за уже построенным натуральным числом. Третья аксиома обеспечивает инъективность отображения S, т. е. разным аргументам функция S сопоставляет разные образы [1]. В четвертой аксиоме запрещаются стартовые циклы — возвраты какого-то образа функции S к начальному элементу. Наконец, пятая аксиома, аксиома индукции, позволяет переносить свойства P на все натуральные числа (точнее, это схема аксиом, где P является переменной метаязыка по одноместным предикатам объектного языка).

Можем ли мы в этом случае быть уверенными, что, в согласии с аксиомами Пеано, будет возникать бесконечная линейная цепочка натуральных чисел? Да, это в самом деле так. Например, используя схему индукции, можно доказать теорему смежного неравенства:

Теорема смежного неравенства

$$\forall n(\mathrm{Num}(n) \supset \rceil(n = S(n))).$$

Сначала мы докажем эту теорему для $n = 1$, используя аксиому Num4, а затем, оперируя индуктивным предположением $\rceil(n = S(n))$, отсюда, согласно Num3*, сможем вывести $\rceil(S(n) = SS(n))$, что обеспечивает индуктивное предположение теоремы.

Таким образом, согласно теореме смежного неравенства, следующий элемент всегда отличен от предыдущего, а четвертая аксиома нам гарантирует, что цепочка никогда не вернется к первому элементу. Кроме того, аксиома Num3 налагает запрет на образование нестартовых циклов, когда могли бы быть возвраты к непервому элементу — в этом случае для двух разных чисел окажутся равными следующие за ними числа, что противоречит Num3*. Так может быть гарантирована бесконечная линейная структура натуральных чисел как структура минимальной бесконечности [2].

Вот, казалось бы, задача и решена — аксиоматика Пеано обеспечивает нам прояснение того тумана, который первоначально застилал нам глаза в понимании идеи минимальной бесконечности натуральных чисел. Туман рассеялся, разум проснулся, чудовища разлетелись!

Но я хотел бы поставить вопрос более глубоко, предположив следующее. Да, аксиоматика Пеано разъясняет вопрос на том уровне дифференцированности системы смыслов, который общепринят в современной математике. Что же касается более глубокого категориального анализа той же самой системы смыслов, то здесь может оставаться еще множество разного рода проблем. Одна из важнейших проблем этого рода — проблема переменной по натуральным числам и ее использования в аксиоматике Пеано. Что такое переменная n и как она

---

[1] Точнее говоря, это равносильное аксиоме Num3 утверждение вида:

Num3*. $\mathrm{Num}(n) \wedge \mathrm{Num}(m) \wedge \rceil(n = m) \supset \rceil(S(n) = S(m))$.

[2] В смысле мощности счетной бесконечности как минимального бесконечного кардинала.

работает в этой аксиоматике — все эти и подобные им вопросы оказываются не до конца разъясненными в рамках математического формализма, но осваиваются математиками невербально, в живом опыте передачи математических знаний (используя терминологию Куна, это знание можно было бы отнести к *неявной метафизике* существующей математической парадигмы).

В доказательство существующих здесь проблем я приведу один, но достаточно показательный пример.

Например, когда я в своем опыте преподавания математики и логики должен был объяснять идею индуктивных определений или теорем, то, как правило, у студентов возникали трудности понимания индуктивного предположения при первом столкновении с этой темой. Например, в аксиоматике Пеано имеем индуктивное предположение в виде формулы

$$\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)).$$

Полагая, что уже доказана формула $\mathrm{Num}(n)$, получим это предположение в виде

$$P(n) \supset P(S(n)).$$

В этом случае студент может не вполне понимать, что перед ним в формуле дан некоторый сгусток бесконечности в виде возможности обращения этой формулы на свои результаты. Коль скоро $S(n)$ — это опять натуральное число, для которого выполнено свойство P, то оно вновь подпадает под действие индуктивного предположения по той же самой схеме, так что еще раз доказывать предположение не надо — достаточно это сделать лишь один раз.

Такого рода трудность как раз связана с определенной тонкостью в понимании переменной n. С одной стороны, в рамках одного контекста, переменная n оказывается отличной от $S(n)$ — это контекст проведения одного цикла индуктивного предположения (*внутрицикловой контекст*). С другой стороны, если мы переходим от одного такого цикла к другому, то мы можем обозначить $S(n)$ через n, вновь обходясь той же формулой $P(n) \supset P(S(n))$ индуктивного предположения. Именно такого рода возможность переобозначить $S(n)$ через n позволяет нам обойтись всего лишь одной формулой $P(n) \supset P(S(n))$, а не писать здесь бесконечно много формул вида:

$$\begin{aligned}&P(n) \supset P(S(n)),\\ &P(S(n)) \supset P(SS(n)),\\ &P(SS(n)) \supset P(SSS(n)) \text{ и т. д.}\end{aligned}$$

Следовательно, очень важную роль в *финитном* представлении бесконечности играет еще один контекст определения переменной n, контекст *перехода* от одного цикла индуктивного предположения к другому (*межцикловой контекст*), в рамках которого происходит отождествление $S(n)$ и n. Только благодаря такому отождествлению удается захлопнуть выражение бесконечности в один повторяющийся цикл и дать финитное представление идеи бесконечности.

В математическом образовании обычно явным образом указывается лишь внутрицикловой контекст определения переменной n (именно он выражен в формулировке индуктивного предположения), подчеркивающий различие n и S(n) (вспомним о Теореме смежного неравенства), в то время как для полного уяснения работы индуктивного предположения важно понимание обоих контекстов — вот почему у вновь сталкивающихся с этой проблемой студентов могут возникать определенные трудности.

Но педагогическая трудность — это лишь симптом более глубокой концептуальной проблемы в этой области. И связана она как раз с понятием переменной и ее работой в аксиоме индукции.

Попробуем теперь выразить более формально описанные выше контекстуальные использования переменной в индуктивном предположении.

Особенный интерес представляет здесь формализация межциклового контекста, поскольку внутрицикловой контекст по сути уже выражен в аксиоматике Пеано.

Как уже отмечалось, при переходе от одного цикла к другому происходит отождествление переменной n с ее результатом S(n) из предыдущего цикла индуктивного предположения. Формально выражаясь, здесь должно выполняться соотношение $n = S(n)$. Но если мы в таком виде примем формулу, добавив ее к аксиоматике Пеано, то возникнет противоречие с Теоремой смежного неравенства. В связи с этим здесь необходимо какое-то не столь простое решение.

Дело мне представляется таким образом, что в рамках каждого контекста фигурирует не вообще переменная n (далее я буду называть ее *глобальной переменной*), но некоторое ее контекстное сужение, которое также остается переменной, но в рамках только внутрициклового контекста одного цикла. Обозначим эту контекстную переменную одного цикла через символ n↓. Тогда, точнее говоря, аксиома индукции должна быть записана не вообще для переменной n, но для ее контекстного сужения n↓ (эту переменную я далее буду называть *внутрицикловой переменной* или *локальной переменной*). Аксиома индукции приобретет следующий вид:

$$\text{Num5*}.\qquad P(1) \wedge \forall n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge P(n{\downarrow}) \supset P(S(n{\downarrow}))) \supset \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n)).$$

Здесь внутрицикловая переменная n↓ фигурирует только в рамках одного цикла индуктивного предположения $\forall n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge P(n{\downarrow}) \supset P(S(n{\downarrow})))$ [1], в то время как заключение индукции $\forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n))$, охватывающее все циклы, продолжает формулироваться в терминах глобальной переменной n.

В отношении к переменной n внутрицикловая переменная n↓ дана так же, как переменная в отношении к параметру (т. е. как более локальная переменная в отношении к более глобальной). Переменная n↓ выполняет функции переменной только в контексте одного цикла $P(n{\downarrow}) \supset P(S(n{\downarrow}))$, в то время как пе-

[1] Квантор всеобщности, как и для глобальной переменной, имеет здесь отношение к частным значениям локальной переменной, а не к разным локальным переменным.

ременная n действует для всех циклов. Далее такое отношение я буду связывать с проективно-модальным отношением, полагая, что переменная $n\downarrow$ является нетождественной модой переменной n в рамках некоторой a-Онтологии, то есть верно Mod[127]($n\downarrow$, n, a).

Когда же происходит переход к новому циклу, то здесь возникает новая внутрицикловая переменная $n\downarrow^*$, определяющаяся как *следующая* за переменной $n\downarrow$ соотношением $n\downarrow^* = S(n\downarrow)$. Таким образом, противоречивое соотношение $n = S(n)$ мы заменяем непротиворечивым $n\downarrow^* = S(n\downarrow)$, используя понятие внутрицикловых переменных.

В целом ситуация начинает теперь выглядеть следующим образом.

В рамках некоторого цикла индуктивного предположения глобальная переменная n сужается до своей α-моды внутрицикловой переменной $n\downarrow$, которая участвует в работе этого цикла. Затем разворачивается переход к новому циклу, и в течение этого перехода как некоторого самостоятельного периода функционирования индуктивного определения происходит возникновение нового сужения глобальной переменной $n\downarrow^*$, которое определяется в отношении следующего, $n\downarrow^* = S(n\downarrow)$, к предыдущей внутрицикловой переменной $n\downarrow$. Переход от одной локальной переменной $n\downarrow$ к следующей $n\downarrow^*$ можно представить как переход от одной моды к другой через общий им модус глобальной переменной n, т. е. как действие некоторого интегродифференциала в α-Онтологии. Так происходит сужение и расширение в двух смежных циклах и переходе между ними в индуктивном предположении. Глобальная переменная сужается до своей внутрицикловой переменной, а последняя расширяется до первой, чтобы перейти в следующую моду глобальной переменной. Для типичного описания этого процесса достаточно описания *двух циклов* и *одного перехода* между циклами. Хотелось бы подчеркнуть, что здесь не рассматривается бесконечно много циклов подобного рода, но только два цикла и один переход, в том числе только две локальные переменные $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$. Более двух циклов может рассматриваться для самих натуральных чисел (при подстановке констант на места вхождения n в $P(n) \supset P(S(n))$ или $n\downarrow$ в $P(n\downarrow) \supset P(S(n\downarrow))$), но опять-таки это вновь может быть только конечное число циклов. Иными словами, пока у нас везде *финитные* структуры выражения идеи бесконечности.

Но вот здесь-то и возникает отличие от аксиоматики Пеано, где предполагается типичное описание только *одного цикла*.

Следовательно, мы должны дополнить аксиоматику минимальной бесконечности тем типичным преобразованием, которое совершается 1) при переходе от одного цикла индуктивного предположения к другому и 2) в новом цикле. Такое преобразование затронет только представление пятой аксиомы — аксиомы индукции. Ее более полную формулировку теперь можно представить следующим образом:

Num5**.
$$[P(1) \wedge \forall n\downarrow(\mathrm{Num}(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset P(S(n\downarrow))) \wedge$$
$$\forall n\downarrow^*\forall n\downarrow(\mathrm{Num}(n\downarrow) \wedge \mathrm{Num}(n\downarrow^*) \supset (n\downarrow^* = S(n\downarrow))) \wedge$$
$$\wedge\ \forall n\downarrow^*(\mathrm{Num}(n\downarrow^*) \wedge P(n\downarrow^*) \text{ Й } P(S(n\downarrow^*)))] \supset \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n)) \text{ —}$$

к уточненной внутрицикловыми переменными формулировке Num5* добавлено соотношение $\forall n{\downarrow}^*$»$n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge \mathrm{Num}(n{\downarrow}^*) \supset (n{\downarrow}^* = S(n{\downarrow})))$ между внутрицикловыми переменными $n{\downarrow}^*$ и $n{\downarrow}$ смежных циклов, что и представляет собой явное выражение того, что именно происходит при переходе от одного цикла индуктивного предположения к другому, а также добавлено описание следующего цикла $\forall n{\downarrow}^*(\mathrm{Num}(n{\downarrow}^*) \wedge P(n{\downarrow}^*) \supset P(S(n{\downarrow}^*)))$ индуктивного предположения.

В этом случае мы пытаемся передать не только то, что выражается переменной относительно частных значений (я буду называть его *операциональным моментом* определения переменной), но и тот момент взаимной структурированности, который связывает между собой глобальные и локальные переменные (его можно назвать *структурным моментом* определения переменных). Хотя с точки зрения подстановки частных значений (констант) структурный момент может выступать как тавтологичный (избыточный), но он имеет самостоятельное значение в показе более иерерахически высокой структуризации глобальных и локальных переменных, надстоящей над уровнем частных значений переменных. Поскольку в современной математике аксиоматика явно не выражает отношение глобальных и локальных переменных, то указанный структурный момент в ней отсутствует.

Имея в виду эту более дифференцированную формулировку аксиомы индукции, нам нужно теперь сделать нечто большее, чем это прописано в аксиоматике Пеано. Нам необходимо, кроме доказательства индуктивного предположения одного цикла $\forall n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge P(n{\downarrow}) \supset P(S(n{\downarrow})))$,

1) доказать условие соотношения между смежными внутрицикловыми переменными $\forall n{\downarrow}^*\forall n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge \mathrm{Num}(n{\downarrow}^*) \supset (n{\downarrow}^* = S(n{\downarrow})))$,

2) доказать индуктивное предположение для следующего цикла $\forall n{\downarrow}^*(\mathrm{Num}(n{\downarrow}^*) \wedge P(n{\downarrow}^*) \supset P(S(n{\downarrow}^*)))$.

Задача доказательств индуктивных предположений смежных циклов не представляет собой нечто операционально новое относительно доказательства классического индуктивного предположения и может быть решена подстановкой $n{\downarrow}$ и $n{\downarrow}^*$ на место n (см. ниже Теорему классической индукции).

Что же касается первой задачи, то ее невозможно решить иначе, кроме как постулировав в качестве дополнительной аксиомы.

Следовательно, к аксиомам Пеано (при переформулировке Num5 в Num5**) мы должны добавить шестую аксиому:

Num6. $$\forall n{\downarrow}^*\forall n{\downarrow}(\mathrm{Num}(n{\downarrow}) \wedge \mathrm{Num}(n{\downarrow}^*) \supset (n{\downarrow}^* = S(n{\downarrow}))).$$

Теперь дано более полное описание аксиоматики минимальной бесконечности. Это аксиомы Num1—4, Num5**, Num6. Такую систему аксиом я буду далее называть *системой аксиом минимальной бесконечности*.

Под *Теорией минимальной бесконечности* теперь можно понимать теорию с указанной системой аксиом, дополненную аксиоматикой подходящей Проективно Модальной Онтологии, где, в частности, внутрицикловые переменные $n{\downarrow}$

и $n\downarrow^*$ будут представлены как моды глобальной переменной n, то есть верно $Mod^{127}(n\downarrow, n, a)$ и $Mod^{127}(n\downarrow^*, n, a)$ для некоторого спецификатора α[1]. Также и все константы натуральных чисел будут в этом случае являться α-модами как локальных, так и глобальной переменной. Например, $Mod^{127}(1, n\downarrow, \alpha)$, $Mod^{127}(S(1), n\downarrow^*, \alpha)$, $Mod^{127}(SS(1), n, \alpha)$.

Используя аксиомы Num5** и Num6, мы можем доказать классическую аксиому индукции в качестве теоремы.

Теорема классической индукции

$$P(1) \wedge \forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \supset \forall n(Num(n) \supset P(n)).$$

Доказательство (см. Приложение 15)

Приведенное доказательство можно прокомментировать следующим образом. Из классического индуктивного предположения $\forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset \supset P(S(n)))$ подстановкой на место терма n термов $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$ и последующим введением квантора $\forall$ по локальным переменным $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$ получаем описание индуктивного предположения смежных циклов, а затем используем аксиому Num6, чтобы получить индуктивное заключение $\forall n(Num(n) \supset P(n))$ из аксиомы Num5**.

Таким образом, мы имеем и возможность более дифференцированного описания того, что происходит в выражении идеи минимальной бесконечности (в первую очередь это относится к выражению структурного момента определения переменных), и ресурсы столь же простой системы индуктивного доказательства, что и в классическом случае.

Следует, конечно, иметь в виду, что введение внутрицикловых переменных может привести к ряду особенностей правил логического вывода. Здесь пока можно придерживаться того правила, что внутрицикловые переменные в отношении к глобальным переменным ведут себя так же, как константы, а в отношении к константам и в рамках контекста своего цикла — как глобальные переменные. В частности, возможно введение квантора всеобщности по локальной переменной при предварительном его снятии с глобальной переменной (строчки (5) и (7) в доказательстве Теоремы классической индукции) и при снятии предпосылок с локальными переменными, если только вся выводимость ограничивалась контекстом соответствующего цикла (например, в выводимости не используются формулы, объединяющие в структуре одного цикла локальные переменные разных циклов $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$).

И все же проведенное дополнение аксиоматики минимальной бесконечности не кажется еще окончательным. Дело в том, что, как было сказано выше, важную роль в мышлении идеи бесконечности играет момент отождествления $n = S(n)$, осуществляемого между циклами и позволяющего вообще обойтись только глобальной переменной, *одним циклом* и *одним переходом* в структуре индуктивного предположения. При использовании локальных переменных

[1] Здесь могло бы быть использовано, например, подходящее расширение 3func-Онтологии.

у нас хотя и дан один переход, но *два цикла*. Как уже было замечено выше, допустить один цикл и один переход можно только в рамках противоречивого представления Теории минимальной бесконечности. Ниже я хотел бы сделать ряд замечаний по этому поводу, предполагая, что не стоит вполне изгонять из теории бесконечности идею противоречия, поскольку эти две идеи (бесконечности и противоречия) оказываются тесно связанными между собой.

Чтобы выразить связь Теории минимальной бесконечности с идеей противоречия, сделаем вот какое преобразование.

Возьмем аксиому Num5** и заменим все вхождения переменных в ней глобальной переменной n.

Получим формулу:

Num5Δ. $$[P(1) \wedge \forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \wedge \forall n \forall n(Num(n) \wedge \wedge Num(n) \supset (n = S(n))) \wedge \forall n(Num(n) \wedge \wedge P(n) \supset P(S(n)))] \supset \forall n(Num(n) \supset P(n)),$$

которую можно упростить до равносильной формулы:

Num5Δ*. $$[P(1) \wedge \forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \wedge \forall n(Num(n) \supset \supset (n = S(n)))] \supset \forall n(Num(n) \supset P(n)).$$

Принятие этой формулы или даже ее подформулы $\forall n(Num(n) \supset (n = S(n)))$ (вместе с аксиомами Num1-5), описывающей переход между циклами, сделает теорию противоречивой, так как формула $\forall n(Num(n) \supset (n = S(n)))$ окажется несовместимой с Теоремой смежного неравенства, выводимой из аксиом Num1—5.

Формулу $\forall n(Num(n) \supset (n = S(n)))$ я буду далее обозначать символом Num7.

В то же время аксиоматика Num1—5 вместе с формулой Num7 (или формулами Num5Δ, 5Δ*) могла бы выражать идею своего рода «наивного подхода» в теории минимальной бесконечности, когда не различаются глобальные и внутрицикловые переменные (так что противоречивую теорию с указанной аксиоматикой можно было бы называть *Наивной теорией минимальной бесконечности*). До некоторой степени эта ситуация напоминала бы противоречивость наивного подхода в теории множеств, в частности парадокс Рассела. В самом деле, если не различать глобальные и внутрицикловые (локальные) переменные, то переход от внутрицикловой переменной n↓ к следующей и отличной от нее переменной n↓* оказался бы переходом от n к n, где переменная n должна была бы не только совпадать с собой, но и отличаться от себя. Но всякое противоречие исчезло бы, как только мы стали бы различать локальные переменные n↓ и n↓* или константы натуральных чисел, на которые, кстати, также можно посмотреть как на своего рода предельно локальные переменные. То же с множеством Рассела. Оно одновременно равно себе и в то же время должно отличаться от себя. Но стоит нам ввести ранговые множества Рассела (которые можно поставить в биективное отношение с натуральными числами), и противоречие исчезнет[1]. Таким образом, идея минимальной бесконечности уже содержит

[1] См.: *Моисеев В. И.* Логика всеединства. С. 262—276, 329—335.

в себе некоторый прототип противоречия, разрешение которого порождает потенциально бесконечную цепь элементов и локальные переменные. В связи с этим я бы не спешил выбрасывать формулу Num5D* (или Num5D, или Num7) из теории минимальной бесконечности, но предложил бы использовать ее следующим образом.

Представим аксиому Num5** как результат сложной подстановки в формулу Num5Δ по следующему правилу.

Для формулы

$$[P(1) \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \wedge \forall n \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge \mathrm{Num}(n) \supset \\ \supset (n = S(n))) \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)))] \supset \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n))$$

- в качестве выражения $\forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)))F_n[n\downarrow]$ будем понимать формулу, где все вхождения переменной n заменены переменной $n\downarrow$, т. е. формулу $\forall n\downarrow(\mathrm{Num}(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset P(S(n\downarrow)))$;
- в качестве выражения $\forall n \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge \mathrm{Num}(n) \supset (n = S(n)))F_{n,\,n}[n\downarrow^*, n\downarrow]$ будем рассматривать формулу $\forall n\downarrow^* \forall n\downarrow(\mathrm{Num}(n\downarrow) \wedge \mathrm{Num}(n\downarrow^*) \supset \supset (n\downarrow^* = S(n\downarrow)))$.

В итоге аксиому Num5** мы сможем представить как результат следующих преобразований над формулой Num5Δ.

Аксиома Num5** есть выражение

$$[P(1) \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)))F_n[n\downarrow] \wedge \forall n \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge \\ \wedge \mathrm{Num}(n) \supset (n = S(n)))\ F_{n,\,n}[n\downarrow^*, n\downarrow] \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \wedge P(n) \supset \\ \supset P(S(n)))F_n[n\downarrow^*]] \supset \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset P(n)),$$

т. е. результат описанной выше сложной подстановки в формулу Num5.

Таким образом, можно предположить, что за аксиомой Num5** стоит несовместимая с другими аксиомами формула Num5Δ, которая, однако, «приручается» в Теории минимальной бесконечности проведением описанной сложной подстановки (аналогично можно утверждать, что за непротиворечивой Теорией минимальной бесконечности стоит согласованная с нею через указанную сложную подстановку противоречивая Наивная теория минимальной бесконечности).

Так можно было бы выразить участие в определении идеи бесконечности и некоторой протопротиворечивой структуры, оттенок которой всегда чувствуется в идее бесконечности.

В итоге мы получаем более дифференцированную и приближенную к философско-категориальному представлению Теорию минимальной бесконечности. Теперь можно сказать, что когда мы мыслим минимальную бесконечность как ряд натуральных чисел, работает описанная выше аксиоматика, выражающая пульсации глобальных и локальных переменных и фоновую антиномическую конструкцию, разрешающую себя конечными начальными отрезками натуральных чисел и цикловой динамикой глобальной и локальных переменных.

Здесь можно выделить следующие подсмыслы общей системы смыслов идеи минимальной бесконечности («снизу вверх»):

1) начальные конечные отрезки натуральных чисел, которые всегда можно надстраивать все дальше и дальше, но в то же время они всегда будут конечны, например, отрезки:

1
1, 2
1, 2, 3
1, 2, 3, 4;

2) система смыслового обеспечения многоточия «...» или «и так далее» в построении натурального ряда. Здесь, в свою очередь, можно выделить два уровня:

2.1) *двуцикловой уровень* (два цикла индуктивного предположения и один переход между ними) — выражен непротиворечивой Теорией минимальной бесконечности с аксиомами Num1-4, Num5**, Num6 и проективно-модальными аксиомами некоторой α-Онтологии. Главная специфика этой теории связана с понятием двух локальных (внутрицикловых) переменных $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$ как нетождественных α-мод глобальной переменной n по натуральным числам;

2.2) *одноцикловой уровень* (один цикл и один переход) — представлен противоречивой Наивной теорией минимальной бесконечности с аксиомами Num1-5, Num7. Здесь дана только глобальная переменная n, и в переходе между циклами происходит отождествление $n = S(n)$, что позволяет отождествить следующий цикл с предыдущим, обходясь одним циклом индуктивного предположения.

Как было уже отмечено, Наивная теория связана с Теорией минимальной бесконечности процедурой описанной выше сложной подстановки, соединяющей теорему Num5D Наивной теории с аксиомой Num5** Теории минимальной бесконечности. В результате противоречие преодолевается дифференциацией ряда вхождений глобальной переменной как разных локальных переменных.

Теперь можно сказать, что когда мы мыслим идею минимальной бесконечности, мы держим в своем сознании-бессознательном все три описанные уровня, координируя их между собою[1]. Мы всегда мыслим некоторый начальный отрезок натуральных чисел, дополняем его смыслом «и так далее» в виде вращений цикла индуктивного предположения как на отдельных натуральных числах, так и на переменных — локальных и глобальной, на уровне двух и одного циклов. Например, мы начинаем мыслить цикл с глобальной переменной n, затем прокручиваем его для двух локальных переменных $n\downarrow$ и $n\downarrow^*$, переходя от одной из них к другой между циклами, а затем вновь движемся на уровень

[1] В связи с чем, кстати говоря, должна существовать четвертая инстанция сознания, способная (раз)отождествлять себя с описанными уровнями и их суперпозициями, меняя формы и степени этого (раз)отождествления. Это похоже на идею *текущего эго* в квантово-экранной теории сознания (см.: *Моисеев В. И.* Логика Добра. С. 351—367). Такая инстанция должна быть, по-видимому, связана с переменной более высокого порядка (*транспеременной*), которая способна будет принимать в качестве своих частных значений разные суперпозиции описанных переменных (локальных и глобальной) и констант.

глобальной переменной, отождествляя через Num7 следующую и предыдущую локальные переменные и захлопывая оба цикла локальных переменных вновь в один цикл с глобальной переменной. Замечу, что в любом случае мы остаемся в рамках финитных структур, но вот такое многоуровневое их взаимодействие, такие смысловые скольжения от одних структур к другим, включающие в себя конструкции переменных и способность постоянного пополнения конечных отрезков элементов, и образует для нас, по-видимому, идею минимальной бесконечности.

В конце я хотел бы заметить, что описанный динамический и текуче-многоуровневый смысл идеи бесконечности возможен во многом благодаря природе глобальной переменной n[1], которая может как сужаться до своих α-мод — локальных переменных и констант, так и возникать-восполняться из них. Переменная выступает в этом случае *видом единого*, скользящего по своим аспектам-ограничениям и вновь поднимающегося к себе. Средствами α-Онтологии такая природа переменной выражается как иерархически не минимальный а-модус, способный сужаться до множества своих нетождественных мод в разного рода ограничивающих α-моделях.

§ 3. Логика развития рационального числа

Обратимся вначале к изложению основных фактов развития идеи положительного рационального числа в древнеегипетской математике, как они представлены в книге Б. Л. ван дер Вардена[2].

Древние египтяне использовали непозиционную систему счисления, применяя различные символы для чисел, например | — один, $\cap$ — десять, и т. д., группируя эти символы вместе для изображения какого-либо числа. Например, ||| — это три, |||| $\cap$ — четырнадцать, || $\cap\cap$ — двадцать два (читать надо справа налево), и т. д. В этом случае сложение чисел есть просто группировка всех символов из двух суммируемых чисел и замена соответствующего числа символов более низкого порядка на символ более высокого порядка, например сложить ||||| (пять) и ||||||| (семь) — это значит получить |||||||||||| (двенадцать), но так как |||||||||| (десять) — это $\cap$, то |||||||||||| заменяется на || $\cap$. Ряд натуральных чисел не был бесконечным, как у нас. Существовало наибольшее число M. Например, во времена Древнего царства (3000—2000 до н. э.) это было число 100 000. В связи со всеми этими особенностями я буду говорить о феномене *египетского числа* («е-числа») как особой стадии развития рациональных чисел. Далее я буду использовать привычные для нас обозначения натуральных чисел, предполагая эти обозначения как *сокращения* для египетской записи натурального числа.

---

[1] Или благодаря природе отмеченной выше транспеременной (см. предыдущее примечание).

[2] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Пер. с голланд. И. Н. Веселовского. М.: Физматгиз, 1959.

Совершенно своеобразным является *умножение* двух натуральных чисел у египтян. Например, чтобы умножить 11 на 12, т. е. найти $11 \cdot 12$, древние египтяне составляли таблицу для числа 11 такого вида — см. табл.9.

Таблица 9

1	11
2	22
\4	44
\8	88

Левый столбец (у египтян — правый) этой таблицы образует последовательные удвоения, начиная с единицы. Правый столбец (у египтян — левый) — это последовательные удвоения, начиная с умножаемого числа, т. е. с 11. Далее в левом столбце отмечаются те числа, которые в сумме дают множитель, т. е. 12. Это 4 и 8 (они выделяются черточкой). Теперь, чтобы найти результат умножения, складывают те числа в правом столбце, которые стоят напротив выделенных чисел левого столбца, — это 44 и 88. Так получают 132. Таким образом, умножение сводится к удвоению и сложению. Но удвоение не обязательно. Для достижения более быстрого счета могут применять удесятерение или упятерение, например при умножении $16 \cdot 16$ (№ 6 Кахунского папируса[1]) (см. табл. 10).

Таблица 10

\1	16
\10	160
\5	80

Б. Л. ван дер Варден пишет: «Этот египетский способ умножения является основой всей техники счета. Он должен быть очень древним, однако в этой форме он удержался до эллинистической эпохи и в греческих школах назывался “египетским счетом”»[2]. Я буду называть описанный способ умножения «египетским умножением» (сокращенно: «е-умножение»). Общая форма е-умножения может быть представлена в следующем виде. Если требуется египетски умножить число a на число b (обозначим это в виде «$a \cdot_e b$»), то для числа a составляется таблица (см. табл. 11).

Здесь через $c_i(a)$, $i = 1, 2, ..., N$, обозначено е-умножение $c_i \cdot_e a$, нахождение результата которого *легче*, чем $a \cdot_e b$. С этой точки зрения умножение $c_i \cdot_e a$ есть более элементарная операция, чем $a \cdot_e b$, и может быть обозначена как своего

[1] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 23.
[2] Там же. С. 24.

Таблица 11

1	a
c_1	$c_1(a)$
c_2	$c_2(a)$
c_3	$c_3(a)$
$\vdots$	$\vdots$
c_N	$c_N(a)$

рода *оператор* $c_i(a)$, *непосредственно* (в рамках таблицы для $a \cdot_e b$) дающий значение $c_i \cdot_e a$ на основе значения a. Чаще всего в качестве такого оператора выступает удвоение, но при накоплении опыта счета в качестве подобных операторов могли выступать и другие случаи е-умножения (например, удесятерение, упятерение, и т. д.). Оператор $c_i(a)$ — это свернутая в единственный акт перехода от a к $c_i \cdot_e a$ операция. В случае удвоения это операция простого удвоения символов числа (чисто знаковая операция), в более общем случае оператором становится какой-либо часто используемый случай е-умножения, в котором уже опускаются все промежуточные стадии вычисления и осуществляется непосредственный переход от исходных данных к результату.

Левый столбец таблицы составляется таким образом, чтобы, по возможности, при минимальном N образовать такой набор операторов c_i, сумма которых даст множитель b. Такие операторы выделяются черточкой, и окончательный результат е-умножения получается как *сумма* тех чисел из правого столбца, которые стоят напротив выделенных операторов в левом столбце. Таким образом, умножение $a \cdot_e b$ раскладывается *на сумму операторных е-умножений* $c_i(a)$ (для выделенных операторов c_i), что упрощает процедуру только при том условии, если операторные умножения $c_i(a)$ проще е-умножения $a \cdot_e b$.

На тех же принципах строилось и деление у древних египтян. Чтобы разделить, например, 1120 на 80 (№ 69 папируса Ринда [1]), египтяне строили таблицу (см. табл. 12).

Таблица 12

1	80
\10	800
2	160
\4	320

Но, в отличие от е-умножения, исходным теперь был правый столбец (у египтян — левый): в нем искали такие числа, которые в сумме дают делимое, т. е. 1120 (это числа 800 и 320), и напротив этих чисел отмечали соответствующие

[1] Там же.

им операторы из левого столбца (числа 10 и 4). Сумма этих выделенных операторов и давала частное (в нашем примере 14), — в том случае, конечно, если это было целочисленное деление двух натуральных чисел. Такого рода деление можно называть «египетским (целочисленным) делением» (сокращенно: «е-деление») и обозначать $a :_e b$.

Итак, чтобы найти $a :_e b$, строится специальная таблица (см. табл. 13).

Таблица 13

1	b
c_1	$c_1(b)$
c_2	$c_2(b)$
c_3	$c_3(b)$
⋮	⋮
c_N	$c_N(b)$

В таблице выбираются такие числа $c_i(b)$, которые в сумме дают a. Операторы c_i напротив таких чисел выделяются, и частное получается как сумма выделенных операторов.

Если деление не было целочисленным, то древние египтяне прибегали к дробям. У них был ограниченный запас дробей. Это главным образом *основные дроби*, т. е. дроби с числителем единица: $^1/_2$, $^1/_4$, и т. д., вплоть до некоторого наименьшего числа m (возможно, что m = 1/M, но указаний на это у Б. Л. ван дер Вардена я не нашел), и были еще отдельно выделены две дроби $^2/_3$ и $^3/_4$ (все эти дроби будем называть *базисными дробями*). Следуя Нейгебауэру, будем писать $\bar{n}$ вместо $^1/_n$, $\bar{\bar{3}}$ — вместо $^2/_3$ и $\bar{\bar{\bar{4}}}$ — вместо $^3/_4$. Практика вычислений приводила в этом случае к *суммам* дробей, которые не всегда могли быть представлены одной базисной дробью или натуральным числом с одной базисной дробью. Поэтому суммы дробей вида $\bar{n}_1 + \bar{n}_2 + \ldots + \bar{n}_k$ или $\bar{n}_1 + \bar{n}_2 + \ldots + \bar{n}_k + \bar{\bar{3}} + \bar{\bar{\bar{4}}}$ (или натуральных чисел с дробями) были в древнеегипетской арифметике относительно независимыми объектами. Такие суммы пытались свести различными преобразованиями к суммам из небольшого числа базисных дробей (обычно двух или трех), для чего использовались разного рода таблицы[1]. Использование дробей в качестве операторов в таблицах для е-деления позволило расширить возможности деления. Рассмотрим некоторые примеры.

Пример № 24 из папируса Ринда[2] — случай деления 19 на 8 (см. табл. 14).

В правом столбце в сумме дают 19 числа 16, 2 и 1. Им соответствуют числа 2, и в левом столбце. Сумма этих чисел, т. е. $2 + \bar{4} + \bar{8}$ и дает частное от е-деления 19 на 8. Сумма дробей $\bar{4} + \bar{8}$, т. е. $^1/_4 + ^1/_8$, — это $^3/_8$. У древних египтян не было такой дроби, как базисная дробь, поэтому она могла быть выражена только как сумма базисных дробей, например как $\bar{4} + \bar{8}$.

[1] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 26—33.

[2] Там же. С. 29.

Таблица 14

1	8
$\backslash\overline{\overline{3}}$	16
$\overline{2}$	4
$\backslash\overline{4}$	2
$\backslash\overline{8}$	1

В этом случае мы видим, что в качестве операторов (элементов левого столбца) начинают выступать базисные дроби.

В дальнейшем процедура е-деления пополняется еще одной техникой, которая наконец позволяет теперь уже окончательно найти любое частное от деления любых е-чисел. Это техника вычислений с «красными вспомогательными числами»[1]. Рассмотрим ее вначале на примере.

Рассмотрим пример е-деления 2 на 31 из папируса Ринда[2] (см. табл. 15).

Таблица 15

1	31
$\backslash\overline{20}$	$1 + \overline{2} + \overline{20}$
$\backslash\overline{124}$	$\overline{4}$
$\backslash\overline{155}$	$\overline{5}$

Б. Л. ван дер Варден комментирует это е-деление таким образом, что вначале получают операторное е-умножение $\overline{10}(31) = 3 + \overline{10}$ (оно опущено в таблице), отсюда затем получают операторное е-умножение $\overline{20}(31)$ как $\overline{2}(\overline{10}(31)) = \overline{2}(3 + \overline{10}) = 1 + \overline{2} + \overline{20}$. Чтобы теперь окончательно е-разделить 2 на 31, нужно найти такой оператор c, чтобы c(31) давал дополнение $1 + \overline{2} + \overline{20}$ до 2. Таким именно оператором является е-число $\overline{124} + \overline{155}$, так как $2-(1 + \overline{2} + \overline{20}) = \overline{4} + \overline{5}$ и $\overline{124}(31) = \overline{4}$, $\overline{155}(31) = \overline{5}$. Если найдены $\overline{4}$ и $\overline{5}$ (т. е. дополнение $1 + \overline{2} + \overline{20}$ до 2), то $\overline{124}$ и $\overline{155}$ находятся без труда — на основе е-умножений 4 на 31 и 5 на 31 соответственно. Итак, главное — найти дополнение $1 + \overline{2} + \overline{20}$ до 2 (или, что то же самое, найти дополнение $\overline{2} + \overline{20}$ до 1), т. е. $\overline{4} + \overline{5}$, но как именно египетский счетчик нашел эти числа $\overline{4}$ и $\overline{5}$?

Процедура е-деления начинает применять технику дополнения некоторой суммы базисных дробей, меньших единицы, до единицы. Б. Л. ван дер Варден пишет о такого рода задаче: «Это — задача, которая постоянно встречается при египетских делениях. В вышеприведенном делении **2 : 31** нужно было дополнить сумму $\overline{2} + \overline{20}$ до 1; решение $\overline{4} + \overline{5}$ отнюдь не очевидно. Поэтому не следует удивляться, что подобного рода дополнения специально разбираются в папи-

[1] Там же. С. 33—37.
[2] См.: Там же. С. 33.

русе Ринда»[1]. Для решения задачи дополнения используется следующее правило: «*Когда труднообозримую сумму дробей нужно сравнить с другой суммой или дополнить ее до 1, то наименьшую дробь берут в качестве новой единицы и выражают через нее все остальные дроби.* Или еще проще и практичнее: *Переход от заданных величин к вспомогательным числам совершается при помощи умножения на наибольший знаменатель , а обратный процесс — при помощи деления на этот знаменатель*»[2]. Например, чтобы найти дополнение в нашем примере $\overline{2} + \overline{20}$ до 1, нужно вначале числа $\overline{2}$, $\overline{20}$ и 1 умножить на 20 — получим 10, 1 и 20 (вот эти числа и называются «красными вспомогательными», так как они выделялись красным цветом). Теперь дополнение $\overline{2} + \overline{20}$ до 1 заменяется дополнением 10 + 1 до 20 — это 9. Наконец, 9 делится на 20 — получаем 9/20, т. е. $^1/_4 + ^1/_5$. Это е-число $\overline{4} + 5$. «Вычисления со вспомогательными числами составляют вершину и последний шаг египетской техники счета. При помощи этого метода вычисления можно произвести любое деление, независимо от его сложности»[3].

Похожий принцип применяется и в так называемом вычислении «аха». Вот что о нем пишет Б. Л. ван дер Варден: «Египетское слово “h”, которое ранее неправильно выговаривалось как “хау”, а в настоящее время немного менее неправильно “аха”, обозначает “количество, множество”.

Вычисление “аха” приблизительно соответствует нашим уравнениям первой степени с одним неизвестным. Простой пример дает задача № 26 Ринда (папируса Ринда. — *В. М.*):

“Количество и его четвертая часть дают вместе 15”. Египетское решение начинается так: “Считай с 4; от них ты должен взять четверть, а именно 1; вместе 5”.

Затем производится деление 15 : 5 = 3 и в заключение умножение 4 · 3 = 12. Требуемое “количество” будет, таким образом, 12, его четверть 3, сумма 15.

Примененный метод является, очевидно, методом ложного положения; начинают с того, что в качестве “количества” берут некоторое произвольное число, в нашем случае 4, для которого легко вычислить четвертую часть. Четыре и четвертая часть 4 дают вместе 5, однако, результат должен равняться 15, следовательно, взятое “количество” следует еще умножить на 15 : 3 = 5»[4].

Таковы основные известные нам этапы развития древнеегипетской арифметики. Б. Л. ван дер Варден суммирует это развитие следующим образом: «Вначале египтяне, как и все народы, располагали известным небольшим запасом целых чисел, вполне удовлетворявшим их в нуждах обыденной жизни, и также ограниченным количеством “натуральных” дробей: $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_4$, $^3/_4$, $^1/_6$, $^1/_8$. Однако, эта первобытная стадия счета принадлежит предыстории; история счетной техники начинается с расширением этого первоначального запаса чи-

[1] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 34.
[2] Там же. С. 35.
[3] Там же.
[4] Там же. С. 37.

сел в обоих направлениях (т. е. и для натуральных чисел и для дробей. — *В. М.*) <...> Египетский счетчик мыслит, по существу, аддитивно, при помощи сложения. Дроби он пишет в виде сумм основных дробей (вернее, базисных дробей. — *В. М.*). Умножение представляет для него род сложения <...> Из умножения возникло само собой деление, которое всегда является задачей, обратной умножению. Но деление требует, однако, вычислений с дробями; таким образом, деление повело к дальнейшему развитию вычислений, появились действия с дробями... Теперь стали возможны все более и более сложные вычисления, для которых потребовался последующий контроль и понадобился способ сравнения сумм основных дробей; и, в частности, нужно было научиться дополнять эти суммы до единицы. Эта потребность заставила ввести счет со вспомогательными числами. При их помощи можно было выполнить любое деление, решить каждую задачу "аха", как бы хитро ни была она поставлена» [1].

Моя цель теперь состоит в том, чтобы пойти дальше на пути осмысления основных этапов развития е-числа. Я попытаюсь не просто обобщить ряд этапов такого развития, как это делает Б. Л. ван дер Варден и другие историки математики, но продемонстрировать идеи *математики истории математики* на примере развития е-числа. Подобно тому как расширение математики на логику математики привело к созданию метаматематики как *математики логики математики*, аналогичное расширение математики на собственное развитие должно повести к созданию своего рода *генетической* математики. Развитие структур есть также структура, и история процесса выявляет подобного рода структуры развития. Принятый на сегодня в истории математики и других точных науках *финалистический* метод во многом предполагает лишение самостоятельности промежуточных этапов развития той или иной структуры, рассмотрение их как только частей существующей сегодня развитой («финальной») структуры. В дополнение к этому методу, несомненно имеющему свои положительные стороны, может быть развит метод *органический*, рассматривающий промежуточные этапы эволюции структуры как относительно самодостаточные и замкнутые, обладающие своей внутренней логикой. Такого рода программа генетической математики должна быть подкреплена примерами соответствующих структур, которые также можно называть *генетическими*. Структура «ментальное многообразие» является для меня одним из наиболее важных примеров подобного рода генетических математических структур. Ниже я предложу пример трактовки истории развития египетского числа в рамках одновременно и более органической и более строгой методологии, активно использующей конструкции ментального многообразия. Вначале будут описаны отдельные составляющие некоторого специального случая ментального многообразия, в рамках которого будет представлена эволюция е-числа, затем будет дано окончательное определение этой генетической структуры и сделан ряд общих замечаний.

---

[1] Там же. С. 40—41.

Своего рода ключом к древнеегипетской арифметике является, с моей точки зрения, «совершенно своеобразное», как пишет Б. Л. ван дер Варден, умножение древних египтян. Как было показано выше, при е-умножении $a \cdot_e b$ числа a на число b строится таблица для числа a (умножаемого), в которой самому числу a (в правом столбце) сопоставляется единица (в левом столбце), а произведениям a на числа (в правом столбце) — произведения этих чисел на единицу, т. е. сами эти числа (в левом столбце). Наиболее существенным здесь является представление числа a как единицы. В самом деле, *любое число может быть представлено как единица на своем собственном уровне, и именно этот акт положен в основание е-умножения*. Но тогда существует не одна, но множество единиц, и их надо различать. Конечно, в только числовом отношении есть некоторая абсолютная единица, а остальные, неединичные, числа образуют в этом случае относительные единицы. Пусть a — некоторое натуральное число, не равное единице. Обозначим через форму 1_a число a как единицу своего собственного уровня. То же может быть отнесено и к единице, тогда 1 можно представить как 1_1. Если 1_a — единица на своем уровне, то сам этот уровень может быть образован как суммы a-единиц: 1_a, 2_a, 3_a, и т. д. Итак, мое основное утверждение состоит в том, что *е-число бинарно, оно включает в себя основание и степень*. Общий вид такого числа может быть представлен как a_b, где a — степень, b — основание. a_b — это взятые a раз b-единицы. Такое число можно также называть *бичислом*. Кратко моя позиция теперь может быть выражена в следующем утверждении: *е-число есть бичисло*. Из этого утверждения можно вывести все особенности древнеегипетской арифметики и логику ее развития. Такая центральная роль этого утверждения требует специального названия, и я буду именовать утверждение «е-число есть бичисло» *бичисловой гипотезой*.

Теперь е-умножение приобретает следующий вид. Пусть надо е-умножить два натуральных числа a и b, т. е. найти $a \cdot_e b$. Эти числа даны как 1-числа, т. е. как a_1 и b_1. Для нахождения результата умножения строится таблица из двух столбцов. Эти столбцы можно теперь проинтерпретировать таким образом, что правый столбец отводится для 1-чисел, а левый столбец — для a-чисел. Вновь рассмотрим с этой точки конкретный пример е-умножения $11 \cdot_e 12$ (см. табл. 16).

Таблица 16

1	11
2	22
\4	44
\8	88

Если в правом столбце (в первой строке) 11 дано как 11_1, то в левом столбце 11 дано как единица на своем собственном уровне, т. е. как 1_{11}. Теперь образование чисел в левом столбце выглядит как образование 11-чисел, т. е. чисел по основанию 11. Так образуются 2 как 2_{11}, 4 — как 4_{11}, 8 — как 8_{11}. Соответствующие числа в правом столбце выступают в этом случае как «переводы» этих 11-чисел в 1-числа: 2_{11} — это 22_1, 4_{11} — это 44_1, 8_{11} — это 88_1. В общем случае перевод числа a_b на 1-уровень — это и есть е-умножение $a \cdot_e b$, т. е.

$$a_b =_e (a \cdot_e b)_1.$$

Здесь «$=_e$» — некоторое отношение эквивалентности. Именно, $a_b =_e c_d$ тогда и только тогда, когда $(a \cdot_e b)_1 \equiv_e (c \cdot_e d)_1$, где «$\equiv_e$» — равенство по степеням двух бичисел с одним основанием.

После образования 11-чисел и их переводов в 1-числа отбираются такие 11-числа, которые в 11-сложении (т. е. в сложении на 11-уровне) дают ту же величину (по степени), что и степень множителя. Здесь мы имеем дело еще с одной эквивалентностью "$\approx_e$", где $a_b \approx_e c_d$ тогда и только тогда, когда $a_1 \equiv_e c_1$. В нашем случае имеем $4_{11} +_{11} 8_{11} \approx_e 12_1$, где $+_{11}$ — это 11-сложение. В общем случае для а-сложения имеем: $b_a +_a c_a \equiv_e (b + c)_a$, т. е. а-сложение определено только для бичисел с основанием а. Через «=» я буду обозначать обычное равенство на рациональных числах.

Переход от бичисла a_1 к бичислу 1_a — это некоторое специальное действие, которое можно выделить в качестве *оператора инверсии* I. В общем случае имеем: $I(a_b) \equiv_e b_a$. Кроме того, в силу применения при е-умножении операции перехода от a_b к переводу этого числа на 1-уровень — $(a \cdot_e b)_1$, введем оператор *b, 1-представления* $P_{b,1}$, где $P_{b,1}(a_b) \equiv_e (a \cdot_e b)_1$.

Итак, е-умножение $a \cdot_e b$ может быть теперь представлено в следующем виде:

$$a_1 \cdot_e b_1 \equiv_e P_{a,1}(c^1{}_a) +_1 P_{a,1}(c^2{}_a) +_1 \dots +_1 P_{a,1}(c^n{}_a), \text{ где } (c^1 + c^2 + \dots + c^n)_a \approx_e b_1.$$

Здесь $c^i{}_a$, i = 1, 2, ..., n, — это а-числа из левого столбца таблицы е-умножения, степень суммы которых равна степени суммы множителя b_1. Так как $P_{a,1}(c^i_a) \equiv_e (c^i \cdot_e a)_1$, то умножение сводится к сумме умножений, и вся эта процедура имеет смысл только в том случае, когда операция $P_{a,1}(c^i_a)$ проще операции $a_1 \cdot_e b_1$. Именно операцию $P_{a,1}(c^i_a)$ я записывал выше в виде операции *операторного е-умножения* $c_i(a)$, подчеркивая ее относительную элементарность в рамках умножения $a_1 \cdot_e b_1$.

Аналогичным образом можно представить действия при целочисленном е-делении $a :_e b$. В этом случае правый столбец таблицы отводится для 1-чисел, левый — для b-чисел. Вернемся к рассмотренному выше примеру целочисленного е-деления 1120 на 80 (см. табл. 17).

Таблица 17

1	80
\10	800
2	160
\4	320

В первой строке этой таблицы справа стоит бичисло 80_1, слева — 1_{80}. Далее строится набор 80-чисел в левом столбце: 10_{80}, 2_{80}, 4_{80}. В правом столбце им сопоставляются 1-переводы этих чисел: 800_1, 160_1, 320_1. Затем в правом столбце отбираются такие 1-числа, степень 1-суммы которых равна степени делимого 1120_1. Это 800_1 и 320_1. Для них берутся 80-представления 10_{80} и 4_{80} соответственно в левом столбце таблицы. Эти представления берутся как 1-числа: 10_1 и 4_1, и 1-складываются. Так получается частное 14_1. Здесь мы встречаемся с оператором, сопоставляющим 1-числу его перевод как 80-число. Это оператор, обратный оператору $P_{80,1}$, его можно обозначить как оператор $P_{1,80}$ (оператор *1, 80-представления*). Например, $P_{80,1}(10_{80}) \equiv_e 800_1$, $P_{1,80}(800_1) \equiv_e 10_{80}$. Таким образом, $P_{1,80}(P_{80,1}(10_{80})) \equiv_e 10_{80}$. Также мы встречаемся здесь с оператором вида $R(10_{80}) \equiv_e 10_1$, который можно назвать *релятором*. Итак, в общем случае введем операторы: *1, a-представления* $P_{1,a}$, где $P_{1,a}(P_{a,1}(b_a)) \equiv_e b_a$; *релятор* R, где $R(a_b) \equiv_e a_1$.

Теперь общий случай *целочисленного* e-деления $a :_e b$ может быть представлен в следующем виде:

$$a :_e b \equiv_e R(c_b^1) +_1 R(c_b^2) +_1 \dots +_1 R(c_b^n),$$

где $P_{a,1}(c_a^1) +_1 P_{a,1}(c_a^2) +_1 \dots +_1 P_{a,1}(c_a^n) \approx_e a_1$, $c_a^i \equiv_e P_{1,a}(P_{a,1}(c_a^i))$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Прежде чем рассмотреть приемы, связанные с использованием красных вспомогательных чисел, рассмотрим проблему возникновения дробей. Основная дробь 1/n — это n-я часть единицы. Здесь мы встречаемся с процедурой, обратной образованию единицы из множества единиц. При образовании дроби необходимо единицу представить как множество более мелких единиц. Однако эти два акта тесно связаны между собой. Если a_1 представлено как 1_a, то 1_1 выражается на a-уровне как a-дробь $(1/a)_a$, т. е. $P_{1,a}(1_1) \equiv_e (1/a)_a$. *Таким образом, возникновение дробей также связано с бичисловой структурой.* Можно предположить, что дроби вначале возникают на a-уровне, где a>1, и лишь затем они переносятся на 1-уровень (что можно представить как результат действия оператора реляции $R((1/a)_a) \equiv_e (1/a)_1$). Но как только дробь переносится на 1-уровень, по отношению к ней может быть применен оператор инверсии, т. е. она может быть также представлена как единица своего уровня.

Появление дробей в качестве операторов при e-делении — при том условии, что числа в правом столбце оставались целыми, — как раз указывает на случай возникновения a-дробей при еще возможном отсутствии 1-дробей. Таков рассмотренный выше случай деления 19 на 8 (см. табл. 18).

Таблица 18

1	8
\2	16
$\bar{2}$	4
\\$\bar{4}$	2
\\$\bar{8}$	1

В левом столбце здесь уже стоят дроби, а в правом их нет. Числа в левом столбце — это 8-числа в данном примере. Таким образом, $\overline{2}$, $\overline{4}$ и $\overline{8}$ в левом столбце — это $\overline{2}_8$, $\overline{4}_8$ и $\overline{8}_8$ соответственно. Это 8-дроби, но их 8, 1-представления 1-дробями не являются, так как $P_{8,1}(\overline{2}_8) \equiv_e 4_1$, $P_{8,1}(\overline{4}_8) \equiv_e 2_1$, $P_{8,1}(\overline{8}_8) \equiv_e 1_1$. Итак, можно предположить, что следующий этап развития е-деления был связан с образованием а-дробей, а, 1-представления которых еще не были 1-дробями.

Образование а-дробей рано или поздно должно привести к 1-дробям — как результат уподобления 1-уровня а-уровню (оператор реляции). С появлением 1-дробей возможности е-деления расширяются, так как теперь дроби можно писать и в правом столбце.

Дальнейшие возможности е-деления расширяются в связи с введением дробных единиц $(1/a)_1$ и их уровней.

Рассмотрим с точки зрения бичисловой структуры е-числа технику работы с красными вспомогательными числами. В примере е-деления 2 на 31 из папируса Ринда, рассмотренного выше (см. табл. 19),

Таблица 19

1	31
\\$\overline{20}$	$1 + \overline{2} + \overline{20}$
\\$\overline{124}$	$\overline{4}$
\\$\overline{155}$	$\overline{5}$

красные вспомогательные числа использовались для нахождения дополнения $\overline{2} + \overline{20}$ до 1. Правый столбец содержит 1-числа, и $\overline{2} + \overline{20}$ — это $\overline{2}_1 +_1 \overline{20}_1$. Эту величину нужно дополнить до 1_1. Вспомним цитату из книги Б. Л. ван дер Вардена, в которой автор объясняет принцип работы с красными вспомогательными числами: «*Когда труднообозримую сумму дробей нужно сравнить с другой суммой или дополнить ее до 1, то наименьшую дробь берут в качестве новой единицы и выражают через нее все остальные дроби*»[1]. Это совершенно согласуется с нашей бичисловой гипотезой, согласно которой любое число a_1 можно взять как новую единицу 1_a. Итак, числа $\overline{2}_1$, $\overline{20}_1$ и 1_1 берут в 1, $\overline{20}$-представлении, т. е. в представлении на уровне с 1/20 как новой единицей (1/20-уровне). Здесь получим: $P_{1,1/20}(\overline{2}_1) \equiv_e 10_{1/20}$, $P_{1,1/20}(\overline{20}_1) \equiv_e 1_{1/20}$ и $P_{1,1/20}(1_1) = 20_{1/20}$. После этого находят дополнение $10_{1/20} +_{1/20} 1_{1/20}$ до $20_{1/20}$ — это $9_{1/20}$. Затем возвращаются к $\overline{20}$, 1-представлению найденного дополнения: $P_{1/20,1}(9_{1/20}) \equiv_e \overline{4}_1 +_1 \overline{5}_1$. Если операцию дополнения a_c до b_c обозначить через функцию c-разности $a_c -_c b_c$, определенную только для случая $a > b$ и равную такому d_c, что $b_c +_c d_c \equiv_e a_c$, то разобранный нами случай дополнения $1_1 -_1 (\overline{2}_1 +_1 \overline{20}_1)$ может быть представлен в следующем виде:

$$1_1 -_1 (\overline{2}_1 +_1 \overline{20}_1) \equiv_e P_{1/20,1}\,[P_{1,1/20}\,(1_1) -_{1/20} (P_{1,1/20}\,(\overline{2}_1) +_{1/20} P_{1,1/20}(\overline{20}_1))].$$

[1] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 35.

Такие операции предполагают образования дробных единиц $(1/a)_1$ и их уровней. В то же время у древних египтян практически отсутствуют отдельные обозначения для $(1/a)$, 1-представлений неединичных элементов этих уровней. В самом деле, такие обозначения привели бы к необходимости введения как отдельных чисел неосновных дробей ($P_{(1/a),\,1}(b_{1/a}) \equiv_e (b/a)_1$, где $(b/a)_1$ — это неосновная дробь при $b > 1$), что произошло только для двух неосновных дробей — $^2/_3$ и $^3/_4$. В связи с этим определение дробных уровней в древнеегипетской арифметике таково, что *неединичные элементы дробных уровней еще не получают своего отдельного представления на 1-уровне*, хотя сами дробные уровни уже существуют, с ними проводятся операции и *в их рамках* неосновные дроби выражаются как индивидуальные элементы $(b_{1/a})$.

Аналогичные преобразования между уровнями предполагаются и в исчислении «аха».

Если рассмотренную выше в качестве примера вычисления «аха» задачу «количество и его четвертая часть дают вместе 15» представить в виде линейного уравнения с одним неизвестным $x + {}^1/_4x = 15$, то, как мы видели, решение этого уравнения осуществляется не путем выделения x, как это делаем сейчас мы, а через метод, который Б. Л. ван дер Варден называет «методом ложного положения». Вначале эта задача решается для некоторого конкретного числа, для которого легко вычислить четвертую часть. Это, например, 4. Однако, четыре с самого начала рассматривается здесь не как окончательное «аха» («количество»), но как число, лишь удобно представляющее искомое «аха». Таким образом, можно предположить, что это такое число четыре, за которым на 1-уровне стоит истинное «аха», в общем случае совсем не обязательно равное четырем. Таковым в общем случае может быть только некоторое *условное четыре*, т. е. четыре на некотором a-уровне. Итак, в «методе ложного допущения» берется в нашем примере не просто 4, но 4_a, т. е. 4 на некотором a-уровне. Тогда левая половина уравнения может быть представлена как выражение $4_a +_a [(1/4)_a \cdot_a 4_a]$. Здесь используется уже не только a-сложение, но и a-умножение: $b_a \cdot_a c_a \equiv_e (b \cdot c)_a$. С правой стороны уравнения стоит 1-число 15_1. Итак, в целом получаем: $5_a =_e 15_1$, причем здесь должно стоять именно “$=_e$” как отношение эквивалентности. Далее получаем a, 1-представление 5_a, т. е. $(5 \cdot_e a)_1 \equiv_e 15_1$, откуда $a_1 \equiv_e 15_1 :_e 5_1$ (для чисел с одним основанием эквивалентность «$=_e$» совпадает по смыслу с эквивалентностью «$\equiv_e$»). После того, как a найдено, можно найти и 4_a как искомое «аха», т. е. получить a, 1-представление a-числа 4_a. В целом получим следующее выражение рассмотренной задачи на «аха»:

$$P_{a,\,1}(4_a) =_e 4_1 \cdot_e (15_1 :_e R(4_a +_a [(1/4)_a \cdot_a 4_a])).$$

Центральную роль здесь играет равенство

$$5_a =_e 15_1\,,$$

откуда делается вывод, что $a_1 =_e 15_1 :_e 5_1$.

Заметим, что, в отличие от переменной x в линейном уравнении $x + {}^{1}/_{4}x = 15$, число a в выражении $4_a +_a [({}^{1}/_{4})_a \cdot_a 4_a]$ совершенно конкретно, хотя, как и переменная, играет промежуточную роль при нахождении «аха». Такого рода объект можно рассмотреть как своего рода *предпеременную* — один из промежуточных этапов развития понятия «переменной».

Итак, вычисление «аха» также вполне получает свое объяснение в рамках бичисловой гипотезы. В вычислении «аха» умножение уже близко к приобретению групповой структуры. Выражение $a_b =_e c_d$, играющее центральную роль в задачах на «аха», практически можно считать разрешимым относительно любого из входящих в него элементов. Однако окончательное операциональное оформление группы положительных рациональных чисел по умножению у древних египтян, по-видимому, не произошло. Это проявилось как в отсутствии идеи бесконечности, что можно было выразить только через позиционную систему счисления, так и в незавершенном (1/a), 1-представлении (1/a)-натуральных неединичных чисел (т. е. чисел $b_{1/a}$, где b — натуральное число, большее единицы), что приводило к ограничению множества 1-дробей практически только основными дробями. Б. Л. ван дер Варден пишет: «Вычисления “аха” составляют высшую ступень египетской арифметики. Дальше уравнений первой степени и простых квадратных уравнений с одним неизвестным египтяне не имели возможности пойти: для этого их техника счета была слишком первобытна и кропотлива» [1].

Недостаточное развитие древнеегипетской арифметики оказывается в то же время особенно ценным для генетической математики, поскольку именно на этой стадии развития арифметики получают свое максимальное оформление промежуточные структуры развития числа, которые позднее были преодолены и сделаны «невидимыми» в рамках более развитых числовых структур. Более того, эти промежуточные структуры оказываются зачастую утерянными с переходом к более высоким уровням развития, и требуется специальная реконструкция для восстановления этих структур. Ниже я непосредственно перехожу к примеру подобной реконструкции по отношению к описанным ранее основным этапам развития древнеегипетского числа.

Основные особенности концепции e-числа могут быть вполне поняты, с моей точки зрения, только в рамках бичисловой гипотезы. У египтян еще нет рационального положительного числа в нашем понимании. Для них всякое число — это всегда в первую очередь некоторое бичисло a_b, и лишь постепенно на этом фоне пробивает себе дорогу идея некоторой числовой инвариантности, способной охватывать в единое целое те бичисловые формы, у которых одно 1-представление. Эту инвариантность я выражал эквивалентностью «$=_e$». Итак, у каждого бичисла a_b можно различать нечто особенное, связанное с представлением этого числа именно на b-уровне, и нечто универсальное — то «истинное» количество $(a \cdot b)_1$, которое вполне выявляется в 1-представлении числа. Связывая

---

[1] *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 39.

момент универсальности с понятием «модус», а момент индивидуальности с понятием «мода», можно выразиться и таким образом, что форма a_b представляет собой моду $A{\downarrow}m$ некоторого модуса A, связанного с величиной $(a \cdot b)_1$ и образующего указанную моду в рамках некоторой модели m. Все это предполагает структуру некоторого ментального многообразия, которую я формулирую ниже.

Пусть Q^+ — множество положительных рациональных чисел; p, q, r, q_1, q_2, и т. д. — элементы Q^+. Определим для множества Q^+ ментальное многообразие $\mathfrak{M}(Q^+)$, которое задано в рамках 7-Онтологии на основе следующего предиката:

$$\mathrm{Mod}(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, \downarrow, s_{s'}, \uparrow, Q^+) \equiv ((rq = pq') \wedge (r'q' = p'q) \wedge (ps' = rs) \wedge \\ \wedge (p's = r's') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' O Q^+)),$$

где $r_{r'}$, $p_{p'}$, $s_{s'}$ — бичисла, степень и основания которых могут быть рациональными числами, = — равенство между рациональными числами.

Функторы ↓ и ↑ определим по следующим правилам:

$$\downarrow(p_{p'}, q_{q'}) = \left(\frac{pq'}{q}\right)_{\left(\frac{p'q}{q'}\right)},$$

$$\uparrow(r_{r'}, s_{s'}) = \left(\frac{rs}{s'}\right)_{\left(\frac{r's'}{s}\right)}.$$

Можно показать, что при такого рода определениях выполнены аксиомы (АО1) и (АО2) 7-Онтологии (см. Приложение 3; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 701—706) с фиксированными проектором (↓), сюръектором (↑) и спецификатором (Q^+). Следовательно, мы имеем в этом случае дело с некоторым ментальным многообразием $\mathfrak{M}(Q^+) = \langle M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7 \rangle$, которое я буду далее использовать для выражения основных конструкций египетской арифметики. Выражения $\downarrow(p_{p'}, q_{q'})$ и $\uparrow(r_{r'}, s_{s'})$ я буду изображать в виде $p_{p'}{\downarrow}q_{q'}$ и $r_{r'}{\uparrow}s_{s'}$ соответственно.

↓ — операция проецирования, и для моды $p_1{\downarrow}q_1$ получим бичисло $(p/q)_q$, т. е. (p/q) q-единиц. Наоборот, если дано бичисло p_q, то его можно представить как моду $(p?q)_1{\downarrow}q_1$ в $\mathfrak{M}(Q^+)$. Итак, все возможные бичисла p_q, где p, $q O Q^+$, взаимно однозначно сопоставлены с множеством мод из $\mathfrak{M}(Q^+)$. Для бичисел вида p_1 (с основанием 1) я буду также использовать запись p.

Для каждого модуса p из $\mathfrak{M}(Q^+)$ любая модель q из $\mathfrak{M}(Q^+)$ может выступать в качестве модели, на которой модус p может образовывать моду $p{\downarrow}q$. Рассмотрим случай, когда p = q. Тогда $p{\downarrow}q$ есть $p{\downarrow}p$, т. е. $(p/p)_p$, равное 1_p. Таким образом, в модели p модус p образует моду $p{\downarrow}p$ как p-единицу. Такая модель для модуса p единственная. Назовем эту модель *канонической* для модуса p. Итак, ментальное многообразие $\mathfrak{M}(Q^+)$ 1-каноническое, множество моделей $M_3(p)$, определенных для каждого модуса p, совпадает с множеством всех моделей, и между модусами и их каноническими моделями установлена биекция. Таким образом, $\mathfrak{M}(Q^+)$ — *регулярное* ментальное многообразие.

Также можно показать, что все отношения эквивалентности между модами (модусами) сводятся в ♏(Q^+) в конечном итоге к двум эквивалентностям:

1) более слабой эквивалентности $=_e$, где $a_b =_e c_d$ если только если $ab = cd$;

2) более сильной эквивалентности $\equiv_e$, где $a_b =_e c_d$ если только если $a = c$ и $b = d$.

Это как раз те эквивалентности, которые использовались выше.

Введем также следующие функторы:

$$d_c(a_b) \equiv_e \downarrow(a_b, c) \equiv_e (a/c)_{bc} \text{ — c-дифференциал;}$$
$$i_c(a_b) \equiv_e \uparrow(a_b, c) \equiv_e (ac)_{b/c} \text{ — c-интеграл.}$$

Через эти операторы могут быть выражены почти все введенные ранее операторы на бичислах.

1) Оператор *b, 1-представления* $P_{b,\,1}$ может быть выражен в виде: $P_{b,\,1}(a_b) \equiv_e \equiv_e i_b(a_b) \equiv_e ab$, т. е. как b-интеграл,

2) Оператор *1, b-представления* $P_{1,\,b}$ может быть выражен в виде: $P_{1,\,b}(a) \equiv_e \equiv_e d_b(a) \equiv_e (a/b)_b$, т. е. как b-дифференциал,

3) Оператор инверсии может быть выражен в виде композиции $d_a \circ i_b$ a-дифференциала и b-интеграла, т. е. $I(a_b) \equiv_e d_a \circ i_b(a_b) \equiv_e b_a$.

Начальным этапом развития любой арифметики, в том числе и древнеегипетской, можно считать, по-видимому, конечный натуральный ряд 1, 2, 3, ..., M, где M — максимальное натуральное число[1].

Ряд 1, 2, ..., M может быть рассмотрен как конечный ряд 1-чисел, т. е. мод $1{\downarrow}1, 2{\downarrow}1, ..., M{\downarrow}1$ в ментальном многообразии ♏(Q^+). С этой точки зрения это конечный ряд бичисел $1_1, 2_1, ..., M_1$. На этом ряде, по-видимому, вполне естественно определить операцию 1-сложения $(+_1)$ по правилу: $a_1 +_1 b_1 \in_e (a+b)_1$, если $a + b < M$, и $a_1 +_1 b_1 = M_1$, если $a + b \geq M$. Таким образом обеспеченный конечный ряд 1, 2, ..., M вместе с операцией 1-сложения будем рассматривать как *первую структуру*, S_1^e, развития e-числа.

Следующий этап развития e-числа связан с возникновением e-умножения. Последнее в свою очередь обязано своим существованием образованию a-уровней, где a — натуральное число, большее единицы. Элементы a-уровней (a-числа) представлены в левых столбцах таблиц для умножения. Первым таким уровнем мог быть только 2-уровень, что выразилось в частом использовании удвоений в левом столбце таблицы умножения. Но в общем случае e-умножение приводит к образованию множества a-уровней; a-уровень — это вначале ряд бичисел $1_a, 2_a, ..., M(a)_a$, где $M(a)$ — максимальное натуральное число на a-уровне. С этой точки зрения максимальное число M на 1-уровне может быть обозначено как M(1). Так как для a-чисел постоянно имеются в виду их 1-представления, то те a-числа, которые имеют свои 1-представления вне конечного 1-ряда $1_1, 2_1, ..., M_1$, по-видимому, вначале смысла не имеют (т. е. не различаются как самостоятельные объекты). Это требование может быть выражено сле-

[1] См., напр.: Энциклопедия элементарной математики. Кн. 1: Арифметика / Под ред. П. С. Александрова, А. И. Маркушевича, А. Я. Хинчина. М.; Л.: Госиздат техн.-теорет. лит., 1951. С. 26.

дующим образом: допустимы только те a-числа b_a, для которых $P_{a,1}(b_a) \leq M_1$. Бичисло b_a — это мода $(b \cdot a)\downarrow a$ в ментальном многообразии $\mathfrak{M}(Q^+)$. Итак, после образования мод $a\downarrow 1$, где $a \in \{1, 2, ..., M(1)\}$, возникают моды $(b \cdot a)\downarrow a$, где $b \cdot a$ не должно выводить за рамки $M(1)$ и $b \in \{1, 2, ..., M(1)\}$. Такое изменение представляет себой в первую очередь возникновение в качестве моделей в $\mathfrak{M}(Q^+)$ не только 1, но и неединичных натуральных чисел a. Однако вначале среди расширенного множества моделей доминирует модель 1, что выражается в требовании образования только таких мод в модели a, которые получают свое представление в модели 1. Такое первое расширение моделей приводит к возникновению первых классов эквивалентности по отношению «$=_e$» — это подмножества множества мод одного модуса. В самом деле, если $a_b =_e c_d$, т. е. две моды $(a \cdot b)\downarrow b$ и $(c \cdot d)\downarrow d$ из $\mathfrak{M}(Q^+)$ находятся в отношении эквивалентности «$=_e$» как два бичисла, то $a \cdot b = c \cdot d$, т. е. мы имеем дело с двумя модами одного модуса из $\mathfrak{M}(Q^+)$. Модус из $e(Q^+)$ — это то инвариантное, что остается во всех его возможных модах. С этой точки зрения на втором этапе развития e-арифметики таких инвариантных образований еще не возникает. Образуется лишь то, что можно было бы назвать *подмодусами* модусов из $\mathfrak{M}(Q^+)$, — это объекты, выражающие свою целостность на подмножествах мод модусов из $\mathfrak{M}(Q^+)$.

В общем случае, если имеется какое-то множество мод $p\downarrow q$ из $\mathfrak{M}(Q^+)$, то для этого множества можно построить специальную структуру по следующему общему правилу. В качестве модусов этой структуры определяем все числа, встречающиеся *слева* от стрелки в модах $p\downarrow q$, в качестве моделей — все числа, встречающиеся *справа* от стрелки в модах $p\downarrow q$. Для каждого полученного таким образом модуса p определяем в качестве множества его моделей, $M_3(p)$, множество тех моделей, которые встречаются справа от стрелки в модах $p\downarrow q$ из общего множества мод $p\downarrow q$. Такой алгоритм построения ментальных многообразий на основе любого множества мод из $\mathfrak{M}(Q^+)$ будем называть *алгоритмом построения подмногообразий* $\mathfrak{M}(Q^+)$, имея в виду, что каждую построенную таким образом структуру можно называть *ментальным подмногообразием* ментального многообразия $\mathfrak{M}(Q^+)$. Ментальное подмногообразие для множества мод $1\downarrow 1$, $2\downarrow 1$, ..., $M(1)\downarrow 1$ из $\mathfrak{M}(Q^+)$ обозначим через $\mathfrak{M}_1(Q^+)$. В $\mathfrak{M}_1(Q^+)$ $M(1)$ модусов (это числа 1, 2, .., M(1)) и одна модель 1. С образованием a-уровней множество мод из $e(Q^+)$ расширяется — к модам $a\downarrow 1$, где $a \in \{1, 2, ..., M(1)\}$, добавляются моды $(b \cdot a)\downarrow a$, где $b \cdot a$ не должно выводить за рамки $M(1)$ и $b \in \{1, 2, ..., M(1)\}$. Ментальное подмногообразие $\mathfrak{M}(Q^+)$ на этом множестве мод обозначим через $\mathfrak{M}_2(Q^+)$. В $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ более одной модели, и, что самое важное, возникают модусы, имеющие более одной моды. Если имеются моды $p\downarrow q$, $p\downarrow q'$, ..., $p\downarrow r$ одного модуса p из ментального *подмногообразия* $\mathfrak{M}(Q^+)$, то образование модуса p можно трактовать как достижение такого объема числовой инвариантности, которая выражает себя на преобразованиях в указанном множестве мод. В данном случае речь должна идти о нарастании *мультипликативной инвариантности* числа (сокращенно: «m-инвариантность»), которая находит максимум своего выражения в ментальном многообразии $\mathfrak{M}(Q^+)$. Чем более множество тех чисел q, через которые число p может быть выражено как $p=(p/q)\cdot q$, тем более m-инвариантно p. В терминах подмногообразий $\mathfrak{M}(Q^+)$ это означает, что чем более модус p имеет мод $p{\downarrow}q$, тем более число p, представленное модусом p, m-инвариантно. В самом деле, мода $p{\downarrow}q$ интерпретируется нами как бичисло $(p/q)_q$, что в 1-представлении дает величину $(p/q)\cdot q$. С этой точки зрения *развитие e-числа есть нарастание m-инвариантности*, что оказывается эквивалентным расширению множества мод в соответствующих модусах ментальных подмногообразий $\mathfrak{M}(Q^+)$ («соответствующими» я называю модусы в ментальных подмногообразиях $\mathfrak{M}(Q^+)$, сопоставленные одному рациональному числу).

Например, если $M(1)=7$, то вначале возникает ряд 1-чисел $1_1, 2_1, 3_1, ..., 7_1$. Затем, в связи с нуждами e-умножения, возникают a-уровни. Например, 2-уровень будет иметь элементы $1_2, 2_2, 3_2$, так как 4_2 дает уже в 1-представлении число 8_1, что больше 7_1. 3-уровень содержит два элемента 1_3 и 2_3. Все остальные уровни включают только по одному элементу: $1_4, 1_5, 1_6$ и 1_7. Такое ограничение a-уровней связано с доминированием 1-уровня. Кроме того, это доминирование выражается и в том, что на a-уровнях допускаются только такие бичисла, степени которых совпадают со степенью некоторого 1-числа. Но уже здесь все числа получают хотя и минимальное, но полимодальное представление — их m-инвариантность нарастает; например, число 4 как модус в ментальном подмногообразии $e(Q^+)$ представлено здесь модами 4_1, 2_2 и 1_4. Это уже выражает 4 как то инвариантное, что остается в преобразованиях $(4/1)\cdot 1$, $(4/2)\cdot 2$ и $(4/4)\cdot 4$. Надо понимать, что это не наше число 4, которое можно представить как модус в $\mathfrak{M}(Q^+)$, это некоторый промежуточный объект, который выражает наше 4 только в пределах своих мод (своего объема m-инвариантности). За этими пределами он своей инвариантности не сохраняет, т. е., например, для такого 4 неверно, что $4=(4/8)\cdot 8$, хотя неверно и обратное (здесь, по-видимому, мы должны говорить о третьем истинностном значении, кроме значений «истина» и «ложь»).

В рамках каждого a-уровня можно ввести a-сложение, аналогично тому, как это было сделано для 1-уровня, но относительно максимального числа M(a). Для 1-уровня для некоторых случаев выполнимо e-умножение и целочисленное e-деление. Такого рода структуру при доминировании модели 1 над всеми остальными моделями можно обозначить как *вторую структуру*, S_2^e, развития e-числа.

Следующий этап развития древнеегипетской математики связан с возникновением дробей. Как было замечено выше, я предполагаю, что вначале возникают a-дроби и лишь затем они переносятся на 1-уровень. Возникновение же a-дробей в свою очередь означает, что доминирование модели 1 ослабевает. В самом деле, a-дробь $(1/a)_a$ — это результат 1, a-представления бичисла 1_1. Этот случай 1, a-представления отличен от таковых при условии доминирования модели 1 тем, что на a-уровне образуется элемент, который не имеет своего относительного аналога (бичисла с той же степенью) на 1-уровне (так как на 1-уровне вообще нет 1-дробей). Таким образом, внутренняя структура a-уровня (структура степеней бичисел) впервые перестает быть только частью внутренней струкуры 1-уровня. Это несомненно означает, что a-уровни приобретают больше самостоятельности. С другой стороны, такое изменение вполне закономерно, так как появление a-дробей с точки зрения ментального многообразия $\mathfrak{M}(Q^+)$ есть только расширение множества мод одного модуса.

Определим a-представление для b-уровня. Оператор a, b-представления, $P_{a,b}$, может быть введен как композиция операторов a, 1-представления и 1, b-представления, т. е. $P_{a,b} = P_{1,b} \circ P_{a,1} = d_b \circ i_a$. Уподобление внутренней структуры 1-уровня внутренней структуре a-уровня передавалось выше действием оператора реляции: $R(a_b) \equiv_e a_1$. По-видимому, этот случай может быть обобщен введением *c-релятивизации*, R_c (оператор *c-реляции*), где $R_c(a_b) \equiv_e a_c$.

Дальнейший ход развития e-числа может быть теперь выражен достаточно единообразно. После доминирования 1-уровня рано или поздно происходит определение a-уровней. В процессе перехода от $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$ фиксирована структура $\mathfrak{M}_i(Q^+)$, и *относительно нее* идет расширение уровней (в том числе и 1-уровня). При этом расширению не обязательно подвергаются все уровни, можно выделять один или несколько уровней, для которых происходит образование новых элементов. Именно эти уровни составляют «точки роста», в рамках которых накапливаются новые структуры. Остальные уровни остаются более или менее фиксированными. Уровни, для которых происходит образование и накопление новых элементов, будем называть *варьирующими* уровнями, остальные уровни — *константными*.

Отвлекаясь от частностей перехода от $\mathfrak{M}_1(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_2(Q^+)$, определим теперь переход от $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$ в общем случае в следующем виде. Пусть множество мод $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$, т. е. множество M_1^{i+1}, содержит в себе множество мод $\mathfrak{M}_i(Q^+)$, т. е. M_1^i, как свое собственное подмножество. Новые моды в M_1^{i+1}, отсутствующие в M_1^i, — это либо *элементы* уровней из $\mathfrak{M}(Q^+)$ (обозначим это множество через U_i), либо элементы тех a-уровней (моделей), которые (уровни) отсутствовали в $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ (это множество обозначим через V_i); b-уровень является варьирующим уровнем тогда и только тогда, когда найдется мода $a{\downarrow}b \in U_i$. Если же мода $a{\downarrow}b \in V_i$, то b-уровень впервые возникает с переходом к $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$. В остальном я считаю множество $M_1^{i+1} \backslash M_1^i$ произвольным. Таким образом, в расширении множества мод участвуют два основных процесса: 1)*расширения* уже имеющихся уровней за счет операторов представления и реляции (элементы уровней, полученные таким образом, — это элементы U_i), 2)*возникновения* новых уровней (элементы вновь возникших уровней — это элементы V_i. Они обязаны своим возникновением в первую очередь действию оператора инверсии).

Все это сопровождается постоянным расширением ментальных подмногообразий $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ (это относится и к множеству моделей M_3^i). В частности, возникают такие максимальные a-числа, $M(a)_a$, что $P_{a,1}(M(a)_a) > M(1)_1$. Ранние стадии реального развития до некоторой степени согласуются с первоначальным независимым определением 1-уровня. Такой отрезок развития проявляется в существовании a-чисел (b_a), которые не имеют 1-представления или 1-релятивизации (в последнем случае не существует $R_1(b_a) \equiv_e b_1$. Это, например, а-дроби на том этапе, когда все 1-числа целые). Затем, наконец, 1-уровень определяется зависимо от других а-уровней. Это приводит к расширению 1-уровня, (к введению 1-дробей и, возможно, увеличению максимального числа М(1)), затем под действием оператора инверсии по отношению к вновь возникшим 1-числам возникают новые уровни, и неединичные уровни определяются зависимо от нового 1-уровня, — и так это *реципрокное расширение* (такого рода процесс может быть назван «сопряжением») идет до тех пор, пока не будет достигнуто ментальное многообразие $\mathfrak{M}(Q^+)$, которое уже не может быть расширено подобным образом. Структура, воспроизводимая во время всех этих расширений до возникновения $\mathfrak{M}(Q^+)$, может быть обобщенно представлена как *третья структура*, S^e_3, развития е-числа. Ее появление можно связывать с возникновением дробей — по крайней мере а-дробей, но особенно 1-дробей, что указывает на хотя бы одно прохождение 1-уровня через состояние зависимого определения от других уровней.

С этой точки зрения высший этап развития е-числа может быть отнесен к тому состоянию третьей структуры, когда уже достаточно развиты неединичные уровни, в том числе и дробные, но для неединичных элементов дробных уровней еще не осуществлено 1-представление.

Если условно предположить, что вначале существовал 1-ряд $1_1, 2_1, ..., 7_1$, то рядом с ним образовались а-уровни $1_2, 2_2, 3_2$; $1_3, 2_3$; 1_4; 1_5; 1_6; 1_7. Именно такой состав неединичных уровней обусловлен доминированием 1-уровня. Затем действиями операторов проецирования и реляции происходит расширение неединичных уровней. В какой именно последовательности происходит это расширение, насколько оно осуществляется — все это пока можно считать жестко непредопределенным. Расширение может происходить по-разному, но в любом случае будут работать операторы реляции, проецирования и инверсии. В нашем примере мы легко можем построить ментальное подмногообразие $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ над множеством приведенных выше бичисел согласно описанному ранее алгоритму. Так как бичисло a_b — это мода $(a \cdot b)\downarrow b$, то в нашем случае в $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ входят моды $1\downarrow1, 2\downarrow1, 3\downarrow1, ..., 7\downarrow1, 2\downarrow2, 4\downarrow2, 6\downarrow2, 3\downarrow3, 6\downarrow3, 4\downarrow4, 5\downarrow5, 6\downarrow6$, и $7\downarrow7$; модусы (они стоят слева от стрелки в модах)1, 2, 3, ..., 7 и модели (они стоят справа от стрелки в модах)1, 2, 3, ..., 7. Это ментальное подмногообразие нерегулярно: для каждого модуса в качестве его моделей определены не все возможные модели, но только часть из них. Далее, как мы видим из истории, начинается расширение неединичных уровней при сохранении неизменной структуры 1-уровня. Это проявляется, в частности, в образовании а-дробей, 1-представления которых 1-дробями еще не являются. Например, возникают 2-дробь $1\downarrow2$, 3-дробь $1\downarrow3$, 4-дробь $1\downarrow4$..., 7-дробь $1\downarrow7$ (напоминаю, что $1\downarrow a \equiv_e (1/a)_a$). Образование а-дроби $1\downarrow a$ — это результат действия оператора 1, а-представления, так как $(1/a)_a \equiv_e P_{1,a}(1_1)$. Далее продолжать процесс расширения $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ можно по-разному. По-видимому, та или иная конкретная последовательность расширений во многом зависит от конкретных исторических обстоятельств. Но, повторяю, как бы ни складывались эти обстоятельства, они не смогут привести ни к чему иному (пока идет именно расширение $\mathfrak{M}_i(Q^+)$), кроме как к действиям, выражаемым операторами реляции, представления и инверсии. Например, после образования а-дробей $1\downarrow a$, они могут быть перенесены оператором 1-реляции на 1-уровень в качестве 1-дробей: $R_1((1/a)_a) \equiv_e (1/a)_1$. Затем под действием оператора инверсии могут образоваться дробные единицы: $I((1/a)_1) \equiv_e 1_{1/a}$ и их собственные уровни. Либо расширение ментального подмногообразия $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ может пойти по пути целочисленного заполнения а-уровней: действием оператора а-реляции на 1-уровень а-уровень начнет уподобляться 1-уровню. Например, 7-уровень от одного элемента 1_7 расширится до множества элементов $1_7, 2_7, ..., 7_7$. Затем происходит 7, 1-проецирование элементов этого уровня, что расширяет 1-уровень до 49_1 как максимального1-числа: $P_{7,1}(7_7) \equiv_e 49_1$. Либо и образование 1-дробей и целочисленное расширение неединичных уровней могут идти параллельно. Ментальное подмногообразие $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ можно считать существующим до тех пор, пока областью определения операторов реляции, представления и инверсии остаются только моды $\mathfrak{M}_2(Q^+)$. Как только появляются новые моды, на которых начинают действовать указанные операторы, можно считать это случаем определения следующего по отношению к исходному ментальному подмногообразию. Например, рассмотренный выше пример образование а-дробей, $(1/a)_a$, — это результат действия оператора 1, а-проецирования на элемент 1_1 1-уровня, который является модой $\mathfrak{M}_2(Q^+)$. Тогда образование а-дробей может быть отнесено к процессу перехода от $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_3(Q^+)$ (это не значит, что этот процесс *реально* происходит при переходе от $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_3(Q^+)$, но он *возможен* при этом переходе). Что же касается, например, образования 1-дробей, $(1/a)_1$, то они обязаны своим возникновением действию оператора 1-реляции на а-дроби, но а-дроби не относятся к модам $\mathfrak{M}_2(Q^+)$. Таким образом, образование 1-дробей — это по крайней мере часть процесса перехода от $\mathfrak{M}_3(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_4(Q^+)$ (опять-таки этот процесс только возможен при переходе от $\mathfrak{M}_3(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_4(Q^+)$, но он точно *невозможен* при переходе от $\mathfrak{M}_2(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_3(Q^+)$). Дело в том, что не все процессы, способные произойти при переходе от $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$, могут быть осуществлены только при этом переходе, на любом этапе расширения ментальных подмногообразий могут продолжать идти процессы, которые способны были совершиться и на более ранних этапах расширения, но по тем или иным причинам были приостановлены. По крайней мере, в процессе перехода от $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ к $\mathfrak{M}_{i+1}(Q^+)$ происходит возникновение *одной* новой моды, отсутствующей в $\mathfrak{M}_i(Q^+)$. Как уже говорилось выше, те уровни (модели), которые были в $\mathfrak{M}_i(Q^+)$ и пополняются новыми элементами, называются варьирующими уровнями. Те уровни, которые не меняются, но предоставляют материал для варьирования, — это константные уровни. Например, при образовании а-дробей 1-уровень константен, а остальные уровни, или часть из них, варьирует. Все уровни не могут варьировать, так как варьирование всегда идет относительно константных уровней. С другой стороны, предполагается, что и все уровни не могут быть константными, и рано или поздно, если варьирование возможно, оно осуществляется (это утверждение можно было бы назвать «постулатом самодвижения»). С точки зрения выделения варьирующих и константных уровней развитие представляет из себя циклический процесс, в котором происходит постоянный обмен между этими двумя видами уровней. Особое положение занимает возникновение новых уровней, что определяется в первую очередь созданием единицы нового уровня под действием оператора инверсии: $I(a_1) \equiv_e 1_a$.

Почему у древних египтян с таким трудом происходил процесс образования неосновных дробей? В то время как 1-уровень был уже достаточно обширен, были достаточно развиты неединичные уровни для того, чтобы предполагать осуществление достаточно большого числа циклов развития, — и, несмотря на все это, практически не происходит образования неосновных 1-дробей, за исключением $^2/_3$ и $^3/_4$. Можно предположить, что неосновные дроби как бы не были достаточно самостоятельными числами для древних египтян. Это значит, что множество е-чисел было организовано в такую структуру, в которой неосновные дроби не находили своего выражения как 1-дроби. Наоборот, только числа вида $1/M^*$, $1/(M^*-1)$, $1/(M^*-2)$, ..., $^1/_3$, $^1/_2$, 1, 2, 3, ..., M считались «настоящими» числами. И это относилось к любому уровню. Таким образом, можно предположить, что постепенно в развитии е-числа получала свое все большее оформление структура бичисел определенного вида (см. табл. 20).

Таблица 20

	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
⋯	$1/5_5$	$1/4_5$	$1/3_5$	$1/2_5$	1_5	2_5	3_5	4_5	5_5	⋯
⋯	$1/5_4$	$1/4_4$	$1/3_4$	$1/2_4$	1_4	2_4	3_4	4_4	5_4	⋯
⋯	$1/5_3$	$1/4_3$	$1/3_3$	$1/2_3$	1_3	2_3	3_3	4_3	5_3	⋯
⋯	$1/5_2$	$1/4_2$	$1/3_2$	$1/2_2$	1_2	2_2	3_2	4_2	5_2	⋯
⋯	$1/5_1$	$1/4_1$	$1/3_1$	$1/2_1$	1_1	2_1	3_1	4_1	5_1	⋯
⋯	$1/5_{1/2}$	$1/4_{1/2}$	$1/3_{1/2}$	$1/2_{1/2}$	$1_{1/2}$	$2_{1/2}$	$3_{1/2}$	$4_{1/2}$	$5_{1/2}$	⋯
⋯	$1/5_{1/3}$	$1/4_{1/3}$	$1/3_{1/3}$	$1/2_{1/3}$	$1_{1/3}$	$2_{1/3}$	$3_{1/3}$	$4_{1/3}$	$5_{1/3}$	⋯
⋯	$1/5_{1/4}$	$1/4_{1/4}$	$1/3_{1/4}$	$1/2_{1/4}$	$1_{1/4}$	$2_{1/4}$	$3_{1/4}$	$4_{1/4}$	$5_{1/4}$	⋯
⋯	$1/5_{1/5}$	$1/4_{1/5}$	$1/3_{1/5}$	$1/2_{1/5}$	$1_{1/5}$	$2_{1/5}$	$3_{1/5}$	$4_{1/5}$	$5_{1/5}$	⋯
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

Горизонтально здесь идут уровни, т. е. множества чисел с одним основанием. Вертикально проходят ряды чисел с одной степенью. Такого рода структуру можно называть *египетской решеткой* (сокращенно: «е-решетка»). Именно е-решетка позволяет ввести любое рациональное число, избегая введения неосновных дробей как 1-дробей. В самом деле, любое рациональное число a/b может быть представлено как целое число $a_{(1/b)}$ в е-решетке, не требуя обязательного введения 1-дроби $(a/b)_1$. Именно это мы и наблюдаем в древнеегипетской арифметике. Неосновные дроби присутствуют здесь, но не как 1-дроби, а лишь как целые числа на дробных уровнях. Именно структура е-решетки делала в какой-то мере избыточной процедуру введения общей формы представления положительного рационального числа. В то же время потребности вычисления постоянно приводили к необходимости представления любых бичисел в 1-ряде, что предполагало выход за рамки равноправия всех уровней в е-решетке и постепенно возвращало положение дел к доминированию 1-уровня. Но теперь это доминирование начинало приобретаться на основе многократного зависимого определения 1-уровня от других уровней. Все элементы е-решетки могут быть представлены на любом уровне и в первую очередь на 1-уровне. При таком представлении двумерная е-решетка «захлопывается» в одномерный числовой ряд. Это «захлопывание» не может быть окончательным до тех пор, пока 1-уровень не будет содержать всех положительных рациональных чисел, и до тех пор 1-уровень нуждается в других уровнях для порождения новых рациональных чисел. Таким образом, можно ввести такое уточнение в представленную выше модель развития е-числа. В этом развитии действуют две основные силы: 1) *сила дифференцирующая* (vis differentialis), порождающая все большее разнообразие бичисел и уравнивающая их все в рамках структуры е-решетки, 2) *сила интегрирующая* (vis integralis), приводящая к унифицированному представлению всех бичисел в рамках 1-уровня. После первоначального доминирования конечного 1-уровня возникает преобладание дифференциации, «проявляющей» структуру е-решетки и налагающей ограничения на самостоятельное выражение элементов, выходящих за рамки е-решетки. Завершение развития положительного рационального числа знаменуется вновь полным преобладанием теперь уже бесконечного 1-уровня. Эта окончательная победа 1-уровня делает излишней бичисловую структуру рационального числа, так как все элементы всех уровней теперь уже могут быть выражены на 1-уровне (такого рода завершение идеи положительного рационального числа мы видим только в древневавилонской арифметике, использующей позиционную систему счисления и возможность унифицированного представления любой дроби[1]. С переходом от тех или иных фрагментов «проявления» е-решетки ко множеству рациональных чисел структура бичисла и е-решетки становится излишней — это яркий пример «финализма» развития, когда с достижением финальной структуры во многом теряют свое значение промежуточные структуры.

Можно предположить, что окончательный переход ко множеству положительных рациональных чисел совершается опять-таки благодаря (хотя в некоторой степени и вопреки) бичисловой структуре. В структуре е-решетки заложен не только момент рядополагания всех бичисел и всех уровней, но и момент *циклической* организации числового ряда, позволяющей перейти к идее числовой бесконечности. Позиционная система счисления предполагает некоторое основание системы M, например, 10 в десятичной системе, 60 в шестидесяти-

[1] См., напр.: *Варден Б. Л. ван дер*. Пробуждающаяся наука. С. 50—59.

ричной системе и т. д. Можно предположить, что это основание когда-то было максимальным числом в конечном натуральном ряде 1, 2, 3, ..., M. Возникновение бичисловой структуры при этих условиях приводит к представлению о M как о новой единице 1_M. M-уровень воспроизводит в своей внутренней организации 1-уровень: 1_M, 2_M, ..., M_M, образуя при 1-представлении в качестве максимального числа величину M^2: $P_{M,\,1}(M_M) \equiv_e (M^2)_1$. Именно накопление такого рода циклов должно было привести, как я думаю, к постепенному осознанию бесконечности числовой структуры. Нечто подобное происходило и для нижней границы числа. M-представление 1_1 дает минимальную M-дробь $(1/M)_M$, которая оператором реляции может быть перенесена на 1-уровень. Повторение той же процедуры по отношению к M^2-уровню приводит к образованию 1-дроби $1/M^2$. И вновь здесь заложены истоки числовой бесконечности как выражение уровневой организации бичисла. Конечно, переход от конечного множества циклов к идее бесконечной числовой спирали предполагает нетождественное преобразование (в связи с чем наличие позиционной системы счисления еще не означает бесконечности числового ряда), но при описанных условиях, как представляется, эта нетождественность минимальна и вполне «предрасполагает», если так можно выразиться, к трансцендированию за рамки конечного. Итак, моя гипотеза состоит в утверждении *тесной связи позиционного представления и бесконечности* рационального положительного числа. Связующим звеном в этом взаимодействии оказывается бичисло. Непозиционное выражение числовой бесконечности является с этой точки зрения более поздним приобретением. Вообще позиционная система счисления — это своего рода «атавизм» бичисловой структуры в современной концепции числа. Отношение к ней как к чисто знаковому образованию, служащему лишь целям удобства представления чисел, — еще один яркий пример финализации развития в современной математике.

Итак, именно бичисловая гипотеза позволяет понять все существенные особенности развития положительного рационального числа, что было продемонстрировано выше на материале древнеегипетской арифметики. Именно Древний Египет, возможно, из-за своей консервативности и приверженности традициям, оказался тем источником исторических фактов, который позволил зафиксировать и донести до нас в наибольшей полноте фрагменты ранних стадий развития положительного рационального числа. Учитывая фундаментальность арифметики в составе математического знания, новые данные, вытекающие из бичисловой организации числа, должны привести к переосмыслению идеи числа вообще и тех оснований, которые обеспечивают его ноуменальное бытие. В частности, я думаю, что структура ментального многообразия окажется в этом случае одним из первичных понятий, составляющих фундамент всякой определенности. С этой точки зрения роль подобной структуры может быть сравнима сегодня разве что с ролью теоретико-множественных концептуализаций. Это одинаково фундаментальные структуры, лежащие на пересечении миров математики и философии.

§ 4. Условное количество

Мы привыкли к тому, что количество — это нечто безусловное. Например, количество жидкости в стакане, или размеры дома, или количество лет — все это нечто вполне определенное и неотносительное. Даже если современная физика представляет некоторые величины относительными, например время, скорость движения материального тела или его массу, то все же идея количества как такового по-прежнему мыслится вне идеи относительности. Давайте попытаемся распространить принцип относительности и на само чистое количество, математическое число. Итак, предположим, что

количество (число) относительно.

Ниже я постараюсь проиллюстрировать эту идею на примере построения числовых ментальных многообразий.

Представьте, что вы общаетесь с человеком, который гораздо выше вас ростом. Тогда, по-видимому, вы почувствуете себя коротышкой. Наоборот, на фоне низкого человека вы ощутите себя высоким. Следовательно, чувство роста относительно. В определение роста входит сравнение с некоторым фоновым ростом. Возрастание фонового роста приводит к уменьшению своего роста, и наоборот. Представим, что эту идею можно перенести на математические числа, например на множество вещественных чисел. Например, каждое число x можно рассмотреть «на фоне» другого числа y. Обозначим это состояние через $x{\downarrow}y$ — «x-на-фоне-y». Это же состояние можно представить как бичисло x_y, подобное бичислам в случае развития египетской арифметики.

Пусть T_R — некоторая теория вещественного числа, в рамках которой в качестве теорем могут быть представлены все основные свойства вещественных чисел. В T_R средствами элементарной предикатной $5{\downarrow}{\uparrow}\alpha$-Онтологии можно рассмотреть, например, уже приводившуюся выше версию ментального многообразия на бичислах.

1. Мультипликативная $5{\downarrow}_{m^*}{\uparrow}_{m^*}m^*$-Онтология:

(m*) $$\mathrm{Mod}(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, {\downarrow}_{m^*}, s_{s'}, {\uparrow}_{m^*}, m^*) \equiv ((rq = pq') \wedge (r'q' = p'q) \wedge \\ \wedge (ps' = rs) \wedge (p's = r's') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in R\backslash\{0\})),$$

где $r_{r'}$, $p_{p'}$, $s_{s'}$ — бичисла, степень и основания которых могут быть ненулевыми вещественными числами, = — равенство между вещественными числами.

Функторы ${\downarrow}_{m^*}$ и ${\uparrow}_{m^*}$ определим по следующим правилам:

$$\downarrow_{m^*}(p_{p'}, q_{q'}) = \left(\frac{pq'}{q}\right)_{\left(\frac{p'q}{q'}\right)},$$

$$\uparrow_{m^*}(r_{r'}, s_{s'}) = \left(\frac{rs}{s'}\right)_{\left(\frac{r's'}{s}\right)}.$$

В частном случае при равенстве единице оснований бичисел получим:

$$\downarrow_{m^*}(p_1, q_1) = (p/q)_q$$
$$\uparrow_{m^*}(r_1, s_1) = (rs)_{1/s},$$

т. е. m*-проектор будет выражаться в делении, m*-сюръектор — в умножении степеней бичисел.

В этой Онтологии можно доказать, например, следующие теоремы.

Теорема 1 (m)*

$$\mathrm{Mod}^{2467}(a_b, \downarrow_{m^*}, \uparrow_{m^*}, m^*) \equiv (a \in R\backslash\{0\}) \wedge (b \in R\backslash\{0\}).$$

Теорема 2 (m)*

$$\mathrm{Mod}^{3467}(a_b, \downarrow_{m^*}, \uparrow_{m^*}, m^*) \equiv (a \in R\backslash\{0\}) \wedge (b \in R\backslash\{0\}).$$

Теорема 3 (m)*

$$\mathrm{Mod}^{4567}(\downarrow_{m^*}, a_b, \uparrow_{m^*}, m^*) \equiv (a \in R\backslash\{0\}) \wedge (b \in R\backslash\{0\}).$$

Теорема 4 (m)*

$$\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m^*}, \uparrow_{m^*}, m^*) \equiv (rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\}).$$

Доказательство (см. Приложение 16)

Теорема 5 (m)*

$$(a_b =^{m^*} c_e) \equiv (ab = ce) \wedge (a, b, c, e \in R\backslash\{0\}).$$

Теорема 6(m)*

$$(a_b =^{m^*2}{}_{135}\, c_e) \equiv (a = c) \wedge (b = e) \wedge (a, b, c, e \in R\backslash\{0\}).$$

Таким образом, любые два ненулевых вещественных числа a и b образуют m*-модус a_b, который одновременно является m*-моделью и m*-модулем. Сильное ${}^{m^*2}{}_{135}$-равенство различает m*-модусы с точностью до числовых равенств степеней и оснований бичисел, что порождает бесконечно много различных m*-модусов (см. Теорему 6(m*)). Более слабое m*-равенство различает m*-модусы только с точностью до числового равенства произведений степеней и оснований бичисел (см. Теорему 5(m*)). Что касается модального порядка, то, как ни странно, он совпадает с m*-равенством (см. Теорему 4(m*)). Более прозрачным смысл этого порядка становится в случае, когда в формуле $\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m^*}, \uparrow_{m^*}, m^*)$ берется модус p_1 с положительной степенью p и основанием 1. В этом случае, согласно Теореме 4(m*), имеем условие (rr′ = p), или (r = (p/r′)). Если, например, основание моды $r_{r'}$, т. е. число r′, будет больше единицы, то r будет меньше p, и модальный порядок окажется согласованным с числовым порядком. Но в общем случае модальный порядок может отличаться от числового порядка. Согласование этих двух порядков полностью достигается в рамках мультипликативной $5\downarrow_m\uparrow_m$m-Онтологии с предикатом

(m) $$\mathrm{Mod}(r, p, q, \downarrow_m, s, \uparrow_m, m) \equiv ((rq = p) \wedge (p = rs) \wedge (q \geq 1) \wedge \wedge (r, p, q, s \in R) \wedge (r, p, q, s > 0)),$$

где функторы $\downarrow_m$ и $\uparrow_m$ определены по правилу:

$$\downarrow_m(p, q) = p/q$$
$$\uparrow_m(r, s) = rs.$$

Таким образом, проектор $\downarrow_m$ — это просто деление, сюръектор $\uparrow_m$ — просто умножение. В этой Онтологии проективно-модальный порядок есть в точности числовой порядок, так как может быть доказана

Теорема 1 (m)

$$\mathrm{Mod}^{12467}(r, p, \downarrow_m, \uparrow_m, m) \equiv (r \leq p) \wedge (r, p \in R) \wedge (r, p > 0).$$

Вернемся теперь к нашему примеру с ростом. Например, человек A, обладающий «абсолютным» ростом a, общается с людьми B и C, у которых соответственно «абсолютный» рост b и c. Тогда A определяет свой относительный (условный) рост как $a\downarrow_{m*}b =^{m*} (a/b)_b$ относительно роста B и как $a\downarrow_{m*}c =^{m*} (a/c)_c$ относительно роста C. Если $b > a$, то a/b окажется меньше 1. Если $b = a$, то $a/b = 1$. Наконец, если $b < a$, то $a/b > 1$. С другой стороны, можно считать, что если субъект A не сравнивает свой рост с ростом кого-либо еще, то этот случай можно считать случаем сравнения роста A с ростом A. Здесь рост будет определен как $a\downarrow_{m*}a =^{m*} (a/a)_a =^{m*} 1_a$. Введем для бичисла a_b величину $\deg(a_b) = a$ — степень бичисла a_b. Общаясь с людьми B, C, человек A, определяет свой рост тремя бичислами:

$(a/a)_a$ — рост A относительно себя;
$(a/b)_b$ — рост A относительно роста B;
$(a/c)_c$ — рост A относительно роста C.

Кажется, что в итоге у человека сложится некоторое среднее для этих значений определение роста, причем, по-видимому, в этом среднем должны учитываться только *степени* бичисловых определений относительного роста:

$\deg((a/a)_a) = 1$ — степень роста A относительно себя;
$\deg((a/b)_b) = (a/b)$ — степень роста A относительно роста B;
$\deg((a/c)_c) = (a/c)$ — степень роста A относительно роста C.

Например, такой усредняющей функцией могло бы быть среднее геометрическое (m-среднее):

$$\mathrm{medm}\{1, (a/b), (a/c)\} = (1(a/b)(a/c))^{1/3}.$$

Величина этого среднего и была бы некоторой итоговой относительной величиной условного роста A в рамках общения с субъектами B и C.

Из этой модели вытекают, например, такие следствия, что если в поле внимания A попадает больше высоких людей, то средняя относительная величина роста A падает, и наоборот, при возрастании доли людей ниже ростом, чем A, средняя относительная величина роста A возрастает.

Таков один из примеров условного количества. При оценке своего роста человек сравнивает его с ростом других людей, образует относительные величины таких сравнений и переживает их некоторое среднее. В итоге в сознании субъекта А возникает условное количество собственного роста, зависящее от объема сравнений и его состава. Этот пример, как мне представляется, достаточно типичен. Рост — лишь одна из ценностей, и возможно, подобная математика условного количества может быть применена и к другим ценностям — уму, красоте, силе и т. д. В такого рода ситуациях возникают условные (относительные) количества, зависящие, как от своего фона, от других количеств, и итоговое количество формируется как некоторое усреднение множества своих условных определений в некотором объеме определения.

Аналогично мультипликативным бичислам, могут быть построены аддитивные бичисла. Здесь будет полный изоморфизм.

2. Аддитивная $5\downarrow_{a^*}\uparrow_{a^*}a^*$-Онтология:

$$(a^*)\qquad \mathrm{Mod}(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, \downarrow_{a^*}, s_{s'}, \uparrow_{a^*}, a^*) \equiv ((r + q = p + q') \wedge (r' + q' = p' + q) \wedge \\ \wedge (p + s' = r + s) \wedge (p' + s = r' + s') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in R)),$$

где $r_{r'}$, $p_{p'}$, $s_{s'}$ — бичисла, степень и основания которых могут быть любыми вещественными числами, = — равенство между вещественными числами.

Функторы $\downarrow_{a^*}$ и $\uparrow_{a^*}$ определим по следующим правилам:

$$\downarrow_{a^*}(p_{p'}, q_{q'}) = (p + q' - q)_{(p' + q - q')}$$
$$\uparrow_{a^*}(r_{r'}, s_{s'}) = (r + s - s')_{(r' + s' - s)}.$$

В частном случае при равенстве нолю оснований бичисел получим:

$$\downarrow_{a^*}(p_0, q_0) = (p - q)_q$$
$$\uparrow_{a^*}(r_0, s_0) = (r + s)_{-s},$$

т. е. a*-проектор будет выражаться в разности, a*-сюръектор — в сложении степеней бичисел.

В этой Онтологии можно доказать, например, следующие теоремы.

Теорема 1 (a)*

$$\mathrm{Mod}^{2467}(a_b, \downarrow_{a^*}, \uparrow_{a^*}, a^*) \equiv (a \in R) \wedge (b \in R).$$

Теорема 2 (a)*

$$\mathrm{Mod}^{3467}(a_b, \downarrow_{a^*}, \uparrow_{a^*}, a^*) \equiv (a \in R) \wedge (b \in R).$$

Теорема 3 (a)*

$$\mathrm{Mod}^{4567}(\downarrow_{a^*}, a_b, \uparrow_{a^*}, a^*) \equiv (a \in R) \wedge (b \in R).$$

Теорема 4 (a)*

$$\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{a^*}, \uparrow_{a^*}, a^*) \equiv (r + r' = p + p') \wedge (r, r', p, p' \in R).$$

Таким образом, a*-Онтология описывает условное аддитивное количество. Например, расстояние до станции B по железной дороге — в общем случае величина относительная. Если в качестве ноля принять станцию A на этой же дороге, то расстояние от нее до B будет равно аддитивному бичислу $(b\text{-}a)_a$, если станцию C — то $(c\text{-}a)_a$, где a, b, c — расстояния станций A, B, C соответственно от некоторой «нулевой» станции N на этой дороге.

Легко заметить, что аналогичные «биэлементные» ментальные многообразия можно определять для любой группы G. Такое ментальное многообразие можно обозначать символом G_G. Его элементами будут объекты вида a_b («биэлементы»), где $a, b \in G$.

Точнее говоря, если дана группа G = <M, o>, где M — множество элементов группы, o — групповая операция, то можно построить $5{\downarrow_{g^*}}{\uparrow_{g^*}}g^*$-Онтологию по следующим правилам.

3. $5{\downarrow_{g^*}}{\uparrow_{g^*}}g^*$-Онтология:

$$(g^*) \qquad \mathrm{Mod}(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, \downarrow_{g^*}, s_{s'}, \uparrow_{g^*}, g^*) \equiv ((roq = poq') \wedge (r'oq' = p'oq) \wedge \\ \wedge (pos' = ros) \wedge (p'os = r'os') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in M)),$$

где $r_{r'}$, $p_{p'}$, $s_{s'}$ — биэлементы, степень и основания которых могут быть любыми элементами группы G, = — равенство между элементами группы.

Функторы $\downarrow_{g^*}$ и $\uparrow_{g^*}$ определим по следующим правилам:

$$\downarrow_{g^*}(p_{p'}, q_{q'}) = (poq'o(q^{-1}))_{(p' \, o \, q \, o \, (q'^{-1}))}$$
$$\uparrow_{g^*}(r_{r'}, s_{s'}) = (r \; o \; s \; o \; (s'^{-1}))_{(r' \, o \, s' \, o \, (s^{-1}))},$$

где x^{-1} — элемент, обратный x.

В частном случае, при равенстве нейтральному элементу e оснований биэлементов, получим:

$$\downarrow_{g^*}(p_e, q_e) = (p \; o \; (q^{-1}))_q$$
$$\uparrow_{g^*}(r_0, s_0) = (r \; o \; s)_{s^{-1}},$$

т. е. g^*-проектор будет выражаться в «групповой разности», g^*-сюръектор — в «групповом сложении» степеней биэлементов.

В этой Онтологии можно доказать, например, следующие теоремы.

Теорема 1 (g)*

$$\mathrm{Mod}^{2467}(a_b, \downarrow_{g^*}, \uparrow_{g^*}, g^*) \equiv (a \in M) \wedge (b \in M).$$

Теорема 2 (g)*

$$\mathrm{Mod}^{3467}(a_b, \downarrow_{g^*}, \uparrow_{g^*}, g^*) \equiv (a \in M) \wedge (b \in M).$$

Теорема 3 (g)*

$$\mathrm{Mod}^{4567}(\downarrow_{g^*}, a_b, \uparrow_{g^*}, g^*) \equiv (a \in M) \wedge (b \in M).$$

Теорема 4 (g)*

$$\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{g^*}, \uparrow_{g^*}, g^*) \equiv (r \; o \; r' = p \; o \; p') \wedge (r, r', p, p' \in M).$$

Например, для множества векторов некоторого линейного пространства V можно задать ментальное многообразие V_V с бивекторами x_y. Через такие бивекторы можно выражать идею *условного вектора*.

Аналогично тому как для $5{\downarrow_{m^*}}{\uparrow_{m^*}}m^*$-Онтологии была определена более простая $5{\downarrow_m}{\uparrow_m}m$-Онтология с проектором и сюръектором как делением и умножением, для группы G = <M, o> можно определить более простую $5{\downarrow_g}{\uparrow_g}g$-Онтологию с предикатом

(g) $\quad Mod(r, p, q, \downarrow_g, s, \uparrow_g, g) \equiv ((roq = p) \wedge (p = r \text{ o } s) \wedge (r, p, q, s \in M))$,

с функторами:

$$\downarrow_g(p, q) = p \text{ o } q^{-1}$$
$$\uparrow_g(r, s) = r \text{ o } s.$$

В частности, $5{\downarrow_a}{\uparrow_a}a$-Онтологию можно воспроизвести и для аддитивной группы на множестве вещественных чисел. Если, кроме того, добавить условие неотрицательности a-моделей, то получим согласование проективно-модального порядка и числового порядка. Итак, для $5{\downarrow_a}{\uparrow_a}a$-Онтологии введем предикат:

(a) $\quad Mod(r, p, q, \downarrow_a, s, \uparrow_a, a) \equiv ((r + q = p) \wedge (p = r + s) \wedge (q \geq 0) \wedge$
$\wedge (r, p, q, s \in R))$,

с функторами:

$$\downarrow_a(p, q) = p - q$$
$$\uparrow_a(r, s) = r + s.$$

Таким образом, проектор $\downarrow_a$ — это просто вычитание, сюръектор $\uparrow_a$ — просто сложение. Как и для $5{\downarrow_m}{\uparrow_m}m$-Онтологии, с которой $5{\downarrow_a}{\uparrow_a}a$-Онтологии изоморфна, здесь может быть доказана

Теорема 1 (a)

$$Mod^{12467}(r, p, \downarrow_a, \uparrow_a, a) \equiv (r \leq p) \wedge (r, p \in R).$$

Можно было бы также предположить, что с $5{\downarrow_{g^*}}{\uparrow_{g^*}}g^*$-Онтологией и ментальным многообразием G_G связаны *структуры развития* группы G, подобные структурам развития мультипликативной группы, описанным в разделе о древнеегипетской арифметике. Каждый элемент a группы G может быть представлен как модус a_e в ментальном многообразии G_G, в качестве мод которого выступает множество биэлементов вида $(a \text{ o } (b^{-1}))_b$. Нарастание множества таких мод должно быть напрямую связано с ростом G-обратимости и все более полным формированием группы G.

Подобно тому как в структуре вещественных чисел согласованы мультипликативная и аддитивная группы, можно предположить согласование $5{\downarrow_{m^*}}{\uparrow_{m^*}}m^*$-Онтологии и $5{\downarrow_{a^*}}{\uparrow_{a^*}}a^*$-Онтологии в рамках некоторой Вещественной Бичисловой Полионтологии на всем множестве вещественных бичисел. На бичислах могут быть определены различные операции и функции. Если $f : A \to B$ — вещественная функция, то, например, для мультипликативного бичисла a_b можно определять различные аналоги функции f:

${}^1f(a_b) =_{Df} (f(a))_b$ — модальная функция, или 1-функция (действует только на моды одной модели).

$^3f(a_b) =_{Df} (a)_{f(b)}$ — модельная функция, или 3-функция (действует только на модель).

$^{13}f(a_b) =_{Df} (f(a))_{f(b)}$ — модально-модельная функция, или 13-функция.

$^2f(a_b) =_{Df} (f(ab)/b)_b$ — модусная функция, или 2-функция.

Далее возникают бичисловые переменные x_y, бичисловые пределы, производные, интегралы и т. д. Например, если дана 1-функция $^1f(x_y) = (f(x))_y$, то для нее можно было бы определить, например, следующие приращения и производные:

$\Delta_y{}^1f(x_y) =_{Df} {}^1f(x_{y+\Delta y})\ {}^3-\ {}^1f(x_y) = (f(x))_{y+\Delta y}\ {}^3-\ (f(x))_y =_{Df} (f(x))_{\Delta y}$.

$\Delta_x{}^1f(x_y) =_{Df} {}^1f((x + \Delta x)_y)\ {}^1-\ {}^1f(x_y) = (f(x + \Delta x))_y\ {}^1-\ (f(x))_y =_{Df} (f(x + \Delta x) - f(x))_y$.

$\Delta_y{}^1f(x_y)^3/\Delta y =_{Df} (f(x))_{\Delta y}\ {}^3/\ (f(x))_{\Delta y} =_{Df} (f(x))_{\Delta y/\Delta y} = (f(x))_1$.

$\Delta_x{}^1f(x_y)^1/\Delta x =_{Df} (f(x + \Delta x) - f(x))_y\ {}^1/\Delta x_y =_{Df} (f(x + \Delta x) - f(x)/\Delta x)_y$.

Отсюда получаем:

$\partial^1f(x_y)^3/\partial y =_{Df} \lim\limits_{\Delta y\to 0} \Delta_y{}^1f(x_y)^3/\Delta y = \lim\limits_{\Delta y\to 0} (f(x))_{\Delta y/\Delta y} = (f(x))_1$.

$\partial^1f(x_y)^1/\partial x =_{Df} \lim\limits_{\Delta x\to 0} \Delta_y{}^1f(x_y)^1/\Delta x = \lim\limits_{\Delta x\to 0} (f(x + \Delta x) - f(x)/\Delta x)_y = (\partial f(x)/\partial x)_y$.

Здесь я использовал идею разных бичисловых операций:

1-разности: $a_b\ {}^1-\ c_b = (a - c)_b$

3-разности: $a_b\ {}^3-\ a_c = a_{(b-c)}$

1-деления: $a_b\ {}^1/c_b = (a/c)_b$

3-деления: $a_b\ {}^3/a_c = a_{(b/c)}$.

Не настаиваю, что все должно быть именно так, но, по-видимому, нечто подобное могло бы иметь место при построении *бичисловой математики*.

Возможно, еще ждет своего дальнейшего развития целая «математика условного количества», обобщающая современную математику безусловного представления числа.

§ 5. Екторные Онтологии

Можно рассматривать так называемые «екторные» Проективно Модальные Онтологии, в которых есть один функтор («ектор»), способный выполнять роль и проектора, и сюръектора, в зависимости от вида второго аргумента (модели или модуля, которые можно называть общим термином «модулер»).

Например, в аддитивной Проективно Модальной Онтологии ектор — это сложение, в мультипликативной ектор — умножение. Если говорить об этих видах Онтологий, где проективно-модальный-порядок согласован с числовым порядком, то, например, в аддитивной Онтологии, как было показано выше, модели должны быть неположительными, а модули — неотрицательными.

Пусть $\updownarrow_a$ — сложение как аддитивный ектор. Тогда можем записать:

$$A\updownarrow_a B = A\downarrow_a(-B) \text{ при } B < 0,$$
$$A\uparrow_a B \text{ при } B > 0,$$
$$A\downarrow_a B = A\uparrow_a B \text{ при } B = 0.$$

Здесь $A\downarrow_a B = A - B$, $A\uparrow_a B = A + B$.

Можно было бы подумать, что ектор (как сложение) — то же, что сюръектор. Но замечу, что аддитивный сюръектор — это условное сложение, т. е. сложение только со слагаемыми не меньше ноля.

Аналогично для мультипликативной Онтологии с ектором $\updownarrow_m$ как умножением * получим:

$$A\updownarrow_m B = A\downarrow_m(B^{-1}) \text{ при } B < 1,$$
$$A\uparrow_m B \text{ при } B > 1,$$
$$A\downarrow_m B = A\uparrow_m B \text{ при } B = 1.$$

Здесь $A\downarrow_m B = A/B$, $A\uparrow_m B = A{*}B$.

Наконец, введем еще одну Онтологию («экспоненциальную»), с ектором $\updownarrow_e$ как операцией $\otimes$, где $e^x \otimes e^y = e^{x*y}$. Здесь e-обратным элементом A* для A будет

$$A^* = e^{(1/\ln A)}.$$

Число e — нейтральный элемент $\otimes$.

$$A\updownarrow_e B = A\downarrow_e(B^*) \text{ при } B < e,$$
$$A\uparrow_e B \text{ при } B > e,$$
$$A\downarrow_e B = A\uparrow_e B \text{ при } B = e.$$

Здесь $A\downarrow_e B = A \otimes B^*$, $A\uparrow_e B = A \otimes B$.

Для степени A^X имеем:

$$A^X = A \otimes e^X = A\updownarrow_e e^X.$$

Если $X > 1$, то $e^X > e$, и $A^X = A\uparrow_e e^X$. Если же $X < 1$, то $e^X < e$, и $A^X = A\downarrow_e((e^X)^*)$. Поскольку $(e^X)^* = e^{(1/\ln(\exp(X)))} = e^{(1/X)}$.

Посмотрим теперь с точки зрения описанных Онтологий на среднее геометрическое:

$$A = (P^n_{i=1}A_i)^{1/n}.$$

Пусть $\Pi^n_{i=1}A_i = \updownarrow^n_{m_{i=1}}A_i$, где $\updownarrow^n_{m_{i=1}}$ назовем m-полиектором. В общем случае обозначим через $\updownarrow^n_{i=1}$ полиектор, где

$$\updownarrow^n_{i=1}A_i = A_1\updownarrow A_2\updownarrow\ldots\updownarrow A_n.$$

Имеем: $A_i = A{*}(A_i{*}(A^{-1})) = A\updownarrow_m(A_i\updownarrow_m(A^{-1}))$. Отсюда получаем для среднего геометрического:

$$A = (\Pi^{n}_{i=1}A_i)^{1/n} = (\updownarrow^{n}_{m_{i=1}}A\updownarrow_m(A_i\updownarrow_m(A^{-1}))\downarrow_e e^{1/n}.$$

Поскольку

$$\updownarrow^{n}_{m_{i=1}} A\updownarrow_m(A_i\updownarrow_m(A^{-1}) = A^n\updownarrow_m(\updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(A_i\updownarrow_m(A^{-1})) = (A\uparrow_e e^n)\updownarrow_m(\updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(A_i\updownarrow_m(A^{-1})),$$

то отсюда:

$$A = (\Pi^{n}_{i=1}A_i)^{1/n} = [(A\uparrow_e e^n)\updownarrow_m(\updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(A_i\updownarrow_m(A^{-1}))]\downarrow_e e^{1/n}.$$

Отсюда получаем, что

$$\updownarrow_m(\updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(A_i\updownarrow_m(A^{-1})) = 1,$$

и среднее геометрическое может быть представлено таким образом:

$$A = (\Pi^{n}_{i=1}A_i)^{1/n} = (A\uparrow_e e^n)\downarrow_e e^{1/n}.$$

Поскольку $\uparrow_e e^n = i^{e}_{en}$ — экспоненциальный интеграл, $\downarrow_e e^{1/n} = d^{e}_{e1/n}$ — экспоненциальный дифференциал, то в итоге получим:

$$A = (\Pi^{n}_{i=1}A_i)^{1/n} = d^{e}_{e1/n} \circ i^{e}_{en}(A),$$

т. е. $d^{e}_{e1/n} \circ i^{e}_{en} = I$ — тождественное преобразование.

Таким образом, среднее геометрическое может быть представлено как экспоненциальный интегродифференциал.

Аналогично может быть представлено и среднее арифметическое.

$$A = 1/n(\Sigma^{n}_{i=1}A_i) = d^{m}_{1/n} \circ i^{m}_{n}(A).$$

Посмотрим, наконец, с этой точки зрения на понятие энтропии, вернее на ее экспоненту e^H, где

$$e^H = (\Pi^{n}_{i=1}(1/p_i)^{pi}).$$

Если представить e^H как среднее геометрическое, то получим:

$$e^H = (\Pi^{n}_{i=1}(1/p_i)^{np_i})^{1/n} = d^{e}_{e1/n} \circ i^{e}_{en}(e^H).$$

Здесь $(1/p_i)^{np_i} = A_i = e^{H}*(A^{*}_{i}(e^{-H})) = e^{H}\updownarrow_m(A_i\updownarrow_m(e^{-H}))$.

Возможно и такое представление экспоненты энтропии:

$$e^H = \Pi^{n}_{i=1}(1/p_i)^{p_i} = \updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(1/p_i)^{p_i} = \updownarrow^{n}_{m_{i=1}}(1\uparrow_m(p_i^{-1}))\downarrow_e e^{p_i} = \updownarrow^{n}_{m_{i=1}}d^{ep_i}_{e} \circ i^{m-1}_{p_i}(1).$$

Поскольку $(1/p_i)^{p_i} \in [1, n^{1/n}]$, т. е. $(1/p_i)^{p_i} \geq 1$, то можем записать:

$e^H = \uparrow^{n}_{m_{i=1}}d^{ep_i}_{e} \circ i^{m-1}_{p_i}(1)$ — полисюръектор интегродифференциалов единицы.

§ 6. Двуполюсное количество

Ниже я предполагаю рассмотреть одно расширение вещественных чисел — некоторое множество πR (от греческого «плерома» — полнота, т. е. πR — пополнение множества вещественных чисел), элементы которого я буду называть *тетрадами* и обозначать как четверки вещественных чисел (x, y, x′, y′). Но прежде — несколько слов о той идее, которая привела меня к построению этих объектов[1].

Неоднократно я задумывался над проблемой соотношения и синтеза логики и математики. Что собственно различает или сближает те фундаментальные структуры, которые лежат в основании этих разделов научного познания? В первом приближении можно сказать, что в основании математики лежат *числа*, например натуральные и вещественные числа, а в основании логики — *смыслы*, например суждения в исчислении высказываний. Итак — числа и смыслы. Но что собственно различает эти два состояния бытия? Причем ответ на этот вопрос меня интересовал не только в философском, но и в чисто операциональном плане, с точки зрения некоторой синтетической структуры, в рамках которой возможно было бы подойти к объединению числовых и смысловых структур. Идея множества πR и возникла как одно из возможных решений этой проблемы. Теперь я хотел бы кратко описать ту конкретную конструкцию, которая заложена в это множество и могла бы послужить сближению числовых и смысловых определенностей.

Мне представляется, что одна из наиболее фундаментальных особенностей смысловых структур, например булевых алгебр, это наличие операции *отрицания*. Именно такого рода операция отсутствует при использовании чисел. Но что такого заключено в этой операции, что делает ее столь специфичной именно для логических структур? Для примера мы могли бы представить операцию отрицания как взятие дополнительной области на плоскости по отношению к некоторой области X. Если X есть, например, круг, то $\urcorner$X — это внешнее пространство круга (см. рис. 30).

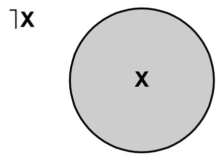

Рис. 30. Геометрическая интерпретация отрицания на плоскости

Переходя к линии, получим, что, если X представить некоторым отрезком, отложенным от ноля, то $\urcorner$X следует в этом случае изобразить как оставшуюся часть линии, уходящую в бесконечность (см. рис. 31).

Более того, можно предположить, что если началом для «логически положительных» чисел (X) является в этом случае ноль, то «логически негативные»

[1] Впервые идея двуполюсного количества была представлена мной в математическом сборнике: *Моисеев В. И.* Об одном расширении вещественных чисел // Труды конференции «Современные проблемы функционального анализа и дифференциальных уравнений». Воронеж. 30 июня — 4 июля 2003 г. Воронеж: Типография ВГУ, 2003. С. 172—182.

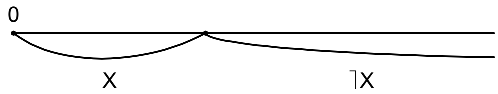

Рис. 31. Геометрическая интерпретация отрицания на прямой

числа (⌉X) отсчитываются как бы от противоположного полюса количества — от бесконечности.

Вот это предположение и привело меня к идее рассмотреть числа, которые отсчитываются не от ноля, но от бесконечности. Это род количества, растущий как бы в противоположном направлении — его рост выражается с нашей точки зрения в уменьшении. Бесконечность играет там роль ноля, а возрастание — как удаление от своего ноля — для нас предстанет как приближение к нашему нолю, т. е. как уменьшение. Следовательно, такое количество, растущее от бесконечности, должно будет определяться и некоторыми перевернутыми операциями, в которых ноль будет играть роль, аналогичную роли бесконечности, а бесконечность — роли ноля. Можно предположить, что именно такого рода «перевернутое количество» могло бы выражать идею отрицания для «прямого количества» и именно наличием такого рода мер отличается логика от математики. После таких довольно туманных рассуждений я перейду к их более строгому разъяснению.

Ограничимся пока положительной частью вещественной оси. Предположим, что на этой оси можно изображать меры двух видов. Например, через число 5 можно изобразить:

1) отрезок вещественной оси, начинающийся в нуле и заканчивающийся в точке 5. Такую меру, откладываемую от ноля, я буду обозначать через x_0.

2) с другой стороны, через число 5 можно изобразить полуотрезок вещественной оси, начинающийся в бесконечности и заканчивающийся в числе 5. Такого рода меры я буду обозначать через x_∞.

Итак, одно и то же число, например 5, может быть и символом меры 5_0 и меры 5_∞. Теперь мы могли бы легко ввести операцию отрицания ⌉ для таких мер: отрицанием 5_0 будет 5_∞, и наоборот. Теперь, если бы мы захотели определить ту или иную единую структуру на числах обоих типов, отсчитываемых как от ноля, так и от бесконечности, то мы бы вскоре пришли к выводу, что в этом случае начнут возникать смешанные объекты. Например, если бы у нас было что-то вроде операции сложения + на таких мерах, то что в этом случае означала бы сумма $(5_0 + 7_\infty)$? Как представляется, одним из наиболее простых решений здесь была бы возможность рассмотрения пар (x_0, y_∞), при отождествлении меры x_0 с парой (x_0, ∞), а меры y_∞ — с парой $(0, y_\infty)$. Поскольку тип числа в паре уже вполне определен его местом, то далее можно опускать нижние индексы 0 и ∞, используя просто обозначение пары (x, y) неотрицательных вещественных чисел. Действие операции отрицания на пару (x, y) выразится теперь просто в обмене координатами — первая координата станет второй, вторая — первой. Таким образом, получим:

$$\rceil(x, y) = (y, x).$$

Но проблемы еще только начинаются.

Даже если мы введем пары, то как определить другие операции? Вполне естественно хотелось бы иметь в этом случае некоторые операции, которые обобщают обычные операции на вещественных числах и согласованы со смыслом «перевернутых мер» y_∞. Коль скоро мы вводим пары, то можно операции на парах определять и покоординатно — как пары операций для каждой координаты. Простейшая операция такого рода — сложение. Ясно, как ее определить для первых координат. А вот что делать со вторыми координатами? Здесь должно работать какое-то перевернутое сложение, в котором ноль играет роль бесконечности и наоборот. Поскольку я очень сжато описываю примерную логику моих рассуждений, то я не буду утомлять читателя излишними подробностями и сразу предъявлю такую операцию, хотя для меня, конечно, каждый из предлагаемых здесь шагов мог представлять проблему, потребовавшую для своего разрешения определенного времени. Итак, рассмотрим операцию

$$x +^* y = ((x)^{-1} + (y)^{-1})^{-1}.$$

Здесь получим:

$0 +^* y = ((0)^{-1} + (y)^{-1})^{-1} = (\infty + (y)^{-1})^{-1} = (\infty)^{-1} = 0$ — ноль ведет себя как бесконечность, поглощая число y,

$\infty +^* y = ((\infty)^{-1} + (y)^{-1})^{-1} = (0 + (y)^{-1})^{-1} = ((y)^{-1})^{-1} = y$ — бесконечность ведет себя как ноль, поглощаясь числом y.

Следовательно, эта операция удовлетворяет нашей интуиции, и можно попытаться использовать ее для определения сложения на вторых координатах пар.

Теперь мы могли бы ввести сложение на парах в следующем виде:

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y +^* y').$$

В таком стиле можно было бы продвигаться и дальше, но рано или поздно перед нами возникнет новая проблема, связанная с отрицательными числами, коль скоро мы хотим обобщить структуру на множество всех, а не только неотрицательных, вещественных чисел.

Казалось бы, можно просто ввести отрицательные координаты в парах (x, y). Однако потребность сделать пары не только математическими, но и логическими объектами, несколько усложняет эту задачу.

Дело в том, что «двуполюсное количество», изображаемое парами (т. е. растущее от двух «полюсов» — ноля и бесконечности), призвано одновременно выражать логические структуры. Например, на парах хотелось бы определить не только математические, но и логические операции, как это было представлено выше для отрицания. Рассмотрим с этой точки зрения две такие пары:

$$(x, \infty) \text{ и } (-x, \infty).$$

Если изобразить эти пары на числовой оси, то это будут отрезки величиной $|x|$, отложенные в противоположные стороны от ноля. Отрицательные числа выражаются, как известно, в числовых отрезках, откладываемых от ноля влево. Получается, что с введением отрицательных чисел у нас возникнет два вида отрезков, откладываемых от ноля — вправо и влево. В то же время в логике есть, например, такая операция, как объединение (дизъюнкция, логическая сумма). Вполне естественно в этом случае под объединением таких двух отрезков понимать суммарный отрезок, начинающийся от левого конца левого отрезка и заканчивающийся в правом конце правого отрезка (см. рис. 32).

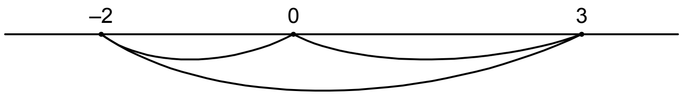

Рис. 32. Объединение двух 0-чисел

Но это означает, что необходимо отрицательные числа рассматривать как объекты, независимые от положительных чисел, способные быть представленными одновременно с положительными числами. Такое требование заставляет нас удвоить пару до четверки, отводя два новых места для отрицательных мер, отложенных от ноля, и отрицательных мер, отложенных от бесконечности (по поводу понимания последних существует полная симметрия с положительными мерами, отложенными от бесконечности).

Теперь под четверкой (x, y, x', y') я буду понимать две сдвоенные пары (x, y) и (x', y'), где первая пара выражает неотрицательные меры, а вторая — неположительные меры, отложенные от ноля и от бесконечности. Поскольку место каждой координаты вполне указывает на ее статус, то для краткости можно было бы все четыре координаты рассматривать как величины неотрицательные. Например, четверка (2, 3, 7, 1) будет означать в этом случае четыре меры $\{+2_0, +3_\infty, -7_0, -1_\infty\}$, которые можно изобразить на оси вещественности в следующем виде (см. рис. 33).

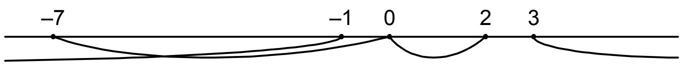

Рис. 33. Изображение тетрады

Так мы приходим к идее тетрад как некоторых более сложных мер, чем вещественные числа. В частности, тетрады представляют собой состояние количества, способное расти из полюсов ноля и бесконечности в положительном и отрицательном направлениях. Два полюса и два направления заставляют нас в общем случае ввести четыре координаты для такого рода новых объектов.

Наконец, введем возможность отрицательных координат в тетраде в следующем смысле. Первую и третью, вторую и четвертую координаты я буду называть *однополярными координатами*, так как они выражают меры, откладываемые от одного полюса (от ноля или от бесконечности). Знак минус в той или иной координате можно интерпретировать как символ переноса модуля этой координаты в другую однополярную координату. В самом деле, если тетрада (x, y, x', y') с неотрицательными координатами соответствует множеству мер $\{+x_0, +y_\infty, -x'_0, -y'_\infty\}$, то смена знака внутри тетрады у какой-либо координаты, например переход к тетраде $(-x, y, x', y')$, даст, согласно интерпретации, множество мер $\{-x_0, +y_\infty, -x'_0, -y'_\infty\}$ или $\{0_0, +y_\infty, -(x + x')_0, -y'_\infty\}$, т. е. тетраду $(0, y, x + x', y')$, где вновь все координаты будут неотрицательными.

Однако в этом случае речь будет идти лишь о некоторой эквивалентности на тетрадах, но не о равенстве. Под равенством тетрад, как обычно, я буду понимать их покоординатное равенство.

Далее я позволю себе перейти к более формальному представлению структуры на тетрадах, но читатель по-прежнему может пользоваться рассмотренной выше интуицией этого типа объектов.

Для операции «обратного сложения» $+^*$ можно доказать те же свойства абелевой группы, что и для обычного сложения:

$x +^* y = y +^* x$ — коммутативность;
$x +^* (y +^* z) = (x +^* y) +^* z$ — ассоциативность;
$\infty +^* x = x$ — наличие нейтрального элемента;
$x +^* (-x) = \infty$ — наличие противоположного элемента.

Также верна дистрибутивность:

$$x \cdot (y +^* z) = x \cdot y +^* x \cdot z.$$

Определим на тетрадах равенство: $(x, y, x', y') = (z, t, z', t')$ если только если (если только если) $x = z$ и $y = t$ и $x' = z'$ и $y' = t'$.

Для тетрады (x, y, x', y') введем новую тетраду $pos(x, y, x', y') = (a, b, a', b')$ — *позитив* тетрады (x, y, x', y'), по правилу:

$$a = \begin{cases} x \quad \text{если } x \geq 0 \text{ и } x' \geq 0, \\ x + |x'| \quad \text{если } x \geq 0 \text{ и } x' \leq 0, \\ 0 \quad \text{если } x \leq 0 \text{ и } x' \geq 0, \\ |x'| \quad \text{если } x \leq 0 \text{ и } x' \leq 0. \end{cases} \qquad a' = \begin{cases} x' \quad \text{если } x \geq 0 \text{ и } x' \geq 0, \\ |x| + x' \quad \text{если } x' \geq 0 \text{ и } x \leq 0, \\ 0 \quad \text{если } x' \leq 0 \text{ и } x \geq 0, \\ |x| \quad \text{если } x' \leq 0 \text{ и } x \leq 0. \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} y \quad \text{если } y \geq 0 \text{ и } y' \geq 0, \\ y +^* |y'| \quad \text{если } y \geq 0 \text{ и } y' \leq 0, \\ \infty \quad \text{если } y \leq 0 \text{ и } y' \geq 0, \\ |y'| \quad \text{если } y \leq 0 \text{ и } y' \leq 0. \end{cases} \qquad b' = \begin{cases} y' \quad \text{если } y \geq 0 \text{ и } y' \geq 0, \\ |y| +^* y' \quad \text{если } y' \geq 0 \text{ и } y \leq 0, \\ \infty \quad \text{если } y' \leq 0 \text{ и } y \geq 0, \\ |y| \quad \text{если } y \leq 0 \text{ и } y' \leq 0. \end{cases}$$

Две тетрады назовем *позитивно эквивалентными* если только если будут равны их позитивы.

Определим на тетрадах отношение порядка по следующему правилу:

$$(x, y, x', y') \le (z, t, z', t') \text{ если только если } x \le z \text{ и } y \le^* t \text{ и } x' \le z' \text{ и } y' \le^* t',$$

где $a \le^* b$ — отношение сопряженного («перевернутого») порядка, определенное по правилу

$$a \le^* b \text{ если только если } \begin{cases} a \ge b, \text{ если } a \text{ и } b \text{ одного знака,} \\ a \le b, \text{ если } a \text{ и } b \text{ разных знаков.} \end{cases}$$

На множестве тетрад введем следующие операции.

1. Математические операции.
   1.1. Смена знака: $-(x, y, x', y') = (-x, -y, -x', -y')$.
   1.2. Сложение: $(x, y, x', y') + (z, t, z', t') = (x + z, y +^* t, x' + z', y' +^* t')$.
   1.3. Умножение: $(x, y, x', y') \cdot (z, t, z', t') = (xz + x'z', yt +^* y't', xz' + zx', yt' +^* ty')$.
   1.4. Обратный элемент: $(x, y, x', y')^{-1} = (z, t, z', t')$, где

$$z = x/(x^2 - x'^2), t = y/(y^2 -^* y'^2), z' = -(x'/(x^2 - x'^2)), t = -(y'/(y^2 -^* y'^2)).$$

   Пусть $\max\{x, y\} = (x, y)^+$, $\min\{x, y\} = (x, y)^-$.

2. Логические операции (для тетрад с неотрицательными координатами).
   2.1. Отрицание: $\urcorner(x, y, x', y') = (y, x, y', x')$.
   2.2. Дизъюнкция: $(x, y, x', y') \vee (z, t, z', t') = ((x, z)^+, (y, t)^-, (x', z')^+, (y', t')^-)$.

Теперь могут быть доказаны, например, следующие теоремы.

Теорема 1

Сложение образует абелеву группу на множестве πR.

Доказательство в этом случае достаточно очевидное, учитывая «хорошие» свойства операции обратного сложения. Замечу, что в качестве ноля в сложении на тетрадах выступает тетрада $(0, \infty, 0, \infty)$. Далее я буду обозначать ее символом 0_4. В качестве противоположного элемента для тетрады α выступает тетрада $-\alpha$.

Теорема 2

Умножение образует абелеву группу на множестве πR.

Доказательство и в этом случае не представляет особых сложностей, и требуется лишь быть аккуратным в преобразованиях и использовании определений. В качестве единицы выступает тетрада $(1, \infty, 0, \infty)$, которую я буду обозначать через 1_4. Нельзя делить на 0_4, так как это приведет к неопределенности. Наконец, обратным элементом для тетрады α выступает тетрада α^{-1}.

Теорема 3

Для любых тетрад α, β и γ верно свойство дистрибутивности:

$$\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma.$$

Теорема 4

Отношение $\alpha \leq \beta$ обладает свойствами рефлексивности, антисимметричности и транзитивности на множестве πR, т. е. является отношением нестрогого порядка.

Как обычно, можно определить строгий порядок в следующем виде:

$\alpha < \beta$ если только если $\alpha \leq \beta$ и не верно, что $\alpha = \beta$.

Однако множество πR не является линейно упорядоченным, и существуют несравнимые тетрады. В то же время определены минимальная $-\infty_4 = (-\infty, -0, -\infty, -0)$ и максимальная $+\infty_4 = (+\infty, +0, +\infty, +0)$ тетрады.

Легко показать, что множество πR является архимедовым, т. е. для любой тетрады α, где $\alpha < +\infty_4$, найдется такая тетрада $\beta < +\infty_4$, что $\alpha < \beta$.

Так же множество πR является полным в следующем смысле. Если через πQ обозначить множество тетрад с рациональными координатами и говорить, что последовательность тетрад $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ из πQ является фундаментальной в том смысле, что каждая из последовательностей $\{(\alpha_n)_k\}_{n=1}^{\infty}$ является фундаментальной, где $(\alpha_n)_k$ — k-ая координата тетрады α_n $(k = 1, 2, 3, 4)$, то можно легко показать, что каждая фундаментальная последовательность $\{\alpha_n\}_{n=1}^{\infty}$ имеет предел $\lim\limits_{n\to\infty} \alpha_n$, если $\lim\limits_{n\to\infty} (\alpha_n)_k = \lim\limits_{n\to\infty} ((\alpha_n)_k)$. Замечу, что предел на последовательностях вторых и четвертых координат определен в обычном смысле, в том числе с распространением идеи предела на бесконечность.

Множество πR замечательно тем, что на нем можно одновременно строить математические и логические структуры. Ниже я попытаюсь показать некоторые примеры таких структур.

На множестве πR в обычном смысле можно определить функции — как отображения $f : A \to \pi R$, где $A \subseteq \pi R$.

Пусть f — вещественная функция, и $f : X \to R$, где $X \subseteq R$. Для f можно определить функцию f* по правилу: $f^*(x) = (f(x^{-1}))^{-1}$. Если 0 содержится во множестве X, то f* определена на множестве $X^* = (X \cup \{\infty\})\backslash\{0\}$.

Теперь для функции f можно ввести функцию $\pi f : A \to \pi R$, где $(x, y, x', y') \in A$ если только если $x, x' \in X$, $y, y' \in X^*$, и

$$\pi f(x, y, x', y') = (f(x), f^*(y), f(x'), f^*(y')).$$

Для функции πf: $A \to \pi R$ можно определить предел в точке $\alpha \in A$ по следующему правилу:

$$\left(\lim_{[(\Delta\alpha)\to 0_4]}[(\pi f)(\alpha+\Delta\alpha)]\right)_k = \lim_{[(\Delta\alpha)_k\to(0_4)_k]}[(\pi f)(\alpha+\Delta\alpha)]_k,$$

где, как и прежде, $(\beta)_k$ — k-ая координата тетрады β, и $k = 1, 2, 3, 4$.

Пусть Inv — оператор мультипликативной инверсии, где $Inv(x) = x^{-1}$. Тогда имеем: $f^*(x) = [Inv \circ f \circ Inv](x)$, где $\circ$ — операция композиции функций. Аналогично определим *обратную производную* (D_{Inv}) и *обратную первообразную* (I_{Inv}) функции f^*:

$D_{Inv}[f^*(x)] = [Inv \circ Df \circ Inv](x)$, где Df — производная функции f,
$I_{Inv}[f^*(x)] = [Inv \circ If \circ Inv](x)$, где If — неопределенный интеграл f.

Определим функции πDf и πIf для функции πf: $A \to \pi R$ по следующим правилам:

$$\pi Df(x, y, x', y') = (Df(x), D_{Inv}f^*(y), Df(x'), D_{Inv}f^*(y')),$$
$$\pi If(x, y, x', y') = (If(x), I_{Inv}f^*(y), If(x'), I_{Inv}f^*(y')).$$

Функцию πDf можно рассматривать как производную функции πf, а функцию πIf — как первообразную функции πf. Во всех этих случаях предполагается, что выражения вида $Df(x)$, $D_{Inv}f^*(y)$ или $If(x)$, $I_{Inv}f^*(y)$ имеют смысл и определены для вещественной функции f и точек x, y.

Пусть даны две тетрады $\alpha = (x, y, x', y')$ и $\beta = (z, t, z', t')$. Обозначим α через $\beta^{\sigma\rho}$, где $\sigma \in [0, 1]$, $\rho \in [1, \infty]$, если только если

$$x = \sigma z + (1 - \sigma)z',$$
$$y = \rho t +^* (1 -^* \rho)t',$$
$$x' = \sigma z' + (1 - \sigma)z,$$
$$y' = \rho t' +^* (1 -^* \rho)t.$$

Отсюда, в частности, получим, что $\beta = \beta^{11}$.

Если дана функция πf: $A \to \pi R$, то через $(\pi f)^{\sigma\rho}$ обозначим функцию g: $A \to \pi R$, где $g(\alpha) = (\pi f(\alpha))^{\sigma\rho}$ для каждого $\alpha \in A$.

Определим для функции πf: $A \to \pi R$ понятие $(\sigma\rho, \lambda\varepsilon)$-*производной*, $\pi D^{\sigma\rho}{}_{\lambda\varepsilon}f$, в точке $\alpha \in A$, где $\sigma \in [0, 1]$, $\rho \in [1, \infty]$, $\lambda \in [0, 1]$, $\varepsilon \in [1, \infty]$.

$$\pi D^{\sigma\rho}_{\lambda\varepsilon} f(\alpha) = \lim_{[(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon} \to (0_4)]} \left[\frac{(\pi f)^{\sigma\rho}(\alpha + (\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}) - (\pi f)^{\sigma\rho}(\alpha)}{(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}} \right].$$

Параметры σ и ρ определяют в этом случае функцию $(\pi f)^{\sigma\rho}$, которая образована как (σ, ρ)-суперпозиция относительно функции πf. Аналогично параметры λ и ε определяют приращение $(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}$, образованное как (λ, ε)-суперпозиция относительно некоторого приращения $\Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, \Delta x', \Delta y')$. Таким образом, $(\sigma\rho, \lambda\varepsilon)$-производная функции πf — это производная функции $(\pi f)^{\sigma\rho}$ по приращению $(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}$.

Здесь может быть доказана следующая теорема.

Теорема 5

$$\pi D^{\sigma\rho}_{\lambda\varepsilon} f(\alpha) = (\pi Df)^{\nu\mu}(\alpha),$$

где

$$\nu = \sigma\chi + (1 - \sigma)(1 - \chi),$$
$$\mu = \rho\omega +^* (1 -^* \rho)(1 -^* \omega),$$

$$\chi = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta x' \to 0}} \left(\frac{(\Delta x \cdot \lambda + \Delta x' \cdot (1-\lambda))^2}{(\Delta x \cdot \lambda + \Delta x' \cdot (1-\lambda))^2 - (\Delta x' \cdot \lambda + \Delta x \cdot (1-\lambda))^2} \right),$$

$$\omega = \lim_{\substack{\Delta y \to \infty \\ \Delta y' \to \infty}} \left(\frac{(\Delta y \cdot \varepsilon +^* \Delta y' \cdot (1 -^* \varepsilon))^2}{\Delta y \cdot \varepsilon +^* \Delta y' \cdot (1 -^* \varepsilon))^2 -^* (\Delta y' \cdot \varepsilon +^* \Delta y \cdot (1 -^* \varepsilon))^2} \right),$$

$$\Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, \Delta x', \Delta y').$$

В частности, если $\sigma = \rho = \lambda = \varepsilon = 1$ и $\Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, 0, \infty)$, то $\chi = \omega = 1$, и $\pi D_{11}^{11} f(\alpha) = \pi Df(\alpha)$. Таким образом, понятие $(\sigma\rho, \lambda\varepsilon)$-производной обобщает понятие производной πDf функции πf.

Например, если $\ln^*(x) = (\ln((x)^{-1}))^{-1}$, то

$$\pi D_{11}^{11} \ln(\alpha) = \pi D^{\nu\mu} \ln(\alpha),$$

где

$$\nu = \chi,$$

$$\mu = \omega,$$

$$\chi = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta x' \to 0}} \left(\frac{\Delta x^2}{\Delta x^2 - \Delta x'^2} \right),$$

$$\omega = \lim_{\substack{\Delta y \to \infty \\ \Delta y' \to \infty}} \left(\frac{\Delta y^2}{\Delta y^2 -^* \Delta y'^2} \right),$$

$$\text{при } \Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, \Delta x', \Delta y').$$

В частности, если $\Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, 0, \infty)$, то $\chi = \omega = 1$ и

$$\pi D_{11}^{11} \ln(\alpha) = \pi D\ln(\alpha).$$

При $\alpha = (x, y, x', y')$ получим:

$$\pi D\ln(\alpha) = (D\ln(x), D_{Inv}\ln^*(y), D\ln(x'), D_{Inv}\ln^*(y')) = (x^{-1}, y^{-1}, (x')^{-1}, (y')^{-1}).$$

Определив производную, теперь можно ввести представление о $(\nu\mu, \lambda\varepsilon)$-*первообразной*, $\pi I_{\lambda\varepsilon}^{\nu\mu} f$, функции πf.

Пусть If — первообразная вещественной функции f. Тогда, используя понятие $(\sigma\rho, \lambda\varepsilon)$-производной и решая обратную задачу, можно найти, что:

$$\pi I_{\lambda\varepsilon}^{\nu\mu} f(\alpha) = (\pi If)^{\sigma\rho}(\alpha),$$

где

$$\sigma = (\nu + \chi - 1)/(2\chi - 1),$$

$$\rho = (\mu +^* \omega -^* 1)/(0{,}5\omega -^* 1),$$

χ и ω определены так же, как и выше.

Как и в случае с производной, параметры ν и μ определяют и в этом случае интегрируемую функцию $(\pi f)^{\nu\mu}$, которая образована как (ν, μ)-суперпозиция относительно функции πf. Аналогично, параметры λ и ε определяют приращение $(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}$, образованное как (λ, ε)-суперпозиция относительно некоторого приращения $\Delta\alpha = (\Delta x, \Delta y, \Delta x', \Delta y')$. Таким образом, $(\nu\mu, \lambda\varepsilon)$-первообразная функции πf — это первообразная функции $(\pi f)^{\nu\mu}$ по приращению $(\Delta\alpha)^{\lambda\varepsilon}$.

На этой основе можно пытаться развивать анализ на множестве πR.

Теперь я столь же кратко коснусь ряда определений логических структур на множестве πR.

Через πR^+ я буду далее обозначать множество тетрад с неотрицательными координатами (это тетрады, совпадающие со своими позитивами). На этом множестве введем подмножество $\downarrow\pi R^+(c)$ с-*покрывающих* тетрад, где с — положительное вещественное число, — как такое множество тетрад $\alpha = (x, y, x', y')$ из πR^+, где $x > c > y$ и $x' > c > y'$. С другой стороны, через $\urcorner\pi R^+(c)$ обозначим множество тетрад $a = (x, y, x', y')$ из πR^+, где $x < c < y$ и $x' < c < y'$ (такие тетрады можно называть с-*непокрывающими*). Наконец, назовем множеством с-*поляризованных* тетрад объединение $\downarrow\pi R^+(c) \cup \urcorner\pi R^+(c) = \pi R^+(c)$ множеств с-покрывающих и с-непокрывающих тетрад.

Определим на тетрадах из πR^+ операции *конъюнкции*, *импликации* и *логического равенства*:

$$(\alpha \wedge \beta) = \urcorner((\urcorner\alpha) \vee (\urcorner\beta)),$$
$$(\alpha \supset \beta) = (\urcorner\alpha) \vee \beta,$$
$$(\alpha \equiv \beta) = (\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha).$$

Здесь могут быть доказаны, например, следующие теоремы.

Теорема 6

Если $\alpha \in \pi R^+(c)$, то $\urcorner\alpha \in \pi R^+(c)$.

Теорема 7

Если $\alpha \in \pi R^+(c)$ и $\beta \in \pi R^+(c)$, то $\alpha \vee \beta \in \pi R^+(c)$.

Таким образом, множество с-поляризованных тетрад замкнуто относительно операций отрицания и дизъюнкции, а следовательно — относительно всех логических операций, которые могут быть определены в исчислении высказываний. Например, легко показать непосредственным вычислением, что конъюнкция определена в виде:

$$(x, y, x', y') \wedge (z, t, z', t') = ((x, z)^-, (y, t)^+, (x', z')^-, (y', t')^+).$$

Могут быть доказаны также следующие теоремы:

Теорема 8

$$\text{Если } \alpha \in \pi R^{+}(c)\text{, то } (\rceil\alpha) \vee \alpha \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 9

$$\text{Если } \alpha \in \pi R^{+}(c)\text{, то } (\rceil\alpha) \wedge \alpha \in \rceil\pi R^{+}(c).$$

Теорема 10

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow\pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \downarrow\pi R^{+}(c)\text{, то } \alpha \wedge \beta \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 11

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow\pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \downarrow\pi R^{+}(c)\text{, то } \alpha \vee \beta \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 12

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow\pi R^{+}(c) \text{ и } (\alpha \supset \beta) \in \downarrow\pi R^{+}(c)\text{, то } \beta \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 13

$$\alpha \in \downarrow\pi R^{+}(c) \text{ если только если } \rceil\alpha \in \rceil\pi R^{+}(c).$$

Теорема 14

$$\text{Если } \alpha \in \rceil\pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \rceil\pi R^{+}(c)\text{, то } \alpha \vee \beta \in \rceil\pi R^{+}(c).$$

Теорема 15

$$\text{Если } \alpha \in \rceil\pi R^{+}(c)\text{, то } \alpha \wedge \beta \in \rceil\pi R^{+}(c).$$

В общем случае можно доказать исчисление высказываний на множестве c-покрывающих тетрад, т. е. на множестве $\downarrow\pi R^{+}(c)$. В этом случае множество c-покрывающих тетрад будет играть роль множества истинных формул, а множество c-непокрывающих тетрад предстанет как множество ложных формул. Более строго это можно доказать, взяв некоторую систему аксиом исчисления высказываний и правила логического вывода и показав выполнение этого логического базиса на множестве c-покрывающих тетрад.

Ниже я использовал систему аксиом исчисления высказываний из книги Э. Мендельсона «Введение в математическую логику» [1]. Это следующие схемы аксиом:

(A1) $\alpha \supset (\beta \supset \alpha)$,

(A2) $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \supset ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset \gamma))$,

(A3) $(\rceil\beta \supset \rceil\alpha) \supset ((\rceil\beta \supset \alpha) \supset b)$.

В этой системе используется также одно правило логического вывода — это правило отделения (modus ponens). Выполнение этого правила подтверждается теоремой 12.

Итак, могут быть доказаны следующие теоремы.

[1] *Мендельсон Э.* Введение в математическую логику. М., 1976. С. 38.

Теорема 16

$$\text{Если } \alpha \in \pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \pi R^{+}(c), \text{ то } (\alpha \supset (\beta \supset \alpha)) \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 17

$$\text{Если } \alpha \in \pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \pi R^{+}(c), \text{ то } (\alpha \supset (\beta \supset g)) \supset ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset g)) \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

Теорема 18

$$\text{Если } \alpha \in \pi R^{+}(c) \text{ и } \beta \in \pi R^{+}(c), \text{ то } (\urcorner\beta \supset \urcorner\alpha) \supset ((\urcorner\beta \supset \alpha) \supset \beta) \in \downarrow\pi R^{+}(c).$$

В дальнейшем, используя структуру πR, можно было бы развить исчисление предикатов на множестве тех или иных элементов. Предикаты в этом случае можно было бы определить как функции P(a), которые каждому элементу α ставят в соответствие либо элемент из $\downarrow\pi R^{+}(c)$ («истину»), либо элемент из $\urcorner\pi R^{+}(c)$ («ложь»). Кванторы можно определить как конъюнкции (квантор всеобщности) или дизъюнкции (квантор существования) по всем элементам из некоторого множества:

$$\forall(\alpha \in M)\ P(\alpha) =_{Df} \wedge_{\alpha \in M} P(\alpha),$$
$$\exists(\alpha \in M)\ P(\alpha) =_{Df} \vee_{\alpha \in M} P(\alpha).$$

В том числе возможен случай, когда в качестве элементов такого исчисления предикатов выступят сами тетрады. Правда, в этом случае, наряду с тетрадами, нужно будет ввести переменные по тетрадам. Например, переменную a по тетрадам нужно будет рассматривать как новый объект, который может использоваться в операциях с отдельными тетрадами. В этом случае операции над тетрадами нужно будет дополнить операцией подстановки со всеми обычными свойствами, которые излагаются в исчислении предикатов. Тогда структура на πR будет соединять в себе как структуру поля, так и структуру исчисления предикатов.

Как мне представляется, уже эти примеры показывают, что во множестве πR мы имеем дело с некоторой своеобразной структурой, способной послужить основанием для создания синтетической математики, в которой можно было бы надеяться на преодоление декартовского дуализма чисел и смыслов. Конечно, представленные выше примеры — это скорее ряд зарисовок, ни в коей мере не претендующих на полноту описания структуры πR. Несомненно, эта структура требует своего дальнейшего более планомерного и глубокого исследования. Ряд некоторых развитий этой структуры читатель сможет найти в последующем изложении.

Глава 5
Векторные ментальные многообразия

Пусть V — линейное (векторное) пространство над полем F. Элементами этого пространства являются объекты, которые обычно называются «векторами», хотя это могут быть не только геометрические вектора. Полем называется структура, для которой выполнены аксиомы вещественных чисел. Из поля берутся те объекты, на которые можно домножать элементы V. В простейшем случае V — это некоторое конечномерное евклидово пространство над полем вещественных чисел R.

На линейном пространстве могут быть реализованы различные ментальные многообразия. Ниже я попытаюсь рассмотреть несколько видов таких *векторных ментальных многообразий*.

§ 1. Ментальное многообразие с векторным проецированием

Первая проблема, которая возникает в связи с построением векторных ментальных многообразий, — это проблема порядка. Как и всегда, *построение ментального многообразия следует начинать с поиска некоторого отношения нестрогого порядка*, которое можно в дальнейшем представить как проективно-модальное отношение, по крайней мере в рамках подходящих вырожденных Онтологий. В случае векторных пространств эта проблема не кажется простой, поскольку на векторах в общем случае не определено естественное отношение порядка. В то же время я давно пользовался для иллюстрации идей ментального многообразия образом геометрических проекций. Поэтому интересно было бы в первую очередь проверить, можно ли построить векторные ментальные многообразия, в которых образование мод будет связано с образованием векторных проекций. В первую очередь, по-видимому, речь должна идти о простейшем случае образования проекции одного вектора на другом векторе. Рассмотрим этот случай более подробно.

Пусть x и y — два элемента линейного пространства V, т. е. два вектора. Что такое в общем случае проекция вектора x на вектор y? Предположим, что на векторном пространстве V задано *скалярное произведение*, которое, как обычно, можно обозначать символом (x, y). В этом случае можно определить норму $||x||$ вектора x по правилу $||x|| = (x, x)^{1/2}$. Обозначим для вектора y через $e_y = y/||y||$ вектор единичной длины того же направления, что y. В качестве проекции $pr_y(x)$ вектора x на вектор y теперь можно рассмотреть вектор $(e_y, x)e_y$. Используя оператор $P(x, y)z = (y, z)x$, который представляет собой оператор векторного проецирования («векторный проектор»), можно проекцию $pr_y(x)$ вектора x на вектор y выразить следующим образом:

(VP) $$pr_y(x) = P(e_y, e_y)x = (e_y, x)e_y.$$

Итак, проекция вектора x на вектор y есть новый вектор, который является нулевым, со- или противонаправленным вектору y, в зависимости от знака скалярного произведения (e_y, x). Длина этого вектора равна модулю скалярного произведения (e_y, x).

В приведенных выше рассуждениях неявно предполагалось, что вектор y ненулевой (в самом деле, это следует из выражения $e_y = y/||y||$). Если y — нулевой вектор, то положим по определению, что $e_y = y$. В этом случае проекция любого вектора на нулевой вектор будет нулевым вектором. Таким образом, получим:

(Ve) $$e_y = y/||y||, \text{ если } y \neq 0,$$
$$e_y = y, \text{ если } y = 0.$$

Если мы попытаемся построить ментальное многообразие на векторах, где проекторы образуют моды из модусов, то нам понадобится и векторный сюръектор, т. е. некоторый оператор, действие которого будет противоположным действию векторного проектора. Решая обратную задачу, можно в качестве векторного сюръектора предложить следующий оператор:

$$S(e_y, e_y)x = ((x, x)/(e_y, x))e_y, \text{ если } (e_y, x) \neq 0.$$

Этот оператор, наоборот, «поднимает» вектор x до вектора y, который бы дал проекцию на x-направление в качестве вектора x. Правда, в определении предполагается, что скалярное произведение (e_y, x) не равно нолю. В случае, если $(e_y, x) = 0$, положим по определению, что $S(e_y, e_y)x = x$. В целом, получим:

(VS) $$S(e_y, e_y)x = ((x, x)/(e_y, x))e_y, \text{ если } (e_y, x) \neq 0,$$
$$S(e_y, e_y)x = x, \text{ если } (e_y, x) = 0.$$

Замечу, что такой векторный сюръектор однозначен только в случае вещественных линейных пространств. В случае линейного пространства над полем комплексных чисел, получим соотношение:

$$S(e_y, e_y) \circ P(e_x, e_x)y = \exp(i2z)\ y, \text{ где } (e_x, e_y) = a \exp(iz).$$

Наконец, согласуя идею векторного проектора и сюръектора с двуместностью соответствующих операторов в ментальном многообразии, введем следующие определения:

$$P(e_x)y =_{Df} P(e_x, e_x)y,$$
$$S(e_y)x =_{Df} S(e_y, e_y)x.$$

Так могут быть введены двуместный векторный проектор и сюръектор, один из аргументов в которых играет роль параметра.

Зафиксируем некоторый полный набор векторов a_1, a_2, ..., a_N в векторном пространстве V. В качестве векторных проекторов могут быть рассмотрены операторы

$$\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}, a_{k_i}),$$

где a_{k_1}, a_{k_2}, ..., a_{k_n} — некоторый поднабор векторов из набора a_1, a_2, ..., a_N, и $e_{k_i} = a_{k_i}/||a_{k_i}||$. Такие операторы проецируют вектор на подпространство, натянутое на векторы a_{k_1}, a_{k_2}, ..., a_{k_n}, а затем домножают эту проекцию на некоторое число, делая свой результат вектором, пропорциональным векторной проекции. В связи с этим я буду называть такие операторы *пропорциональными векторными проекторами*. В случае, если $\{a_i\}_{i=1}^{N}$ — ортонормированный базис пространства V, получаем обычное векторное проектирование, которое я буду называть *стандартным векторным проектированием*, а соответствующие проекторы *стандартными векторными проекторами*.

Имеем:

$$\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}, a_{k_i})y = \sum_{i=1}^{n} P(a_{k_i}, y)e_{k_i} = \sum_{i=1}^{n} y_{k_i}\ e_{k_i},$$

где $y_{k_i} = (a_{k_i}, y)$.

На основе одноместного оператора $P(a_{k_i}) =_{Df} P(e_{k_i}, a_{k_i})$ мы можем формально определить следующий двуместный оператор $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$:

$$[\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)]\{a_{k_i}\}_{i=1}^{n} =_{Df} \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}, a_{k_i}).$$

Оператор $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$ действует на последовательность векторов $\{a_{k_i}\}_{i=1}^{n}$, образуя одноместный проектор $\sum_{i=1}^{n} P(a_{k_i})$. Оператор $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$ я буду далее называть *двуместным векторным проектором*.

Теперь мы готовы к тому, чтобы построить некоторую Проективно Модальную Онтологию на векторах с фиксированным проектором и предикатом Mod^{12347} (проективной частью некоторой 7-Онтологии). Будем использовать для обозначения этой Онтологии спецификатор $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$ (как будет видно дальше, конструкции этой Онтологии существенно зависят от набора векторов $\{a_i\}_{i=1}^{N}$, в связи с чем я выражаю зависимость Онтологии от этого набора введением его в состав спецификатора). Предполагается, что в ней определены аксиомы для линейного пространства V, скалярного произведения и аксиомы для поля вещественных чисел R, над которым строится пространство V. Также положим, что есть аксиомы, определяющие последовательность $\{a_i\}_{i=1}^{N}$ как *полную систему векторов* пространства V.

В качестве первичного проективно-модального предиката выступает следующий предикат:

(D) $$\mathrm{Mod}(x, y, \{a_{k_i}\}_{i=1}^{n}, \downarrow_{1V}, 1V\{a_i\}_{i=1}^{N}) \equiv (x = \sum_{i=1}^{n} P(a_{k_i})y) \wedge \wedge (\{a_{k_i}\}_{i=1}^{n} \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge (x, y \in V),$$

где $\downarrow_{1V} =_{Df} \sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$,

$$(\{a_{k_i}\}_{i=1}^{n} \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \equiv \forall i(((i = 1) \vee \ldots \vee (i = n)) \supset \supset \exists k \exists c_i(((k = 1) \vee \ldots \vee (k = N)) \wedge (a_{ki} = c_i a_k)).$$

Таким образом, согласно этому определению, вектор x объявляется $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-модой вектора y в рамках полной системы $\{a_k\}_{k=1}^{N}$, если только если x есть векторная проекция y на некоторое подпространство, натянутое на $\{a_{ki}\}_{i=1}^{n}$. Из определения (D) мы видим, что $1V\{e_i\}_{i=1}^{N}$-моделями являются последовательности $\{a_{k_i}\}_{i=1}^{n}$ полной системы $\{a_i\}_{i=1}^{N}$. Это, в частности, означает, что в языке $5\downarrow_{1V}1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-Онтологии должны быть переменные по последовательностям векторов или чисел, для которых имеет смысл отношение H_V, как оно было определено выше. Для выделения таких переменных можно использовать предикаты SVect — «быть системой векторов», и nTerm — «быть последовательностью из n термов». Далее я буду сокращать спецификатор $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$ через символ «1V».

Ясно также, что в 1V-Онтологии должна присутствовать теорема

(nTerm) $$(z \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \supset \exists n(\mathrm{nTerm}(z)).$$

Можно доказать следующие теоремы.

Теорема 1

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V) \equiv \exists n \exists z((x = \sum_{i=1}^{n} P(z)y) \wedge \mathrm{nTerm}(z) \wedge (z \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge (x, y \in V)).$$

Через запись « $\sum_{i=1}^{n} P(z)y$ » я буду сокращать выражение « $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)(z, y)$ ».

Теорема 2

$$\mathrm{Mod}^{17}(x, 1V) \equiv (x \in V).$$

Теорема 3

$$\mathrm{Mod}^{27}(x, 1V) \equiv (x \in V).$$

Теорема 4

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V) \equiv ((y = 0) \supset (x = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 5

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V) \supset \mathrm{Mod}^{27}(x, 1V).$$

Теорема 6

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V) \supset \mathrm{Mod}^{127}(y, y, 1V).$$

Теорема 7

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V) \supset \forall z(\mathrm{Mod}^{127}(y, z, 1V) \supset \mathrm{Mod}^{127}(x, z, 1V)).$$

Доказательство (см. Приложение 17)

В доказательстве этой теоремы я не раз пользовался законом экстенсиональности для векторного равенства =. Эти приемы оправданы следующими теоремами.

Теорема 8

$$(x =^{1V1}{}_{23}\, y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 9

$$(x =^{1V2}{}_{13}\, y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 10

$$(x =^{1V2}{}_{1}\, y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

В этом случае для доказательства второй аксиомы 1V-Онтологии достаточно доказать следующую теорему.

Теорема 10

$$\mathrm{Mod}(x, y, \{a_{ki}\}^{n}{}_{i=1}, \downarrow_{1V}, 1V) \equiv ((x = 0) \equiv (\sum_{i=1}^{n} P(a_{ki})y = 0)) \wedge$$
$$\wedge\, \exists x\mathrm{Mod}(x, y, \{a_{ki}\}^{n}{}_{i=1}, \downarrow_{1V}, 1V) \wedge \exists y\mathrm{Mod}(x, y, \{a_{ki}\}^{n}{}_{i=1}, \downarrow_{1V}, 1V).$$

Доказательство этой теоремы следует из определения (D) и теорем 8, 9.

Итак, аксиоматическая система, выстраиваемая на основе определения (D), в самом деле есть $5\downarrow_{1V}1V$-Онтология. В этой онтологии всего два модуса — все ненулевые векторы и нулевой вектор. Любые два вектора могут быть представлены как пропорциональные проекции друг друга за одним исключением — ненулевой вектор нельзя представить как пропорциональную проекцию нулевого вектора.

Рассмотрим частный случай представленной выше $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-Онтологии, когда берется один вектор a, на который идет пропорциональное проецирование (здесь можно вообще снять фиксацию некоторого полного набора векторов $\{a_i\}_{i=1}^{N}$ для пространства V, рассматривая вектора не для фиксированного базиса, а в рамках векторного пространства как объекта, инвариантного к преобразованию координат. Для такой Онтологии я буду использовать спецификатор «1v»).

Тогда получим:

(D′) $$\mathrm{Mod}(x, y, a, \downarrow_{1v}, 1v) \equiv (x = P(a)y) \wedge (x, y, a \in V),$$

где $\downarrow_{1v} =_{Df} P(...)$.

Как и ранее, можно доказать теоремы:

Теорема 1′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v) \equiv \exists z((x = P(z)y) \wedge (x, y \in V)).$$

Теорема 2′

$$\mathrm{Mod}^{17}(x, 1v) \equiv (x \in V).$$

Теорема 3′

$$\mathrm{Mod}^{27}(x, 1v) \equiv (x \in V).$$

Теорема 4′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v) \equiv ((y = 0) \supset (x = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 5′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v) \supset \mathrm{Mod}^{27}(x, 1v).$$

Теорема 6′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v) \supset \mathrm{Mod}^{127}(y, y, 1v).$$

Теорема 7′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v) \supset \forall z(\mathrm{Mod}^{127}(y, z, 1v) \supset \mathrm{Mod}^{127}(x, z, 1v)).$$

Теорема 8′

$$(x =_{23}^{1v1} y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 9′

$$(x =_{23}^{1v2} y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Теорема 10′

$$(x =_{1}^{1v2} y) \equiv ((x = 0) \equiv (y = 0)) \wedge (x, y \in V).$$

Интересно, что может быть доказана еще одна теорема:

Теорема 11′

$$\mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1V\{a_i\}_{i=1}^{N}) \supset \mathrm{Mod}^{127}(x, y, 1v),$$

т. е. если вектор x является модой вектора y в рамках $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-Онтологии, то x является модой y и в рамках 1v-Онтологии. Это означает, что для пропорциональной проекции вектора, полученной в подпространстве, натянутом на $\{a_{ni}\}_{i=1}^{m} \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}$, всегда в качестве 1v-модели этой проекции можно рассмотреть один вектор $a \in V$. Таким образом, более простые 1v-модели могут дать те же результаты, которые в $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-Онтологии дают более сложные $1V\{a_i\}_{i=1}^{N}$-модели.

Как и ранее, для доказательства второй аксиомы 1v-Онтологии достаточно доказать следующую теорему.

Теорема 12′

$$\mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{1v}, 1v) \equiv ((x = 0) \equiv (P(z)y = 0)) \wedge$$
$$\wedge\ \exists x \mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{1v}, 1v) \wedge \exists y \mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{1v}, 1v).$$

Доказательство этой теоремы следует из определения (D′) и теорем 8′, 9′.

Пытаясь выразить более дифференцированную структуру векторных ментальных многообразий, рассмотрим случай 1V-Онтологии с ортонормированным базисом $\{e_k\}_{k=1}^N$. Для этой Онтологии я также попытаюсь выразить и сюръектор.

Зафиксируем некоторый базис $e_1, e_2, ..., e_N$ в векторном пространстве V. В качестве векторных проекторов, как и ранее, могут быть рассмотрены операторы

$$\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}),$$

где $e_{k_1}, e_{k_2}, ..., e_{k_n}$ — некоторый поднабор векторов из набора $e_1, e_2, ..., e_N$. Такие операторы проецируют вектор на подпространство, базисом которого являются вектора $e_{k_1}, e_{k_2}, ..., e_{k_n}$. Как я уже отмечал выше, это стандартные векторные проекторы. Здесь имеем:

$$\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i})y = \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}, e_{k_i})y = \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}, y)e_{k_i} = \sum_{i=1}^{n} y_{k_i}\ e_{k_i},$$

$y_{k_i} = (e_{k_i}, y)$ — k_i-я координата вектора y в базисе $e_1, e_2, ..., e_N$.

На основе одноместного оператора $\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i})$ мы можем формально определить следующий двуместный оператор:

$$[\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)]\{e_{k_i}\}_{i=1}^{n} =_{Df} \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i}).$$

Оператор $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$ действует на последовательность векторов базиса $\{e_{k_i}\}_{i=1}^{n}$, образуя одноместный проектор $\sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i})$. Оператор $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)$ я буду далее называть *двуместным векторным проектором*.

Аналогичные конструкции могут быть представлены для векторных сюръекторов.

Во-первых, определим некоторый векторный сюръектор в несколько ином смысле, чем это было сделано выше.

Пусть x — вектор из пространства V, a_i — вещественное число, e_i — один из векторов базиса $e_1, e_2, ..., e_N$. Определим операцию

$$x * a_i e_i = x, \text{ если } (e_i, x) \neq 0,$$
$$x * a_i e_i = x + a_i e_i, \text{ если } (e_i, x) = 0.$$

Пусть $\{e_{p_j}\}_{j=1}^{m}$ — поднабор векторов из набора $e_1, e_2, ..., e_N$. Обозначим через сумму $\sum_{j=1}^{m}{}^{*} e_{p_j}$ объект $(e_{p_1} * e_{p_2} * ... * e_{p_m})$. Используя эту операцию, определим векторный сюръектор в базисе $e_1, e_2, ..., e_N$ как оператор $S^*(a_i e_i)$, где

$$S^*(a_i e_i)x = x * a_i e_i.$$

Далее может быть определен оператор

$$\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j}),$$

где $e_{p_1}, e_{p_2}, ..., e_{p_m}$ — некоторый поднабор векторов из набора $e_1, e_2, ..., e_N$. Здесь имеем:

$$\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j})x = x * (e_{p_1} * e_{p_2} * ... * e_{p_m}) =_{Df} (...((x * e_{p_1}) * e_{p_2}) * ... * e_{p_m}).$$

На основе одноместного оператора $\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j})$ мы можем формально определить следующий двуместный оператор:

$$[\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(\ldots)]\{a_j e_{p_j}\}_{j=1}^{m} =_{Df} \sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j}).$$

Здесь последовательность $\{a_j e_{p_j}\}_{j=1}^{m}$ формально играет роль одного из аргументов оператора $\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(\ldots)$, после подстановки которого получаем одноместный оператор $\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j})$. Далее я буду называть оператор $\sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(\ldots)$ *двуместным векторным сюръектором.*

Теперь мы готовы к тому, чтобы построить некоторую Проективно Модальную Онтологию на векторах с фиксированным проектором и сюръектором. Предполагается, что в ней определены аксиомы для линейного пространства V, скалярного произведения и аксиомы для поля вещественных чисел R, над которым строится пространство V. Также положим, что есть аксиомы, определяющие последовательность $\{e_i\}_{i=1}^{N}$ как *ортонормированный базис* пространства V.

В качестве первичного проективно-модального предиката выступает следующий предикат:

$$(D^*)\ Mod(x, y, \{e_{k_i}\}_{i=1}^{n}, \downarrow_{1V}, \{a_j e_{p_j}\}_{j=1}^{m}, \uparrow_{1V}, 1V\{e_i\}_{i=1}^{N}) \equiv$$

$$\equiv (x = \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i})y) \wedge (y = \sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^*(a_j e_{p_j})x) \wedge (\{e_{k_i}\}_{i=1}^{n} \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$$

$$\wedge (\{e_{p_i}\}_{j=1}^{m} \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge \forall j((j = 1) \vee ... \vee (j = m)) \supset (a_j \in R) \wedge (x, y \in V\{e_i\}_{i=1}^{N}),$$

где

$$\downarrow_{1V} =_{Df} \sum_{i=1}^{n} P(\ldots),$$

$$\uparrow_{1V} =_{Df} \sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^{*}(\ldots),$$

$$(\{e_{k_i}\}_{i=1}^{n} H_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \equiv \forall i(((i = 1) \vee \ldots \vee (i = n)) \supset$$
$$\supset \exists k(((k = 1) \vee \ldots \vee (k = N)) \wedge (e_{k_i} = e_k)).$$

Таким образом, согласно этому определению, представление x объявляется $1V\{e_k\}_{k=1}^{N}$-модой представления y в рамках базиса $\{e_k\}_{k=1}^{N}$ если только если x есть векторная проекция y на некоторое подпространство с базисом $\{e_{ki}\}_{i=1}^{n}$. Из определения (D) мы видим, что 1V-моделями являются последовательности $\{e_{ki}\}_{i=1}^{n}$ элементов базиса, $1V\{e_k\}_{k=1}^{N}$-модулями — последовательности $\{a_j e_{pj}\}_{j=1}^{m}$ произведений элементов базиса на числа. Это, в частности, означает, что в языке $5\downarrow_{1V}\uparrow_{1V}1V\{e_k\}_{k=1}^{N}$-Онтологии должны быть переменные по последовательностям векторов или чисел, для которых имеет смысл отношение H_V, как оно было определено выше. Для выделения таких переменных можно использовать предикаты ON — «быть ортонормированной системой векторов», и nTerm — «быть последовательностью из n термов». Далее я, как и ранее, буду сокращать обозначение спецификатора «$1V\{e_k\}_{k=1}^{N}$» через символ «1V».

Ясно также, что в 1V-Онтологии должна присутствовать теорема

(ON) $$(z \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \supset ON(z) \wedge \exists n(nTerm(z)).$$

Можно доказать следующие теоремы.

*Теорема 1**

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \equiv \exists n \exists z((x = \sum_{i=1}^{n} P(z)y \wedge nTerm(z) \wedge ON(z) \wedge$$
$$\wedge (z \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge (x, y \in V)).$$

Через запись « $\sum_{i=1}^{n} P(z)y$ » я буду сокращать выражение « $\sum_{i=1}^{n} P(\ldots)(z, y)$ ».

*Теорема 2**

$$Mod^{17}(x, 1V) \equiv (x \in V).$$

*Теорема 3**

$$Mod^{27}(x, 1V) \equiv (x \in V).$$

*Теорема 4**

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \supset Mod^{27}(x, 1V).$$

*Теорема 5**

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \supset Mod^{127}(y, y, 1V).$$

*Теорема 6**

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \supset \forall z(Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V)).$$

Доказательство (см. Приложение 17)

В доказательстве этой теоремы я не раз пользовался законом экстенсиональности для векторного равенства =. Эти приемы оправданы следующими теоремами.

*Теорема 7**

$$(x =^{1V1}_{235} y) \equiv ((x = y) \wedge (x, y \in V)).$$

*Теорема 8**

$$(x =^{1V2}_{135} y) \equiv ((x = y) \wedge (x, y \in V)).$$

*Теорема 9**

$$(x =^{1V2}_{1} y) \equiv ((x = y) \wedge (x, y \in V)).$$

Следовательно, векторное равенство в 1V-Онтологии выполняет роль как самого сильного, так и самого слабого проективно-модального равенства между модами и модусами.

В этом случае для доказательства второй аксиомы 1V-Онтологии достаточно доказать следующую теорему.

*Теорема 10**

$$\mathrm{Mod}(x, y, \{e_{k_i}\}^{n}_{i=1}, \downarrow_{1V}, \{a_j e_{p_j}\}^{m}_{j=1}, \uparrow_{1V}, 1V) \equiv (x = \sum_{i=1}^{n} P(e_{k_i})y) \wedge$$
$$\wedge (y = \sum_{j=1}^{m}{}^{*} S^{*}(a_j e_{p_j})x) \wedge \exists x \mathrm{Mod}(x, y, \{e_{k_i}\}^{n}_{i=1}, \downarrow_{1V}, \{a_j e_{p_j}\}^{m}_{j=1}, \uparrow_{1V}, 1V) \wedge$$
$$\wedge \exists y \mathrm{Mod}(x, y, \{e_{k_i}\}^{n}_{i=1}, \downarrow_{1V}, \{a_j e_{p_j}\}^{m}_{j=1}, \uparrow_{1V}, 1V).$$

Доказательство этой теоремы практически вытекает из определения (D*) и теорем 7*, 8*.

Итак, аксиоматическая система, выстраиваемая на основе определения (D*), в самом деле есть $5\downarrow_{1V}\uparrow_{1V}1V$-Онтология.

Поскольку все элементы $1V\{e_i\}^{N}_{i=1}$-Онтологии тесно связаны с базисом $\{e_i\}^{N}{}_{i=1}$, то нам нужна некоторая математическая структура, с помощью которой можно было бы выразить идею представления вектора в некоторой системе координат. Обозначим эту структуру через $V\{e_k\}^{N}_{k=1}$, где $\{e_k\}^{N}_{k=1}$ — по-прежнему ортонормированный базис пространства V. Структура $V\{e_k\}^{N}_{k=1}$ — это линейное пространство V, в которой выделен только базис $\{e_k\}^{N}_{k=1}$ и наложено ограничение на введение каких-либо иных базисов. В таком виде оно более адекватно будет представлено как множество не векторов, но только их представлений в базисе $\{e_k\}^{N}_{k=1}$. Такие представления можно выразить как N-ки чисел. Итак, $V\{e_k\}^{N}_{k=1}$ — множество N-ок чисел с наложением ограничения на допустимость только одного базиса $\{e_k\}^{N}_{k=1}$. Каждая N-ка $\{x_k\}^{N}_{k=1}$ в такой структуре — не вектор, но лишь *представление вектора* в базисе $\{e_k\}^{N}_{k=1}$. Поскольку N-ки$\{x_k\}^{N}_{k=1}$ в структуре $V\{e_k\}^{N}_{k=1}$ тесно связаны с базисом $\{e_k\}^{N}_{k=1}$, то, возможно, представления векторов точнее было бы передавать не просто N-ками чисел, но N-ками $\{x_k e_k\}^{N}_{k=1}$ — произведений чисел на элементы базиса. По-видимому, можно утверждать, что моделью $1V\{e_i\}_{i=1}^N$-Онтологии должна быть именно структура $V\{e_i\}_{i=1}^N$, а не пространство V. Структуру $V\{e_i\}_{i=1}^N$ я буду далее называть *пространством* $\{e_i\}_{i=1}^N$*-представлений векторов*. Это пространство операционально изоморфно пространству V, но обладает только одним базисом.

В рамках этой Онтологии моды векторов являются стандартными векторными проекциями этих векторов на подпространства V при некотором фиксированном ортонормированном базисе $\{e_k\}_{k=1}^N$. Получается векторное ментальное многообразие, тесно связанное с процедурами стандартного векторного проецирования. Надо сказать, что идея такого ментального многообразия служила для меня одним из источников интуитивных представлений о ментальных многообразиях вообще (например, идея и терминология для проектора была позаимствована мной именно из этих ментальных многообразий), но лишь в последнее время мне удалось выразить конструкции этого многообразия достаточно строго и оправдать мои давние интуиции. Как было показано выше, если бы, например, идея проективно-модального отношения $Mod^{127}(x, y, 1V)$ была связана с общим выражением для проектора $x = \sum_{i=1}^{n} P(a_i)y$, где a_i — любой вектор из V, то в этом случае условие $Mod^{127}(x, y, 1V)$ было бы выполнено для любых векторов x и y, кроме случая $(x \neq 0)$ и $(y = 0)$. Следовательно, в таком ментальном многообразии осталось бы лишь два различных 1V-модуса — это нулевой и ненулевой векторы. С другой стороны, 1V-Онтология, где в качестве моделей берутся системы ортонормированных векторов, обладает максимальной различимостью — здесь любые два разных вектора одновременно являются двумя разными 1V-модусами. Может быть, есть какой-то промежуточный вариант определения проективно-модальной векторной связи, но пока мне не удалось его сформулировать. С другой стороны, несмотря на зависимость 1V-Онтологии от базиса $\{e_k\}_{k=1}^N$, этот случай векторного ментального многообразия окажется чрезвычайно важным в квантовой механике (см.: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 347—348), где как раз фиксированы ортонормированные базисы эрмитовых операторов, соответствующие квантовым наблюдаемым. Наконец, мне кажется, что связь идеи *векторной проекции* с базисом можно пытаться оправдать еще и тем, что векторная проекция по самому смыслу не есть слишком инвариантная конструкция, имеющая смысл вне тех начал, *на которые* совершается проецирование. Но таковыми в общем случае и должны, по-видимому, выступать системы элементов некоторого базиса векторного пространства. Следовательно, представленная выше $5\downarrow_{1V}\uparrow_{1V}1V\{e_k\}_{k=1}^N$-Онтология еще не вполне выражает идею вектора как некоторого межбазисного инварианта. Скорее она выражает проективно-модальную иерархию внутри определенного базиса. Следующий шаг в построении векторных ментальных многообразий мог бы быть связан как раз с выражением того принципа инвариантности, который вкладывается в математике и физике в понятия вектора и тензора. Но здесь нам понадобится некоторая первичная неинвариантная векторная среда, отталкиваясь от которой могут быть определены векторные и тензорные инварианты. Роль такой среды как раз могли бы сыграть различные векторные ментальные многообразия, привязанные к тем или иным конкретным векторным базисам.

§ 2. Ментальное многообразие для векторов и их представлений

На векторах может быть построена не единственная векторная Онтология. В этом параграфе я постараюсь представить эскиз еще одной такой Онтологии, тесно связанной с идеей вектора (тензора) как инвариантного объекта, сохраняющегося при переходах от одной системы отсчета к другой.

Как известно, вектор определяется в математике и физике как такой объект, который вообще говоря не сводим к своим представлениям в различных системах координат (базисах). Это некоторый *инвариант*, как бы находящийся «по ту сторону» систем координат и лишь так или иначе в них представляющийся. Здесь мы встречаемся с такими конструкциями, как

- вектор;
- представление вектора в системе координат (базиса);
- система координат (базис) в линейном пространстве.

Эта тройка понятий прямо соотносится с идеями модуса, моды и модели в некотором ментальном многообразии. Попытаемся теперь наметить пути к реализации этого ментального многообразия, которое я буду выделять спецификатором 2V.

В 2V-Онтологии представления векторов нужно выразить как моды этих векторов в соответствующих базисах.

По-видимому, проще всего ввести 2V-Онтологию как случай вырожденной Онтологии, используя соответствующее отношение нестрогого порядка, например такое:

$$(=_V) \qquad (x =_V y) \equiv (x = y) \wedge \{[\exists z(\mathrm{ONBas}(z) \wedge (x, y \mathrm{O} V(z)] \vee (x, y \mathrm{O} V))\}$$

$$(\leq_V) \qquad (x \leq_V y) \equiv (x =_V y) \vee \exists n \exists z(\mathrm{ONBas}(z) \wedge n\mathrm{Term}(z) \wedge (x = \sum_{i=1}^{n} P(z) y\ ) \wedge$$
$$\wedge (x \in V(z)) \wedge (y \in V)),$$

где ONBas — предикат «быть ортонормированным базисом».

Формула $\mathrm{Mod}^{12467}(x, y, \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V) \wedge \urcorner \mathrm{Mod}^{12467}(y, x, \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V)$ будет в этом случае выражать тот факт, что x — представление вектора y.

Но можно постараться определить 2V-Онтологию не столь вырожденно, явным образом пытаясь прописать конструкции функторов, моделей и модулей. Например, можно предложить здесь следующие соображения.

Если дан базис $\{e_k\}_{k=1}^N$ и вектор x, то представление x в базисе $\{e_k\}_{k=1}^N$ есть N-ка $\{(e_k, x)e_k\}_{k=1}^N$. Наоборот, если дана N-ка $\{x_k e_k\}_{k=1}^N$ в базисе $\{e_k\}_{k=1}^N$, то по ней можно восстановить вектор x как сумму $x = \sum_{k=1}^{N} x_k\, e_k$. Следовательно, в качестве проектора выступит в 2V-Онтологии некоторый оператор $\downarrow_{2V}(x, \{e_k\}_{k=1}^N) = \{(e_k, x)e_k\}_{k=1}^N$, в качестве сюръектора — оператор $\uparrow_{2V}(\{x_k e_k\}^N_{k=1}, \{e_k\}^N_{k=1}) = \sum_{k=1}^{N} x_k e_k$. Кроме того, чтобы эти операторы начали выполнять роль проектора и сюръектора, они должны быть расширены на случаи тождественных преобразований. Например, для вектора x можно ввести некоторую 2V-единицу 1_{2V}, для которой будут выполнены условия

$$(1_{2V}) \qquad \downarrow_{2V}(x, 1_{2V}) = \uparrow_{2V}(x, 1_{2V}) = x$$

для x как вектора или представления вектора.

В этом случае в рамках 2V-Онтологии векторы окажутся модусами, их представления модами и системы отсчета в форме ортонормированных базисов — моделями.

Следует заметить, что в этом случае представления $x =_V \{x_k\}^N_{k=1}$ и $x^* =_V \{x^*{}_k\}^N_{k=1}$ одного вектора y в разных базисах b и b* будут связаны линейными преобразованиями:

$$x^*_k = \sum_{i=1}^{N} a^*_{k_i} x_i,$$

где $a^*_{k_i}$ — коэффициенты матрицы перехода от нового базиса b* к старому b. Такие преобразования можно выразить и как некоторый закон перехода L[b, b*], зависящий от базисов b и b* как от своих параметров:

$$(\mathrm{Inv}) \qquad \exists y(\mathrm{Mod}(x, y, b, \downarrow_{2V}, b, \uparrow_{2V}, 2V) \wedge \mathrm{Mod}(x^*, y, b^*, \downarrow_{2V}, b^*, \uparrow_{2V}, 2V)) \equiv$$
$$\equiv (x^* =_V L[b, b^*]x).$$

В современной физике используется методология введения разного рода инвариантных объектов на основе тех или иных законов преобразования их представлений. Так определяются скаляры, векторы, тензоры, скалярные плотности и т. д. В этом случае те или иные законы преобразования между представлениями оказываются существенным условием «индуктивного» построения соответствующих ментальных многообразий, идущего от множества представлений к восстановлению стоящих за ними инвариант. На примере 2V-Онтологии эту методологию «снизу вверх» можно пояснить следующим образом. Построение начинается с задания множества 1V-Онтологий для различных базисов. Далее существование вектора как 2V-модуса гарантируется условием (Inv), в связи с чем появляются новые 2V-модусы, не являющиеся представлениями. Именно эти модусы оказываются инвариантами, тип которых связан с законом преобразования L[b, b*]. В дальнейшем может быть обеспечена единственность таких объектов (из условия существования в (Inv) выводится единственность соответствующего модуса) и согласованность их представлений-мод в разных базисах.

Следует также отметить, что закон преобразования L[b, b*] может быть представлен как интегродифференциал $\Delta_{b^*b} =_{Df} d_{b^*} \circ i_b$ — результат последовательного действия интеграла i_b, «поднимающего» представление вектора в базисе b до самого вектора, и дифференциала d_{b*}, «опускающего» вектор до его нового представления в базисе b*. Дифференциал и интеграл определяются на основе 2V-проектора и сюръектора.

Так методология введения физических инвариант оказывается тесно связанной с построением Проективно Модальных Онтологий, подобных 2V-Онтологии. Сам феномен инвариантности может быть выражен как некоторый вид «модусности» в рамках подходящих Проективно Модальных Онтологий.

§ 3. Векторная полионтология

На коллинеарных векторах можно определить естественный порядок вида

(VOrd) $$x \leq y \equiv \exists a((a \in R) \wedge (a \geq 0) \wedge (a \leq 1) \wedge (x = ay))$$

и определить новую векторную 3V-Онтологию с проективно-модальным предикатом

$$\mathrm{Mod}(x, y, \alpha, \downarrow_{3V}, \beta, \uparrow_{3V}, 3V) \equiv (x = \alpha y) \wedge (y = \beta x) \wedge (\alpha, \beta \in F) \wedge (x, y \in V).$$

3V-функторы определим по следующему правилу:

$$\downarrow_{3V}(y, \alpha) =_{Df} \alpha y,$$
$$\uparrow_{3V}(x, \beta) =_{Df} \beta x.$$

Здесь мы сталкиваемся со случаем, когда проектор и сюръектор определяются на основе одного и того же функтора.

Теперь мы можем объединить все три векторных онтологии в рамках некоторой полионтологии, которая одновременно будет также Проективно Модальной Онтологией. Я буду далее обозначать эту систему как V-Онтологию. Ее подонтологиями будут являться 1V-, 2V- и 3V-Онтологии. В частности, должны быть выполнены следующие свойства включения:

(Sub[1V$\{e_k\}^N_{k=1}$, V]) $$\mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{1V}, t, \uparrow_{1V}, 1V\{e_k\}^N_{k=1}) \supset$$
$$\supset \mathrm{Mod}^{12467}(x, y, z, \downarrow_{1V}, t, \uparrow_{1V}, V).$$

(Sub[2V, V]) $$\mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{2V}, t, \uparrow_{2V}, 2V) \supset \mathrm{Mod}^{12467}(x, y, z, \downarrow_{2V}, t, \uparrow_{2V}, V).$$

(Sub[3V, V]) $$\mathrm{Mod}(x, y, z, \downarrow_{3V}, t, \uparrow_{3V}, 3V) \supset \mathrm{Mod}^{12467}(x, y, z, \downarrow_{3V}, t, \uparrow_{3V}, V).$$

Координация 1V и 2V-Онтологий в рамках V-Онтологии может определяться следующим условием:

(V) $$\mathrm{Mod}^{12467}(t, x, \downarrow_{1V}, \uparrow_{1V}, 1V\{e_k\}^N_{k=1}) \wedge (x = y) \wedge$$
$$\wedge \mathrm{Mod}^{12467}(y, z, \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V) \supset \mathrm{Mod}^{12467}(t, z, \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V),$$

где = — векторное равенство, распространенное в рамках V-Онтологии в том числе на случаи равенств между собою 1V-модусов и таких 2V-модусов, которые являются представлениями векторов. Если для этого равенства так или иначе будет выполнен закон экстенсиональности, то свойство (V) может быть доказано как теорема.

§ 4. Объем инвариантности модуса

На примере векторных ментальных многообразий уместно поднять и обсудить одно важное понятие, связанное со степенью инвариантности модуса.

Пусть дана некоторая α-Онтология, и x — α-модус. Введем следующие понятия. Будем называть *абсолютным α-позитивом* модуса x множество всех моделей этого модуса, *относительным α-позитивом* — множество всех тех моделей x, в которых x дает ненулевые моды. Эти понятия могут быть введены в следующих теоретико-множественных определениях:

(APos) $y \in APos(x) \equiv Mod^{237}(x, y, \alpha)$ — определение абсолютного α-позитива x;

(RPos) $y \in RPos(x) \equiv Mod^{237}(x, y, \alpha) \wedge \neg NModa(y, \alpha)$ — определение относительного α-позитива x.

Модусы можно упорядочивать на основе их позитивов. Позитив модуса может служить индикатором *объема инвариантности* модуса. По-видимому, в первую очередь это верно для относительного позитива модуса. Хотя можно предположить связь этих двух позитивов, допуская, что над α-Онтологией всегда можно надстроить такую рα-Онтологию, в рамках которой появится только одно изменение, сравнительно с α-Онтологией:

(p) $\neg Mod^{237}(x, y, \alpha) \wedge Mod^{37}(y, \alpha) \supset NModel(y, x, p\alpha)$ — любая модель, которая не является α-моделью для α-модуса x, окажется «нулевой рα-моделью» для x как рα-модуса.

Нулевая модель для модуса x — модель для модуса x, в которой x образует только нулевые моды:

(NModel$^{p\alpha}$) $NModel(y, x, p\alpha) \equiv Mod^{237}(x, y, p\alpha) \wedge$
$\wedge \forall z(Mod^{1237}(z, x, y, p\alpha) \supset NModa(z, p\alpha))$.

Таким образом, в рα-Онтологии добавляются в позитив модуса все модели, выходившие за рамки позитива в α-Онтологии. «Не быть моделью для x» оказывается «быть нулевой моделью для x». В рα-Онтологии абсолютный позитив модуса расширяется, а относительный позитив остается прежним, так что в качестве меры инвариантности модуса вернее, по-видимому, рассматривать относительный позитив модуса.

Обратимся с этой точки зрения к векторным ментальным многообразиям. В рамках 2V-Онтологии мы видим, что векторы в качестве 2V-моделей обладают всеми ортонормированными базисами, в то время как представления векторов определены только в рамках одного из таких базисов (за вычетом 2V-единицы 1_{2V}, которая входит в позитив всех 2V-модусов). Уже отсюда видно, что позитивы векторов бесконечно превышают позитивы векторных представлений. Наконец, как было отмечено выше в (Inv), возможность образовать 2V-моду в некоторой 2V-модели тесно связана с определенным законом преобразования мод одного вектора в разных моделях. Позитив 2V-модуса одновременно определен в этом случае как объем определения соответствующего закона инвариантности.

В более общем случае с конкретным видом инвариантности могут быть связаны не вообще ненулевые моды модуса, но некоторый вид ненулевых мод, которые можно было бы называть *определимыми* модами относительно данного вида инвариантности — в том смысле, что именно по этим модам модус может быть восстановлен (определен) как их инвариант. Тогда в более общем случае позитив модуса мог бы быть определен как *множество всех определимых моделей* — моделей, в которых модус дает определимые моды.

§ *5*. Композиционное пространство

Наибольшее обобщение, для которого линейное пространство с базисом будет частным случаем, я предлагаю назвать *композиционным пространством* (*многообразием*). Какова должна быть математика композиционного пространства? Кажется, что здесь должны быть выполнены по крайней мере следующие условия:

1. Должна существовать по крайней мере одна *операция композиции* o, которая составляет из отдельных элементов A, B их комбинации (композиции) A o B.
2. Возможно, операция o *ассоциативна*.
3. Должен существовать *нулевой элемент* N, который является нейтральным элементом операции o, т. е. N o A = A o N = A для любого элемента A.
4. Должны быть заданы некоторые *коэффициенты*, с которыми элементы могут входить в композиции.
5. Отсюда следует существование операции *внешней композиции* (*), которая выражает взятие элемента A с коэффициентом α — как $\alpha * A$.
6. Среди коэффициентов должны присутствовать по крайней мере *ноль* 0 и *единица* 1, так что 0 * A = N и 1 * A = A для любого элемента A.

Пусть A, B, C... — элементы композиционного пространства, o — операция композиции. Это значит, что A o B — также элемент композиционного пространства. Пусть далее α, β... — коэффициенты, на которые могут домножаться элементы. Тогда $\alpha * A$ — также элемент композиционного пространства.

Тогда *композиционное пространство с базисом* может быть определено как такое композиционное пространство, в котором 1) найдутся такие независимые ненулевые элементы $A_1, A_2, ..., A_n$ (независимость базиса), что 2) для любого элемента B найдутся такие коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$, что $B = (\alpha_1 * A_1) \circ (\alpha_2 * A_2) \circ ... \circ (\alpha_n * A_n)$ (полнота базиса). В этом случае элементы $A_1, A_2, ..., A_n$ можно называть *базисом* композиционного пространства, а число n можно называть *размерностью* композиционного пространства *относительно базиса* $A_1, A_2, ..., A_n$. В силу возможной некоммутативности операции o, порядок элементов в базисе может быть важен.

Элементы A и B называются *независимыми*, если не существует такого коэффициента α, что $B = \alpha * A$. Элемент B называется *независимым от элементов* B_1, B_2, ..., B_m, если не найдется таких коэффициентов β_1, β_2, ..., β_m, что $B = (\beta_1 * B_1) \circ \circ (\beta_2 * B_2) \circ ... \circ (\beta_m * B_m)$.

Ясно, что векторные пространства — это композиционные пространства. Интересны были бы примеры композиционных пространств, которые не являются векторными пространствами.

Например, в аксиоматической теории любую теорему можно вывести из аксиом. Определим здесь операцию $\circ$ по правилу: $B = A_1 \circ A_2 \circ ... \circ A_n$ если только если B выводима *минимум* из A_1, A_2, ..., A_n (это значит, что B выводима из A_1, A_2, ..., A_n и не выводима ни из одного собственного подмножества множества $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$).

То же можно сказать о множестве определяемых понятий относительно первичных понятий.

Еще пример — булевы алгебры. Здесь возможна ситуация, когда каждый элемент может быть представлен как булева сумма ноля или атомов (например, совершенная дизъюнктивная нормальная форма в логике высказываний).

Интересный случай — композиционное пространство на онточислах. В простейшем случае, если дан ряд онточисел 1_M, 2_M, ..., M_M, то каждое онточисло k_M можно рассмотреть как элемент базиса композиционного пространства с некоторой операцией композиции $\circ$, так что композиции в этом случае будут иметь вид:

$$(\alpha_1 * 1_M) \circ (\alpha_2 * 2_M) \circ ... \circ (\alpha_n * M_M).$$

В качестве таких композиций можно было бы рассмотреть, например, молекулы, построенные на атомах, — элементах Периодической таблицы Менделеева, которая имеет спиральную структуру (здесь, по-видимому, в типичном случае $M = 8$). Еще пример — музыкальные созвучия, т. е. одновременное звучание нескольких звуков разной высоты. Таким образом, с онточислами могут быть связаны свои композиционные пространства, базисом которых выступают онточисла. Возможно, верно и обратное: если дано некоторое композиционное пространство, в частности векторное пространство, то можно пытаться связать с ним онточисловую структуру, на основе которой это пространство могло бы быть порождено. Тем самым мы могли бы получить ключ к онточисловому представлению композиционных пространств.

Научное познание вообще склонно к тому, чтобы унифицировать многообразие, в том числе в форме разного рода композиционных пространств.

На разных комбинациях в случае композиционного пространства с базисом A_1, A_2, ..., A_n можно ввести порядок, предполагая, что порядок введен на коэффициентах, где в любом случае $0 < 1$. Тогда порядок на композициях можно определить покоординатно:

$$(\alpha_1 * A_1) \circ (\alpha_2 * A_2) \circ ... \circ (\alpha_n * A_n) \leq (\beta_1 * A_1) \circ (\beta_2 * A_2) \circ ... \circ (\beta_n * A_n),$$

если только если $\alpha_i \leq \beta_i$ для каждого $i = 1, ..., n$.

Отсюда видны проективно-модальные конструкции. В качестве максимального модуса в композиционном пространстве с базисом $A_1, A_2, \ldots, A_n$ выступает композиция $(\alpha^+ * A_1) \circ (\alpha^+ * A_2) \circ \ldots \circ (\alpha^+ * A_n)$ («элементное единое»), где коэффициент α^+ — супремум для множества всех коэффициентов. Минимальным элементом (нулевой модой) является композиция $(\alpha^- * A_1) \circ (\alpha^- * A_2) \circ \ldots \circ (\alpha^- * A_n)$, где α^- — инфимум для множества всех коэффициентов. Если операция о некоммутативна, то возникает не более n! максимальных и минимальных элементов для базисов с элементами $A_1, A_2, \ldots, A_n$.

Унификация при образовании композиционного пространства достигается за счет представления каждого элемента A из композиционного пространства как моды своего максимума.

Глава 6
Основы R-анализа

В этой главе я хотел бы исследовать более качественные основания количества, набрасывая эскиз своего рода «математики меры», где под «мерой», как это общепринято в философии, понимается категория синтеза количественных и качественных определений.

§ 1. К математике меры

В общем случае, как известно, количество определяется в ситуации бескачественного изменения, когда есть изменение чего-то, обладающего одним качеством. Изменение в рамках этих границ и порождает количество. В таком виде количественное изменение предстает как некоторое изменение, не настолько сильное, чтобы привести к кардинальной смене меняющегося состояния. Это изменение «всего лишь по количеству».

Уже из этого понимания количественного процесса мы видим, что у количества есть некоторая своя сфера бытия, и эта сфера, хотя и отрицает наличие качественных трансформаций, но одновременно оказывается своеобразным — негативно-равнодушным — способом связана с качеством. Количество предполагает бескачественное изменение объекта, но тем самым обнаруживается зависимость количества от качества. Чтобы быть количеству, необходимо, чтобы качество оставалось неизменным, а изменение все же происходило. Так количество оказывается видом изменения при условии качественного покоя (тождества). Качественный покой при общем движении и рождает количественное изменение.

Тем самым очерчивается своего рода область или «интервал бытия» количества, т. е. то место бытия, в рамках которого количество дано как таковое. Со всех сторон это «место количества» как бы окружено качеством (словно чистая вода окружена айсбергами где-нибудь в приполярной области), и только внутри этого качества, как бы в его «промежутке небытия» количество только и обретается.

Из этих соотношений видно, что качество оказывается некоторым более инвариантным состоянием — там, где меняется количество, качество продолжает быть неизменным. Но это совсем не означает, что качество так же не может измениться. Возможен качественный скачок, в котором качество меняется и переходит в другое качество. Например, вода закипает и переходит в пар.

Отсюда возникает гипотеза *уровней организации* бытия, в котором *качество есть лишь количество более высокого уровня, а количество — качество уровня более нижележащего*. Для каждого уровня характерен свой масштаб изменения. Чтобы элемент более высокого уровня совершил хотя бы один шаг изменения, необходимо пройти множество шагов на нижележащем уровне.

Теперь «интервалом количества» оказывается такое представление процесса изменения, когда:

1) рассматривается изменение относительно определений более высокого уровня;

2) это изменение реализуется движением на нижележащем уровне при покое на более высоком уровне.

Соединение этих двух условий и порождает представление изменения как количественного изменения.

Следовательно, когда математика оперирует тем или иным понятием количества, она должна использовать свои определения в указанном интервале. Попробуем взглянуть с этой точки зрения на наиболее первичное выражение количества в форме *числа*, а еще более конкретно — в форме *натурального ряда чисел*, который составляет основу современной теории количества.

Все мы знаем со школьной скамьи натуральный ряд чисел с элементами 1, 2, 3..., операциями сложения и умножения, ограниченного вычитания и деления, отношениями равенства и порядка.

Если применять к натуральному ряду идею интервала количества, то первое, что необходимо заметить, состоит в том, что такой ряд должен представлять собой выражение количественного процесса на некотором уровне организации, так что накопление единиц (шагов) в этом ряду будет одновременно покоем некоторого элемента более высокого уровня, который и будет выражать *качество* данного натурального ряда.

Что с этой точки зрения могла бы представлять собой идея бесконечности, которая завершает структуру натурального ряда?

По-видимому, *бесконечность будет выражением достижения границы качества*, т. е. возможности первого изменения на более высоком уровне организации и выхода качества натурального ряда из состояния покоя.

В то же время, почему бы такое качественное изменение не могло бы совершиться за конечное число шагов на более нижележащем уровне? Мы должны понять идею бесконечности не только как достижение границы качества, но именно как *бесконечное* приближение к такой границе. Почему нужно совершить именно бесконечно много шагов изменения на нижележащем уровне, чтобы достичь границы качества?

Бесконечность — это особый режим количества, в котором количество в точности попадает на границу своего качества. Если бы это движение было хотя бы малейшим образом нарушено в ту или иную сторону, мы не получили бы имеющейся бесконечности. Если бы в выходе количества из себя было бы больше силы трансцендирования, то выход получился бы раньше, т. е. на конечном числе шагов. Наоборот, если бы сила замкнутости количества была бы выше, то там, где натуральный ряд достигал бы бесконечности, оказался бы некоторый конечный элемент, и бесконечность была бы отодвинута дальше.

Если посмотреть как бы «извне» на бесконечный процесс, то мы увидим, что это такой специфический режим изменения количества, который чем более подходит к границе качественного скачка, тем более теряет в своей силе, так что у самой границы он в точности и полностью обессиливает. Такой процесс по сути не может вывести за границы качества, он может только в точности подвести к его границе. Количественный процесс, в точности подводящий к границе своего качества, можно называть *режимом замыкания*, поскольку он не может вывести количество за границы своего качества, но как бы замыкает его в границах своего качества. Через режим замыкания качество не преодолевает, но утверждает себя.

Таким образом, рассматриваемый сегодня в математике *натуральный ряд есть выражение режима замыкания качества этого натурального ряда*.

Количество, которое выражает себя режимом замыкания при приближении к границам качества, есть количество именно данного качества, а не вообще количество. Такое количество как бы привязано к своему качеству, не может быть без него, затухает на его границах. Такое количество можно называть *внутренним* для данного качества. Отсюда следует, что внутреннее количество есть уже не вообще количество, но количество, вобравшее в себя определения своего качества, как бы «качество-в-количестве».

Таким образом, классический натуральный ряд есть внутреннее количество для своего качества. В то же время является ли натуральный ряд простейшим внутренним количеством?

В ответ на этот вопрос *мы могли бы отделить друг от друга качество и бесконечность*, предполагая, что в общем случае *внутренним количеством качества могло бы быть и конечное количество* (конечный натуральный ряд). За эту точку зрения говорят разного рода примеры из истории арифметики, которые свидетельствуют о существовании практически у всех народов на ранних стадиях развития конечных натуральных рядов с некоторым максимальным натуральным числом («тьма»). В этом случае натуральный ряд за *конечное* число шагов выводил бы к границе качества и возможности качественного скачка. Единицы этого ряда были бы другими, чем единицы бесконечного натурального ряда. Последние бесконечно однородны между собой, в то время как единицы конечного натурального ряда были бы гораздо более качественно неоднородными состояниями, за конечное число шагов будучи в состоянии дать качественный скачок, подобный скачку между конечным и бесконечным. Если мы принимаем эту гипотезу о возможности существования конечного внутреннего количества, то возникает проблема бесконечного натурального ряда — в чем тогда состоит категория бесконечности как особого вида внутреннего количества?

Коль скоро идея внутреннего количества оторвалась у нас от бесконечности (не всякое внутреннее количество бесконечно), то идея бесконечности требует для своего выражения некоторого самостоятельного принципа, кроме принципа качества того или иного количества. Например, в теории формальной арифметики, как известно, бесконечность множества натуральных чисел N задается на основе аксиом Пеано, в том числе аксиомы индукции:

$$\mathrm{Num}(1) \wedge \forall n(\mathrm{Num}(n) \supset \mathrm{Num}(S(n))) \supset \forall n(\mathrm{Num}(n)),$$

где $S(n) = n + 1$, Num — предикат «быть натуральным числом».

В таком представлении важную роль играет понятие переменной n и цикла $\forall n(\mathrm{Num}(n) \supset \mathrm{Num}(S(n)))$ — «если n является натуральным числом, то и следующее за n — также натуральное число». Именно эти конструкции формируют индуктивное предположение аксиомы индукции, которое сворачивает идею бесконечности в конечную форму, выражающую качество бесконечного процесса[1]. Тогда бесконечность можно представить как внутреннее количество именно того типа качества, в определения которого входит аксиоматика Пеано.

Принимая описанную выше логику, следует также различать два вида конечных натуральных рядов — *пребесконечные* и *постбесконечные*. Первые существуют (исторически и логически) до возникновения бесконечного натурального ряда и не могут использовать его инфинитные структуры в своих определениях. Постбесконечные конечные натуральные ряды — это своего рода возврат к обогащению структуры пребесконечных рядов, но уже с использованием структур бесконечного натурального ряда. Далее мы еще обратимся к рассмотрению этих последних рядов.

В то же время следует заметить, что пре- и постбесконечные конечные ряды связаны между собой — постбесконечные ряды, использующие для своего выражения идею бесконечности (подробнее см. ниже), можно рассматривать как более глубокую основу пребесконечных рядов, *неявно* предданную в последних. Если это так, то связь между внутренним количеством и бесконечностью могла бы обрести поддержку — всякое внутреннее количество оказалось бы связанным с бесконечностью, и речь шла бы в этом случае лишь о явности или неяности этой связи. Тогда бесконечность могла бы быть определена более просто — не как некоторый *вид* внутреннего количества, но любое внутреннее количество того или иного качества. Даже конечное внутреннее количество в этом случае оказывалось бы лишь более замаскированной формой все той же бесконечности. Но пока я все же буду придерживаться в большей мере другой гипотезы (о бесконечности как об одном из *видов* внутреннего количества), оставляя перипетии этой проблемы для будущих более глубоких размышлений.

[1] См. также параграф «К системе рационального обеспечения минимальной бесконечности», с. 51.

Если, как уже отмечалось, внутреннее количество отделяется у нас от идеи бесконечности (может быть конечное внутреннее количество), то и конечность может соединяться или нет с качественной границей, формируя возможность *двух* видов конечного. Конечное, которое достигает качественной границы и тем подобно бесконечности, можно называть *несоизмеримой конечностью*. Конечность, лежащая до качественной границы, могла бы называться *соизмеримой конечностью*. Бесконечность всегда достигает границы своего качества и в этом смысле выражает *бесконечный вид несоизмеримости*.

Совсем не обязательно, чтобы внутреннее количество было единственным видом количества. Более того, коль скоро есть качественные скачки, то должно существовать иное количество, способное вывести за границы данного качества. Такое количество можно называть *внешним*, в силу его способности выводить во внешнюю к данному качеству область (заграничное пространство). Качество, которое трансцендируется внешним количеством, не является своим для данного количества.

Двигаясь к границе качества, внешнее количество не будет порождать несоизмеримость (конечную или бесконечную), но на некотором *конечном соизмеримом шаге* достигнет границы несвоего качества и перейдет ее. Такой способ существования внешнего количества можно называть *режимом размыкания*. В то же время для внешнего количества будет существовать свое качество, в отношении к которому это количество окажется внутренним, но это будет качество более высокого уровня, покой которого будет сопровождаться изменением качества нижележащего уровня.

В этом случае произойдет интересное изменение с бесконечностью, когда она будет трансцендирована внешним количеством (например, в случае рассмотрения бесконечности как актуальной бесконечности в теории множеств). В рамках развиваемого здесь подхода, можно будет описать такое состояние следующим образом. Оставаясь в некотором смысле бесконечностью, такое количество одновременно будет представлено и как некоторый конечный шаг внешнего количественного процесса. Стоит отметить, что это будет несколько иной статус бытия бесконечности, чем когда она будет рассматриваться *только* как внутреннее количество своего качества. Ниже различие этих состояний будет выражено с использованием понятия L- и M-статусов.

Так мы постепенно открываем для себя картину организации количественно-качественных определений более сложную, чем структура организации количества в современной математике, где по сути фиксировано количество одного качества и господство такой позиции определяет собой все иные математические формы. Можно сформулировать проблему построения новой математики более масштабного представления количественно-качественных процессов, в которой будут присутствовать разные уровни организации и взаимодействие разных режимов количественно-качественных трансформаций. Такую математику можно было бы называть *математикой меры*, а не просто количественных определений.

Элементы новой математики видятся повсеместно уже в имеющихся направлениях современной математики, и остается лишь вполне осознать этот процесс и сгруппировать его под одним флагом. Например, в теории множеств Кантором были введены разные степени бесконечности и практически впервые было сделано математическое открытие режима размыкания господствующей системы натурального ряда. Символом такого внешнего количества стала идея *актуальной бесконечности*, т. е. введения такого режима количества, при котором ранее недостижимое достигалось и преодолевалось. С другой стороны, в конструктивной математике развивалось противоположное движение, которое демонстрировало возможность замыкания размыкающих количественных процессов (отказ от идеи актуальной бесконечности). Эти два направления лишь поверхностному взгляду кажутся взаимно отрицающими друг друга, в то время как в своей совокупности они вплотную подходят к идее *относительности количественных режимов* и их определения в рамках многоуровневой количественно-качественной системы организации.

В теории множеств Кантора, однако, остается еще некоторая двусмысленность, которая была верно подмечена конструктивистами. С одной стороны, бесконечность натурального ряда преодолевается и возникает претензия на режим размыкания более мощного количественного процесса. С другой стороны, преодолеваемый натуральный ряд остается *только* бесконечным, т. е. продолжает и при этой новой позиции рассматриваться как находящийся в режиме только замыкания, в то время как он должен быть теперь соотнесен с преодолевающим его границы внешним количественным процессом, где прежняя бесконечность окажется конечной. Подобное смешение является уже формально-логическим противоречием и должно, как верно отмечают представители конструктивизма, быть преодолено (актуальная бесконечность должна быть представлена *в том числе* финитно). Но последние сами впадают в другую крайность, предлагая вообще отказаться от режима размыкания бесконечности и все количественные определения рассматривать только в рамках режима замыкания натурального ряда, т. е. изгоняя идею актуальной бесконечности вообще. С этой точки зрения концепт актуальной бесконечности оказывается двусмысленным и требует прояснения. С одной стороны, он несет в себе важную составляющую режима размыкания количества, преодолевающего границы некоторого качества. С другой стороны, в рамках такого режима размыкания прежнее количество, ранее находящееся в режиме замыкания и данное как бесконечное, теперь оказывается конечно-преодолимым и перестает быть только бесконечностью, оказываясь *в том числе* (в рамках режима размыкания) конечным состоянием — в этом правда финитистов.

В итоге, пытаясь согласовать эти стороны режима размыкания, мы должны будем ввести идею более инвариантного уровня количества, для которого режимы замыкания и размыкания окажутся лишь двумя его формами представления, в зависимости от некоторой количественной позиции.

Речь идет об обобщении идеи симметрии (инвариантности), которая играет сегодня столь фундаментальную роль в теоретической физике[1]. Говоря более точно, ситуация инвариантности должна предполагать следующие составляющие:

1) некоторые *системы представления* («системы отсчета»);
2) *аспекты*, выражаемые в каждой системе представления;
3) *законы преобразования*, связывающие между собой аспекты с переходом от одной системы представления к другой;
4) *инвариант*, который образует свои аспекты в системах представления.

В этом случае делается утверждение о принадлежности двух аспектов к одному инварианту, если только эти аспекты могут быть связаны указанными законами преобразования. Например, вектор — это инвариант, системы представления — системы координат в векторном многомерном пространстве, аспекты — представления вектора своими кординатами в каждой системе координат, законы преобразования — линейные законы преобразования координат вектора при переходе от одной системы координат к другой.

Подобная схема может быть обобщена, если использовать идеи и структуры Проективно Модальной Онтологии (ПМО). В основе этой аксиоматической системы заложена как раз описанная выше схема, когда рассматриваются в самом общем виде некоторые инварианты и их аспекты, задаваемые в различных системах представлений. С этой точки зрения ПМО может быть названа *формальной теорией относительности*. Выражаемые предельно обобщенно, в рамках аксиоматики ПМО, идеи теории инвариантности могут быть названы идеями *обобщенной инвариантности* (*обобщенной симметрии*). Было бы интересно применить средства этой методологии к выражению более инвариантных количественных режимов.

Общая идея здесь могла бы быть такова.

В общем случае количество может рассматриваться как способное находиться в режиме замыкания и размыкания, и это будут лишь два аспекта более инвариантного выражения количества. В этом случае необходимо ввести некоторые системы представления количества, в которых количество-инвариант могло бы образовывать свои аспекты как те или иные количественные режимы. В этом случае, например, следовало бы понимать натуральный ряд как некоторый инвариант, который в одной позиции (системе представления) мог бы быть дан в режиме замыкания, выступая в качестве первичной бесконечности классического натурального ряда, а в другой позиции мог бы оказаться связанным с режимом размыкания, при котором данный натуральный ряд оказался бы конечным. Такое более инвариантное, финитно-инфинитное, выражение натурального ряда можно было бы обозначать как *фин-инфинитное* состояние количества (*фининфинит*), способное в одних системах представления давать свои инфинитные, а в других — финитные аспекты.

[1] См. также главу «Симметрия и проективная модальность», с. 294.

В такой новой схеме организации мерного количества важную роль должны играть законы преобразования различных количественных аспектов при переходах от одних систем представления к другим. Подобные преобразования, согласно современной теории симметрии, должны образовывать группу. Посмотрим на возможные определения таких преобразований на примере все того же натурального ряда.

Допустим, у нас есть некоторое качество $Кч_1$, с которым связано свое количество $кл_1$, находящееся в режиме замыкания. Допустим, что количество $кл_1$ выражается в виде натурального ряда 1, 2, 3..., который стремится к бесконечности на границе качества $Кч_1$. Далее можно предполагать существование более трансцендентного количественного процесса кл*, который связан со своим качеством Кч* более высокого уровня, и за конечное число шагов такой процесс достигает границы качества $Кч_1$, переходя от него к другому качеству $Кч_2$. Пусть количество кл* образует свой натуральный ряд 1*, 2*, 3*..., который стремится к бесконечности на границе качества Кч*, но на некотором конечном шаге M* достигает границы качества $Кч_1$. Тогда, в согласии с вышесказанным, мы предполагаем, что существует более инвариантное количество $Кл_1$, которое может быть выражено в одной системе представления как внутреннее количество $кл_1$ качества $Кч_1$, а в другой системе представления — как внешнее количество $кл_1^*$, связанное с количеством кл*, так что в натуральном ряду этого количества количество $Кл_1$ будет выражено конечным отрезком натурального ряда 1*, 2*, ..., M*. В этом случае должны существовать отображения вида $кл_1 \to кл_1^*$ и $кл_1^* \to кл_1$, связывающие между собой инфинитный ($кл_1$) и финитный ($кл_1^*$) аспекты инвариантного количества $Кл_1$.

Отображение $кл_1^* \to кл_1$ — это отображение из финитного отрезка 1*, 2*, ..., M* в бесконечный натуральный ряд. Обратное отображение $кл_1 \to кл_1^*$, наоборот, отображает весь бесконечный натуральный ряд на финитный отрезок натурального ряда. Если мы хотим иметь группу на такого рода отображениях, то они должны быть изоморфизмами, чего можно достичь только рассматривая натуральный ряд как подмножество вещественных чисел. Таким образом, указанные отображения должны быть вещественными функциями, изоморфно отображающими между собой бесконечные и конечные подмножества вещественных чисел.

В связи с этим интересно заметить, что следствие обратимости финит-инфинитных отображений влечет за собой взаимопереход дискретных и непрерывных определений количества. Чтобы обеспечить взаимопереход конечного и бесконечного, дискретный натуральный ряд должен быть погружен в непрерывное множество вещественных чисел. Это можно было бы интерпретировать таким образом, что дискретные единицы количества всегда имеют фоном некоторую непрерывную протяженность, которую они разбивают на дискретные порции. Причем подобное «нарезание» непрерывной «сплошности» на порции не единственно — оно может выражать разные режимы количества, режимы замыкания и размыкания, что и требует их взаимного пересчета друг в друге, возможного только при непрерывной со-измеряющей количественной среде. При таком понимании эта среда выражает более инвариантную природу того более глубокого образа количества, которое способно выражать себя разными аспектами в разных системах представления. Как ни странно, это означает определенную проблематизацию фундаментальности натурального ряда — он оказывается хотя и первым, но лишь относительным аспектом более инвариантного представления количества. Такая относительность, в частности, выражается в его абсолютной дискретности, что делает его неспособным соотнестись с другими дискретными представлениями, отличными от данного. Для такого соизмерения и нужна более инвариантная непрерывная среда количества, только лишь одним из дискретных представлений которой оказывается первичная бесконечность натурального ряда. Вот почему, вскоре после своего выражения в истории математики, натуральный ряд все более начинает погружаться в более обширные количественные определения — множество рациональных, целых и наконец вещественных чисел.

Итак, пусть дан некоторый натуральный ряд, и мы находимся как бы «внутри него», так что он предстает как бесконечный натуральный ряд, в точности попадающий на границу своего качества (назовем такой натуральный ряд *стандартным*). Но, как было отмечено выше, такое состояние натурального ряда является не единственным, и возможны отклонения от него в ту или иную сторону. В связи с этим возникает интересная проблема разных видов суммирования элементов натурального ряда. В самом деле, почему мы уверены, что некоторые материальные элементы в точности суммируются так же, как единицы стандартного натурального ряда? Суммирование в стандартном натуральном ряду можно называть *аддитивным*. Отличные виды суммирования могли бы давать предел ряда и раньше стандартного суммирования (случай *субаддитивного суммирования*), и позже него (*сверхаддитивное суммирование*). Только при аддитивном суммировании $1 + 1 = 2$. При субаддитивном суммировании $1 + 1 < 2$, при сверхаддитивном — $1 + 1 > 2$. *Задание того или иного вида суммы — это, по-видимому, такая же независимая аксиома арифметики, как и пятый постулат Евклида.* Принимая другие виды суммирования, мы можем иметь дело с другими арифметиками (суб- или сверхаддитивными). И подобно тому как можно поставить проблему экспериментальной проверки вида геометрии реального пространства, может быть поставлена проблема проверки вида суммирования в реальном мире. Почему мы так уверены, что в нашем физическом мире суммирование именно аддитивное? Более того, уже есть примеры в современной физической теории, которые можно было бы проинтерпретировать как случаи неаддитивного суммирования. Таково, например, сложение скоростей в специальной теории относительности (СТО)[1]. Для этого сложения имеем формулу вида:

---

[1] См. также главу «Ментальные многообразия в теории относительности», с. 322.

$$X \oplus У = (X + У)/(1 + XУ/c^2),$$

где с — скорость света.

Отсюда получим:

$$1 \oplus 1 = (1 + 1)/(1 + 1/c^2) = 2/(1 + 1/c^2) < 2.$$

Следовательно, релятивистское сложение скоростей может быть рассмотрено как субаддитивное сложение.

Теория относительности может быть представлена в этом случае как *прикладная неаддитивная арифметика*, в основе которой должен лежать нестандартный натуральный ряд с субаддитивным сложением (это случай *субаддитивной арифметики*). Это значит, что такой ряд раньше стандартного ряда достигает своей бесконечности в таком значении, которое является конечным для стандартного ряда. В физике это как раз значение скорости света с. Здесь лежит граница качества субаддитивного ряда релятивистских скоростей, и теория относительности неявно уже работает с мерной математикой. Только физике до сих пор кажется, что она здесь применяет аддитивную арифметику в особых физических условиях. Ситуация может быть переформулирована в этом случае более радикально: *физика работает в теории относительности с неаддитивной арифметикой, что и выражается в особых физических условиях*.

В качестве примера сверхаддитивного сложения можно рассмотреть известные парадоксы континуума, непрерывной протяженности, которая должна состоять из точек. Каждая точка обладает нулевой протяженностью, но ненулевая протяженность континуума каким-то образом складывается из нулевых точек. Здесь сумма нулей дает не ноль, т. е. $0 + 0 > 0$ — это случай сверхаддитивного сложения. Его можно было бы связать с неаддитивной арифметикой следующим образом. Предположим, что существует натуральный ряд нулей, в котором первый элемент — это $0 = 1 \cdot 0$, второй элемент $0 + 0 = 2 \cdot 0$, третий — $0 + 0 + 0 = 3 \cdot 0$ и т. д. В таком виде этот натуральный ряд является стандартным, и любой его конечный элемент не выводит за границы своего качества — качества нулевого количества. Внутри себя на этом ряду может быть определена арифметика стандартного натурального ряда на элементах $n \cdot 0$. Например, сложением здесь будет операция $n \cdot 0 + m \cdot 0 = (n + m) \cdot 0$, отношения будут определяться аналогично, допустим, $n \cdot 0 < m \cdot 0$ если только если $n < m$ и т. д. Затем предположим, что с нулевым натуральным рядом будет связан некоторый нестандартный сверхаддитивный натуральный ряд 1*, 2*, 3*… Его сверхаддитивность будет означать, что бесконечность нулевого натурального ряда будет соответствовать некоторому конечному числу M* сверхаддитивного ряда, т. е. $\infty \cdot 0 = M^*$. В этом случае мы могли бы взять два элемента 0-ряда, например $n \cdot 0$ и $m \cdot 0$, сопоставить им, используя соответствующие отображения, элементы на шкале сверхаддитивного ряда и сложить их по законам сверхаддитивности. Поскольку сверхаддитивный ряд выходит за границы 0-бесконечности, то мы вполне можем подобрать такие $n \cdot 0$ и $m \cdot 0$, что их сверхаддитивная сумма окажется больше M*, т. е. уже не будет конечным 0-элементом. Так сумма нулей даст более, чем ноль. Можно предположить, что именно такого вида эффект мог бы лежать в основе образования ненулевой протяженности из элементов-нулей, и в более общем случае такова могла бы быть сверхаддитивная природа разного рода целых, обладающих новым (эмерджентным) качеством, которое отсутствует у элементов целого, и с точки зрения такого качества целое есть более, чем сумма своих элементов. В таких примерах мы имеем дело с разного рода приложениями сверхаддитивной арифметики.

Итак, перед нами открываются панорамы нового, более полного, учения о количестве, в котором количество активно взаимодействует с качеством в рамках разного рода неаддитивных арифметик. Главная задача состоит теперь в том, чтобы постепенно доводить эту новую философию числа до все более *операциональных определений*, выстраивая контуры новой математики меры.

Далее я представлю некоторые возможности такого более операционального подхода.

Начнем со стандартного натурального ряда, поскольку без него мы не сможем выразить и нестандартные числовые конструкции. Но если современная математика во многом останавливается на определениях этого ряда, то мы постараемся продвинуться дальше.

Как было сказано выше, вместе с данностью натурального ряда 1, 2, 3... могут быть даны субаддитивный ряд 1^-, 2^-, 3^-... и сверхаддитивный ряд 1^+, 2^+, 3^+... Субаддитивный ряд заканчивается в некотором конечном элементе M стандартного ряда, умещая все свое бесконечное число элементов в конечном отрезке [0, M]. Это значит, что последовательность 1^-, 2^-, 3^-... дана как сходящаяся последовательность, имеющая своим пределом число M. В конечном итоге это заставляет нас погрузить стандартный натуральный ряд во множество вещественных чисел. Тогда, как отмечалось выше, мы можем ввести два вещественных отображения:

1. Отображение $R^{+1}{}_M$: $[0, M) \to [0, +\infty)$, которое сопоставляет полуинтервалу [0, M), где содержится субаддитивный натуральный ряд 1^-, 2^-, 3^-..., полуинтервал $[0, +\infty)$, содержащий стандартный натуральный ряд.
2. Обратное отображение $R^{-1}{}_M$: $[0, +\infty) \to [0, M)$.

Потребуем, чтобы отображения $R^{\pm 1}{}_M$ были изоморфизмами для выполнения свойств групповых операций, как это было отмечено выше.

Используя эти отображения, мы могли бы выразить отношения стандартного натурального ряда и сверхаддитивного ряда. Сверхаддитивный ряд таков, что он за конечное число шагов M достигает бесконечности натурального ряда. Такое отношение двух рядов можно моделировать отношением стандартного и субаддитивного ряда, но теперь представляя субаддитивный ряд как стандартный, а стандартный — как сверхаддитивный ряд. M шагов сверхаддитивного ряда лягут поверх делений стандартного ряда как M шагов делений стандартного ряда кладутся поверх делений субаддитивного ряда. Для того чтобы выразить эти деления в системе представления стандартного натурального ряда, когда он будет уходить в бесконечность, мы можем подействовать прямым отображением $R^{+1}{}_M$ на числа 1, 2, ..., M. Полученные величины $R^{+1}{}_M(1)$, $R^{+1}{}_M(2)$, ..., $R^{+1}{}_M(M) = \infty$ будут за M шагов достигать бесконечности, представляя сверхаддитивный ряд, его режим размыкания в системе представления стандартного натурального ряда.

Так более операционально могут начать строиться первые определения мерной математики. Центральную роль, как мы видим, в этих построениях играют отображения $R^{\pm1}{}_M$, которые далее я буду называть *R-функциями* (от англ. relativistic). Именно они выражают переходы между разными режимами количества, выступая законами преобразования между количественными системами представления, благодаря чему может возникнуть новая инвариантность (ее также можно называть *R-инвариантностью*) более глубокого представления количества, охватывающего свои аспекты как режимы замыкания и размыкания.

Как ведут себя R-функции в окрестности ноля? Это вопрос, цель которого состоит в большем прояснении более конкретного вида R-функций.

В некоторой мере помочь в ответе на этот вопрос может идея подобия ноля и бесконечности. Ноль есть, с одной стороны, состояние, мультипликативно симметричное бесконечности, т. е. $0 = 1/\infty$. Обратная R-функция R_M^{-1}, формирующая субаддитивный ряд, переводит бесконечность в конечное состояние M. Скажется ли это на статусе ноля при такой организации количества? Используя идею мультипликативной симметрии, мы могли бы предположить в этом случае и финитизацию ноля — ноль должен был бы перейти в конечную величину $m = 1/M$. Однако в статусе ноля есть и очень важный аспект, отличающий его от бесконечности. Ноль не обладает *аддитивной симметрией*, т. е. аддитивный сдвиг ноля на некоторую конечную величину не влияет на результат аддитивных операций. Это можно выразить следующим образом. Пусть символ y_x означает величину y в системе количества, где x играет роль ноля. Это значит, что y_x есть величина (y + x) в системе количества с 0 в качестве ноля. На элементах y_x можно определить свои операции сложения и вычитания по правилу: $y_x \pm z_x = (y \pm z)_x$. И здесь роль ноля будет выполнять элемент x. Таким образом, с точки зрения аддитивных операций ноль может быть заменен любым другим конечным числом. Будучи выделен мультипликативно, ноль не выделен аддитивно. Адитивно статус ноля распространяется на все вещественные числа. Если мы свяжем с нолем 0 мультипликативную симметрию $0 = 1/\infty$ и для финитного случая, то мы потеряем его аддитивную несимметричность. Только ноль окажется единственной точкой, которая будет связана с верхней границей количества обратным соотношением. В самом деле, при представлении ноля как финитной величины $m = 1/M$ мы должны будем ограничить область субаддитивного количества полуинтервалом [m, M), и только для ноля будет выделена финитная область [0, m), в то время как остальные точки такой областью обладать не будут. Ноль потеряет свою аддитивную несимметричность на финитизированной шкале количества.

Пояснить эту идею можно также на примере специальной теории относительности. Если бы на шкале релятивистских скоростей была выделена нулевая точка, то возникла бы физика не только с максимальной, но и с минимальной конечной скоростью движения. Но в этом случае покой приобрел бы статус абсолютного состояния, инвариантного при переходах между разными системами отсчета. Остановка объекта приводила бы к таким же кардинальным изменениям, что и достижение скорости света. Ничего подобного мы не наблюдаем даже в релятивистской физике именно потому, что ноль не обладает аддитивной симметрией, т. е. нулевая скорость движения — это относительная величина, которая не сохраняется в аддитивных переходах между системами отсчета, и статус ноля может взять на себя любая конечная скорость движения (любая система отсчета движется относительно себя с нулевой скоростью).

Это означает, что в окрестности ноля не должна возникать такая сильная сингулярность, как в случае верхней границы количества. Таким образом, можно предположить, что здесь R-функции будут оставаться изоморфными вплоть до ноля.

В то же время момент мультипликативной симметрии в соотношении $0 = 1/\infty$ также должен присутствовать. Но такая симметрия не должна привести к выделению ноля относительно других конечных точек. Поскольку роль ноля в аддитивных операциях может взять на себя любой конечный элемент, то момент мультипликативной симметрии, чтобы не выделить особо ноль 0 и в то же время сохранить этот момент его мультипликативной симметрии, может быть передан каждой конечной точке субаддитивного количества. Это будет означать, что область финитизации должна будет появиться вокруг каждой точки. Если ноль будет финитизироваться на величину m, то и вокруг каждой точки должна появиться такая же область финитизации. Это, как будто, должно означать, что каждая точка x из субаддитивного количества (кроме сингулярной точки M) должна быть окружена областью особого состояния количества в рамках интервала $(x - m, x + m)$. Такие области, которые, следуя здесь традиции нестандартного анализа, можно было бы называть *монадами*, выражали бы появление некоторого *отношения отождествления* всех тех точек, что входят в монаду $(x - m, x + m)$, с центром монады x. Так мы могли бы финитизировать каждую точку как ноль и в то же время избежать выделенности ноля 0.

Здесь, правда, возникает проблема: что делать с точками, которые лежат по отношению к верхней границе M на расстоянии меньше, чем m. Правая половина их монады тогда будет выходить за границы всей шкалы субаддитивного количества, что невозможно.

Для решения этой проблемы мы могли бы строить монады на шкале аддитивного количества, а затем сворачивать их обратным R-отображением вместе со всей аддитивной шкалой. В этом случае метрика монад окажется согласованной с метрикой сжатого субаддитивного количества.

Итак, обратное R-отображение R_M^{-1} сжимает неотрицательную половину вещественной оси $[0, +\infty)$ в полуинтервал $[0, M)$, сохраняя изоморфизм для всего полуинтервала, вплоть до ноля. На области определения [0, +∞) функции R_M^{-1} строятся монады (x – m, x + m), которые также сжимаются этой функцией и потому не выходят правее верхней границы M полуинтервала [0, M).

Остается, правда, еще проблема: что делать с точками, которые лежат на расстоянии от ноля меньше m. Левые границы их монад должны оказаться левее ноля 0 и при действии обратного R-отображения R_M^{-1}. Эту проблему можно решить распространением шкалы субаддитивного количества на область отрицательных величин, сохраняя изоморфизм и в этой области. Это будет означать *нечетность* обратной R-функции, т. е. выполнение условия:

$$R_M^{-1}(-x) = -\,R_M^{-1}(x).$$

Областью значения обратной R-функции (субаддитивной шкалой количества) окажется теперь интервал (−M, +M). Тогда и прямая R-функция R_M^{+1} также будет нечетной и изоморфной по всей области своего определения (−M, +M). Отсюда имеем также, что $R_M^{\pm 1}(0) = 0$.

Итак, у нас уже достаточно информации о виде R-функций. Остается привести какой-то конкретный пример R-функции. И этот пример существует! Он связан с рассмотренной выше формулой релятивистского сложения скоростей. В работе В. Л. Рвачева и его соавторов[1] представлены функции, которые лежат в основе этого закона. Эти функции можно называть *эйнштейновскими* R-функциями. Одна из этих функций (далее она будет названа *прямой* R-функцией R_M^{+1} — см. ниже) имеет следующий вид:

$$y = \frac{\ln\left[\dfrac{1+\dfrac{x}{M}}{1-\dfrac{x}{M}}\right]}{\ln\left[\dfrac{1+\dfrac{1}{M}}{1-\dfrac{1}{M}}\right]}.$$

Особенностью такого рода функций является также тот факт, что они имеют в качестве тождественной точки не только 0, но и 1 (а значит, и −1).

На основе описанных выше идей и аппарата R-функций может быть создано новое понимание математического анализа, которое я называю также «R-анализом».

Здесь вообще следует заметить, что пионером идей R-анализа можно считать уже упомянутого украинского математика, академика НАН Украины Владимира Логвиновича Рвачева[2], в работах которого, а также в работах его учени-

[1] См.: *Рвачев В. Л., Шевченко А. Н., Шейко Т. И.* Исчисления с наибольшим числом // Кибернетика и системный анализ. 1995. № 3. С. 71—86.

[2] Владимир Логвинович Рвачев / НАН Украины; Сост. Н. Д. Сизова, Е. Ю. Тарсис; Авт. вступ. ст. Т. И. Шейко; Отв. ред. Ю. М. Мацевитый. Харьков: Ин-т проблем машиностроения, 2001.

ков были высказаны идеи неаддитивного («неархимедового») анализа, использующего вариант эйнштейновской R-функции и сделаны некоторые выводы для новых моделей в области теоретической физики [1]. Например, красное смещение Рвачев объясняет на основе финитной модели пространства-времени, которое «сжато» R-функцией в конечный 4-мерный объем [2]. Если подействовать R-функцией на аппарат теории относительности, то мы получим некоторую изоморфную физическую модель, в которой, в частности, будут выполнены R-преобразования Лоренца. Это позволяет Рвачеву предположить возможности обобщения теории относительности на финитные модели пространства-времени, где не только скорости, но и расстояния и время также начнут обладать верхними конечными границами — максимальным расстоянием и максимальным временем. Термин «R-функция» использует и Рвачев, но употребляет он его в другом смысле, чем это принято в данном тексте.

Далее я попытаюсь набросать свое понимание R-анализа, которое согласуется с идеями Рвачева и развивает их [3]. Сам я пришел к идее R-анализа, еще не зная работ Рвачева, и лишь позднее познакомился с ними. То же относится и к термину «R-функция». Я с самого начала употреблял его в том же смысле, который используется и в этой статье, и лишь после знакомства с работами Рвачева, во-первых, узнал, что он развил математику аппарата некоторых функций, которые называл «R-функциями», но это были другие математические объекты, чем у меня, и, во-вторых, он использовал объекты, которые я называю «R-функциями», не называя их таким образом. В силу возможной путаницы, я предлагаю термин «R-функция», как его понимает Рвачев, специфицировать в виде «RR-функция» («R-функция» по Рвачеву), а мой термин можно обозначать как «RM-функция» («R-функция» по Моисееву). Далее под термином «R-функция» я буду иметь в виду случаи только RM-функций, понимание которых и будет дано вкратце ниже.

§ 2. Идея R-анализа

Ниже я предполагаю построить первоначальные конструкции некоторого исчисления, которое я буду называть термином «R-анализ», где буква «R» означает «релятивистский» или «рецептивный». Впервые идеи такого рода исчис-

---

[1] *Рвачев В. Л.* Релятивистские и другие неархимедовы исчисления. Харьков, 1992.

[2] *Рвачев В. Л.* Неподвижные объекты дальнего космоса имеют красное смещение своих спектров (вывод из неархимедова исчисления). Харьков, 1994.

[3] См.: *Моисеев В. И.* К философии конечной несоизмеримости // 11-я Международная конференция по логике, методологии и философии науки. Секция 1. Москва; Обнинск, 1995. С. 41—44; *Моисеев В. И., Чусов А. В.* О разнообразии статусов существования и модальности предельных понятий // Вестник МГУ. Сер. 7. Философия. 1997. № 4. С. 82—104; *Моисеев В. И.* Об относительности бесконечности // Философия математики: актуальные проблемы: Тезисы второй международной научной конференции; 28—30 мая 2009 г. / Редкол.: В. И. Маркин и др. М.: МАКС Пресс, 2009. С. 34—37.

ления были высказаны мной в работах середины 1990-х гг.[1] R-анализ в определенной мере обобщает обычный математический анализ, заменяя оперирование с бесконечными величинами работой с величинами конечными. Подобно тому как всякая рецептивная система, например зрительная, слуховая и т. д., имеет конечные пороги восприятия, предполагается, что структура самого количества также представляет собой нечто подобное такой рецептивной способности. Например, на вещественной числовой оси должны будут появиться нижняя, вблизи ноля, и верхняя, в окрестности бесконечности, конечные границы. Следовательно, должно будет возникнуть некоторое отображение, R-функция, обеспечивающая изоморфизм R-протяженности финитной числовой оси и ее инфинитного образа. Вместе с прямой R-функцией будет определена и обратная ей R^{-1}-функция. Такие функции вполне напоминают психофизические функции, обеспечивающие соответствие субъективных (психических) и объективных (физических) количественных определений. В то же время состояние количества в R-анализе не есть просто дискретность и финитность. Скорее оно напоминает тот образ зрительной реальности, который видит близорукий человек, — это нечто нечеткое, размытое, с крупными шариками вместо точек. R-анализ, как мне представляется, должен будет составить основу более «субъектной математики», в которой количество находится в более «мягком» состоянии. Такая «мягкость» уже выражает себя в теории вероятностей и возможностей, теории нечетких множеств в современной математике. В общем случае более «мягкое» количество состоит из размытых и конечных «точек», складывающихся в «пушистые» прямые, плоскости и объемы. В таком количестве более выражена дискретность, но одновременно она погружена в «облака» охватывающих непрерывных размытых структур. Операции, использующие предельные переходы, например, дифференцирование и интегрирование, окажутся представимыми в этом случае своими дискретными приближениями. R-анализ, таким образом, окажется и своего рода теорией разного рода прикладных методов и методов приближения в современной математике. Отличие, однако, от этих методов будет состоять для R-анализа в том, что в саму теорию будет введена рецептивная способность количественных систем, позволяющая обосновать принятие той или иной степени приближения. Приближение выступит теперь не просто как состояние нашего сознания, не имеющее отношения к реальности, но окажется содержащим на некоторых своих уровнях приближающие структуры.

Говоря более строго, под «R-анализом» имеется в виду некоторый математический аппарат, в котором центральную роль играют так называемые «R-функции» — отображения, изоморфно отображающие векторное пространство R^n на некоторую открытую область D, в простейшем случае $n = 1$ они отображают вещественную ось на некоторый интервал (a, b) и обратно. Далее я в основном ограничусь именно этим простейшим случаем. Интервал (a, b) на-

[1] См.: *Моисеев В. И.* К философии конечной несоизмеримости. С. 41—44; *Моисеев В. И., Чусов А. В.* О разнообразии статусов существования и модальности предельных понятий. С. 82—104.

зывается «внутренностью галактики» с верхним порогом b и нижним порогом a. В наиболее типичном случае интервал имеет вид $(-M, M)$, где $M > 0$. R-функция, отображающая интервал $(-M, M)$ на множество вещественных чисел R, называется *прямой R-функцией* и обозначается как R_M^{+1}. Обратная ей функция отображает R на интервал $(-M, M)$ и называется *обратной R-функцией*, обозначаясь R_M^{-1}. К R-функциям предъявляются такие требования, чтобы они переходили в тождественные отображения при $M \to \infty$. Можно выделять два вида R-функций — *мультипликативные* и *аддитивные*. Мультипликативные R-функции симметричны относительно единицы, так что $R_M^{\pm1}(x^{-1}) = 1/R_M^{\pm1}(x)$. В частности, $R_M^{\pm1}(0) = 1/R_M^{\pm1}(\infty) = 1/M$. В аддитивных R-функциях такой мультипликативной симметрии нет, и они изоморфны в том числе в окрестности ноля. Модель обобщается на бесконечные последовательности галактик, в которых меньшие галактики охватываются большими и т. д. Например, относительно *базовой галактики* с внутренностью $(-M, M)$ строятся несравнимо большие галактики с внутренностями $(-M^{2k+1}, M^{2k+1})$, где $k = 1, 2, 3\ldots$ и несравнимо малые галактики, или «монады», $(-M^{2k+1}, M^{2k+1})$, где $k = -1, -2, -3\ldots$ Все эти галактики скоординированы между собой таким образом, что меньшие галактики вложены в большие. Вокруг каждой точки в большей галактике строится вложенная галактика меньшего размера. Например, пусть дана первая несравнимо большая галактика $(-M^3, M^3)$, вокруг каждой точки в которой образована вложенная базовая галактика. Это можно выразить отображением

$$R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y)).$$

Здесь образ точки x, т. е. $R_{M^3}^{-1}(x)$, в первой несравнимо большой галактике будет окружен вложенной базовой галактикой из точек $R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y))$. Вложение базовой галактики выражается в том, что на нее действует обратное отображение $R_{M^3}^{-1}$, чтобы базовая галактика не выходила за границы $(-M^3, M^3)$ для любой точки из этой области.

Далее эта модель может повторяться. Например, вокруг каждой точки базовой галактики может в свою очередь существовать первая несравнимо малая галактика, так что в целом мы получим величины вида:

$$R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y + R_{M^{-1}}^{-1}(z))).$$

Здесь каждая точка $R_{M^3}^{-1}(x)$ из внутренности $(-M^3, M^3)$ первой несравнимо большой галактики будет окружена числами $R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y))$ из вложенной базовой галактики, центрированной относительно точки $R_{M^3}^{-1}(x)$, а каждая точка $R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y))$ из этого окружения будет в свою очередь окружена множеством величин $R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y + R_{M^{-1}}^{-1}(z)))$, которое будет представлять внутренность первой несравнимо малой галактики, вложенной в базовую галактику, которая в свою очередь вложена в первую несравнимо большую галактику.

Величину $R_{M^3}^{-1}(x + R_M^{-1}(y + R_{M^{-1}}^{-1}(z)))$ можно рассмотреть как *реализацию* тройки чисел (x, y, z) в системе из первой несравнимо большой, базовых и несравнимо малых галактик:

$$r(x, y, z) = R^{-1}_{M^3}(x + R^{-1}_{M}(y + R^{-1}_{M^{-1}}(z))).$$

Тройка (x, y, z) — это как бы чистое три-число до своего воплощения в систему галактик, в то время как его представление $R^{-1}_{M^3}(x + R^{-1}_{M}(y + R^{-1}_{M^{-1}}(z)))$ — это уже некоторая реализация чистого три-числа в указанной системе галактик.

Если в записи $R^{-1}_{M^3}(x + R^{-1}_{M}(y + R^{-1}_{M^{-1}}(z)))$ мы хотим на первый план вывести композиции R-функций, то сдвиги центров R-функций можно обозначать в индексах самих R-функций, например:

$$R^{-1}_{M(x)}(y) =_{Df} x + R^{-1}_{M}(y).$$

Тогда запись $R^{-1}_{M^3}(x + R^{-1}_{M}(y + R^{-1}_{M^{-1}}(z)))$ будет выглядеть следующим более унифицированным образом:

$$R^{-1}_{M^3} \circ R^{-1}_{M(x)} \circ R^{-1}_{M(y)}(z).$$

В основе R-анализа лежит обобщение описанной тричисловой структуры, когда начинают рассматриваться так называемые *поличисла* $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, представляющие собой бесконечные «вниз» и «вверх» от центрального элемента α_0 последовательности вещественных чисел α_i. Поличисла могут реализовываться в бесконечных иерархиях галактик, обобщая приведенную выше схему до бесконечности. Поличисла можно складывать и перемножать, определяя на них алгебру, которая связана с соответствующей алгеброй на реализациях поличисел. В более простых случаях могут рассматриваться конечные поличисла, реализующиеся в конечных иерархиях галактик.

В общем случае поличисла могут иметь не единственные реализации, так что вид реализации может зависеть от решения конкретной задачи.

Будем говорить, что галактика находится в *M-статусе*, если она представлена интервалом (a, b), $-\infty < a < b < \infty$, и в *L-статусе*, если внутренность галактики совпадает со всем множеством вещественных чисел (в результате действия на внутренность галактики (c, d), где $(c, d) \subseteq (a, b)$, прямой R-функции).

Описанные выше онточисла 1_K, 2_K, ..., K_K можно представить в рамках базовой галактики с верхним порогом K, где, кроме того, с каждым натуральным числом i = 1, 2, ..., K связана галактика с верхним порогом 1 и внутренностью (i − 2, i), так что здесь имеем би-числа (x, y) с реализациями вида:

$$r_{i_K}(0, y) = R^{+1}_{K}(0 + R^{-1}_{1(i-1)}(y)) = R^{+1}_{K} \circ R^{-1}_{1(i-1)}(y).$$

При такой реализации галактика с верхним параметром K будет находиться в L-статусе, имея в точности в качестве своей внутренности все множество вещественных чисел, а элемент y будет реализоваться как величина $R^{+1}_{K} \circ R^{-1}_{1(i-1)}(y)$, т. е. величина из вложенной галактики с верхним порогом 1 и центром (i − 1) — хотя, в силу вложения, верхний порог будет дан не как 1, а как $R^{+1}_{K}(i) - R^{+1}_{K}(i - 1)$.

Если теперь мы возьмем в качестве y величину ∞, то получим как раз реализацию верхнего порога той галактики с верхним порогом 1, которая соответствует онточислу i_K:

$$r_{i_K}(0, \infty) = R_K^{+1}(0 + R_{1(i-1)}^{-1}(\infty)) = R_K^{+1}(i).$$

Таким образом, онточисло i_K реализуется как элемент $R_K^{+1}(i)$. Если $i = K$, то получим:

$$R_K^{+1}(K) = \infty,$$

т. е., если К конечно, то на конечном шаге ряд $R_K^{+1}(1), R_K^{+1}(2), ..., R_K^{+1}(K)=\infty$ достигает бесконечности.

В этом случае ряд $R_K^{+1}(1), R_K^{+1}(2), ..., R_K^{+1}(K)$ обобщает натуральный ряд чисел, который получается из него при $K = \infty$.

В общем случае аппарат R-анализа рассматривается как система математических средств, позволяющая соизмерять конечное (допредельное) и бесконечное (предельное), поскольку обратным R-отображением любая бесконечность (предельность) всегда может быть финитизирована, и наоборот, любая конечность (допредельность) может быть прямой R-функцией инфинитизирована (сделана предельной). В связи с этим *состояния конечности и бесконечности количества оказываются относительными*, зависящими от определенных R-позиций, связанных со структурой R-функций. С группой R-преобразований — как композиций прямых и обратных R-функций $R_{MM^*} = R_{M^*}^{-1} \circ R_M^{+1}$ — связана своя *R-симметрия*, которую можно понимать как состояние *фининфинитности* — комплексное состояние, которое в одних R-позициях реализует себя как финитное (допредельное), в других — как инфинитное (предельное).

Ниже я предполагаю дать ряд основных определений и выводов R-анализа, а затем вновь вернуться к обсуждению более концептуальных аспектов его применения.

§ 3. Первоначальные определения R-функций

Вначале введем представление о базовых R-функциях. Под *прямой базовой* R-функцией R_M с верхним значением $M > 1$ я буду понимать вещественную функцию, для которой должны быть выполнены следующие условия:

1. $R_M : (-M, M) \to R$.
2. Функция $y = R_M(x)$ — биекция.
3. $R_M(1) = 1$[1] и $R_M(0) = 0$.
4. Функция $y = R_M(x)$ непрерывна на всей области определения.
5. Функция $y = R_M(x)$ строго возрастает на всей области определения.
6. $\lim\limits_{M\to\infty} R_M(x) = x$.
7. $\lim\limits_{x\to M} R_M(x) = \infty$.
8. $R_M(-x) = -R_M(x)$.

[1] Условие $R_M^{\pm1}(1) = 1$ может не выполняться для ряда R-функций (см. далее обобщенные R-функции). По крайней мере, это условие считается верным для *базовых* R-функций.

Всем этим требованиям отвечает, например, уже представленная выше функция

$$y = \frac{\ln\left[\dfrac{1+\dfrac{x}{M}}{1-\dfrac{x}{M}}\right]}{\ln\left[\dfrac{1+\dfrac{1}{M}}{1-\dfrac{1}{M}}\right]},$$

которую Рвачев и соавторы приводят в отмеченной выше работе [1]. Следует заметить, что именно эта функция связана с законом сложения коллинеарных скоростей в специальной теории относительности (см. ниже), поэтому далее я буду называть R-функции, образованные на основе этой функции, *эйнштейновскими*.

Поскольку прямая базовая функция $y = R_M(x)$ является биекцией, то определена *обратная базовая* R-функция $y = R_M^{-1}(x)$, где $R_M^{-1}(R_M(x)) = x$. Эта функция, наоборот, «сжимает» множество вещественных чисел R в интервал $(-M, M)$.

На основе прямой и обратной базовых R-функций определим теперь прямые и обратные обобщенные R-функции:

Прямая обобщенная R(k)-функция $y = R_M^{2k+1}(x)$, $|k| = 0, 1, 2, 3\dots$ определяется на основе следующих условий:

1k. $R_M^{2k+1} : (-M^{2k+1}, M^{2k+1}) \to R$.

2k. Функция $y = R_M^{2k+1}(x)$ — биекция.

3k. Функция $y = R_M^{2k+1}(x)$ непрерывна на всей области определения.

4k. Функция $y = R_M^{2k+1}(x)$ строго возрастает на всей области определения.

5k. $\lim\limits_{k\to\infty} R_M^{2k+1}(x) = x$.

6k. $\lim\limits_{x\to M(2k+1)} R_M^{2k+1}(x) = \infty$.

7k. $R_M^{2k+1}(-x) = -R_M^{2k+1}(x)$.

Например, функция $y = R_M^{2k+1}(x)$ может быть определена как прямая базовая R-функция $y = R_{M'}(x)$ с параметром $M' = M^{2k+1}$, где $|k| = 0, 1, 2\dots$ Ниже для эйнштейновских R(k)-функций я буду обращаться в основном к рассмотрению именно этого варианта, называя такие функции *инфинитно допустимыми* эйнштейновскими функциями.

---

[1] Хочу заметить, что обратная R-функция, которая фигурирует в отмеченной выше статье В. Л. Рвачева и др. под именем функции $\mathring{v}(x)$, записана неверно — как $\mathring{v}(x) = M[\exp(x\gamma^{-1})]$, в то время как нужно $\mathring{v}(x) = M\left(\dfrac{e^{\frac{x}{\gamma}}-1}{e^{\frac{x}{\gamma}}+1}\right)$.

Обратная обобщенная R(k)-функция $y = R^{-1}_{M^{2k+1}}(x)$ определяется как функция, обратная п*рямой обобщенной* R(k)-функции.

При $k = 0$ получаем базовые прямую и обратную R-функции. В силу свойства 5k, прямая и обратная R(k)-функции стремятся к тождественному отображению $y = x$ при $k \to \infty$.

Состояние протяженности, находящееся внутри интервала $(-M^{2k+1}, M^{2k+1})$, я буду называть *k-й галактикой*, или *k-й R-системой*, и обозначать ее G(k), где $|k| = 0, 1, 2...$ Все галактики образуют иерархию, оказываясь вложенными друг в друга как матрешки. Центральной является базовая галактика, т. е. G(0). Вложенные в нее галактики G(k), где $k = -1, -2, -3...$, я буду называть *несравнимо малыми* галактиками (R-системами). Галактики G(k), где $k = 1, 2, 3...$ — *несравнимо большими* галактиками (R-системами). Верхний порог большей R-системы больше в M^2 раз верхнего порога предшествующей R-системы.

Для любой вещественной функции f(x) введем следующие понятия:

1. *Область растяжения* $Dl(f) = \{x \in R : |x| < |f(x)|\}$ — как множество всех x из области определения функции f, для которых расстояние до ноля меньше расстояния до ноля их образа f(x). Функция f как бы «растягивает» такие x.
2. *Область сжатия* $Cn(f) = \{x \in R : |x| > |f(x)|\}$ — это множество всех x из области определения функции f, у которых расстояние до ноля больше расстояния до ноля их образа f(x). Функция f как бы «сжимает» такие x.
3. *Область тождества* $I(f) = \{x \in R : |x| = |f(x)|\}$ — множество таких x, расстояние которых от ноля такое же, что и у их образов.

Пусть дана бесконечная последовательность функций $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$. Обозначим через s_n число $\sup Dl(f_n) =_{Df} \sup\limits_{x \in Dl(f_n)} \{x\}$, а через i_n — $\inf Dl(f_n) =_{Df} \inf\limits_{x \in Dl(f_n)} \{x\}$. Если для каждой функции f_n существует числа s_n и i_n, и $\lim\limits_{n\to\infty} s_n < \infty$, $\lim\limits_{n\to\infty} i_n > -\infty$, то такую последовательность функций будем называть *финитно растягивающей*. Далее я буду предполагать, что последовательность любых конечных композиций R^{-1}(K)-функций вида $\{R^{-1}_{M^{2k+1}}(x)\}$, где $q = 0, 1, 2, 3, ..., L_{(q+1)} > Lq$, является финитно растягивающей. Например, для инфинитно допустимых эйнштейновских функций вида

$$R^{-1}{}_{M^{2K+1}}(x) = M^{2K+1}\left(\frac{e^{\frac{x}{\gamma_k}} - 1}{e^{\frac{x}{\gamma_k}} + 1}\right), \quad \text{где } \gamma_k = \frac{1}{\ln\left(\left|\dfrac{1 + \frac{1}{M^{2K+1}}}{1 - \frac{1}{M^{2K+1}}}\right|\right)}$$

для любого $K = 0, 1, 2..., s_K = 1$. В самом деле, такие функции являются выпуклыми при $x > 0$, проходя через точки (0, 0) и (1, 1). На интервале (0, 1) они лежат таким образом выше функции $y = x$, а на интервале $(1, +\infty)$ — ниже. Следовательно, в положительной части вещественной прямой области рястяжения равны интервалу (0, 1). Так как функции нечетные, то вся область растяжения $Dl(R^{-1}_{M^{2k+1}})$ функции $R^{-1}_{M^{2k+1}}(x)$ равна множеству $(-1, 0) \cup (0, 1)$, супремумом которого является число 1, а инфимумом — число −1. Области сжатия равны $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$, области тождества — множеству $\{-1, 0, 1\}$. Замечу, что любая конечная композиция таких R-функций будет обладать в этом случае теми же самыми областями сжатия, растяжения и тождества, в частности, теми же супремумами и инфимумами этих областей.

§ 4. Пространство поличисел в R-анализе

Далее я опишу некоторое множество ${}^{\infty}F$ (*пространство поличисел*), играющее основную роль в R-анализе, подобно тому как множество вещественных чисел составляет основу обычного анализа.

В качестве элементов множества ${}^{\infty}F$ я буду рассматривать бесконечные в обе стороны последовательности вещественных чисел $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ такие, что $\exists m \forall n > m$: $\alpha_n = 0$. Таким образом, начиная с некоторого номера, все элементы последовательности с бóльшими номерами равны нолю. Введем на множестве ${}^{\infty}F$ следующие операции и отношения:

1. *Сложение*. Если даны две последовательности $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$, то под суммой $\alpha + \beta$ будем понимать последовательность $\{\alpha_i + \beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, образованную покоординатным сложением первых двух последовательностей.

2. *Умножение*. Если даны две последовательности $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$, то под произведением $\alpha \cdot \beta$ будем понимать последовательность $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\gamma_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K \beta_L$, т. е. γ_i образуется как сумма всех произведений координат последовательностей α и β, сумма индексов которых равна i.

3. *Покоординатное умножение*. Если даны две последовательности $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$, то под покоординатным произведением $\alpha * \beta$ будем понимать последовательность $\{\alpha_i \cdot \beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, образованную покоординатным умножением первых двух последовательностей.

4. *Равенство*. Будем говорить, что две последовательности α и β из ${}^{\infty}F$ равны и записывать это в виде $\alpha = \beta$, если и только если (если только если) они покоординатно равны, т. е. $\forall i$: $\alpha_i = \beta_i$.

5. *Порядок*. Будем говорить, что последовательность α из ${}^{\infty}F$ меньше последовательности β из ${}^{\infty}F$ и записывать это в виде $\alpha < \beta$, если только если $\exists k \forall n > k(a_n = b_n \wedge a_k < b_k)$.

6. *Модуль*. Под модулем $|\alpha|$ последовательности $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$ будем понимать последовательность модулей координат .

7. *Внешнее умножение* на вещественное число. Если дана последовательность $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$, то под произведением $a \times \alpha$, где a — вещественное число, будем понимать последовательность $\{a \cdot \alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, образованную покоординатным умножением на число a последовательности α.

8. *k-равенство*. Будем говорить, что две последовательности α и β из ${}^{\infty}F$ *k-равны* и записывать это в виде $\alpha =_k \beta$, если только если $\forall i \geq k$: $\alpha_i = \beta_i$.

Через 0^{∞} я буду обозначать последовательность из ${}^{\infty}F$, все координаты которой равны нолю. Под $(\alpha)_i$ я также буду иметь в виду i-ю координату последовательности α.

Теорема 1

Если α и β — последовательности из ${}^{\infty}F$ и a — вещественное число, то $|\alpha|$, $\alpha + \beta$, $a \times \alpha$, $\alpha * \beta$, $\alpha \cdot \beta$ — также последовательности из ${}^{\infty}F$.

Доказательство

Для взятия модуля, сложения, покоординатного и внешнего умножения доказательство очевидно. Докажем теорему для умножения. Пусть даны две последовательности $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$. Тогда, согласно определению, произведение $\alpha \cdot \beta$ есть последовательность $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\gamma_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K \beta_L$. Если при фиксированном i растет K, то L падает, и наоборот, чтобы сумма всегда оставалась равной i. Рассмотрим число $s(i) = \min_{K+L=i} (\max\{K, L\})$. Если i — четное, то $s(i) = i/2$, если i — нечетное, то $s(i) = [i/2] + 1$, где [x] — целая часть x. Таким образом, s(i) возрастает вместе с i. Так как α и β принадлежат ${}^{\infty}F$, то для α найдется такое целое число $n(\alpha)$ и для β найдется такое целое число $n(\beta)$, что $\forall k > n(\alpha) : \alpha_k = 0$, и $\forall k > n(\beta) : \beta_k = 0$. Пусть $m = \max\{n(\alpha), n(\beta)\}$. Тогда для достаточно большого i число s(i) будет таково, что $s(i) > m$. В этом случае в любом произведении $\alpha_K\beta_L$ либо $K \geq s(i)$, либо $L \geq s(i)$, то есть либо $K > m$, либо $L > m$, и в любом случае $\alpha_K\beta_L = 0$. Следовательно, начиная с некоторого достаточно большого i, для всех порядковых номеров $j \geq i$ получим, что $\gamma_j = 0$, т. е. γ принадлежит ${}^{\infty}F$.

Теорема 2

Для отношения < выполнены свойства строгого порядка на множестве ${}^{\infty}F$.

Доказательство

Проверим выполнение свойств строгого порядка.

1. Нерефлексивность: Для любого α из ${}^{\infty}F$ неверно, что $\alpha < \alpha$. Предположим противное, т. е. $\exists k \forall n > k(\alpha_n = \alpha_n \wedge \alpha_k < \alpha_k)$. Тогда, в частности, $\exists k(\alpha_k < \alpha_k)$, что неверно.

2. Несимметричность: Для любых α и β из ${}^{\infty}F$, если $\alpha < \beta$, то неверно, что $\beta < \alpha$. Предположим противное, т. е. пусть одновременно верно, что $\alpha < \beta$ и $\beta < \alpha$. Тогда имеем: $\exists k_1 \forall n > k_1(\alpha_n = \beta_n \wedge \alpha_{k_1} < \beta_{k_1})$ и $\exists k_2 \forall n > k_2(\beta_n = \alpha_n \wedge \beta_{k_2} < \alpha_{k_2})$. Пусть $k_1 < k_2$. Тогда из $\forall n > k_1(\alpha_n = \beta_n \wedge \alpha_{k_1} < \beta_{k_1})$ вытекает, что $\beta_{k_2} = \alpha_{k_2}$, а из $\forall n > k_2(\beta_n = \alpha_n \wedge \beta_{k_2} < \alpha_{k_2})$ следует, что $\beta_{k_2} < \alpha_{k_2}$. Аналогично рассматриваются случаи $k_1 > k_2$ и $k_1 = k_2$.

3. Транзитивность. Для любых α, β и γ из ${}^{\infty}F$, если $\alpha < \beta$ и $\beta < \gamma$, то $\alpha < \gamma$. Пусть $\alpha < \beta$ и $\beta < \gamma$. Тогда $\exists k_1 \forall n > k_1(\alpha_n = \beta_n \wedge \alpha_{k_1} < \beta_{k_1})$ и $\exists k_2 \forall n > k_2(\beta_n = \gamma_n \wedge \beta_{k_2} < \gamma_{k_2})$. Пусть $k_1 < k_2$. Тогда $\alpha_{k_2} = \beta_{k_2} < \gamma_{k_2}$, и $\alpha_{k_2} < \gamma_{k_2}$. Кроме того, $\forall n > k_2(\alpha_n = \beta_n \wedge \beta_n = \gamma_n)$, т. е. $\forall n > k_2(\alpha_n = \gamma_n)$. Отсюда получаем, что $\exists k_2 \forall n > k_2(\alpha_n = \gamma_n \wedge \alpha_{k_2} < \gamma_{k_2})$, т. е. $\alpha < \gamma$. Аналогично разбираются остальные случаи.

Теорема 3

Для любых α, β из ${}^{\infty}F$ верно: либо $\alpha < \beta$, либо $\beta < \alpha$, либо $\beta = \alpha$.

Доказательство

Пусть $\beta \neq \alpha$. Рассмотрим множество $A = \{\alpha_i: (\alpha_i = \beta_i) \wedge \wedge (\alpha_i = \beta_i \supset \alpha_{i+1} = \beta_{i+1})\}$. Так как $\beta \neq \alpha$, то найдется такой i, что $\beta_i \neq \alpha_i$. Следовательно, множество A имеет наименьший элемент α_m. Тогда $\beta_{m-1} \neq \alpha_{m-1}$ и $\forall k > (m-1)(\alpha_k = \beta_k)$. Неравенство $\beta_{m-1} \neq \alpha_{m-1}$ — это либо $\beta_{m-1} < \alpha_{m-1}$, либо $\beta_{m-1} > \alpha_{m-1}$. В первом случае получим, что $\beta < \alpha$, во втором — $\alpha < \beta$. Итак, $\beta \neq \alpha$ влечет $\alpha < \beta$ или $\beta < \alpha$. Следовательно, либо $\alpha < \beta$, либо $\beta < \alpha$, либо $\beta = \alpha$. Таким образом, отношение < является линейным порядком на множестве ${}^{\infty}F$.

Теорема 4

Сложение + на элементах ${}^{\infty}F$ образует абелеву группу.

Доказательство

Здесь очевидно в силу покоординатного определения операции сложения. В качестве противоположного элемента $-\alpha$ для элемента $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ определяем последовательность $-\alpha = \{-\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$. Нейтральным элементом сложения является элемент 0^{∞}.

Теорема 5

Умножение $\cdot$ на элементах ${}^{\infty}F$ коммутативно, ассоциативно, и существует нейтральный элемент умножения.

Доказательство

1. Коммутативность умножения: Для любых α, β из ${}^{\infty}F$ верно, что $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$. Здесь имеем: если $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, то $\alpha \cdot \beta = \gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\gamma_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K \beta_L$, и $\beta \cdot \alpha = \delta = \{\delta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\delta_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K \beta_L$. Отсюда следует, что $\gamma_i = \delta_i$ для любого i.

2. Ассоциативность умножения. Для любых α, β и γ из ${}^{\infty}F$ верно, что $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$. Здесь имеем: если $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, то $\alpha \cdot \beta = \delta = \{\delta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\delta_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K \beta_L$. Тогда $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \delta \cdot \gamma = \theta$, где $\theta_n = \sum_{i+j=n} \delta_i \gamma_i$. Отсюда получаем: $\theta_n = \sum_{K+L+j=n} \alpha_K \beta_L \gamma_i$. С другой стороны, имеем: $\beta \cdot \gamma = \eta$, где $\eta_i = \sum_{K+L=i} \beta_K \gamma_L$, и $\alpha \cdot (\beta \cdot \gamma) = \alpha \cdot \eta = \lambda$, где $\lambda_n = \sum_{i+j=n} \alpha_i \eta_i$, т. е. $\lambda_n = \sum_{i+K+L=n} \alpha_i \beta_K \gamma_L$. В итоге получаем, что $\theta_n = \lambda_n$ для любого n.

3. Нейтральный элемент умножения. В качестве такого элемента рассмотрим последовательность 1^{∞}, где $(1^{\infty})_0 = 1$, и $\forall k(k \neq 0 \supset (1^{\infty})_k = 0)$. Тогда получим: $\alpha \cdot 1^{\infty} = \beta$ и $\beta_i = \sum_{K+L=i} \alpha_K (1^{\infty})_L = \alpha_i (1^{\infty})_0 = \alpha_i$. Следовательно, $\alpha \cdot 1^{\infty} = \alpha$.

Замечание об обратном элементе. Для ненулевого элемента α из ${}^{\infty}F$ можно пытаться определить обратный ему элемент α^{-1} из условия $\alpha \cdot \alpha^{-1} = 1^{\infty}$.

Если α — поличисло, то существует некоторый диапазон от n до k (не исключен случай, когда $k = -\infty$), где $n \geq k$, вне которого все координаты α нулевые. Обозначим координаты α в диапазоне от n до k через α_n, α_{n-1}, ..., α_k, где α_n — максимальная ненулевая координата a.

Допустим, что обратный элемент α^{-1} существует и также принадлежит множеству ${}^{\infty}F$. Это означает, что у α^{-1} также есть максимальная ненулевая координата. Обозначим координаты α^{-1} через x_j. Посмотрим, сможем ли мы при этих допущениях определить процедуру построения обратного элемента.

Если α^{-1} — обратный для α элемент, то выполняется соотношение $a \cdot \alpha^{-1} = 1^{\infty}$. Это означает, что выполнено условие:

$$(*) \qquad \sum_{K+L=i} \alpha_K (\alpha^{-1})_L = \alpha_n x_{i-n} + \alpha_{n-1} x_{i-n+1} + \ldots + \alpha_k x_{i-k} = \begin{cases} 1 \text{ при } i = 0, \\ 0 \text{ при } i \neq 0. \end{cases}$$

Замечу, что сумма (*) всегда конечна, поскольку, даже при ненулевой бесконечности вниз координат α, последовательность координат обратного элемента имеет максимальную ненулевую координату, в силу предположения принадлежности α^{-1} множеству поличисел ${}^{\infty}F$.

Пусть N — номер максимальной ненулевой координаты α^{-1}. Все x_j, где $j > N$, будут равны нолю. Рассмотрим такое i, что будет выполнено соотношение $i = N + n$. Тогда сумма (*) сведется только к своему первому слагаемому $\alpha_n x_{i-n}$, поскольку $x_q = 0$, где $q > i - n$. Сумма (*) либо равна нулю, либо равна единице. Если сумма (*) равна нулю, то $\alpha_n x_{i-n} = 0$, откуда $x_{i-n} = 0$, так как координата α_n ненулевая. Снизив i на единицу, мы перейдем к сумме $\alpha_n x_{i-1-n} + \alpha_{n-1} x_{i-n} = \alpha_n x_{i-1-n}$, для которой будут верны те же рассуждения, что и на предыдущем шаге. В итоге мы либо должны будем столкнуться со случаем равенства суммы (*) единице, либо всегда будем получать ноль.

Если верно последнее, то равенство суммы (*) единице будет достигаться при $i > N + n$, что невозможно, так как в этом случае вся сумма (*) окажется равной нулю (поскольку все x_k, где $k \geq i - n$, окажутся равными нулю).

Остается случай, когда на некотором шаге $i_0 \leq N + n$ сумма будет иметь только первое слагаемое и окажется равной единице, т. е. $\alpha_n x_{i0-n} = 1$. Поскольку это возможно только при $i = 0$, то сумма (*) примет вид $a_n x_{-n} = 1$. Таким образом, число $-n$ окажется тем максимальным индексом, который будет соответствовать первой ненулевой координате α^{-1}. Это значит, что $N = -n$. Из равенства $\alpha_n x_{-n} = 1$ мы можем найти $x_{-n} = \alpha_n^{-1}$ (поскольку α_n есть ненулевое число, то x_{-n} существует).

Далее переходим к $i_{0-1} = -1$. Здесь сумма (*) примет вид $\alpha_n x_{-n-1} + a_{n-1} x_{-n} = 0$, откуда находим выражение для x_{-n-1}:

$$x_{-n-1} = -\frac{\alpha_{n-1}}{\alpha_n^{-1}}.$$

Поступая аналогично, можем находить выражения для все новых координат обратного элемента α^{-1}. В общем случае, зная координаты x_{-n}, ..., x_{-n-p+1}, нужно будет разрешить уравнение $\alpha_n x_{-n-p} + \alpha_{n-1} x_{-n-p+1} + \ldots + \alpha_{n-p} x_{-n} = 0$ относительно x_{-n-p}, т. е. найти соотношение:

$$x_{-n-p} = -\frac{\alpha_{n-1} x_{-n+p-1} + \ldots + \alpha_{n-p} x_{-n}}{\alpha_n}.$$

Приведу здесь примеры выражений еще двух координат:

$$x_{-n-2} = \frac{\alpha_{n-1}^2 - \alpha_{n-a}\alpha_n}{\alpha_n^3},$$

$$x_{-n-3} = \frac{-\alpha_{n-1}^3 + 2\alpha_n \alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n^2 \alpha_{n-3}}{\alpha_n^4}.$$

Таким образом, мы можем строить обратные элементы для ненулевых поличисел α, в связи с чем можно предположить структуру не только кольца, но и поля для множества ${}^{\infty}F$.

Интересно, что в связи с соотношением $N = -n$ максимальная ненулевая координата обратного элемента α^{-1} имеет противоположный номер такового прямого элемента α. Чем больше поличисло α, тем меньше его обратный элемент α^{-1}, и наоборот, что, как представляется, хорошо согласуется с интуицией мультипликативной инверсии.

Теорема 6

Для любых элементов α, β и γ из ${}^{\infty}F$ верно, что
$(\alpha + \beta) \cdot \gamma = (\alpha \cdot \gamma) + (\beta \cdot \gamma)$ и $\gamma \cdot (\alpha + \beta) = (\gamma \cdot \alpha) + (\gamma \cdot \beta)$.

Доказательство

Если $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, то $((\alpha + \beta) \cdot \gamma)_i = \sum\limits_{K+L=i} (\alpha_K + \beta_K)\gamma_L =$ $= \sum\limits_{K+L=i} (\alpha_K \gamma_L + \beta_K \cdot \gamma_L) = \sum\limits_{K+L=i} (\alpha_K \gamma_L) + \sum\limits_{K+L=i} (\beta_K \cdot \gamma_L) = (\alpha \cdot \gamma)_i + (\beta \cdot \gamma)_i$. Отсюда получаем правую дистрибутивность. Аналогично доказывается свойство левой дистрибутивности.

Теорема 7 (Архимеда)

Для любого элемента α из ${}^{\infty}F$ найдется элемент β из ${}^{\infty}F$ такой, что $\beta > \alpha$.

Доказательство

Если $\alpha \in {}^{\infty}F$, то найдется целое число m такое, что $\forall n > m$: $\alpha_n = 0$. Определим в этом случае элемент β как такой, что $\beta_{m+1} > 0$ и $\forall n > (m + 1)$: $\beta_n = 0$. Тогда, согласно определению, $\beta > \alpha$.

Теорема 8

Если $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, $\beta = \{\beta_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и $\forall i(\alpha_i \le \beta_i)$, то $\alpha \le \beta$.

Доказательство

Предположим противное, т. е. $\forall i(\alpha_i \le \beta_i)$, и, согласно Теореме 3, $\alpha > \beta$. Тогда, согласно определению, получим: $\exists k \forall n > k(\alpha_n = \beta_n \wedge \beta_k < \alpha_k)$, т. е., в частности, $\exists k(\beta_k < \alpha_k)$, что противоречит предположению «$i(\alpha_i \le \beta_i)$.

Из Теоремы 8 и определения модуля следует, что на элементы из ${}^{\infty}F$ переносятся все известные свойства модуля для вещественных чисел, например, $|\alpha + \beta| \le |\alpha| + |\beta|$, $|\alpha - \beta| \ge ||\alpha| - |\beta||$.

§ 5. Метрические определения в R-анализе

Далее я буду предполагать, что каждый элемент множества ${}^{\infty}F$ является элементом бесконечной иерархии галактик и может быть выражен как некоторое *поличисло*, обладающее своими компонентами в каждой из галактик. Введем для элемента $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F$ отображение $\mu(\alpha)$, μ-*меру* α, по следующему правилу:

$$\mu(\alpha) =_{Df} C(\alpha, +\infty, -\infty) =_{Df} \mathop{C}_{K=-\infty}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})},$$

где $\mathop{C}_{K=-\infty}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} =_{Df} \mathop{C}_{K=0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} \circ \mathop{C}_{K=-\infty}^{K=-1} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$,

«∘» — знак композиции функций,

$R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(x) =_{Df} \alpha_{K+1} + R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$,

$\mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} =_{Df} C(\alpha, n, m) =_{Df} \alpha_{n+1} + R^{-1}_{M^{2n+1}}(\alpha_n + R^{-1}_{M^{2(n-1)+1}}(\alpha_{n-1} + \dots + (a_{m+1} +$
$+ R^{-1}_{M^{2m+1}}(\alpha_m)\dots)))$, $n > m$, и

$\mathop{C}_{K=-\infty}^{K=-1} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} =_{Df} \lim_{n\to\infty} \mathop{C}_{K=-n}^{K=-1} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$,

$\mathop{C}_{K=0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} =_{Df} \lim_{n\to\infty} \mathop{C}_{K=0}^{K=+n} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$,

$R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$ — $R^{-1}(K)$-функция.

В общем случае реализация поличисла в системе галактик может носить разный характер (см., например, параграф «Онтологическая топика»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 218 и далее), но пока я остановлюсь на версии R-анализа, где будет использоваться представленная версия меры поличисла. Читатель только должен помнить, что реализационные разделы R-анализа, где речь идет о тех или иных версиях *реализаций поличисел* в иерархиях галактик, носят уже более вариабельный характер, и в общем случае могут предполагаться разные виды мер и реализаций поличисел.

Теорема 9

Если обратные R(K)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел, последовательность $\{\mathop{C}_{K=1}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)\}_{n=1}^{\infty}$ имеет бесконечный или конечный предел для любого вещественного числа x; и для любого K = −1, −2, −3... верно, что $S(K) \le 1$, где $S(K) = \sup_{x\in R} \frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$, то для любого α из ${}^{\infty}F$ мера $\mu(\alpha)$ есть вещественное число.

Доказательство (см. Приложение 18)

Для обратных $R^{-1}(K)$-функций $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) = M^{2K+1}\left(\frac{e^{\frac{x}{\gamma_k}}-1}{e^{\frac{x}{\gamma_k}}+1}\right)$, где

$\gamma_k = \frac{1}{\ln\left(\left|\frac{1+\frac{1}{M^{2K+1}}}{1-\frac{1}{M^{2K+1}}}\right|\right)}$, супремум производной $S(K) = \sup_{x\in R}\frac{d}{dx}R_{M^{2K+1}}(x)$ равен величине производной в нуле $\frac{d}{dx}R_{M^{2K+1}}(0) = \frac{M^{2K+1}}{2}\ln\left|\frac{M^{2K+1}+1}{M^{2K+1}-1}\right|$. При достаточно больших M для всех S(K), где K = −1, −2, −3..., будет выполняться неравенство $S(K) \le 1$. Наконец, для таких функций последовательность $\{\overset{n}{\underset{K=1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)\}_{n=1}^{\infty}$ имеет конечный предел для любого вещественного числа x. В самом деле, как было отмечено выше, у таких функций вся область определения разбивается на область растяжения Dl = (−1, 0) ∪ (0, 1), область сжатия Cn = (−∞, −1) ∪ (1, +∞) и область тождества I = {−1, 0, 1}. Причем, функции замкнуты относительно этих областей: если например, x принадлежит области растяжения, то и $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$ также ей принадлежит. Пусть x_0 принадлежит области растяжения. Обозначим через x_K число $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x_{K-1})$. Тогда имеем: $x_K > x_{K-1}$ для любого K = 0, 1, 2... В то же время последовательность $\{x_K\}_{K=0}^{\infty}$ ограничена сверху единицей. Следовательно, эта последовательность имеет предел. Рассуждая аналогично для областей сжатия и тождества, получим, что последовательность $\{\overset{n}{\underset{K=1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)\}_{n=1}^{\infty}$ имеет конечный предел для любого вещественного числа x. Следовательно, к такого рода R-функциям применима теорема 9.

Я буду говорить, что область растяжения Dl является *алгебраически замкнутой для функции* f если $\forall x(x \in Dl \supset f(x) \in Dl)$. Пусть также $||\alpha||$ есть $\mu(|\alpha|)$.

Теорема 10.1

Если множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$, где $\eta \le 1$, есть алгебраически замкнутая область растяжения для любой обратной R(K)-функции $R^{-1}_{M^{2K+1}}$, где K = 0, 1, 2... и $\lim_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$, то $\forall e > 0\ \exists m\ \forall n > m\ «i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$.

Доказательство (см. Приложение 18)

Для инфинитно допустимых эйнштейновских обратных R(K)-функций условие теоремы выполнено, т. е. для таких функций условие $\lim_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$ влечет покоординатную равномерную сходимость α^n к α.

Теорема 10.2

Если обратные R(K)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел; верно, что $S(K) \le 1$ при $K = -1, -2, -3...$, и существуют константы $A_K > 0$ такие, что $S(K) \le A_K$ при $K = 1, 2, 3...$, $-\infty < \prod_{K=1}^{\infty} A_K < \infty$, где $S(K) = \sup_{x \in R} \frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$; и если для обратных R(K)-функций $R^{-1}_{M^{2K+1}}$ при $K = -1, -2, -3...$ верно, что $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{|K|+1}}$, и $\forall e > 0\ \exists m\ \forall n > m$ «$i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$, то $\lim_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$.

Доказательство (см. Приложение 18)

Соединяя воедино Теоремы 10.1. и 10.2., получим:

Теорема 10

Если множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$, где $\eta \le 1$, есть алгебраически замкнутая область растяжения для любой обратной R(K)-функции $R^{-1}_{M^{2K+1}}$, где $K = 0, 1, 2...$; обратные R(K)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел, причем для любого $K = -1, -2, -3...$ верно, что $S(K) \le 1$, существуют константы $A_K > 0$ такие, что $S(K) \le A_K$ при $K = 1, 2, 3...$, $-\infty < \prod_{K=1}^{\infty} A_K < \infty$, где $S(K) = \sup_{x \in R} \frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$; и если для обратных R(K)-функций $R^{-1}_{M^{2K+1}}$ при $K = -1, -2, -3...$ верно, что $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{|K|+1}}$, то $\lim_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$ тогда и только тогда, когда $\forall e > 0\ \exists m\ \forall n > m$ «$i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$.

Обратные R(K)-функции, удовлетворяющие требованиям Теоремы 10 и условию финитного растяжения, я буду далее называть *допустимыми* обратными R(K)-функциями. В дальнейшем везде будет предполагаться использование именно таких функций.

Можно показать достаточность уже небольшой величины M, чтобы инфинитно допустимые эйнштейновские R-функции стали допустимыми (см. окончание Приложения 18).

§ 6. Пространство поличисел как гильбертово пространство

Определим теперь ряд новых понятий:

1. Величину $\mu(|\alpha|)$ для элемента α из $^{\infty}F$ будем называть μ-*нормой* элемента α и обозначать $||\alpha||$.

2. Будем говорить, что два элемента α и β из $^{\infty}F$ *n-близки* и обозначать это через $\alpha \approx_n \beta$ если только если выполнено следующее неравенство: $||\alpha - \beta|| \le$ $\le \underset{K=n}{\overset{\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2n-1})$.

3. Для мер элементов α и β из $^{\infty}F$ введем μ-*операции* (функции) по следующему общему правилу:

Пусть $f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$, где $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ — элементы из $^{\infty}F$, f — n-местная функция на $^{\infty}F$, т. е. $f : (^{\infty}F)^n \to {}^{\infty}F$. Тогда f_μ — ее μ-аналог, определяемый по правилу:

$$f_\mu(\mu(\alpha_1), \mu(\alpha_2), ..., \mu(\alpha_n)) = \mu(f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)).$$

Например, я буду использовать в дальнейшем следующие μ-операции:

1) μ-сложение: $m(\alpha) +_\mu \mu(\beta) = \mu(\alpha + \beta)$;

2) μ-покоординатное умножение: $\mu(\alpha) *_\mu \mu(\beta) = \mu(\alpha * \beta)$;

3) μ-внешнее умножение: $\mu(\alpha) \times_\mu \mu(\beta) = \mu(\alpha \times \beta)$, где α — вещественное число, и $\mu(\alpha) =_{Df} \mu(\alpha)$, где $(\forall i \neq 0: \alpha_i = 0)$, и $\alpha_0 = \alpha$;

4) μ-квадратный корень: ${}^{\frac{1}{2}\mu}\mu(\alpha) = \mu({}^{\frac{1}{2}}\alpha)$, где $({}^{\frac{1}{2}}\alpha)_i = (\alpha_i)^{\frac{1}{2}}$;

5) μ-квадрат: ${}^{2\mu}\mu(\alpha) = \mu({}^2\alpha)$, где $({}^2\alpha)_i = (\alpha_i)^2$. Таким образом, ${}^2\alpha = \alpha * \alpha$.

Теорема 11.

$$\text{Если } \alpha =_n \beta, \text{ то } \alpha \approx_n \beta.$$

Доказательство

Пусть $\alpha =_n \beta$. Тогда, согласно определению, имеем: $\forall i \geq n: \alpha_i = \beta_i$. Далее имеем: $||\alpha - \beta|| = \mu(|\alpha - \beta|) = C(|\alpha - \beta|, +\infty, -\infty) = \underset{K=-\infty}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} \circ$ $\circ \underset{K=-\infty}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}} \circ \underset{K=-\infty}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)}$.

Здесь имеем: $\underset{K=-\infty}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = R^{-1}_{M^{2(n-1)+1}}(\underset{K=-\infty}{\overset{K=n-2}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)}) < M^{2(n-1)+1} = M^{2n-1}$, т. е. $\underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}} \circ \underset{K=-\infty}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} \leq \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2n-1})$, т. е. $||\alpha - \beta|| \leq$ $\leq \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2n-1})$, что и означает $\alpha \approx_n \beta$.

Эта теорема позволяет переходить от n-равенства двух элементов из $^{\infty}F$ к n-близости этих элементов. Причем если n-равенство есть свойство поличисел самих по себе, то n-близость является выражением их метрических отношений, выражая достаточную близость мер этих поличисел.

Пусть $\alpha <= \beta$ если только если $\forall n(\alpha_n \leq \beta_n)$.

Теорема 12

$$\text{Если } \alpha <= \beta, \text{ то } \mu(\alpha) \leq \mu(\beta) \text{ для любых } \alpha \text{ и } \beta \text{ из } {}^{\infty}F.$$

Доказательство

Пусть $\alpha <= \beta$, т. е. $\forall n(\alpha_n \leq \beta_n)$. Отсюда следует, что $\underset{K=P}{\overset{n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} \leq$ $\leq \underset{K=P}{\overset{n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$ для любых конечных n и P, т. е., переходя к пределам, получим: $\mu(\alpha) \leq \mu(\beta)$.

Теорема 13 (свойство позитивности)

$$\text{Если } \alpha = |\alpha|, \text{ то } \mu(\alpha) = 0 \text{ если только если } \alpha = 0^{\infty}.$$

Доказательство

Доказательство необходимости очевидно, в силу правил построения m-меры. Докажем достаточность. Предположим противное, т. е. пусть для $\alpha = |\alpha|$ верно, что $\mu(\alpha) = 0$ и в то же время не верно, что $\alpha = 0^\infty$. Это значит, что существует такой номер i_0, что $\alpha_{i0} \neq 0$. Но тогда, если рассмотреть стационарную последовательность $\{\alpha^n\}$, где $\forall n$: $\alpha^n = \alpha$, то для этой последовательности выполнено условие $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$, но не выполнена покоординатная сходимость, что противоречит теореме 10.1.

Теорема 14

Для μ-нормы $||\cdot||$ выполнены следующие свойства:

1. $||\alpha|| \geq 0$ для любого α из ${}^\infty F$.
2. $||\alpha + \beta|| \leq ||\alpha|| +_\mu ||\beta||$ для любых α и β из ${}^\infty F$.
3. Для любого α из ${}^\infty F$ верно: $||a \times \alpha|| = ||a|| \times_\mu ||\alpha||$, где a — вещественное число, и $||a|| = \mu(|a|) =_{Df} \mu(|\alpha|)$, где $(\forall i \neq 0\colon \alpha_i = 0)$, и $\alpha_0 = a$.
4. Для любого α из ${}^\infty F$ верно: $||\alpha|| = 0$ если только если $\alpha = 0^\infty$.

Доказательство

1. $||\alpha|| = \mu(|\alpha|) \geq 0$.
2. $||\alpha + \beta|| = \mu(|\alpha + \beta|)$. С другой стороны, $||\alpha|| +_\mu ||\beta|| = \mu(|\alpha|) +_\mu \mu(|\beta|) = \mu(|\alpha| + |\beta|)$. Имеем: $|\alpha + \beta| <= |\alpha| + |\beta|$. Тогда, согласно Теореме 12, $\mu(|\alpha + \beta|) \leq \mu(|\alpha|) +_\mu \mu(|\beta|)$, т. е. $||\alpha + \beta|| \leq ||\alpha|| +_\mu ||\beta||$.
3. $||a \times \alpha|| = \mu(|a \times \alpha|) = \mu(|a| \times |\alpha|) = \mu(|a|) \times_\mu \mu(|\alpha|) = ||a|| \times_\mu ||\alpha||$, где $||a|| = \mu(|\alpha|) =_{Df} \mu(|\alpha|)$, и $(\forall i \neq 0\colon \alpha_i = 0)$, $\alpha_0 = a$.

4.1. Так как $|\alpha| = |\,|\alpha|\,|$, то для $|\alpha|$ верно свойство позитивности (теорема 13), т. е. $\mu(|\alpha|) = 0$ если только если $\alpha = 0^\infty$.

Таким образом, согласно Теореме 14, для отображения $||\cdot||$ выполнены аксиомы нормы относительно μ-операций (μ-сложения и μ-внешнего умножения). Этим оправдывается название «μ-норма» для такого рода отображения.

Рассмотрим далее отображение $(\alpha, \beta) = \mu(\alpha * \beta)$ на парах элементов из ${}^\infty F$.

Теорема 15

Для отображения $(\alpha, \beta) = \mu(\alpha * \beta)$ на парах элементов из ${}^\infty F$ верны следующие свойства:

1. $(\alpha, \beta) = (\beta, \alpha)$.
2. $(\alpha + \beta, \gamma) = (\alpha, \gamma) +_\mu (\beta, \gamma)$.
3. $(a \times \alpha, \beta) = \mu(a) \times_\mu (\alpha, \beta)$.
4. $(\alpha, \alpha) = 0$ если только если $\alpha = 0^\infty$.

Доказательство

1. $(\alpha, \beta) = \mu(\alpha * \beta) = \mu(\beta * \alpha) = (\beta, \alpha)$.
2. $(\alpha + \beta, \gamma) = \mu((\alpha + \beta) * \gamma) = \mu((\alpha * \gamma) + (\beta * \gamma)) = \mu(\alpha * \gamma) +_\mu \mu(\beta * \gamma) = (\alpha, \gamma) +_\mu (\beta, \gamma)$.
3. $(a \times \alpha, \beta) = \mu((a \times \alpha) * \beta) = \mu(a \times (a * \beta)) = \mu(a) \times_\mu \mu(\alpha * \beta) = \mu(a) \times_\mu (\alpha, \beta)$.

4. Имеем: $(\alpha, \alpha) = \mu(\alpha * \alpha)$. Но $\alpha * \alpha = |\alpha * \alpha|$, т. е. для $\alpha * \alpha$ верно свойство позитивности (теорема 13), и здесь получим: $\mu(\alpha * \alpha) = 0$ если только если $\alpha = 0^{\infty}$.

Таким образом, для отображения $(\alpha, \beta) = \mu(\alpha * \beta)$ выполнены все свойства скалярного произведения относительно μ-операций (μ-сложения и μ-внешнего умножения). В связи с этим число (α, β) я буду называть *μ-скалярным произведением*.

Теорема 16

$$||\alpha|| = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,(\alpha, \alpha).$$

Доказательство

$$||\alpha|| = \mu(|\alpha|) = \mu\,({}^{\frac{1}{2}}\,({}^{2}\alpha)) = \mu\,({}^{\frac{1}{2}}\,(\alpha * \alpha)) = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,\mu(\alpha * \alpha) = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,(\alpha, \alpha).$$

Таким образом, согласно теореме 16, μ-норма $||\alpha||$ есть μ-квадратный корень из μ-скалярного произведения (α, α).

Определим теперь сходимость по μ-норме. А именно, будем говорить, что последовательность элементов $\{\alpha^n\}_{n=1}^{\infty}$ из ${}^{\infty}F$ имеет в качестве предела элемент α из ${}^{\infty}F$, что можно записать в виде $\lim\limits_{n\to\infty} \alpha^n = \alpha$ если только если $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$.

Назовем последовательность элементов $\{\alpha^n\}_{n=1}^{\infty}$ из ${}^{\infty}F$ *фундаментальной*, если $\lim\limits_{n,m\to\infty} ||\alpha^n - \alpha^m|| = 0$.

Теорема 17

Всякая фундаментальная последовательность из ${}^{\infty}F$ имеет предел из ${}^{\infty}F$.

Доказательство

Пусть дана фундаментальная последовательность элементов $\{\alpha^n\}_{n=1}^{\infty}$ из ${}^{\infty}F$, т. е. $\lim\limits_{n,m\to\infty} ||\alpha^n - \alpha^m|| = 0$. Здесь имеем: $||\alpha^n - \alpha^m|| = \underset{K=-\infty}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}{}_{(|\alpha^n_{K+1} - \alpha^m_{K+1}|)}$. Сходимость по μ-норме, как следует из теоремы 10.1, есть равномерная покоординатная сходимость (предполагается использование допустимых R-функций), т. е. $\lim\limits_{n,m\to\infty} |\alpha_i^n - \alpha_i^m| = 0$. Следовательно, последовательности вещественных чисел $\{\alpha_i^n\}_{n=1}^{\infty}$ для каждого i являются фундаментальными и имеют предел. Обозначим этот предел через α_i. Пусть α — такой элемент из ${}^{\infty}F$, что $(\alpha)_i = \alpha_i$. Тогда имеем: $||\alpha^n - \alpha|| = \underset{K=-\infty}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n_{K+1} - \alpha_{K+1}|)}$. Согласно теореме 10.2, покоординатная равномерная сходимость влечет сходимость по μ-норме, следовательно, $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$.

Как можно легко понять из доказанных выше теорем и введенных определений, множество ${}^{\infty}F$ является одновременно линейным пространством над полем вещественных чисел. Отображение $(\alpha, \beta) = \mu(\alpha * \beta)$ делает его линейным пространством с μ-скалярным произведением. μ-норма $||\cdot||$ превращает его в μ-*нормированное* линейное пространство. Согласно Теореме 17, ${}^{\infty}F$ есть полное пространство. Если через ${}^{\infty}QF$ обозначить подмножество ${}^{\infty}F$, состоящее из последовательностей с рациональными координатами, то для каждого элемента α из ${}^{\infty}F$ найдется последовательность элементов $\{\alpha^n\}_{n=1}^{\infty}$ из ${}^{\infty}QF$ такая, что $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$. Следовательно, пространство ${}^{\infty}F$ является также сепарабельным линейным пространством. Такое пространство я буду далее называть μ-*гильбертовым пространством*. ${}^{\infty}F$ обладает счетным базисом, в качестве которого можно, например, указать последовательность $\{e^n\}_{n=-\infty}^{\infty}$, где $(e^n)_n = 1$ и $\forall k \neq n((e^n)_k = 0)$.

§ 7. Подпространства пространства поличисел

Как уже отмечалось выше, можно ввести подпространства ${}^{n}_{m}F$, где $n \geq m$ и $\alpha \in$ $\in {}^{n}_{m}F$ если и только если $\forall i \forall j (i > n \wedge j < m \supset \alpha_i = 0 \wedge \alpha_j = 0)$. Здесь определены все те операции и отношения, что и в ${}^{\infty}F$. Как отмечалось выше, возможно определение и обратного элемента α^{-1} для элементов α таких подпространств. Для подпространств ${}^{n}_{m}F$ я буду предполагать задание и собственной меры:

$$
\begin{aligned}
{}^{n}_{m}\mu(\alpha) &=_{Df} C(\alpha, n, m) =_{Df} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} =_{Df} \\
&=_{Df} R^{-1}_{M^{2n+1}}(\alpha_n + R^{-1}_{M^{2(n-1)+1}}(\alpha_{n-1} + \ldots (\alpha_{m+1} + R^{-1}_{M^{2m+1}}(\alpha_m)\ldots))).
\end{aligned}
$$

Для такой μ*(n, m)-меры* класс допустимых R-функций может быть значительно расширен. Здесь можно ограничиться только теми общими требованиями к R-функциям, которые были даны вначале. В частности, получим, что ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ — это вещественное число для любого $\alpha \in {}^{n}_{m}F$, что $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha||^n_m = 0$ если только если $\forall \varepsilon > 0\ \exists p\ \forall n > p\ \forall m < i < n : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$, где ${}^{n}_{m}\mu(|\alpha|) = ||\alpha||^n_m$ — — μ*(n, m)-норма* элемента $\alpha \in {}^{n}_{m}F$.

Замечу также, что для $\mu(n, -\infty)$-меры ${}^{n}_{-\infty}\mu(\alpha)$ можно использовать обратные R(K)-функции вида $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) = M^{2K} \cdot R^{-1}_{M}(x)$, лишь бы только обратные R(K)-функции были дифференцируемы на множестве вещественных чисел, для K= −1, −2, −3… были выполнены условия теоремы 10, т. е. для любого K = −1, −2, −3… верно, что $S(K) \leq 1$, где $S(K) = \sup\limits_{x \in R} \frac{d}{dx} R^{2K+1}_{M}(x)$; и если для обратных R(K)-функций $R^{-1}_{M^{2K+1}}$ при K = −1, −2, −3… верно, что $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|) \leq \frac{|x|}{2^{|K|+1}}$. Для эйнштейновских функций получим в этом случае, что

$$
R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) = M^{2K+1}\left(\frac{e^{\frac{x}{\gamma_0}} - 1}{e^{\frac{x}{\gamma_0}} + 1}\right), \quad \text{где} \quad \gamma_0 = \frac{1}{\ln\left(\left|\frac{1 + \frac{1}{M}}{1 - \frac{1}{M}}\right|\right)}.
$$

Эти функции дифференцируемы, и так как $\frac{d}{dx}R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) = \frac{d}{dx}M^{2K}\cdot R^{-1}_{M}(x) = M^{2K}\cdot\frac{d}{dx}R^{-1}_{M}(x)$, то супремум производных, S(K), таких функций при K = −1, −2, −3... будет по-прежнему достигаться в нуле, и мы получим в качестве условия $M^{2K}\cdot\frac{M}{2}\ln\left|\frac{M+1}{M-1}\right| = \frac{M^{2K+1}}{2}\ln\left|\frac{M+1}{M-1}\right| \le \frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2+\frac{1}{M-1}) \le \frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2+1)\le 1$ при M > 2. Отсюда получаем, что достаточно выполнения неравенства $M\ge\left(\frac{\ln 2+1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = 0{,}946$. Для выполнения неравенства $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|)\le\frac{|x|}{2^{|K|+1}}$, как было показано выше, достаточно выполнения неравенства $S(K)\le\frac{1}{2^{|K|+1}}$, т. е. в нашем случае можно использовать неравенство $\frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + 1)\le\frac{1}{2^{|K|+1}}$. Отсюда получаем, что $M^{2K+1}\le\frac{1}{2^{|K|}}$, или $M\ge 2^{\frac{|k|}{2|k|+1}}\ge 2^{\frac{1}{2+\frac{1}{|k|}}}$. Так как $2^{\frac{1}{3}}\ge 2^{\frac{1}{2+\frac{1}{|k|}}}$ при K = −1, −2, −3..., то достаточно выполнения условия $M\ge 2^{\frac{1}{3}} = 1{,}26$. Итак, достаточно положить M > 2, чтобы были выполнены все требуемые неравенства.

Эйнштейновские R(K)-функции, образованные на основе правила $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) = M^{2K}\cdot R^{-1}_{M}(x)$, где K = n, n − 1, n − 2, n − 3..., я буду называть *финитно допустимыми* эйнштейновскими R-функциями.

Будем говорить, что два элемента α и β из ${}^{n}_{m}F$ r-*близки*, где m ≤ r ≤ n, и обозначать это через $\alpha^{n}_{m}\approx_{r}\beta$ если только если выполнено следующее неравенство: $||\alpha-\beta||^{n}_{m} < \underset{K=2}{\overset{K=n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2r-1})$.

Для μ(n, m)-мер элементов α и β из ${}^{n}_{m}F$ также могут быть введены μ*(n, m)-операции* (функции) по следующему общему правилу:

Пусть $f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_S)$, где $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_S$ — элементы из ${}^{n}_{m}F$, f — S-местная функция на ${}^{n}_{m}F$, т. е. $f : ({}^{n}_{m}F)^{S}\to{}^{n}_{m}F$. Тогда $f^{n}_{m\mu}$ — ее μ-аналог, определяемый по правилу:

$$f^{n}_{m\mu}({}^{n}_{m}\mu(\alpha_1), {}^{n}_{m}\mu(\alpha_2), ..., {}^{n}_{m}\mu(\alpha_S)) = {}^{n}_{m}\mu(f(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_S)).$$

Например:

1) μ(n, m)-сложение: ${}^{n}_{m}\mu(\alpha) +^{n}_{m\mu} {}^{n}_{m}m(\beta) = {}^{n}_{m}\mu(\alpha+\beta)$;

2) μ(n, m)-покоординатное умножение: ${}^{n}_{m}\mu(\alpha) *^{n}_{m\mu} {}^{n}_{m}\mu(\beta) = {}^{n}_{m}\mu(\alpha*\beta)$;

3) μ(n, m)-внешнее умножение: ${}^{n}_{m}\mu(a) \times^{n}_{m\mu} {}^{n}_{m}\mu(\alpha) = {}^{n}_{m}\mu(a\times b)$, где a — вещественное число, и ${}^{n}_{m}\mu(a) =_{Df} {}^{n}_{m}\mu(\alpha)$, где m ≤ r ≤ n и $(\forall i\ne r\colon \alpha_i = 0)$, и $\alpha_r = a$;

4) μ(n, m)-квадратный корень: ${}^{\frac{1}{2}(n,m)\mu}{}^{n}_{m}\mu(\alpha) = {}^{n}_{m}\mu({}^{\frac{1}{2}}\alpha)$, где $({}^{\frac{1}{2}}\alpha)_i = (\alpha_i)^{\frac{1}{2}}$;

5) μ(n, m)-квадрат: ${}^{n}_{m}\mu(\alpha) = {}^{n}_{m}\mu({}^{2}\alpha)$, где $({}^{2}\alpha)_i = (\alpha_i)^2$.

Могут быть доказаны аналоги теорем 11—17, в частности, отображение $(\alpha, \beta)^{n}_{m} =_{Df} {}^{n}_{m}\mu(\alpha*\beta)$ будет играть роль μ*(n, m)-скалярного произведения*, $||\alpha||^{n}_{m} =_{Df}$

$=_{Df}\ {}^{n}_{m}\mu(|\alpha|)$ — роль μ*(n, m)-нормы*. Аналогичным образом определяется и сходимость по $\mu(n, m)$-норме, показывается полнота пространства ${}^{n}_{m}F$. Доказательства всех таких теорем будут аналогичны доказательствам теорем 11—17. Для примера я приведу доказательство аналога теоремы 11.

Теорема 11.1

Если α, β — элементы из ${}^{n}_{m}F$, $m \le r \le n$, и $\alpha\ {}^{n}_{m}{=}_{r}\ \beta$ (α и β *r-равны*), что означает $\forall i \ge r$: $\alpha_i = \beta_i$, то $\alpha\ {}^{n}_{m}{\approx}_{r}\ \beta$ (α и β *r-близки*).

Доказательство

Пусть $\alpha\ {}^{n}_{m}{=}_{r}\ \beta$. Тогда имеем: $\forall i \ge r$: $\alpha_i = \beta_i$. Далее имеем: $||\alpha - \beta||^{n}_{m} = {}^{n}_{m}\mu(|\alpha - \beta|) = R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = \underset{K=r}{\overset{K=n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} \circ \underset{K=m}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = \underset{K=r}{\overset{K=n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}} \circ \underset{K=m}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)}$.

Здесь имеем: $\underset{K=m}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} = R^{-1}_{M^{2(r-1)+1}}(\underset{K=m}{\overset{K=r-2}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)}) < M^{2(r-1)+1} = M^{2r-1}$, т. е. $\underset{K=r}{\overset{K=n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}} \circ \underset{K=m}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha_{K+1} - \beta_{K+1}|)} < \underset{K=r}{\overset{K=n}{C}} RR^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2r-1})$, т. е. $||a - b||^{n}_{m} < \underset{K=r}{\overset{K=n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2r-1})$, что и означает $\alpha\ {}^{n}_{m}{\approx}_{r}\ \beta$.

§ 8. Выражение приближения аналитической функции рядом Тейлора в R-анализе

$\underset{K=m}{\overset{K=n}{C}}$

Теперь я хотел бы обратиться к ряду примеров приложения средств R-анализа.

Пусть $f : A \to B$ — вещественная аналитическая функция в окрестности $U(x) \subseteq A$ точки $x \in A$. Это значит, что $f(x + \Delta x)$ разлагается в ряд Тейлора по степеням Δx, где $x + \Delta x \in U(x)$:

$$f(x + \Delta x) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} \Delta x^K.$$

В такого рода представлении мы имеем дело с классическим примером средств приближения значения функции $f(x + \Delta x)$. Будучи уверенными в сходимости ряда Тейлора, мы можем сколь угодно точно приблизить значение функции $f(x + \Delta x)$ некоторым конечным отрезком ряда $\sum_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} \Delta x^K$. А именно, для $\varepsilon > 0$ найдется такой n, что для $\forall p \ge n$ получим: $|f(x + \Delta x) - \sum_{K=0}^{P} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} \Delta x^K| < \varepsilon$. В этом случае, если ε представляет собой некоторую допустимую погрешность, то мы можем остановиться уже на отрезке ряда $\sum_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} \Delta x^K$, заменяя $f(x + \Delta x)$ на этот отрезок. Такого рода действия, типичные для разного рода методов приближения, имеют, как я сейчас попытаюсь это показать, свои основания в идеях R-анализа и вполне могут быть обоснованы только в его рамках.

Рассмотрим три пространства:

1) ${}^{0}F$ — случай пространства ${}_{m}^{n}F$ при $n = 0$ и $m = -\infty$. Элементами этого пространства являются последовательности $\alpha = \alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\forall i > 0$: $\alpha_i = 0$;

2) пространство ${}_{-n}^{0}F$, где $n > 0$;

3) пространство ${}_{-1}^{0}F$.

Пусть α^0 — такой элемент из ${}_{-1}^{0}F$, что $(\alpha^0)_0 = x$, $(\alpha^0)_{-1} = \Delta x$. Введем отображение $F[f] : {}_{-1}^{0}F \to {}^{0}F$, где $F[f](\alpha^0) = \alpha$, и $\forall i \leq 0$: $\alpha_i = \dfrac{f^{(|i|)}(x)}{|i|!}\Delta x^{|i|}$. Пусть, как уже было отмечено выше, P_k^n — такое отображение, что, если дано γ из ${}^{\infty}F$, и $\gamma = \{\gamma_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, то $P_k^n(\gamma) = \gamma^*$, где $\forall i \forall j \forall s(i > n \wedge j < k \wedge k \leq s \leq n \supset (\gamma^*)_i = 0 \wedge (\gamma^*)_j = 0 \wedge (\gamma^*)_s = \gamma_s)$. Таким образом, P_k^n — это проектор на подпространство ${}_{k}^{n}F$. Рассмотрим проектор $P_k =_{Df} P^{\infty}{}_{k}$.

Теорема 18

Для любого γ из ${}^{\infty}F$ верно, что $P_k(\gamma) =_k \gamma$.

Доказательство

$P_k(\gamma) = \gamma^*$, где $\forall i \forall j(i < k \wedge j \geq k \supset (\gamma^*)_i = 0 \wedge (\gamma^*)_j = \gamma_j)$. Отсюда, в частности, получаем: $\forall j(j \geq k \supset (\gamma^*)_j = \gamma_j)$, т. е. $\gamma^* =_k \gamma$.

Таким образом, в нашем случае имеем $P_{-n}(\alpha) =_{-n} \alpha$. Тогда, согласно теореме 11.1, получим: $P_{-n}(\alpha) \;{}_{-\infty}^{0}\!\approx_{-n} \alpha$, т. е. $||P_{-n}(\alpha) - \alpha||_{-\infty}^{0} \leq \underset{K=-n}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2(-n)-1})$ (здесь используется нестрогое неравенство, так как нижняя граница $\mu(n, m)$-нормы равна $-\infty$, в связи с чем в доказательстве теоремы 11.1. используется переход к пределу, позволяющий от последовательности строгих неравенств переходить только к нестрогому неравенству).

Мера ${}_{-\infty}^{0}\mu(P_{-n}(\alpha))$ равна $\underset{K=-n}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(\alpha_{-n}) \circ \underset{K=-\infty}{\overset{K=-(n+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(0)} = \underset{K=-n}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(\alpha_{-n})$.

Пусть в качестве функций $R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}$ при $k < 0$ используется в этом случае одна и та же R-функция $R^{-1}_{M^{-1}}$, причем $R^{-1}_{M^{-1}}$ пусть будет финитно допустимой R-функцией, для которой верно, что $R^{-1}_{M^{-1}}(x) = M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(x)$.

Тогда получим:

$$
\begin{aligned}
{}_{-\infty}^{0}\mu(P_{-n}(\alpha)) &= RR^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(\alpha_{-n}) = R^{-1}_{M}(\alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + \ldots (\alpha_{(-n)+1} + \\
&+ R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-n})\ldots))) = R^{-1}_{M}(\alpha_0 + M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-1} + \ldots (\alpha_{(-n)+1} + M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-n})\ldots)))
\end{aligned}
$$

Если $M \to \infty$, то $R^{-1}_{M}(x) \to x$, и величина

$$R^{-1}_{M}(\alpha_0 + M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-1} + \ldots (\alpha_{(-n)+1} + M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-n})\ldots)))$$

будет неотличима от величины $\alpha_0 + M^{-2} \cdot \alpha_{-1} + \ldots + M^{-2n} \cdot \alpha_{-n}$.

Итак, для меры ${}_{-\infty}^{0}\mu(P_{-n}(\alpha))$ получим:

$$
\begin{aligned}
{}_{-\infty}^{0}\mu(P_{-n}(\alpha)) &= RR^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(\alpha_{-n}) = R^{-1}_{M}(\alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + \ldots (\alpha_{(-n)+1} + \\
&+ R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-n})\ldots))) = R^{-1}_{M}(\alpha_0 + M^{-2} \cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-1} + \ldots (\alpha_{(-n)+1} + M^{-2} \cdot \\
&\cdot R^{-1}_{M}(\alpha_{-n})\ldots))) \xrightarrow[M\to\infty]{} \alpha_0 + M^{-2} \cdot \alpha_{-1} + \ldots + M^{-2n} \cdot \alpha_{-n}.
\end{aligned}
$$

Вспомним, что в этом случае $\alpha_i = \dfrac{f^{(|i|)}(x)}{|i|!}\Delta x^{|i|}$. Тогда получим:

$$_{-\infty}^{\;0}\mu\left(P_{-n}(\alpha)\right) \xrightarrow[M\to\infty]{} \sum_{K=0}^{n}\frac{f^{(K)}(x)}{K!}\left(M^{-2}\cdot\Delta x\right)^{K}.$$

Устремляя n к бесконечности, аналогично получим, что

$$_{-\infty}^{\;0}\mu(\alpha) \xrightarrow[M\to\infty]{} \sum_{K=0}^{\infty}\frac{f^{(K)}(x)}{K!}\left(M^{-2}\cdot\Delta x\right)^{K}.$$

Такого рода соотношения можно рассматривать как своего рода принципы соответствия между классическим и R-анализом. В самом деле, если константу M^{-2} (которая, кстати, является единицей первой несравнимо малой галактики $G(-1)$) понимать как единицу бесконечно малых величин первого порядка при $M \to \infty$, то мы видим, что меры $_{-\infty}^{\;0}\mu(\alpha)$ в пределе $M \to \infty$ переходят в ряды Тейлора для аналитических функций $f(x + dx)$ при бесконечно малом приращении аргумента $dx = M^{-2} \cdot \Delta x$.

В общем случае, когда не обязательно $F[f](\alpha^0) = \alpha$, для меры $_{-\infty}^{\;0}\mu\mu(\alpha)$ любого элемента α из ^0F получим следующее соотношение:

$$_{-\infty}^{\;0}\mu(\alpha) \xrightarrow[M\to\infty]{} \sum_{K=0}^{-\infty}M^{2K}\cdot\alpha_K,$$

т. е. мера $_{-\infty}^{\;0}\mu(\alpha)$ будет стремиться к сумме модулей координат элемента a, домноженных на масштабные коэффициенты M^{2K}, где $K = 0, -1, -2, \ldots$ Замечу, что величина M^{2K} при $K \le 0$ — это единица $|K|$-й несравнимо малой галактики $G(K)$, так как $R^{-1}_{M^{2K+1}}(1) = M^{2K} \cdot R^{-1}_{M}(1) = M^{2K}$. Тогда величина $M^{2K} \cdot |\alpha_K|$ — это $|\alpha_K|$ единиц $|K|$-й несравнимо малой галактики, и $\mu(0, -\infty)$-мера перейдет здесь просто в сумму величин соответствующих галактик.

Если же M конечно, то $\mu(0, -\infty)$-мера представляет собой некоторый финитный аналог такого рода сумм несравнимо малых величин все более высоких порядков. В этом случае аналогом приближения значения функции $f(x + \Delta x)$ отрезком ряда Тейлора $\sum_{K=0}^{n}\dfrac{f^{(K)}(x)}{K!}\Delta x^{K}$ при задании допустимой погрешности ε в обычном анализе будет отношение $(-n)$-равенства между элементом $\alpha = F[f](\alpha^0)$ и его $(-n)$-проекцией $P_{-n}(\alpha)$ в R-анализе. Роль ε в рассматриваемом нами случае в R-анализе будет играть величина $\underset{K=-n}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{2(-n)-1})$, представляющая собой $\mu(0, -\infty)$-меру, $_{-\infty}^{\;0}\mu(\eta^{-n-1})$, элемента η^{-n-1} из ^0F, где $(\eta^{-n-1})_{-n-1} = M^{2(-n)-1}$, и для $\forall i \ne (-n-1)$: $(\eta^{-n-1})_i = 0$. Таким образом, элемент η^{-n-1} — это последовательность, состоящая из нулей, кроме $(-n-1)$-й координаты, в качестве которой выступает число $M^{2(-n)-1} = M^{2(-n-1)+1}$ — верхняя граница $(n + 1)$-й несравнимо малой галактики $G(-n-1)$. В этом смысле вытекающая из $(-n)$-равенства $(-n)$-близость элементов α и его $(-n)$-проекции $P_{-n}(\alpha)$, т. е. выполнение неравенства $\|P_{-n}(\alpha) - \alpha\|^{0}_{-\infty} \le \underset{K=-n}{\overset{K=0}{C}} RR^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}(M^{2(-n)-1}) = {}_{-\infty}^{\;0}\mu(\eta^{-n-1})$, может рассматри-

Таблица 21

Конструкции обычного анализа	**Соответствующие конструкции R-анализа**
аналитическая функция f	отображение $F[f] : {}^{0}_{-1}F \to {}^{0}F$
точка $x + \Delta x$	элемент α^0 из ${}^{0}_{-1}F$
значение функции $f(x+\Delta x) = \sum\limits_{K=0}^{\infty} \frac{f^{(K)}(x)}{K!}\Delta x^K$	элемент $\alpha = F[f](\alpha^0)$ из ${}^{0}F$
погрешность ε	$\mu(0, -\infty)$-мера, ${}^{0}_{-\infty}\mu(\eta^{-n-1})$, элемента η^{-n-1} из ${}^{0}F$
конечный отрезок ряда $\sum\limits_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!}\Delta x^K$	проекция $P_{-n}(\alpha)$ элемента α
приближающее неравенство $\left|f(x+\Delta x) - \sum\limits_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!}\Delta x^K\right| < \varepsilon$	$(-n)$-близость $P_{-n}(\alpha)$ и α: $\|P_{-n}(\alpha) - \alpha\|^{0}_{-\infty} \le {}^{0}_{-\infty}\mu(\eta^{-n-1})$

ваться как степень близости, не превышающая супремума несравнимо малых величин $(n + 1)$-го порядка малости.

Выразим эти соответствия в таблице 21.

Таким образом, описанная выше типичная модель приближения может быть рассмотрена как фрагмент классического анализа, имеющий свое соответствие в R-анализе. Следует, однако, заметить, что, в отличие от классического анализа, соответствующие конструкции R-анализа связывают n-ю степень приближения со специальной структурой — системой базовой и несравнимо малых галактик до галактики $G(-n)$ включительно. Именно в границах этой системы лежит «вырезка» из элемента α — его проекция $P_{-n}(\alpha)$. Далее следует заметить, что та система приближающих отношений, которая в классическом анализе воспроизводит себя на «неискривленной» метрике, достигаемой в пределе $M \to \infty$, в R-анализе находит свое выражение при финитном M и «метрически искривленном» состоянии протяженности внутри конечных галактик. Такая «метрическая деформация» является определенной платой за приготовление на конечных масштабах эффектов, воспроизводимых в классическом анализе на бесконечности. В самом деле, $(-n)$-равенство и $(-n)$-близость элементов α и $P_{-n}(\alpha)$ в R-анализе скорее наиболее близко выражает себя не столько в приближающем финитном отношении $\left|f(x+\Delta x) - \sum\limits_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!}\Delta x^K\right| < \varepsilon$, сколько в отношении бесконечно малых $f(x + dx)$ и $\sum\limits_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!}dx^K$, разность которых имеет не более чем $(n + 1)$-й порядок малости. С этой точки зрения можно

Таблица 22

Конструкции нестандартного анализа	Соответствующие конструкции R-анализа
аналитическая функция f	отображение $F[f] : {}^{0}_{-1}F \to {}^{0}F$
точка x + dx	элемент α^0 из ${}^{0}_{-1}F$
значение функции $f(x + dx) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} dx^K$	элемент $\alpha = F[f](\alpha^0)$ из ${}^{0}F$
погрешность $\varepsilon = O(dx^{n+1})$ порядка малости (n + 1)	$\mu(0, -\infty)$-мера, ${}^{0}_{-\infty}\mu(\eta^{-n-1})$, элемента η^{-n-1} из ${}^{0}F$
конечный отрезок ряда $\sum_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} dx^K$	проекция $P_{-n}(\alpha)$ элемента α
приближающее неравенство $\left\lvert f(x + dx) - \sum_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} dx^K \right\rvert < \varepsilon$	$(-n)$-близость $P_{-n}(\alpha)$ и α: $\lVert P_{-n}(\alpha) - \alpha \rVert^{0}_{-\infty} \leq {}^{0}_{-\infty}\mu(\eta^{-n-1})$

было бы привести такую таблицу соответствия конструкций нестандартного и R-анализа (см. табл. 22).

В этом случае величина ε более существенно связана с порядком малости (n + 1), напоминая в этом тесную связь с галактикой $G(-(n + 1))$ элемента η^{-n+1} в R-анализе. Однако то, что в нестандартном анализе реализует себя на бесконечности, в R-анализе получает свое финитное выражение.

В общем случае мы можем рассмотреть задачу приближения некоторой функции f на области определения X множеством пар $g = \{(a, b)\}$, где $a \in A \subseteq X$, $b \in B \subseteq f(X)$, таких, что 1) для любого $x \in X$ найдется a такой, что разница между x и a имеет порядок 0-близости, 2) аналогично для любого $f(x) \in f(X)$ найдется b такой, что разница между f(x) и b имеет порядок 0-близости. Сформулируем эту задачу в терминах R-анализа. Рассмотрим пространство ${}^{0}_{0}F$. Пусть α^x — такой элемент из ${}^{0}_{0}F$, что $(\alpha^x)_0 = x$. Тогда множеству X мы можем сопоставить множество $X^* = \{\alpha^x : x \in X\}$. Аналогично получаем множества $f(X)^* = \{\alpha^x : x \in f(X)\}$, $A^* = \{\alpha^x : x \in A\}$, $B^* = \{\alpha^x : x \in B\}$. Отображение $f : X \to f(X)$ можно представить как отображение $F : X^* \to f(X)^*$, где $F(\alpha^x) = \alpha^{f(x)}$. Аналогично множеству пар (a, b) можно сопоставить отображение $G : A^* \to B^*$, где $G(\alpha^a) = \alpha^{g(a)}$. Будем писать, что $G \mid\approx_0 F$ — «отображение G 0-близко отображению F» если и только если 1) для любого $\alpha^x \in X^*$ найдется $\alpha^a \in A^*$ такой, что α^x и α^a 0-близки, 2) для любого $\alpha^{f(x)} \in f(X)^*$ найдется $\alpha^b \in B^*$ такой, что $\alpha^{f(x)}$ и α^b 0-близки. Здесь, таким образом, получим: если α^x и α^a 0-близки, то это значит, что $\lVert\alpha^x -$

$- \alpha^a||_0^0 < \underset{K=0}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(M^{-1}) = R^{-1}_M(M^{-1})$, т. е. $||\alpha^x - \alpha^a||_0^0 < R^{-1}_M(M^{-1})$. Так как $||\alpha^x - \alpha^a||_0^0 = {}_0^0\mu(|\alpha^x - \alpha^a|) = \underset{K=0}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^x{}_{(K+1)} - \alpha^a{}_{(K+1)}|)} = R^{-1}_M(|(\alpha^x)_0 - (\alpha^a)_0|) = R^{-1}_M(|x - \alpha|)$, то отсюда получаем как условие 0-близости, что $R^{-1}_M(|x - \alpha|) < R^{-1}_M(M^{-1})$, что равносильно неравенству $|x - \alpha| < M^{-1}$. Аналогично для выражения 0-близости $\alpha^{f(x)}$ и α^b получаем: $|f(x) - b| < M^{-1}$. В частности, если, например, функция f является непрерывной на X, то в качестве отображения g может выступить некоторое дискретное множество пар (a, b), когда и множество A и множество B являются дискретными множествами. Можно говорить, что множество A является *R-континуумом степени 0*, если существует такой интервал $(a, b) \subseteq R$, что $A \,|{\approx_0}\, (a, b)$. Множество пар g может быть также таково, что множества A и B будут являться R-континуумами степени 0 для множеств X и f(X) соответственно.

Такого рода соотношение инфинитных версий анализов и финитных подходов R-анализа вполне напоминает отношение разного рода неклассических физических теорий, теории относительности и квантовой теории, к классической физике. Как и в R-анализе, в такого рода неклассических теориях происходит финитизация ряда параметров (скорости света или постоянной Планка), которые в классических теориях предполагались бесконечно большими или бесконечно малыми. Причем, как и в общей теории относительности, в R-анализе возникает эффект «искривления» протяженности за счет действия R-функций. В пределе $M \to \infty$ R-функции стремятся к тождественным отображениям, и протяженность все более «распрямляется», приводя к инфинитным версиям анализа. Можно предположить, что R-анализ должен будет послужить абстрактным основанием для теоретического обоснования разного рода финитизаций в неклассическом естествознании. Ниже я приведу ряд примеров представления подобной финитизации в неклассической физике средствами R-анализа.

§ 9. Расширение R-анализа на комплексный случай

Пусть C — множество комплексных чисел. Введем на C базовые R-функции. Если $a + ib$ — комплексное число, то через $R^{-1}_{CM}(a + ib)$ обозначим объект $R^{-1}_M(a) \oplus R^{-1}_M(ib) = R^{-1}_M(a) \oplus [R^{-1}_M(i) \otimes R^{-1}_M(b)] = R^{-1}_M(a) \oplus [i_M \otimes R^{-1}_M(b)]$, где $x \oplus y = R^{-1}_M(R_M(x) + R_M(y))$, $x \otimes y = R^{-1}_M(R_M(x) \cdot R_M(y))$, $i_M = R^{-1}_M(i)$.

Отображение $R^{-1}_{CM} : C \to C_M$ назовем *обратной базовой комплексной* R-функцией. Обратное ему отображение $R_{CM} : C_M \to C$ назовем *прямой базовой комплексной* R-функцией. Множество объектов типа $R^{-1}_{CM}(a + ib)$, где $a, b \in R$, обозначим через символ C_M — множество *M-комплексных чисел*. Если $f : C^n \to C$ — комплексная функция местности n, то через $f_M : (C_M)^n \to C_M$ можно обозначить ее M-аналог, определяемый по правилу: $f_M(R^{-1}_{CM}(z_1), R^{-1}_{CM}(z_2), ..., R^{-1}_{CM}(z_n)) = R^{-1}_{CM}(f(z_1, z_2, ..., z_n))$.

Так на множество C_M переносятся все операции на комплексных числах. Если, далее, $P : C^n \to \{0, 1\}$ — n-местный предикат на комплексных числах, то через $P_M : (C_M)^n \to \{0, 1\}$ обозначим соответствующий ему M-предикат, определяемый по правилу: $P_M(R^{-1}_{CM}(z_1), R^{-1}_{CM}(z_2), ..., R^{-1}_{CM}(z_n)) = 1$ если только если $P(z_1, z_2,$

..., z_n) = 1. Так на множество М-комплексных чисел переносятся все комплексные свойства и отношения.

На основе базовых комплексных R-функций определим обобщенные их версии, полагая, что

$$R^{-1}_{CM^{2k+1}}(a + ib) = R^{-1}_{M^{2K+1}}(a) \oplus^k R^{-1}_{M^{2K+1}}(ib) = R^{-1}_{M^{2K+1}}(a) \oplus^k$$
$$\oplus^k [R^{-1}_{M^{2K+1}}(i) \otimes^k R^{-1}_{M^{2K+1}}(b)] = R^{-1}_{M^{2K+1}}(a) \oplus^k [i_{M(k)} \otimes^k R^{-1}_{M^{2K+1}}(b)],$$

где $x \oplus^k y = R^{-1}_{M^{2K+1}}(R^{2k+1}_M(x) + R^{2k+1}_M(y))$,
$x \otimes^k y = R^{-1}_{M^{2K+1}}(R^{2k+1}_M(x) \cdot R^{2k+1}_M(y))$,
$i_{M(k)} = R^{-1}_{M^{2K+1}}(i)$.

Отображение $R^{-1}_{CM^{2k+1}}$ назовем *обратной обобщенной комплексной* R(k)-функцией. Обратное ему отображение $R_{CM^{2k+1}}$ — *прямой обобщенной комплексной* R(k)-функцией. Область определения этой функции обозначим через C^{2k+1}_M — множество *M(k)-комплексных чисел*. На это множество также можно перенести все операции и предикаты множества комплексных чисел по описанной выше схеме.

Обозначим теперь через ${}^{\infty}F_C$ (*пространство комплексных поличисел*) множество бесконечных в обе стороны последовательностей комплексных чисел $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ таких, что $\exists m \forall n > m$: $a_n = 0$. Так же, как и для случая множества ${}^{\infty}F$, на ${}^{\infty}F_C$ могут быть определены операции и отношения. Только внешнее умножение будет определено для комплексных чисел, не будет определено отношение порядка, и под модулем $|\alpha|$ элемента $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F_C$ будем иметь в виду последовательность $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ модулей комплексных чисел α_i. Далее для ${}^{\infty}F_C$ могут быть доказаны аналоги Теорем 1, 4—6. Так как $|\alpha|$ — это элемент из ${}^{\infty}F$, то для элементов из ${}^{\infty}F_C$ также выполнены все основные свойства модуля: $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$, $|\alpha - \beta| \geq ||\alpha| - |\beta||$ и т. д.

Для элемента $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ из ${}^{\infty}F_C$ введем отображение $r(\alpha)$, *реализацию* α, по правилу:

$$r(\alpha) =_{Df} C(\alpha, +\infty, -\infty) =_{Df} \mathop{C}_{K=-\infty}^{K=+\infty} R^{-1}_{CM^{2K+1}(\alpha_{K+1})},$$

где $\mathop{C}_{K=-\infty}^{K=+\infty} R_C{}^{-1}{}_M{}^{2K+1}{}_{(\alpha K+1)} =_{Df} \mathop{C}_{K=0}^{K=+\infty} R^{-1}_{CM^{2K+1}(\alpha_{K+1})} \circ \mathop{C}_{K=-\infty}^{K=-1} R^{-1}_{CM^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$, «$\circ$» — знак композиции функций.

Таким образом, определения реализации здесь вполне аналогичны определениям меры для ${}^{\infty}F$.

Под объектом $\mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{CM^{2K+1}}(a + ib)$ я буду понимать объект $\mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(a) \oplus^{m, m+1, ..., n}$ $\oplus^{m, m+1, ..., n} \mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(ib) = \mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(a) \oplus^{m, m+1, ..., n} (R^{-1}_{M^{2K+1}}(i) \oplus^{m, m+1, ..., n} \mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(b))$, где $x \oplus^{m, m+1, ..., n} y = \mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\mathop{C}_{K=n}^{m} R^{2k+1}_M(x) + \mathop{C}_{K=n}^{m} R^{2k+1}_M(y))$, $x \oplus^{m, m+1, ..., n} y =$ $= \mathop{C}_{K=m}^{n} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\mathop{C}_{K=n}^{m} R^{2k+1}_M(x) \cdot \mathop{C}_{K=n}^{m} R^{2k+1}_M(y))$.

Далее можно определить μ-норму $||\alpha||$ элемента α из ${}^{\infty}F_C$ как $\mu(|\alpha|)$. Поскольку $|\alpha|$ — элемент из ${}^{\infty}F$, то теория нормы для ${}^{\infty}F_C$ — это теория нормы для ${}^{\infty}F$. Аналогично можно ввести понятие n-близости, определить r-операции. В частности, здесь появится *r-сопряжение*: ${}^{*r}r(\alpha) = r(^*\alpha)$, где $(^*\alpha)_i = (\alpha_i)^*$. Далее могут быть доказаны аналоги теорем 11, 13, 14. r-скалярное произведение для множества ${}^{\infty}F_C$ введем по правилу: $(\alpha, \beta) = r((^*\alpha)^*\beta)$. Тогда могут быть доказаны следующие теоремы.

Теорема 15.1

Для отображения $(\alpha, \beta) = r((^*\alpha)^*\beta)$ на парах элементов из ${}^{\infty}F_C$ верны следующие свойства:

1. $(\alpha, \beta) = {}^{*r}(\beta, \alpha)$.
2. $(\alpha + \beta, \gamma) = (\alpha, \gamma) +_r (\beta, \gamma)$.
3. $(z \times \alpha, \beta) = r(z^*) \times_r (\alpha, \beta)$.
4. $(\alpha, \alpha) = 0$ если только если $\alpha = 0^{\infty}$.

Доказательство

1. $(\alpha, \beta) = r((^*\alpha)^*\beta) = r(\beta^*(^*\alpha)) = r(^*[(^*\beta)^*(^{**}\alpha)]) = {}^{*r}\, r((^*\beta)^*\alpha) = {}^{*r}(\beta, \alpha)$.

2. $(\alpha + \beta b,\ \gamma) = r(^*(\alpha + \beta)\ *\ \gamma) = r((^*\alpha + {}^*\beta)\ *\ \gamma) = r((^*\alpha\ *\ \gamma) + (^*\beta * \gamma)) = r(^*\alpha * \gamma) +_r r(^*\beta * \gamma) = (\alpha, \gamma) +_r (\beta, \gamma)$.

3. $(z \times \alpha,\ \beta) = r(^*(z \times \alpha)\ *\ \beta) = r((z^* \times (^*\alpha))\ *\ \beta) = r(z^* \times (^*\alpha\ *\ \beta)) = r(z^*) \times_r r(^*\alpha * \beta) = r(z^*) \times_r (\alpha, \beta)$, где $r(z^*) = {}_{Df}\, r(\gamma)$, $(\gamma)_0 = z^*$ и $\forall i \neq 0$: $(\gamma)_i = 0$.

4. Имеем: $(\alpha, \alpha) = r((^*\alpha)^*\alpha)$. Но $(^*\alpha)^*\alpha = {}^2|\alpha|$, т. е. для $(^*\alpha)^*\alpha$ верно свойство позитивности (аналог Теоремы 13), и здесь получим: $r((^*\alpha)^*\alpha) = m((^*\alpha)^*\alpha) = 0$ если только если $\alpha = 0_{\infty}$.

Теорема 16.1

$$||\alpha|| = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,(\alpha, \alpha).$$

Доказательство

$$||\alpha|| = \mu(|\alpha|) = \mu\,(^{\frac{1}{2}}\,(^2|\alpha|)) = \mu\,(^{\frac{1}{2}}\,((^*\alpha)^*\alpha)) = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,((^*\alpha)^*\alpha) = {}^{\frac{1}{2}}\mu\,(\alpha, \alpha).$$

Таким же образом определяется сходимость по норме и может быть доказан аналог теоремы 17, что определяет пространство ${}^{\infty}F_C$ как гильбертово пространство.

Наконец, совершенно аналогично тому как это было сделано выше, можно определять подпространства ${}^{n}_{m}F_C$ пространства ${}^{\infty}F_C$ вместе со своей r(n, m)-реализацией

$$ {}^{n}_{m}r(\alpha) =_{Df} C(\alpha, n, m) =_{Df} \mathop{C}_{K=m}^{K=n} R^{-1}_{CM^{2k+1}}(\alpha_{K+1}) =_{Df}$$
$$=_{Df} R^{-1}_{CM^{2n+1}}(\alpha_n + R^{-1}_{CM^{2(n-1)+1}}(\alpha_{n-1} + \ldots (\alpha_{m+1} + R^{-1}_{CM^{2m+1}}(\alpha_m)\ldots))),$$

μ(n, m)-нормой $||\alpha||^n_m = {}^{n}_{m}\mu(|\alpha|)$, близостью, r(n, m)-операциями, r(n, m)-скалярным произведением $(\alpha, \beta)^n_m = {}^{n}_{m}r((^*\alpha)^*\beta)$, сходимостью по норме и т. д. Так же, как и для вещественных пространств ${}^{n}_{m}F$, для комплексных пространств ${}^{n}_{m}F_C$ можно использовать в определении комплексных R(k)-функций как инфинитно, так и финитно допустимые эйнштейновские R-функции. В последнем случае представления, аналогичные тем, что были проведены для ряда Тейлора в случае пространства ${}^{0}F$, могут быть проведены для ряда Лорана с конечным числом ненулевых членов в своей главной части в пространстве ${}^{0}F_C$.

§ 10. Дискретные образы R-анализа

Описанные выше структуры R-анализа содержат определенную пропорцию дискретного и непрерывного, в которой пока все же господствовал непрерывный момент. Ниже я вкратце хотел бы описать некоторые идеи более дискретного представления конструкций R-анализа.

В общем случае, когда дана базовая галактика G(0) с верхним параметром M, то относительно вещественной оси, интервалом (-M, M) которой является внутренность галактики, возникает своего рода «внешнее» разбиение этой внутренности, как бы наложенное извне — со стороны внешней метрики вещественной оси — на внутренность галактики. Во-первых, таким внешним разбиением является конечный ряд натуральных чисел 1, 2, ..., M, который за конечное число шагов покрывает всю положительную внутренность галактики. Если на этот ряд подействовать прямым R-отображением, то мы получим характеристический ряд

$$R^{+1}_{M}(1), R^{+1}_{M}(2), ..., R^{+1}_{M}(M),$$

который за конечное число шагов (за M шагов) от единицы $R^{+1}{}_{M}(1) = 1$ достигает бесконечности $R^{+1}_{M}(M) = +\infty$. Такой ряд можно рассматривать как финитный аналог натурального ряда, переходящий в пределе $M \to \infty$ в обычный ряд натуральных чисел. Связываясь с внутренностью галактики, такой финитный натуральный ряд начинает обладать не только линейным, но и циклическим параметром, будучи связанным с R-окружностью и в целом выражая один виток спирали. Что можно измерять таким натуральным рядом? По-видимому, он мог бы измерять подобным же образом организованные многообразия, которые достигают полноты и законченности на конечном числе элементов, так что последний элемент в некотором смысле здесь возвращался бы к началу ряда. Такие полные наборы состояний можно было бы называть, как уже делалось выше, *плеронами* — единицами полноты. Это, например, цветовой спектр, звуковая гамма, период элементов в Периодической таблице химических элементов Менделеева и т. д. Таким образом, *финитный натуральный ряд — это адекватная мера для измерения разного рода плеронов*.

Если величина $R^{+1}_{M}(K)$, K = 1, 2, ..., M, попадает между натуральными числами n и n + 1, то в качестве натурального приближения величины $R^{+1}_{M}(K)$ можно рассматривать натуральное число n, определяя тем самым отображение дискретации

$$к(K) = [R_M^{+1}(K)],$$

где $[x]$ — целая часть x.

Итак, с образованием галактики G(0) можно связывать финитный аналог натурального ряда чисел, который можно рассматривать внешне — как последовательность $K = 1, 2, ..., M$, и внутренне — как последовательность к(K). С внутренней точки зрения, представленный как к(K) финитный натуральный ряд, начинаясь с единицы, за M шагов достигает бесконечности.

Во-вторых, вместе с финитным натуральным рядом внутренность галактики образует своего рода «финитный континуум», который в некотором смысле столь же непрерывно покрывает протяженность базовой галактики, что и инфинитный континуум.

Пытаясь выразить структуру финитного континуума, можно рассуждать следующим образом.

Обычный континуум представляет собой разбиение протяженности от 0 до 1 на бесконечно большое число бесконечно малых частей. В самом деле, идея континуума возникает в связи с выражением иррациональных чисел, которые оказываются несоизмеримыми с единицей при любом конечном разбиении отрезка [0, 1] на конечное число n конечных частей величиной n^{-1}, где n — натуральное число. Введение идеи вещественных чисел как классов эквивалентности на фундаментальных последовательностях или как бесконечных десятичных дробей предполагает деление протяженности на бесконечно малые части, только суммой которых можно представить любое вещественное число и достичь его соизмеримости с единицей.

Поскольку аналогом бесконечности в базовой галактике является число M, то вполне логично предположить, что при дискретном представлении внутренности базовой галактики отрезок [0, 1] имеет аналог разбиения на бесконечное число бесконечно малых частей как разбиение на M частей величиной M^{-1}. В качестве конечного континуума в базовой галактике является разбиение ее внутренности на полуинтервалы

$$[kM^{-1}, (k + 1)M^{-1}), \text{ где } k = 0, 1, ..., M^2 - 1,$$

$$[kM^{-1}, (k - 1)M^{-1}), \text{ где } k = 0, -1, ..., -(M^2 - 1).$$

Такие полуинтервалы можно рассматривать как половины внутренностей монад $\mu(a) = \{x: (x = a + R^{-1}_{M^{-1}}(y)) \wedge y \in R\}$, которые также даны внешне, т. е. без учета действующей на них базовой обратной R-функции. Только в окрестности ноля дана полная монада $(-M^{-1}, M^{-1})$. На положительных и отрицательных областях внутренности галактики монады представлены только своими половинами $[kM^{-1}, (k \pm 1)M^{-1})$. Так может быть выражена структура конечного континуума.

Таким образом, переход к M-статусу галактики, когда она представлена интервалом $(-M, M)$, можно рассматривать и как основное условие образования конечного натурального ряда и конечного континуума в этой галактике.

Все конструкции математического анализа в этом случае могут быть финитизированы средствами финитного натурального ряда и финитного континуума. В результате будут возникать некоторые финитно-дискретные аналоги структур математического анализа, которые в общем случае будут представлять иной тип структур, но в пределе $M \to \infty$ переходящих в соответствующие инфинитные прообразы. Для каждой инфинитной структуры может возникать несколько дискретных аналогов, различие которых возникает только в рамках M-статуса галактики и сходится к своим инфинитным прообразам при $M \to \infty$. Ниже я приведу некоторые примеры финитно-дискретных аналогов ряда структур математического анализа.

Пусть дана бесконечная предельная последовательность $a_к$, к = 1, 2, 3..., имеющая предел a.

Может быть построен финитный аналог последовательности $a_к$ по правилу:

$$A_{k(K)} = [R^{-1}_M(a_{k(K)})]^{-1}_M,$$

где $[x]_M{}^{-1}$ — такое $\pm nM^{-1}$, что $x \in [\pm nM^{-1}, \pm(n + 1)M^{-1})$.

В частности, предел a может быть в этом случае представлен в виде:

$$A_M = [a]^{-1}_M.$$

Пусть даны две предельные последовательности $a_к$ и $в_к$. Тогда им могут быть сопоставлены финитные последовательности $A_{k(K)}$ и $B_{k(K)}$.

Здесь имеем:

$$A_{k(K)} \oplus B_{k(K)} = [R^{-1}{}_M(a_{k(K)})]^{-1}_M \oplus [R^{-1}{}_M(в_{k(K)})]^{-1}_M.$$

Возможно представление:

$$[R^{-1}_M(a_{k(K)})]^{-1}_M = R^{-1}_M(a_{k(K)}) + \Delta_a, \text{ где } \Delta_a < M^{-1}.$$

Пусть $(R^{-1}_M(a_{k(K)}) + \Delta_a) \oplus (R^{-1}_M(в_{k(K)}) + \Delta_в) = (R^{-1}_M(a_{k(K)} + в_{k(K)}) + \Delta^*_{ав}$.

В силу непрерывности операции R-сложения, величина $\Delta^*_{ав}$ стремится к нулю при Δ_a и $\Delta_в$, стремящихся к нулю.

Рассмотрим модуль разности

$$\begin{aligned} &|([R^{-1}_M(a_{k(K)})]^{-1}_M \oplus [R^{-1}_M(в_{k(K)})]^{-1}_M) - [R^{-1}_M(a_{k(K)} + в_{k(K)})]^{-1}_M| = \\ &= |(R^{-1}_M(a_{k(K)}) + \Delta_a) \oplus (R^{-1}_M(в_{k(K)}) + \Delta_в) - (R^{-1}_M(a_{k(K)} + в_{k(K)}) + \Delta_{ав})| = \\ &= |(R^{-1}_M(a_{k(K)} + в_{k(K)}) + \Delta^*_{ав}) - (R^{-1}_M(a_{k(K)} + в_{k(K)}) + \Delta_{ав})| = |\Delta^*_{ав} - \Delta_{ав}|. \end{aligned}$$

Эта величина стремится к нолю при $M \to \infty$.

Таким образом, можно использовать как дискретное приближение R-сложение финитных предельных последовательностей $A_{k(K)} \oplus B_{k(K)}$. Аналогичные дискретные приближения с предельными последовательностями можно построить и для других арифметических операций.

Рассмотрим еще один пример дискретного представления структур математического анализа. Речь пойдет о непрерывности функции в точке.

Пусть $f\colon A \to B$ — вещественная функция, непрерывная в точке $a \in A$. Это значит, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, что для любого x, где $|a - x| < \delta$, будет выполнено неравенство $|f(a) - f(x)| < \varepsilon$.

На языке нестандартного анализа можно сказать так, что бесконечно малым приращениям $a + dx$ функция f сопоставляет бесконечно малые приращения $f(a) + dy$.

Переводя это свойство на язык R-анализа, можно выразиться таким образом, что функция переносит монаду с центром a из области определения в монаду с центром $f(a)$ в области значения.

Переходя к структурам конечного континуума, можно предположить, что непрерывная в $A \in (-M, M)$ функция образует свой финитный континуум, в котором точка A выступает центром (аналогом ноля), так что она окружена монадой в рамках интервала $(A - M^{-1}, A + M^{-1})$, и такая же монада образуется вокруг точки $F(A) = B$ в рамках интервала $(B - M^{-1}, B + M^{-1})$.

В итоге возникают два конечных континуума — один для окрестности точки A (назовем его *определяющим континуумом*), другой — для окрестности точки B (*определимый* (*функциональный*) *континуум*). Каждый такой континуум в общем случае сдвинут и преобразован относительно базового континуума, описанного выше, по правилу:

$$R_M^{-1}(f \circ (R_M^{+1}(c_B) + A)) = C(f, A, X).$$

Здесь $C_B = C(I, 0, R)$ — базовый финитный континуум, образованный квантованием $[kM^{-1}, (k \pm 1)M^{-1})$, $|k| = 0, 1, 2, \dots, M^2 - 1$; I — тождественное отображение, c_B — подмножество C_B, включающее в себя интервал $(-M^{-1}, M^{-1})$, и $c_B = C_B \cap X$.

В этом случае функция F R-непрерывна в точке A, где A входит в область определения F и $F(A) = B$, в следующем смысле:

1) область определения F включает в себя $(A - M^{-1}, A + M^{-1})$;
2) область значения F включает в себя $(B - M^{-1}, B + M^{-1})$.

Это значит, что область определения функции F включает в себя определяющий континуум, по крайней мере в рамках монады точки A, и область значений функции F включает в себя функциональный континуум, по крайней мере в рамках монады точки $F(A)$. Таким образом, R-непрерывная в A функция F переводит монаду с центром в A в монаду с центром $F(A)$.

Однако в дискретном случае мы вынуждены платить за такого рода непрерывность образованием в общем случае трех несовместимых финитных континуумов — базового, определяющего и функционального. В частности, описанный выше дискретный аналог предельной последовательности также является уже представлением в рамках базового континуума, в то время как предельная последовательность образует и свой континуум в окрестности предельной точки, который включает в себя по крайней мере монаду с центром в предельной точке (см. параграф «О состояниях количества»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 207 и далее).

Если мы попытаемся выразить структуры иного финитного континуума $C(f, A, X)$ средствами базового континуума C_B, то мы в общем случае потеряем структуру континуума C(f, A, X), например, его соседние точки могут перестать быть соседними в C_B и т. д. В общем случае в континууме C(f, A, X) даны только центры его монад, которые являются аналогами вещественных чисел данного континуума. Остальные точки в этом континууме неразличимы.

Однако при $M \to \infty$ все континуумы переходят в инфинитные континуумы, если под последними понимать в том числе точки как центры бесконечно малых монад (это континуум в смысле нестандартного анализа).

Как и ранее, можно видеть, что финитность возникает в связи с переходом в разряд конечных величин разного рода бесконечных пределов количеств — бесконечно больших и бесконечно малых. И те и другие становятся конечными, в связи с чем фундаментально меняется структура количества. В общем случае существует большое разнообразие своего рода «режимов количества» — от менее ко все более финитно-дискретным, — где так или иначе взаимодействуют финитные и инфинитные образы количества.

Финитность может затрагивать и организацию натурального ряда, представляя этот ряд как своего рода «макроконтинуум». В общем случае, в основе континуума лежит идея непрерывности, т. е. отсутствия различимых промежуточных элементов между соседними элементами континуума. Такая различимость обеспечивается разного рода галактиками, которые вообще задают отношение эквивалентности между всеми своими элементами. При построении конечного континуума с разбиением $[\pm nM^{-1}, \pm(n+1)M^{-1})$ соседние элементы лежат на расстоянии половины монады, т. е. ресурсы различимости в данном случае связаны с монадами — первыми несравнимо малыми галактиками. Можно предполагать, что возможен подобный вариант образования натурального ряда, когда соседние его элементы будут границами половин соответствующих галактик — в данном случае будут использоваться единичные галактики (с верхним порогом 1). Такой натуральный ряд можно называть *заквантованным*. Он может быть выражен и как финитный натуральный ряд 1, 2, ..., M, и как инфинитный (внутренний) натуральный ряд $R_M^{-1}(1)$, $R_M^{-1}(2)$..., лишь бы соседние элементы в этом случае были согласованы со структурой единичных галактик. Для инфинитного ряда единичные галактики будут даны во внутренности галактики в виде R-образов своих положительных половин $R_M^{-1}[n, n+1) = [R_M^{-1}(n), R_M^{-1}(n+1))$. Заквантованный натуральный ряд также является некоторой пропорцией финитного и инфинитного, даже если это внутренний натуральный ряд. В последнем финитность будет выражена в заданности единичных галактик, обеспечивающих промежуточную между соседними натуральными числами неразличимость.

§ 11. К обобщению идей R-анализа

Выше идеи R-анализа были сформулированы только на числовых структурах, но в более общем случае, как представляется, понятие R-системы и множества конструкций числовой версии R-анализа могут быть сформулированы для более общей ситуации. Ряду размышлений по этому поводу и будет посвящен данный параграф.

Пусть определены поличисла («тричисла») вида $(a, b, c) \in {}_{-1}^{1}F$ (остальные координаты всегда нулевые), где координата a выражает несравнимо-большие величины, координата b — величины базовой галактики, и координата c — несравнимо малые величины (элементы монад). Определим на таких тричислах следующие три отношения эквивалентности:

$(a_1, b_1, c_1) \sim (a_2, b_2, c_2)$ если только если $a_1 = a_2$;

$(a_1, b_1, c_1) \approx (a_2, b_2, c_2)$ если только если $a_1 = a_2$ и $b_1 = b_2$;

$(a_1, b_1, c_1) \equiv (a_2, b_2, c_2)$ если только если $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$ и $c_1 = c_2$.

Первое отношение эквивалентности, которое можно называть «*соизмеримостью*», относит все тричисла к одной базовой галактике (0-галактике), как бы соизмеряя их между собой в ее рамках. Второе отношение эквивалентности — более тонкое. Оно не только соизмеряет тричисла, но и отождествляет их по 0-компонентам внутри базовой галактики, разрешая различаться только несравнимо малыми частями c_1 и c_2. Назовем его отношением «*медиаэквивалентности*». Наконец, третье отношение эквивалентности — самое сильное, оно выполнено только при полном тождестве тричисел, т. е. при равенстве всех их координат, обеспечивая совпадение тричисел и по несравнимо малым составляющим. Назовем его отношением «*тождества*». Указанные три отношения эквивалентности формируют структуру галактики. Первое соизмеряет элементы внутри галактики, второе устанавливает медиаэквивалентность, третье — отождествляет. Каждое последующее отношение влечет предыдущее.

Теперь мы могли бы посмотреть на галактики R-анализа в более широком плане — как на множества, организация которых определяется тремя скоординированными между собой отношениями эквивалентности. Попробуем в некоторой мере развить эту идею.

Пусть дано некоторое множество M и три отношения эквивалентности $\sim$, $\approx$ и $\equiv$ на M. По этим эквивалентностям множество M разбивается на классы эквивалентности, образуя множества $M/\sim$, $M/\approx$ и $M/\equiv$. Пусть отношение эквивалентности $\approx$ является «более подробным», чем $\sim$, а отношение $\equiv$ — еще более подробным, чем $\approx$. Это означает:

(1) $\forall a, b \in M(a \approx b \supset a \sim b)$.

(2) $\exists a, b \in M((a \sim b) \wedge \urcorner(a \approx b))$.

(3) $\forall a, b \in M(a \equiv b \supset a \approx b)$.

(4) $\exists a, b \in M((a \approx b) \wedge \urcorner(a \equiv b))$.

Тогда множество M разбивается на более мелкие классы эквивалентности по $\approx$, чем по $\sim$, и на еще более мелкие по $\equiv$, чем по $\approx$.

Не может ли возникнуть такая ситуация, когда класс более подробной эквивалентности окажется не внутри одного класса менее подробной эквивалентности? Нет, тогда бы нарушилось свойство (1) или (3). Поэтому каждый класс менее подробной эквивалентности в точности разбивается на более мелкие классы более подробной эквивалентности. Более мелкие классы (≡)-эквивалентности — это монады, более крупные классы (~)-эквивалентности — галактики. Промежуточные классы (≈)-эквивалентности образуют промежуточные дифференциации между уровнем монад и всей галактики в целом.

В общем случае для M может быть задана последовательность отношений эквивалентности:

$$\sim_{-P}, \ldots, \sim_{-2}, \sim_{-1}, \sim_0, \sim_1, \sim_2, \ldots, \sim_N,$$

где выполнены более общие соотношения:

(5) $\forall a, b \in M \forall k, m((k < m) \supset (a \sim_k b \supset a \sim_m b))$.

(6) $\forall k, m((k < m) \supset \exists a, b \in M((a \sim_k b) \wedge \urcorner(a \approx_m b)))$.

Отношение $\sim_N$ построено так, что

Если $a \sim_N b$, то a и b есть классы (−M)-эквивалентности.

Теперь под *галактикой* (R-*системой*) с верхней n-эквивалентностью $\sim_n$, промежуточной эквивалентностью $\sim_k$, нижней m-эквивалентностью $\sim_m$, где $m < k < n$, и представителем x, где x — класс n-эквивалентности, что можно обозначить как $R(x, \sim_n, \sim_k, \sim_m)$, можно иметь в виду класс n-эквивалентности x, который в качестве подмножеств содержит классы k-эквивалентности, которые в качестве своих подмножеств содержат классы m-эквивалентности.

Максимальной R-системой назовем систему $R(x, \sim_N, \sim_k, \sim_{-P})$.

Введем R-отображения вида:

$R^{+1}[x, \sim_n, \sim_k, \sim_m]$ — действует на систему $R(x, \sim_n, \sim_k, \sim_m)$, сопоставляя ей максимальную систему $R(y, \sim_N, \sim_k, \sim_{-P})$. Это отображение построено так, что каждому классу m-эквивалентности из $R(x, \sim_n, \sim_k, \sim_m)$ сопоставляется некоторый класс (-M)-эквивалентности, и при таком сопоставлении x сопоставлен y.

$R^{-1}[x, \sim_n, \sim_k, \sim_m]$ — действует на максимальную систему $R(y, \sim_N, \sim_k, \sim_{-P})$, сопоставляя ей систему $R(y, \sim_n, \sim_k, \sim_m)$. Это отображение построено так, что каждому классу (−P)-эквивалентности из $R(y, \sim_N, \sim_k, \sim_{-M})$ сопоставляется некоторый класс m-эквивалентности, и при таком сопоставлении y сопоставлен x.

Посмотрим с этой точки зрения на некоторые возможные примеры нечисловых представлений идей R-анализа.

В качестве первого примера обратимся к логикам относительной истины и лжи, которые были описаны выше.

Пусть дана логика относительной истины и лжи L_{B*} с минимальным ненулевым элементом $\mathbf{0}_y$ и максимальным неединичным элементом $\mathbf{1}_x$ (возможно, имеются промежуточные элементы между $\mathbf{0}_y$ и $\mathbf{1}_x$, отличные от $\mathbf{0}_y$ и $\mathbf{1}_x$). Тогда можно ввести тройки элементов (a, b, c), где выполнены соотношения $\mathbf{1}_x \supset a$, $a \supset b \supset c$ и $c \supset \mathbf{0}_y$. Это значит, что элемент a достаточно большой, т. е. он не меньше x-единицы $\mathbf{1}_x$. Элемент c, наоборот, достаточно мал, т. е. он не больше у-ноля $\mathbf{0}_y$, а элемент b промежуточный между a и c. Тогда все элементы из PO2($\mathbf{0}_y$, $\mathbf{1}_x$) можно представить как тройки ($\mathbf{1}_x$, a, $\mathbf{0}_y$), определив на них операции только для средней координаты, например:

$$\urcorner_{(y,x)}(\mathbf{1}_x, a, \mathbf{0}_y) = (\mathbf{1}_x, \urcorner_{(y,x)}a, \mathbf{0}_y),$$
$$(\mathbf{1}_x, a_1, \mathbf{0}_y) \wedge (\mathbf{1}_x, a_2, \mathbf{0}_y) = (\mathbf{1}_x, a_1 \wedge a_2, \mathbf{0}_y) \text{ и т. д.}$$

Как и в общем случае, для таких троек можно определить три эквивалентности:

(a_1, b_1, c_1) ~ (a_2, b_2, c_2) если только если $a_1 \equiv a_2$ (отношение соизмеримости);

(a_1, b_1, c_1) ≈ (a_2, b_2, c_2) если только если $a_1 \equiv a_2$ и $b_1 \equiv b_2$ (отношение медиа-эквивалентности);

(a_1, b_1, c_1) ≡ (a_2, b_2, c_2) если только если $a_1 \equiv a_2$ и $b_1 \equiv b_2$ и $c_1 \equiv c_2$ (отношение тождества).

Отсюда получим, что любые две тройки соизмеримы:

$$(\mathbf{1}_x, a_1, \mathbf{0}_y) \sim (\mathbf{1}_x, a_2, \mathbf{0}_y),$$

и если две тройки медиа-эквивалентны, то они и тождественны:

$$(\mathbf{1}_x, a_1, \mathbf{0}_y) \approx (\mathbf{1}_x, a_2, \mathbf{0}_y) \supset (\mathbf{1}_x, a_1, \mathbf{0}_y) \equiv (\mathbf{1}_x, a_2, \mathbf{0}_y).$$

Это означает, что здесь есть один класс эквивалентности по отношению соизмеримости, который разбивается на классы эквивалентности по отношению медиаэквивалентности, которые одновременно являются классами эквивалентности по тождеству.

Проводя аналогии с числовыми структурами R-анализа, мы можем говорить, что все промежуточные между $\mathbf{0}_y$ и $\mathbf{1}_x$ элементы логики L_{B*} образуют элементы одной галактики, в которой роль ноля (монады) играет ненулевой элемент $\mathbf{0}_y$, роль бесконечности (верхней границы M) — неединичный элемент $\mathbf{1}_x$. Более сильная логика L_B играет в этом случае роль абсолютной R-системы с абсолютным нолем $\mathbf{0}$ и абсолютной верхней гранью $\mathbf{1}$, благодаря более сильной различающей способности которой у-ноль $\mathbf{0}_y$ оказывается ненулевым элементом, а х-единица $\mathbf{1}_x$ — неединичным элементом. Особенность R-структуры в этом случае состоит лишь в том, что у всех элементов галактики одна монада $\mathbf{0}_y$, относительно которой они все центрированы.

R-функции в этом случае можно определить по правилу:

$$R^{+1}(\mathbf{1}_x, a, \mathbf{0}_y) = (\mathbf{1}, a^*, \mathbf{0}), \text{ где } (a^* \vee \mathbf{0}_y) \wedge \mathbf{1}_x \equiv a,$$
$$R^{-1}(\mathbf{1}, a, \mathbf{0}) = (\mathbf{1}_x, (a \vee \mathbf{0}_y) \wedge \mathbf{1}_x, \mathbf{0}_y).$$

Попробуем далее посмотреть, как идеи более общей версии R-анализа могли бы выглядеть в приложении к теории множеств.

Например, переход ко множеству большей мощности в канторовской теории множеств можно было бы стараться представить как переход к новой R-системе. Попробуем несколько развить эту идею.

Во-первых, я хотел бы заметить, что когда Кантор применяет абстракцию актуальной бесконечности к бесконечному множеству, он привносит некоторый качественный (неколичественный) параметр в определение множества, так что проблема меры множества выходит за границы только чистого количества, т. е. биекции множеств. Возникает не столько биекция, сколько изоморфизм, который, кроме биекции, предполагает сохранение качественных характеристик множеств в виде их статусов бесконечного (как актуальной или потенциальной бесконечности). В частности, когда Кантор устанавливает небиективность множества A и его булеана 2^A (множества всех подмножеств A), то он делает это на предварительно заданном качестве множества A — статусе его актуальной бесконечности. Если этого не сделать, нельзя будет доказать и небиективность множеств [1].

Как это можно было бы выразить более структурно?

Будем называть статусы потенциальной или актуальной бесконечности R-*статусами* множеств.

Чтобы выразить R-статусы множеств, нужно ввести некоторую шкалу S и отображения на эту шкалу всех множеств. Шкала S представляет собой линейно упорядоченную последовательность элементов с некоторым отношением порядка $<_S$ и равенством $=_S$. Таким образом,

$$\forall A, B \in_S S(A =_S B \vee A <_S B \vee B <_S A),$$

где «$\in_S$» — предикат «быть элементом шкалы S». Я предполагаю, что подобные представления могут быть развиты не только в теоретико-множественной версии математики, но и в теории, использующей категорию многоединого, так что шкала S могла бы быть не множеством, а некоторым многоединым.

Далее на множествах вводится отношение S-эквивалентности:

$$A \sim_S B \equiv \varphi_S(A) =_S \varphi_S(B),$$

где $\varphi_S(A)$ — образ множества A на шкале S.

Образ $\varphi_S(A)$ можно называть S-*кардиналом* A, обозначая его как $|A|_S$.

Предполагается также, что может быть задано некоторое семейство S* шкал S, и тогда переход от одной шкалы к другой должен сопровождаться сохранением порядка в следующем смысле:

$$\exists S \in_{S^*} S^*(\varphi_S(A) <_S \varphi_S(B)) \supset \forall S \in_{S^*} S^*(\exists x, y \in_S S((y \leq_S \varphi_S(A) <_S x) \wedge$$
$$\wedge (y <_S \varphi_S(A) \leq_S x)) \supset \varphi_S(A) <_S \varphi_S(B)).$$

[1] Я поддерживаю в связи с этим идею явного введения в теорию множеств статусов потенциальной и актуальной бесконечности, о чем пишет, например, А. А. Зенкин (см., напр.: *Зенкин А. А.* Ошибка Георга Кантора // Вопросы философии. 2000. № 2. С. 165—168.), но, в отличие от последнего автора, который отвергает статус актуальной бесконечности, я полагаю, что в теории множеств необходимо использовать *оба* статуса бесконечности, выстраивая R-теорию множеств, где существуют переходы между разными статусами бесконечности множеств. Момент правоты позиции Зенкина состоит в том, что актуализация бесконечности всегда предполагает возможность финитизации этой бесконечности.

Иными словами, то, что больше на одной шкале, должно быть больше на другой шкале данного семейства, если только разные элементы не отождествляются с границами шкалы.

Далее предполагаем выполнение соотношения:

(К) $$\exists C((A \sim C) \wedge (C \subseteq B)) \supset |A|_S \leq_S |B|_S,$$

где ~ — обычная биекция.

Таким образом, если множества A и C могут быть поставлены в биективное соотношение, и C — подмножество множества B, то S-кардинал A не превышает S-кардинал B.

Отсюда, в частности, следует, что (поскольку можно установить биекцию множества с собой):

$$(A \subseteq B) \supset |A|_S \leq_S |B|_S,$$
$$(A \sim B) \supset |A|_S =_S |B|_S \text{ —}$$

равенство количеств приводит к равенству качеств двух множеств.

Теперь можем выразить R-статусы множеств относительно шкалы S:

$$\mathrm{Pot}_S(A) \equiv \forall x((x \in S) \supset (x \leq_S |A|_S)) \wedge \Delta(A),$$
$$\mathrm{Act}_S(A) \equiv \exists x(x \in S) \wedge (|A|_S <_S x)) \wedge \Delta(A),$$

где $\Delta(A)$ — требование, чтобы A было из объектной области используемой теории множеств.

Если A — бесконечное множество, находящееся в статусе потенциальной бесконечности, 2^A — его булеан, то получим:

$$\mathrm{Pot}_S(A) \supset (|A|_S =_S |2^A|_S).$$

В самом деле, по принятым ранее свойствам, имеем: $|A|_S \leq_S |2^A|_S$, поскольку можно установить биекцию A и множества A_1 одноэлементных подмножеств A, где $A_1 \subseteq 2^A$. С другой стороны, поскольку $\mathrm{Pot}_S(A)$, то $|2^A|_S \leq_S |A|_S$. Отсюда имеем: $|A|_S =_S |2^A|_S$.

Отсюда же можно вывести:

$$(|A|_S <_S |2^A|_S) \supset \mathrm{Act}_S(A).$$

Следовательно, когда Кантор доказывает, что кардинал булеана больше кардинала бесконечного множества A, он предполагает актуальность множества A.

Подход Кантора теперь можно описать как задание шкалы на основе биекции:

$$A \sim_K B \equiv A \sim B,$$

где K — канторовская шкала кардиналов.

Кроме того, Кантор пытается все множества перевести в статус актуальности:

$$\forall A(\mathrm{Act}_K(A)).$$

В то же время в его теории сохраняется возможность образования максимального кардинала на шкале кардиналов, который не может быть актуальным, — это кардинал множества всех множеств. Таким образом, получаем:

$$\exists A(Pot_K(A)).$$

Возможное противоречие можно избежать если, вывести максимальное множество М из объектной области, т. е.

$$\urcorner D(M).$$

Такое выведение лежит в основе тех или иных аксиоматических теорий множеств, т. е. в любом случае максимальный элемент шкалы кардиналов оказывается в статусе потенциальной бесконечности.

Замечательно, что Кантор строит еще одну теорию меры множеств, используя в качестве шкалы шкалу *ординалов* (это, кстати, объясняет, почему эти две теории имеют столько общего). Здесь момент качества представлен еще более явно.

В более общем случае, как теперь видно, можно строить разные теории меры множеств, выделяя те или иные семейства шкал. В частности, характеристики счетности и несчетности теперь оказываются относительными. Приведу некоторые примеры теорий с другими видами мер множеств.

Будем рассматривать в качестве кардиналов по-прежнему биективные классы эквивалентности, но положим, что любая счетная бесконечность находится в статусе потенциальной бесконечности. Тогда шкала ординалов будет изоморфна натуральному ряду с нолем (за счет пустого множества). В этом случае булеан счетного множества будет также счетен. Как будет устанавливаться биекция между А и 2^A в этом случае? Поскольку А не может быть дано актуально, то актуально мы можем полагать только его конечные подмножества («срезы»). Пусть $A_к$ — к-й срез А, т. е. подмножество А из к элементов, где $A_к \subseteq A_{к+1}$. Связывая со множеством А его булеан 2^A, будем *воспроизводить эту связь на срезах множеств*, рассматривая для каждого $A_к$ булеан $2^{Aк}$. Множество $2^{Aк}$, которое образовано как множество всех подмножеств из $A_к$, является $2^к$-срезом 2^A и будет обладать на ($2^к$-к) элементов больше, чем $A_к$. Для этих избыточных элементов подберем еще ($2^к$-к) элементов из следующего среза $A_2{}^к$ множества А, установив биекцию между $2^{Aк}$ и $A_2{}^к$.

Таким образом, если множество В получено некоторым преобразованием f из А, т. е. В = f(A), то мы берем к-срез А и соотносим его с f(к)-срезом В, устанавливая затем биекцию с f(к)-срезом А, что всегда можно сделать в силу конечности всех срезов и бесконечности А. Если А дано потенциально, то актуально можно полагать только собственные подмножества А. И только если А дается актуально, мы можем взять все А, соотнося его с В. И тогда, если принцип порождения f обладает диагональностью, т. е. образованием внешних к любым срезам А элементов, то кардинал В превысит кардинал всего А, а не только его срезов.

Подобным образом можно зафиксировать кардинал любого множества, составляя промежуточные шкалы кардиналов между натуральным рядом и канторовской шкалой. Приведенные выше рассуждения со срезами могут быть проведены для любого множества A, а не только счетно-бесконечного.

В итоге *возникает теория множеств, где кардинальные шкалы могут меняться*, так что *кардинал множества окажется относительным*, зависящим от соответствующей шкалы. Здесь возникают кардиналы-модусы и кардиналы-моды. Такую теорию множеств, где есть разные кардинальные шкалы и найдется хотя бы одно множество, меняющее свой R-статус, переходя из потенциальной бесконечности к актуальной и обратно, можно называна *R-теорией множеств*. То минимальное множество, которое находится в статусе потенциальной бесконечности, будет представлять максимальную галактику данной кардинальной шкалы (такую шкалу можно называть *собственной кардинальной шкалой* для данного множества). Если в системе шкал бесконечное множество A может переходить в статус потенциальной бесконечности, то с ним можно связывать свою галактику (R-систему) в данной системе шкал. Тогда отношение медиа-эквивалентности для элементов B и C множества A можно связать с отношением $(|B|_S <_S S^+)$ и $(|C|_S <_S S^+)$, где S — собственная кардинальная шкала A, S^+ — ее супремум. Отношение соизмеримости окажется в этом случае отношением S-эквивалентности $B \sim_S C$, а отношение тождества — равенством множеств $B = C$ в обычном теоретико-множественном смысле.

Воспроизведение конструкций R-анализа позволяет в этом случае интерпретировать кардиналы на оси вещественных чисел, где введены галактики. Это будет своего рода *вещественное представление* R-теории множеств (как представление групп матрицами в теории симметрии, например).

Так или иначе, в этой области еще много проблем, но хотелось бы показать, что идеи R-анализа могут быть обобщены на более универсальные структурные принципы, в которых, как можно было видеть, важную роль играют три скоординированные между собой отношения эквивалентности, которые формируют единое пространство с промежуточными дифференциациями и минимальными элементами многообразиями. Подобные обобщения могут дать мощный эвристический импульс переноса идей R-анализа далеко за пределы только числовых структур, выявляя здесь фундаментальные обобщения, лежащие в основании всякого многообразия бытия.

§ 12. Проективно-модальные структуры в R-анализе

Конструкции R-анализа можно рассмотреть как одну из моделей некоторой версии Проктивно Модальной Онтологии. В этом параграфе я кратко коснусь определений этой версии.

В R-анализе, как это было представлено выше, важную роль играют два основных уровня организации количества — уровень чистых поличисел, данных вне конкретной реализации, и второй уровень тех или иных реализаций-мер поличисел. Отсюда возникает естественное стремление рассмотреть первый уровень как уровень наиболее иерерхически высоких модусов, а уровень реализаций — как уровень тех или иных *мод* этих модусов. Попробуем несколько более детально рассмотреть эту идею.

Пусть дано поличисло $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$ и некоторые его меры ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ и ${}^{p}_{k}\mu(\alpha)$. Мера ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ образуется таким образом, что поличисло α вначале образует свою проекцию в подпространстве ${}^{n}_{m}F$, а затем берется мера этой проекции. Определим далее частные отношения порядка:

$$\beta \leq \alpha \text{ если только если } \beta \in {}^{p}_{k}F,\ \alpha \in {}^{n}_{m}F \text{ и } p \leq n \text{ и } k \leq m,$$
$${}^{n}_{m}\mu(\alpha) \leq \alpha \text{ для любых } m \text{ и } n,$$
$${}^{p}_{k}\mu(\alpha) \leq {}^{n}_{m}\mu(\alpha) \text{ если только если } p \leq n \text{ и } k \leq m.$$

На этой основе можно ввести общее отношение нестрогого порядка между поличислами, поличислами и их мерами или между мерами поличисел, а затем построить хотя бы случай вырожденной Проективно Модальной Онтологии (обозначим ее спецификатор через «R»). В такой R-Онтологии каждое поличисло α будет максимальным модусом, а все его сужения на подпространства и меры — модами этого модуса. При таком понимании проективно-модальных отношений точнее было бы рассматривать моды ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ поличисел α не просто как вещественные числа, но как *пары* из сужения поличисла α на подпространство ${}^{n}_{m}F$ и меры ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ этого сужения (чтобы в мере ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ не терялась полностью информация о поличисле α).

Интересно, что если поличисло не имеет нулевые координаты, начиная с некоторого номера и ниже (назовем такие поличисла *позитивно бесконечными*), то для него существует бесконечная последовательность все более малых мод (достаточно брать реализации все более коротких «хвостов» таких поличисел), у которой нет минимальной положительной моды. Если же поличисло имеет нулевые координаты, начиная с некоторого номера и ниже (назовем такие поличисла *позитивно конечными*), то для такого поличисла любая последовательность все меньших положительных мод всегда будет оканчиваться последней минимальной модой (атомом).

Для меры ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ в качестве максимальной галактики выступает внутренность обратной R-функции $R^{-1}_{M^{2(n+1)+1}}$, которая в этом случае совпадет со всей вещественной осью, т. е. верхняя граница $M^{2(n+1)+1}$ станет бесконечно большой, и только следующая меньшая за ней величина M^{2n+1} будет конечной. Для мер ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ можно называть галактики с верхними границами, больше M^{2n+1}, находящимися в L-*статусе*, а все прочие галактики — находящимися в M-*статусе*. Такие определения будут коррелировать с конструкциями R-Онтологии, в которой в модели модуса ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ этот модус и все его модусы будут даны в L-статусе, а все нетождественные моды модуса ${}^{n}_{m}\mu(\alpha)$ окажутся данными в M-статусе.

Должен признаться, что именно структуры R-Онтологии, связанные с понятиями R-анализа, оказались в моем творчестве первыми примерами ментальных многообразий, и только позднее я постепенно стал понимать, что за конструкциями R-анализа находится гораздо более общая идея Проективно Модальных Онтологий. В этой книге я только вскользь упоминаю проективно-модальные определения R-анализа в настоящем параграфе, рассматривая эту математическую структуру как во многом самостоятельную. Данный параграф — важное напоминание о глубинном родстве структур R-анализа и Проективно Модальных Онтологий, что еще раз подчеркивает их принадлежность единой системе Логики Синтеза.

§ 13. Операции сильнее и слабее сложения

Представим умножение двух чисел ab в экспоненциальном виде — как произведение $e^x e^y = e^{x+y} = ab$, где $x = \ln a$, $y = \ln b$. Обозначим умножение как сложение 1-й степени $+^1$, понимая обычное сложение как сложение нулевой степени $+^0$. В этих обозначениях выражение для произведения можно записать в следующей форме:

$$e^x +^1 e^y = e^{(x +^0 y)},$$

или, используя обозначение $\exp_1(x)$ для выражения e^x, можем записать:

$$\exp_1(x) +^1 \exp_1(y) = \exp_1(x +^0 y).$$

Последнее выражение можно рассматривать как своего рода определение сложения 1-й степени на основе сложения 0-й степени. Попытаемся обобщить это выражение для сложения любой k-й степени, где $k > 1$. Получим такое определение:

(S1) $$\exp_k(x) +^k \exp_k(y) = \exp_k(x +^0 y),$$

где $k = 0, 1, 2...$ и $\exp_k(x) = \exp(\exp_{k-1}(x))$ при $\exp_0(x) = x$.

Определением (S1) вводятся операции сложения k-й степени, которые, условно говоря, еще более «сильные» операции в отношении к сложению, чем умножение. Аналогично можно ввести операции более «слабые», чем сложение:

(S2) $$\ln_{(-k)}(x) +^k \ln_{(-k)}(y) = \ln_{(-k)}(x +^0 y),$$

где $k = 0, -1, -2...$ и $\ln_{(-k)}(x) = \ln(\ln_{(-k)-1}(x))$ при $\ln_0(x) = x$.

Определения (S1) и (S2) можно объединить в одном определении (S1), договорившись, что $\exp_k(x) = \ln_{-k}(x)$ и $\ln_k(x) = \exp_{-k}(x)$ при $k<0$.

Для того чтобы определить, чему равно сложение k-й степени $(a +^k b)$, нужно представить слагаемые в k-й экспоненциальной форме $a = \exp_k(\ln_k(a))$, $b = \exp_k(\ln_k(b))$, и, используя определение (S1) в форме $\exp_k(\ln_k(a)) +^k \exp_k(\ln_k(b)) = \exp_k(\ln_k(a) +^0 \ln_k(b))$, получить окончательно:

$$a +^k b = \exp_k(\ln_k(a) +^0 \ln_k(b)),$$

например, $2 +^2 3 = \exp_2(\ln_2(2) + \ln_2(3)) = \exp(\ln 2 \cdot \ln 3)$.

Из определений следует, что каждое сложение k-й степени изоморфно обычному сложению, в связи с чем на все эти сложения переносятся свойства абелевой группы.

Отображения $\exp_k$ при $|k| = 0, 1, 2...$ являются непрерывными строго возрастающими функциями, т. е. биекциями, сохраняющими порядок элементов.

Через множество $\mathrm{Exp}_k = \{\exp_k(x) : x \in R\}$ обозначим область значений функции $\exp_k$ при $|k| = 0, 1, 2, ...$. При $k < 0$ Exp_k можно обозначать символом Ln_{-k}.

При $k > 0$ получим:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{Exp}_1 = (0, +\infty)\\
&\mathrm{Exp}_2 = \exp(\mathrm{Exp}_1) = \exp(0, +\infty) = (1, +\infty)\\
&...\\
&\mathrm{Exp}_k = (\exp_k(-\infty), +\infty).
\end{aligned}$$

Таким образом, области значений отображений $\exp_k$ при $k > 0$ все более сжимаются слева по мере роста k, продолжая справа принимать значение $+\infty$.

В общем случае множество вещественных чисел R может быть почти покрыто (за исключением граничных точек) семействами областей определения функций $\pm\exp(\pm\exp(...))$. Графическое изображение полученной древовидной структуры см. на рис. 34.

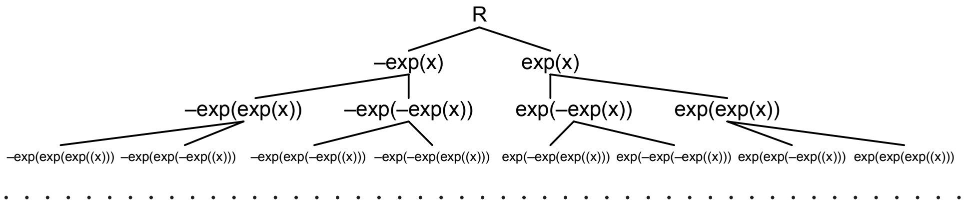

Рис. 34. Покрытие множества вещественных чисел множествами $\pm\exp(... \pm\exp(x))$

Рассмотрим области значений Ln_k отображений $\ln_k$ при $k > 0$:

$$\mathrm{Ln}_1 = \ln(-\infty, +\infty).$$

Уже при $k = 1$ мы встречаем проблему, связанную с тем, что функция логарифма определена только при $x > 0$, в то время как для построения Ln_1 требуется определение ln на всем множестве вещественных чисел.

Попытаемся расширить множество вещественных чисел, предположив, что, подобно тому как функция ln отображает интервал $(0, +\infty)$ на все множество вещественных чисел R, та же функция отображает интервал $(-\infty, 0)$ на некоторое множество, которое изоморфно множеству вещественных чисел, но полностью лежит левее $-\infty$. В этом случае мы уже используем идею переходимости $-\infty$, т. е. предполагаем по сути финитизацию этого бесконечного предела, что вновь нас заставляет вспомнить о средствах R-анализа. Положим, что задана базовая галактика G(0) обратным R-отображением $y = R_M^{-1}(x)$, в рамках которой определена функция $R_M^{-1}(\ln x)$. Интервалу $(0, +M)$ эта функция сопоставляет интервал $(-M, +M)$. Положим далее, что слева от базовой галактики определена обратным R-отображением $y = R_{M(-2M)}^{-1}(x) = (R_M^{-1}(x) - 2M)$ 1-я левая галактика $G(-2M)$, причем функцию $y = R_{M(-2M)}^{-1}(x)$ можно было бы связать с расширенной функцией $y = R_M^{-1}(x)$, где x способен принимать значения не только в обычном множестве вещественных чисел, но и в том самом множестве, которое лежит левее $-\infty$. Обозначим его через ${}^{-1}R$, называя «первым левым множеством вещественных чисел». Тогда можно положить по определению: $y = R_M^{-1}({}^{-1}x) = R_{M(-2M)}^{-1}(x)$, где ${}^{-1}x$ — аналог x из ${}^{-1}R$. Используя 1-ю левую галактику, можно продолжить функцию $R^{-1}{}_M(\ln x)$ таким образом, чтобы выполнялось условие:

$$R_M^{-1}(\ln x) = R_{M(-2M)}^{-1}(-\ln(-x)) \text{ при } x < 0.$$

Такой «продолженный логарифм» окажется функцией, которая в качестве области значения будет занимать *две базовые галактики* — центральную $G(0)$ и первую левую $G(-2M)$. Вот, по-видимому, с чем связана необходимость ограничения области определения этой функции в случае использования количества в рамках только одной базовой галактики.

Поскольку первая левая галактика лежит в еще более отрицательной области, то множество ${}^{-1}R$ можно представить как интервал $(-_3\infty, -_2\infty)$, где $-_3x$ — число x с 3-минусом, $-_2x$ — x с 2-минусом. В качестве нуля этого множества выступает объект ${}^{-1}0$ — ноль, сдвинутый на одну галактику влево. В отношениях между собой 3- и 2-минусы ведут себя как минус и плюс соответственно, т. е., например, $-_3x \cdot -_2y = -_3(xy)$, $-_3x \cdot -_3y = -_2(xy)$ и т. д. Итак, можем записать:

$$Ln_1 = \ln(-\infty, +\infty) = (-_3\infty, -_2\infty) \cup (-\infty, +\infty) = {}^{-1}R \cup R.$$

Рассуждая аналогично и определяя множества k-х левых множеств вещественных чисел ${}^{-k}R = (-_{(2k+1)}\infty, -_{(2k-1)}\infty)$, мы можем выразить область определения Ln_k отображения $\ln_k$:

$$Ln_k = \ln_k(-\infty, +\infty) = {}^{-k}R \cup \ldots \cup {}^{-1}R \cup R.$$

При обратном R-отображении $y = R_M^{-1}(x)$ интервал $(-_{(2k+1)}\infty, -_{(2k-1)}\infty)$ перейдет в интервал $(-(2k + 1)M, -(2k - 1)M)$ k-й левой галактики $G(-2kM)$. Здесь полагаем по определению, что $R_M^{-1}({}^{-k}x) = R_{M(-2kM)}^{-1}(x)$, где ${}^{-k}x$ — аналог $x \in R$ из ${}^{-k}R$.

Рассмотрим еще функцию $\ln_2(x)$. Ее область определения удобно разбить на четыре области $(-\infty, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ и $(1, +\infty)$. На интервале $(1, +\infty)$ функция $\ln_2(x)$ определена как обычная вещественная функция. В остальных случаях получим:

$$R_M^{-1}(\ln_2 x) = R_{M(-2M)}^{-1}(-\ln(-\ln x)) \text{ при } R_M^{-1}(x) \in (0, 1),$$
$$R_M^{-1}(\ln_2 x) = R_{M(-4M)}^{-1}(\ln(-\ln(-x))) \text{ при } R_M^{-1}(x) \in (-1, 0),$$
$$R_M^{-1}(\ln_2 x) = R_{M(-6M)}^{-1}(-\ln(\ln(-x))) \text{ при } R_M^{-1}(x) \in (-\infty, -1).$$

Заметим, что выделенные четыре интервала как раз представляют собою области значений функций $\pm\exp(\pm\exp(x))$. Например, интервал $(0, 1)$ — это область значений функции $\exp(-\exp(x))$. И на этом интервале функция $\ln_2(x)$ задается отображением $-\ln(-\ln x)$. Существует определенная связь между видом логарифмического отображения и видом экспоненциального отображения, на области значения которого задается данное логарифмическое отображение. В общем случае при определении функции $\ln_k(x)$ область определения $(-\infty, +\infty)$ нужно разбить на интервалы, которые являются областями значения всех возможных функций $\pm\exp(\pm\exp(...))$, где композиция экспонент повторяется k раз. Пусть дана функция $s_1\exp(s_2\exp(...s_k\exp(s_{k+1}x)))$, где $s_1, s_2, ..., s_k, s_{k+1}$ — величины $+1$ или -1. В этом случае на области значений этого отображения $\mathrm{rng}[s_1\exp(s_2\exp(...s_k\exp(s_{k+1}x)))]$ функция $\ln_k(x)$ задается отображением $p_1\ln(p_2\ln(...p_k\ln(p_{k+1}x)))$, где $p_1, p_2, ..., p_k, p_{k+1}$ — величины $+1$ или -1, которые находятся из следующего уравнения:

$$p_1\ln(p_2\ln(...p_k\ln(p_{k+1}[s_1\exp(s_2\exp(...s_k\exp(s_{k+1}x)))]))) = rx,$$

где $r = s_1 \cdot s_2 \cdot ... \cdot s_k \cdot s_{k+1}$,
и дополнительных условий:

1. $p_{k+1} \cdot s_1 = +1$.
2. $p_k \cdot s_2 = +1$.

...

k. $p_2 \cdot s_k = +1$.

Из этих условий величины $p_1, p_2, ..., p_k, p_{k+1}$ определяются однозначно.

Например, в случае определения функции $\ln_2(x)$ на интервале $(0, 1)$, который является областью значений функции $\exp(-\exp(x))$, т. е. $s_1 = +1$, $s_2 = -1$, $s_3 = +1$, мы должны выражать $\ln_2(x)$ отображением $p_1\ln(p_2\ln(p_3x))$. Отсюда $r = +1 \cdot -1 \cdot +1 = -1$. Таким образом, нужные величины p_1, p_2 и p_3 мы можем получить из уравнения:

$$p_1\ln(p_2\ln(p_3[+\exp(-\exp(x))])) = rx = -x,$$

где, кроме того, должны быть выполнены условия:

1. $p_3 \cdot +1 = +1$.
2. $p_2 \cdot -1 = +1$.

Отсюда $p_3 = +1$, $p_2 = -1$, и мы получаем окончательное условие для нахождения p_1:

$$p_1\ln(-\ln(+[+\exp(-\exp(x))])) = p_1x = -x,$$

откуда $p_1 = -1$.

Итак, окончательно получаем в качестве нужного нам логарифмического отображения на интервале $(0, 1)$ функцию $-\ln(-\ln(x))$.

Глава 7
Новое представление о количестве

Попытаемся теперь соединить ряд новых представлений о природе количества, связанных с двуполюсным количеством, R-анализом и рядом других идей, для того чтобы приблизиться к некоторому более синтетическому образу количества в математике.

§ 1. R-функции в двуполюсном количестве

В этом параграфе я постараюсь связать между собою конструкции R-анализа и двуполюсного количества.

Казалось бы, что может быть общего между этими двумя подходами? Тем не менее такая связь основана на одной чрезвычайно важной идее, одинаково присутствующей как в исчислении тетрад, так и в R-анализе. Это идея *соизмерения ноля и бесконечности*. В самом деле, в R-анализе, благодаря эффектам финитизации при использовании обратных R-функций, бесконечность отображается в конечное число M, и с некоторой внешней по отношению к галактике точки зрения такая финитизированная бесконечность оказывается приближенной к нолю. С другой стороны, в рамках исчисления тетрад бесконечность рассматривается как аналог ноля для «перевернутого количества», растущего от бесконечности. Бесконечность начинает участвовать в обратных операциях, подобно нолю, и в этом смысле также приобретает момент своей аналогичности нолю. Ноль и бесконечность оказываются двумя равноправными полюсами роста количества. Классическая точка зрения на количество, наоборот, всегда предполагала максимальное не-соизмерение ноля и бесконечности за счет удаления ненулевого полюса на бесконечно большое расстояние от ноля. Следовательно, R-анализ должен обладать некоторой согласованностью с концепцией двуполюсного количества. Ниже я попытаюсь в более явной форме выразить эту возможную координацию двух подходов.

Пусть дана внутренность базовой галактики G(0) на вещественной оси, образованная в результате действия обратной R-функции $y = R_M^{-1}(x)$. Рассмотрим также тетраду (x, y, x′, y′). Ее координаты x, y, x′, y′ — это вещественные числа, и мы можем подействовать на них обратной R-функцией, получив четверку (R^{-1}_M(x), R^{-1}_M(y), R^{-1}_M(x′), R^{-1}_M(y′)). В силу изоморфизма R-операций и обычных операций на вещественных числах, мы можем эту четверку также рассматривать как тетраду. Замечательно, однако, то, что теперь мы можем сопоставить *конечные* расстояния от соответствующих полюсов для каждой из четырех координат, а не только для тех, которые откладываются от ноля. В самом деле, сопоставив первой и третьей координатам числа R^{-1}_M(x) и R^{-1}_M(x′) соответственно, рассматриваемые как концы отрезков, начало которых откладывается от ноля, мы можем сопоставить второй и четвертой координатам величины (M – R^{-1}_M(y)) и (M – R^{-1}_M(y′)) соответственно, рассматривая их как концы отрезков, откладываемых от M влево и –M вправо соответственно Правда, это верно только при условии, что величины R^{-1}_M(y) и R^{-1}_M(y′) неотрицательны. Если R^{-1}_M(y) — отрицательное число, то второй координате нужно сопоставить число (M – |R^{-1}_M(y)|), откладываемое вправо от –M. Если R^{-1}_M(y′) — отрицательное число, то четвертой координате нужно сопоставить число (M – |R^{-1}_M(y′)|), откладываемое влево от M. Правая и левая границы базовой галактики ведут себя как «две половины» одной точки, соответствующей бесконечности на вещественной оси. Отсюда можно предположить, что протяженность базовой галактики может быть представлена как *окружность* длины 2M и радиуса r_2 = M/π. На одной стороне этой окружности находится точка 0, на противоположной стороне — точка ±M, в связи с чем эту окружность я далее буду называть *двуполюсной* R-*окружностью*. В этом случае R-тетрады (R^{-1}_M(x), R^{-1}_M(y), R^{-1}_M(x′), R^{-1}_M(y′)) будут выражать отрезки, отложенные в положительные и отрицательные стороны от точек 0 и ±M окружности. С двуполюсной R-окружностью связаны две галактики. Одна базовая галактика ($\binom{0}{2}$-галактика (0-полюс из 2-х полюсов)), ноль которой совпадает с точкой ноль на окружности. Вторая галактика ($\binom{0}{1}$-галактика (1-полюс из 2-х полюсов)) «вывернута наизнанку» относительно базовой галактики, расщепляя свой ноль в точки +M и -M базовой галактики, а свои точки ±M — соединяя в 0 базовой галактики. Такова модель исчисления тетрад в R-анализе. Именно эта модель дает наиболее естественную интерпретацию тетрад как двуполюсного количества.

Ниже я попытаюсь связать R-анализ и исчисление тетрад в более операциональном смысле. Идея здесь такова.

Когда мы имеем дело с числом x_∞, то величина x лишь символизирует границу изображения этого числа в 0-количестве, но не сообщает информацию о подлинной величине этого числа в ∞-количестве. Если пытаться говорить о величине числа x_∞, непосредственно используя для этого вещественную ось, то для x_∞ такая величина будет представлена расстоянием от x до ∞, которая для любого конечного x будет бесконечно большим. Если же мы построим R-аналог числа x_∞ в базовой галактике, то получим объект $R^{-1}_M(x_\infty) = [R^{-1}_M(x)]_M$, для которого расстояние от ±M до R^{-1}_M(x) будет конечной величиной (M – |R^{-1}_M(y)|). Попробуем использовать это свойство для «пересчета» величины числа x_∞ в системе

0-количества. Для этого сопоставим числу x его R-аналог $R_M^{-1}(x)$, затем образуем его M-дополнение $M\text{-}R_M^{-1}(x)$ (для $x \geq 0$) или $-M\text{-}R_M^{-1}(x)$ (для $x < 0$), и после этого вновь подействуем на полученную величину прямой R-функцией R_M^{+1}. В итоге мы получим некоторый оператор

$$Iv = R_M^{+1} \circ D_M \circ R_M^{-1},$$

равный композиции трех операторов — обратного R-отображения R_M^{-1}, оператора M-дополнения D_M и прямого R-отображения R_M^{+1}. Оператор M-дополнения определим по правилу:

$$D_M(x) = \begin{cases} M - x, \text{ если } x \in (0, M), \\ -M - x, \text{ если } x \in (-M, 0), \\ 0, \text{ если } x = \pm M. \end{cases}$$

Оператор Iv я буду далее называть *оператором обобщенной инверсии*, причина чего станет ясна из дальнейшего изложения.

Замечу, что

$$D_M \circ D_M(x) = \begin{cases} M - (M - x) = x, \text{ если } x \in [0, M), \\ -M - (-M - x) = x, \text{ если } x \in (-M, 0), \\ 0, \text{ если } x = 0. \end{cases}$$

Таким образом, $D_M \circ D_M = I$ — тождественное отображение.

Действием оператора Iv на степень x ∞-числа x_∞ мы получим величину Iv(x), которая покажет нам, какое число соответствует числу x_∞ в 0-системе количества. Следовательно, верно и обратное: если мы подействуем оператором Iv на степень x числа x_0, то получим величину Iv(x), которая укажет нам число, соответствующее в ∞-системе количества числу x в 0-системе. Таким образом, оператор Iv взаимно пересчитывает 0- и ∞-величины двуполюсного количества. Конечно, операторов Iv столько же, сколько параметров M>1 и R-функций, т. е. таких операторов бесконечно много. Если бы та или иная структура могла проявить конкретные варианты оператора Iv, то мы могли бы пытаться восстановить стоящие за этим оператором параметр M и конкретный вид R-функции. Один пример подобного восстановления будет приведен ниже.

Начав использовать оператор Iv, мы вскоре обнаружим его тесную связь с операциями над тетрадами. В самом деле, кажется вполне обоснованным использование этого оператора для определения сложения на ∞-числах.

Чтобы сложить два ∞-числа x_∞ и y_∞, пересчитаем их значения в 0-системе, получив величины Iv(x) и Iv(y), сложим их обычным сложением (как 0-сложением), а затем полученную сумму вновь пересчитаем в величину ∞-системы количества. В итоге мы получим операцию

$$x +_M y = Iv \circ S(Iv(x), Iv(y)),$$

где S(a, b) = a + b.

Можно показать, что операция $+_M$ является коммутативной и ассоциативной. В качестве нейтрального элемента для этой операции выступает бесконечность (∞), а противоположным элементом для элемента x выступает элемент $-x$ (можно показать, что $Iv(-x) = -Iv(x)$). Таким образом, возникает абелева группа с групповой операцией $+_M$.

В качестве примера приведу доказательство ассоциативности операции $+_M$.

$$(x +_M y) +_M z = Iv \circ S(Iv(x +_M y), Iv(z)) = Iv \circ S(Iv \circ Iv \circ S(Iv(x), Iv(y)), Iv(z)).$$

Замечу, что композиция

$$Iv \circ Iv = I$$

равна тождественному отображению. Отсюда получаем:

$$Iv \circ S(Iv \circ Iv \circ S(Iv(x), Iv(y))), Iv(z)) = Iv \circ S(S(Iv(x), Iv(y)), Iv(z)).$$

С другой стороны, имеем:

$$x +_M (y +_M z) = Iv \circ S(Iv(x), Iv(y +_M z)) = Iv \circ S(Iv(x), Iv \circ Iv \circ S(Iv(y), Iv(z))) = \\ = Iv \circ S(Iv(x), S(Iv(y), Iv(z))).$$

Поскольку $S(S(Iv(x), Iv(y)), Iv(z)) = S(Iv(x), S(Iv(y), Iv(z)))$, то окончательно получим, что

$$(x +_M y) +_M z = x +_M (y +_M z) \text{ —}$$

ассоциативность операции $+_M$ выполнена.

Вновь замечу, что операций $+_M$ бесконечно много, и каждая из них специфицируется параметром M и R-функциями.

Аналогично операции M-*сложения* $+_M$, можно ввести операцию M-*умножения* $\cdot_M$ по правилу:

$$x \cdot_M y = Iv \circ \Pi(Iv(x), Iv(y)),$$

где $\Pi(a, b) = a \cdot b$.

Вновь можно показать, что эта операция коммутативна и ассоциативна, что обратным элементом для элемента x является элемент $Iv \circ Inv \circ Iv(x)$, где $Inv(a) = a^{-1}$ — оператор мультипликативной инверсии. Нейтральным элементом M-умножения является элемент $Iv(1)$. Так может быть определена абелева группа с групповой операцией $\cdot_M$.

Рассмотрим для примера случаи нейтрального и обратного элементов:

$$x \cdot_M Iv(1) = Iv \circ \Pi(Iv(x), Iv \circ Iv(1)) = Iv \circ \Pi(Iv(x), 1) = Iv \circ Iv(x) = x$$

$$x \cdot_M (Iv \circ Inv \circ Iv(x)) = Iv \circ \Pi(Iv(x), Iv \circ Iv \circ Inv \circ Iv(x)) = \\ = Iv \circ \Pi(Iv(x), Inv \circ Iv(x)) = Iv(1)$$

Наконец, можно показать выполнение дистрибутивности:

$$z \cdot_M (x +_M y) = Iv \circ \Pi(Iv(z), Iv(x +_M y)) = Iv \circ \Pi(Iv(z), Iv \circ Iv \circ S(Iv(x), Iv(y))) = \\ = Iv \circ \Pi(Iv(z), S(Iv(x), Iv(y)))$$

С другой стороны,

$$(z \cdot_M x) +_M (z \cdot_M y) = \mathrm{Iv} \circ S(\mathrm{Iv}(z \cdot_M x), \mathrm{Iv}(z \cdot_M y)) =$$
$$= \mathrm{Iv} \circ S(\mathrm{Iv} \circ \mathrm{Iv} \circ \Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(x)), \mathrm{Iv} \circ \mathrm{Iv} \circ \Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(y))) =$$
$$= \mathrm{Iv} \circ S(\Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(x)), \Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(y)))$$

Поскольку $\Pi(\mathrm{Iv}(z), S(\mathrm{Iv}(x), \mathrm{Iv}(y))) = S(\Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(x)), \Pi(\mathrm{Iv}(z), \mathrm{Iv}(y)))$, окончательно получим:

$$z \cdot_M (x +_M y) = (z \cdot_M x) +_M (z \cdot_M y) \text{ —}$$

дистрибутивность выполнена.

Таким образом, с операциями М-сложения, М-умножения и сопряженным порядком $\leq^*$ можно воспроизвести структуру поля на множестве вещественных чисел. Такое поле будет выражать структуру количества, растущего от полюса бесконечности. Следовательно, именно эти операции можно задать для вторых и четвертых координат тетрад, определяя М-операции на тетрадах:

1.1. Смена знака: $-(x, y, x', y') = (-x, -y, -x', -y')$.

1.2. М-сложение: $(x, y, x', y') +_M (z, t, z', t') = (x + z, y +_M t, x' + z', y' +_M t')$.

1.3. М-умножение: $(x, y, x', y') \cdot_M (z, t, z', t') = (xz+x'z', (y \cdot_M t) +_M (y' \cdot_M t'), xz' + zx', (y \cdot_M t') +_M (t \cdot_M y'))$.

1.4. М-обратный элемент: $(x, y, x', y')^{-1} = (z, t, z', t')$,
$z = x/(x^2 - x'^2)$,
$t = y :_M ((y \cdot_M y) -_M (y' \cdot_M y'))$,
$z' = -(x'/(x^2 - x'^2))$,
$t = -(y' :_M ((y \cdot_M y) -_M (y' \cdot_M y')))$,
где
$a -_M b = a +_M (-b)$ — М-вычитание,
$a :_M b = a \cdot_M (\mathrm{Iv} \circ \mathrm{Inv} \circ \mathrm{Iv}(b))$ — М-деление.

Во всем остальном структура на тетрадах останется без изменений, как она была описана выше.

Замечу только, что в этом случае вторые и четвертые координаты тетрад могут быть представлены не только в виде x_∞, где x — та точка 0-*количества*, которая на вещественной оси выражает границу числа x_∞. Теперь бичисло x_∞ можно выразить в тетраде сопряженной величиной Iv(x), которая представляет собственную меру этого числа в ∞-количестве. В связи с этим под записью x_∞ можно понимать две вещи. Чтобы не было путаницы, я далее буду через x_∞ обозначать 0-представление ∞-числа Iv(x) в 0-количестве, как это и делалось выше, а вот через запись $_\infty x$ буду обозначать такое ∞-число, которое в своей системе количества имеет меру x, а при 0-представлении получит меру Iv(x). По-прежнему, вторая и четвертая координаты в терадах — это объекты вида x_∞, а не $_\infty x$. Вот почему их нужно сначала пересчитать в количество собственной системы оператором Iv для проведения над ними преобразований.

Что касается R-тетрад, т. е. тетрад вида $(R_M^{-1}(x), R_M^{-1}(y), R_M^{-1}(x'), R_M^{-1}(y'))$, то для них, как нетрудно понять, аналогом оператора Iv будет оператор D_M. Конечно, имеется в виду, что применяться в этом случае будут R-операции. Например, R-операция M-сложения будет иметь следующий вид:

$$R_M^{-1}(a) \oplus_M R_M^{-1}(b) = D_M \circ S_R(D_M(R_M^{-1}(a)), D_M(R_M^{-1}(b))),$$

где $S_R(R_M^{-1}(x), R_M^{-1}(y)) = R_M^{-1}(x) \oplus R_M^{-1}(y) = R_M^{-1}(x+y)$ — операция R-сложения.

Итак, конструкции двуполюсного количества теперь уже оказываются органично связанными со структурами R-анализа, поскольку операции на тетрадах не могут быть определены без R-функций.

Остается еще такая проблема — соотносится ли с конструкциями R-анализа использованная выше операция обратного сложения +*, где $a +^* b = (a^{-1} + b^{-1})^{-1}$?

Ниже я покажу, что такая операция представляет собой лишь частный, хотя, возможно, и очень важный случай M-сложения с некоторой специальной R-функцией.

Если предположить, что операция +* — это один из вариантов M-сложения $+_M$, то для некоторой R-функции должно выполняться тождественное равенство:

$$x +^* y = x +_M y.$$

Отсюда получаем:

$$(a^{-1} + b^{-1})^{-1} = \mathrm{Iv} \circ S(\mathrm{Iv}(a), \mathrm{Iv}(b)).$$

Исследуя это соотношение, можно сделать ряд предположений о характере оператора Iv и участвующих в нем R-функций.

В самом деле, $(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$ можно записать в виде $\mathrm{Inv} \circ S(\mathrm{Inv}(a), \mathrm{Inv}(b))$, в связи с чем должно выполняться соотношение Iv = Inv — оператор обощенной инверсии должен быть равен оператору мультипликативной инверсии (вот откуда название оператора Iv).

Из равенства Iv = Inv получаем:

$$R_M^{+1} \circ D_M \circ R_M^{-1}(a) = a^{-1},$$

т. е. $D_M \circ R_M^{-1}(a) = R_M^{-1}(a^{-1})$.

Поскольку R-функция симметрична относительно нуля, то ее вид можно восстановить только по неотрицательной половине. Пусть $a > 1$. Тогда $0 < a^{-1} < 1$. В этом случае $D_M \circ R_M^{-1}(a) = M - R_M^{-1}(a)$. Следовательно, мы получим соотношение:

$$M - R_M^{-1}(a) = R_M^{-1}(a^{-1}),$$

или

$$M = R_M^{-1}(a) + R_M^{-1}(a^{-1}).$$

Замечу, что $\sup\limits_{a>1} \{R_M^{-1}(a^{-1})\} = 1$, т. е. $\sup\limits_{a>1} \{M - R_M^{-1}(a)\} = M - \inf\limits_{a>1} \{R_M^{-1}(a)\} = 1$. Поскольку $\inf\limits_{a>1} \{R_M^{-1}(a)\} = 1$, то окончательно получим, что $M - 1 = 1$, т. е. $M = 2$.

Итак, мы получили важную информацию о том, что верхняя граница искомой R-функции равна двум.

Теперь остается найти конкретный вид такой R-функции с M = 2, где выполняется условие:

$$R_M^{-1}(a) + R_M^{-1}(a^{-1}) = 2.$$

Это условие можно представить в таком виде:

$$R_M^{-1}(a) - 1 = 1 - R_M^{-1}(a^{-1}) \text{ —}$$

насколько R-образ a отклоняется вправо от единицы, настолько же R-образ a^{-1} отклоняется влево от единицы.

Всем этим требованиям отвечает обратная R-функция

$$R_2^{-1}(x) = \begin{cases} 2 - \dfrac{1}{x} \ \text{ при } \ x \ge 1, \\ x \ \text{ при } \ x \in (-1, 1), \\ -2 - \dfrac{1}{x} \ \text{ при } \ x \le -1. \end{cases}$$

Несмотря на свою составленность из трех кусков, функция является гладкой, т. е. производные в точках склейки x = ±1 существуют и равны 1.

Отсюда можно получить выражение для прямой R-функции:

$$R_2^{+1}(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2 - x} \ \text{ при } \ x \in [1, 2), \\ x \ \text{ при } \ x \in (-1, 1), \\ \dfrac{1}{-2 - x} \ \text{ при } \ x \in (-2, -1]. \end{cases}$$

Теперь непосредственно можно проверить, что Iv = Inv для таких R-функций, и операция 2-сложения $+_2$ оказывается операцией обратного сложения +*, а 2-умножение совпадает с обычным умножением. Следовательно, приведенные выше операции с тетрадами на основе операции +* оказываются частным случаем рассмотренных здесь M-операций на тетрадах.

Интересно, что операция 2-сложения является в наибольшей степени согласованной со структурой обычного поля вещественных чисел. Например, для этой операции 2-умножение совпадает с обычным умножением, оператор обобщенной инверсии совпадает с оператором мультипликативной инверсии. Кроме того, например, для оператора Iv существуют две неподвижные точки x, где Iv(x) = x. Нетрудно удостовериться, что $x = R_M^{+1}(\pm M/2)$. В самом деле,

$$\begin{aligned} Iv(R_M^{+1}(\pm M/2)) &= R_M^{+1} \circ D_M \circ R_M^{-1}(R_M^{+1}(\pm M/2)) = \\ &= R_M^{+1} \circ D_M(\pm M/2) = R_M^{+1}(\pm M/2). \end{aligned}$$

Если же M = 2, то $R^{+1}_{M}(M/2) = R^{+1}_{M}(1) = 1$ — неподвижной точкой оператора обобщенной инверсии оказывается нейтральный элемент умножения (неподвижная точка оператора мультипликативной инверсии).

Все эти факты позволяют предположить, что R-функция с параметром M = 2, приведенная выше, играет некоторую особенную роль, в наибольшей степени согласуя конструкции двуполюсного количества с классическим анализом. Возможно, это как-то связано с состоянием максимального равенства полюсов количества в базовой галактике с M = 2. В самом деле, только в этом случае оба полюса удалены на одинаковое внешнее расстояние 1 от мультипликативного центра количественной системы.

Так или иначе, здесь еще много тайн, которые, как я надеюсь, послужат пищей к размышлению для ищущих и, дай Бог, будут освещены светом разума в будущем.

§ 2. Однополюсное количество

По аналогии с тетрадами можно построить исчисление *диад*, если рассматривать пары величин (x, y), выражающие количество, растущее от *одного полюса* нуля, поскольку второй полюс бесконечности предполагается совпадающим с нулем. Можно использовать следующий принцип соответствия: диада (x, y) соответствует первой и второй координатам тетрады (x, y, x*, y*). Нужно только иметь в виду, что полюс бесконечности соотносится здесь с нулем. Если привлекать конструкции R-анализа, то диады можно связать с однополюсной окружностью радиуса $M/2\pi$, на которой точкам $x \in [0, M]$ сопоставляются углы $\varphi(x) = 2\pi x/M$. В этом случае координата x диады (x, y) выражает количество $R^{-1}_{M}(x)$, отложенное от нуля в сторону M с углом $2\pi R^{-1}{}_{M}(x)/M$ на R-окружности, а координата y — количество $R^{-1}_{M}(y)$ с отрицательным углом $-2\pi R^{-1}_{M}(y)/M$, отложенное от M в сторону нуля.

Исходя из отмеченного соответствия с тетрадами, мы можем следующим образом определить операции на тетрадах (я буду передавать величины, растущие от бесконечности, как ∞x, т. е. в их истинной величине в своей системе отсчета).

Определим на диадах равенство: (x, y) = (z, t) если только если x = z и y = t.

Для диады (x, y) введем новую диаду pos(x, y) = (a, b) — *позитив* диады (x, y), по правилу:

$a = x$, если $x \ge 0$ и $y \ge 0$,
$a = x + Iv(|y|)$, если $x \ge 0$ и $y \le 0$,
$a = 0$, если $x \le 0$ и $y \ge 0$,
$a = Iv(|y|)$, если $x \le 0$ и $y \le 0$.

$b = y$, если $y \ge 0$ и $x \ge 0$,
$b = y + Iv(|x|)$, если $y \ge 0$ и $x \le 0$,
$b = 0$, если $y \le 0$ и $x \ge 0$,
$b = Iv(|x|)$, если $y \le 0$ и $x \le 0$.

Две диады назовем *позитивно эквивалентными* если только если будут равны их позитивы.

Определим на диадах отношение порядка по следующему правилу:

$$(x, y) \leq (z, t) \text{ если только если } x \leq z \text{ и } y \leq t,$$

В отличие от тетрад, здесь мы обошлись без сопряженного порядка $\leq^*$ на вторых координатах диад, поскольку используем их числовое представление как ${}_\infty y$.

На множестве диад введем следующие операции.

1. Математические операции.
   1.1. Смена знака: $-(x, y) = (-x, -y)$;
   1.2. Сложение: $(x, y) + (z, t) = (x + z, y + t)$;
   1.3. Умножение: $(x, y) \cdot (z, t) = (xz, yt)$;
   1.4. Обратный элемент: $(x, y)^{-1} = (z, t)$, где $z = x^{-1}, t = y^{-1}$.

Пусть $\max\{x, y\} = (x, y)^+$, $\min\{x, y\} = (x, y)^-$.

2. Логические операции (для диад с неотрицательными координатами).
   2.1. Отрицание: $\urcorner(x, y) = (\mathrm{Iv}(y), \mathrm{Iv}(x))$;
   2.2. Дизъюнкция: $(x, y) \vee (z, t) = ((x, z)^+, (y, t)^+)$.

Отсюда видно, что множество диад образует поле с операциями сложения и умножения. Как и в случае тетрад, множество диад не является линейно упорядоченным, и существуют максимальная диада $(\infty, 0)$ и минимальная диада $(0, \infty)$.

Множество диад далее обозначим через dR. Через dR^+ я буду далее обозначать множество диад с неотрицательными координатами (это диады, совпадающие со своими позитивами). На этом множестве введем подмножество $\downarrow dR^+(c)$ c-*покрывающих* диад, где c — положительное вещественное число, — как такое множество диад $\alpha = (x, y)$ из dR^+, где $x > c$ и $\mathrm{Iv}(c) < y$. С другой стороны, через $\urcorner dR^+(c)$ обозначим множество диад $\alpha = (x, y)$ из dR^+, где $x < c$ и $\mathrm{Iv}(c) > y$ (такие диады можно называть c-*непокрывающими*). Наконец, назовем множеством c-*поляризованных* диад объединение $\downarrow dR^+(c) \cup \urcorner dR^+(c) = dR^+(c)$ множеств c-покрывающих и c-непокрывающих диад.

Определим на диадах из dR^+ операции *конъюнкции*, *импликации* и *логического равенства*:

$$(\alpha \wedge \beta) = \urcorner((\urcorner\alpha) \vee (\urcorner\beta)),$$
$$(\alpha \supset \beta) = (\urcorner\alpha) \vee \beta,$$
$$(\alpha \equiv \beta) = (\alpha \supset \beta) \wedge (\beta \supset \alpha).$$

Как и в случае тетрад, здесь могут быть доказаны, например, следующие теоремы.

Теорема 1

$$\text{Если } \alpha \in dR^+(c), \text{ то } \urcorner\alpha \in dR^+(c).$$

Теорема 2

$$\text{Если } \alpha \in dR^{+}(c) \text{ и } \beta \in dR^{+}(c), \text{ то } \alpha \vee \beta \in dR^{+}(c).$$

Таким образом, множество с-поляризованных диад замкнуто относительно операций отрицания и дизъюнкции, а следовательно, относительно всех логических операций, которые могут быть определены в исчислении высказываний. Например, легко показать непосредственным вычислением, что конъюнкция определена в виде:

$$(x, y) \wedge (z, t) = ((x, z)^{-}, (y, t)^{-}).$$

Могут быть доказаны также следующие теоремы:

Теорема 3

$$\text{Если } \alpha \in dR^{+}(c), \text{ то } (\urcorner\alpha) \vee \alpha \in \downarrow dR^{+}(c).$$

Теорема 4

$$\text{Если } \alpha \in dR^{+}(c), \text{ то } (\urcorner\alpha) \wedge \alpha \in \urcorner dR^{+}(c).$$

Теорема 5

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow dR^{+}(c) \text{ и } \beta \in \downarrow dR^{+}(c), \text{ то } \alpha \wedge \beta \in \downarrow dR^{+}(c).$$

Теорема 6

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow dR^{+}(c) \text{ и } \beta \in \downarrow dR^{+}(c), \text{ то } \alpha \vee \beta \in \downarrow dR^{+}(c).$$

Теорема 7

$$\text{Если } \alpha \in \downarrow dR^{+}(c) \text{ и } (\alpha \supset \beta) \in \downarrow dR^{+}(c), \text{ то } \beta \in \downarrow dR^{+}(c).$$

Теорема 8

$$\alpha \in \downarrow dR^{+}(c) \text{ если только если } \urcorner\alpha \in \urcorner dR^{+}(c).$$

Теорема 9

$$\text{Если } \alpha \in \urcorner dR^{+}(c) \text{ и } \beta \in \urcorner dR^{+}(c), \text{ то } \alpha \vee \beta \in \urcorner dR^{+}(c).$$

Теорема 10

$$\text{Если } \alpha \in \urcorner dR^{+}(c), \text{ то } \alpha \wedge \beta \in \urcorner dR^{+}(c).$$

В общем случае можно доказать исчисление высказываний на множестве с-покрывающих диад, т. е. на множестве $\downarrow dR^{+}(c)$. В этом случае множество с-покрывающих диад будет играть роль множества истинных формул, а множество с-непокрывающих диад предстанет как множество ложных формул. Более строго это можно доказать, взяв некоторую систему аксиом исчисления высказываний и правила логического вывода и показав выполнение этого логического базиса на множестве с-покрывающих диад.

Как и в случае исчисления тетрад, на $\downarrow dR^{+}(c)$ можно доказать систему аксиом исчисления высказываний:

(A1) $$\alpha \supset (\beta \supset \alpha),$$

(A2) $$(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \supset ((\alpha \supset b) \supset (\alpha \supset \gamma)),$$
(A3) $$(\rceil\beta \supset \rceil\alpha) \supset ((\rceil\beta \supset \alpha) \supset \beta).$$

В этой системе используется одно правило логического вывода — это правило отделения (modus ponens). Выполнение этого правила подтверждается теоремой 7.

Итак, могут быть доказаны следующие теоремы.

Теорема 11

Если $\alpha \in dR^{+}(c)$ и $\beta \in dR^{+}(c)$, то $(\alpha \supset (\beta \supset \alpha)) \in {\downarrow}dR^{+}(c)$.

Теорема 12

Если $\alpha \in dR^{+}(c)$ и $\beta \in dR^{+}(c)$, то $(\alpha \supset (\beta \supset \gamma)) \supset ((\alpha \supset \beta) \supset (\alpha \supset \gamma)) \in {\downarrow}dR^{+}(c)$.

Теорема 13

Если $\alpha \in dR^{+}(c)$ и $\beta \in dR^{+}(c)$, то $(\rceil\beta \supset \rceil\alpha) \supset ((\rceil\beta \supset \alpha) \supset b) \in {\downarrow}dR^{+}(c)$.

Аналогично случаю с тетрадами, используя структуру dR, можно было бы развить исчисление предикатов на множестве тех или иных элементов. Предикаты в этом случае можно было бы определить как функции $P(\alpha)$, которые каждому элементу a ставят в соответствие либо элемент из ${\downarrow}dR^{+}(c)$ («истину»), либо элемент из $\rceil dR^{+}(c)$ («ложь»). Кванторы можно определить как конъюнкции (квантор всеобщности) или дизъюнкции (квантор существования) по всем элементам из некоторого множества:

$$\forall(\alpha \in M)\ P(\alpha) =_{Df} \wedge_{\alpha\in M} P(\alpha),$$
$$\exists(\alpha \in M)\ P(\alpha) =_{Df} \vee_{\alpha\in M} P(\alpha).$$

В том числе возможен случай, когда в качестве элементов такого исчисления предикатов выступят сами диады. Правда, в этом случае, наряду с диадами, нужно будет ввести переменные по диадам. Переменную a по диадам нужно будет рассматривать как новый объект, который может использоваться в операциях с отдельными диадами. В этом случае операции над диадами нужно будет дополнить операцией подстановки со всеми обычными свойствами, которые излагаются в исчислении предикатов. Тогда структура на dR будет соединять в себе как структуру поля, так и структуру исчисления предикатов.

§ 3. Положительные отрицательные числа

В этом параграфе я хотел бы представить эскиз одной структуры, в которой до некоторой степени отрицательные числа представлены как положительные. Вновь важную роль в этой возможности играют R-функции.

Пусть p, q — неотрицательные вещественные числа. Рассмотрим их образы $\tilde{p} = R_M^{-1}(p)$ в базовой галактике, и на их основе введем три типа объектов: 1) сами величины $\tilde{p}$, $\tilde{q}$ при $p > 0$, $q > 0$, 2) объекты $M - \tilde{p}$ при $p > 0$, 3) ноль 0. Введем для этих объектов операцию M-квазисложения $\mp_M$ по правилам:

$$\tilde{p} \mp_M \tilde{q} = R_M^{-1}(p + q),$$

$$(M - \tilde{p}) \mp_M (M - \tilde{q}) = M - R_M^{-1}(p + q),$$

$$\tilde{p} \mp_M (M - \tilde{q}) = \begin{cases} \tilde{p} - \tilde{q} \text{ при } p > q, \\ M - (\tilde{q} - \tilde{p}) \text{ при } q > p, \\ 0 \text{ при } p = q. \end{cases}$$

Примем также, что $0 \mp_M \alpha = \alpha \mp_M 0 = \alpha$ для любого неотрицательного α из внутренности базовой галактики. Множество таких α обозначим через R^{+}_{0M} — множество неотрицательных значений внутренности базовой галактики, т. е. $R^{+}_{0M} = \{x : 0 \leq x < M\}$).

Для приведенной структуры выполняются свойства коммутативности M-квазисложения, существования нейтрального элемента 0 и противоположного элемента для всякого элемента α. Однако не выполнена ассоциативность. Например, получим:

$$(\tilde{q} \mp_M (M - \tilde{q})) \mp_M (M - \tilde{p}) = M - \tilde{p},$$

$$\tilde{q} \mp_M ((M - \tilde{q}) \mp_M (M - \tilde{p})) = \tilde{q} \mp_M ((M - R_M^{-1}(p + q)) = \\ = M - (R_M^{-1}(p + q) - \tilde{q}).$$

Поскольку в общем случае $\tilde{p}$ не равно $R_M^{-1}(p + q) - \tilde{q}$, ассоциативность не выполнена. Однако стоит заметить, что модуль разности $|\tilde{p} - (R_M^{-1}(p + q) - \tilde{q})|$ может быть сделан сколь угодно малым, по мере стремления M к бесконечности (в этом случае $\tilde{p}$ приближается к p).

Таким образом, мы получаем структуру, «почти изоморфную» группе по сложению на множестве вещественных чисел, но организованную только на неотрицательной части базовой галактики. Роль «квазиотрицательных элементов» играют здесь объекты $M - \tilde{q}$, которые можно понимать как отложенные в отрицательную (левую) сторону величины $\tilde{q}$, но не от ноля, а от M. Причем отложены они во внешней к галактике метрике, что выражено операцией внешней разности в объекте $M - \tilde{q}$.

Обычная группа по сложению может быть получена из элементов $M - \tilde{q}$ сдвигом к нолю, т. е. образованием элемента $0 - \tilde{q} = -\tilde{q}$. Именно потому, что полюса 0 и M соизмерены R-преобразованиями, мы можем проделать обратный ход и сдвинуть $-\tilde{q}$ от ноля вправо к M, получив элемент $M - \tilde{q}$. Это становится возможным только благодаря возникновению внешней метрики, однако плата за это — потеря полного согласования внутренней и внешней метрик для величин $\tilde{q}$ и $M - \tilde{q}$.

Структура S^{+}_{0M} может быть воспроизведена на множестве вещественных чисел изоморфным отображением прямой R-функции. Здесь мы получим структуру $S^{+}_{0} = \langle R^{+}_{0}, \mu, 0\rangle$ с операцией квазисложения ($\mp$), где

$$p \mp q = p + q,$$

$$R_M(M - \tilde{p}) \mp R_M(M - \tilde{q}) = R_M(M - R_M^{-1}(p + q)),$$

$$\tilde{p} \mp R_M(M - \tilde{q}) = \begin{cases} R_M(\tilde{p} - \tilde{q}) \text{ при } p > q, \\ R_M(M - (\tilde{q} - \tilde{p})) \text{ при } q > p, \\ 0 \text{ при } p = q. \end{cases}$$

Интересно также, что элемент 0 в описываемой структуре $S^{+}_{0M} = <R^{+}_{0M}, \mp_M, 0>$ является одновременно элементом M. В самом деле, имеем $\tilde{q} \mp_M (M - \tilde{q}) = M = 0$, если идти к этому случаю от правила $M - (\tilde{q} - \tilde{p})$, где $\tilde{p}$ приближается к $\tilde{q}$. Здесь мы имеем случай *однополюсной R-окружности*, в которой полюса 0 и M сливаются в один полюс, обозначенный через 0 в структуре S^{+}_{0M}. Точнее, по-видимому, было бы обозначать этот элемент через 0M, в котором правый его предел есть M, а левый — 0. Для элементов типа $\tilde{p}$, где $p > 0$, имеем представление $0 + \tilde{p}$, т. е. элемент 0M проявлен своей «левой стороной». Для элементов типа $M - \tilde{q}$, где $q > 0$, элемент 0M проявлен своей «правой стороной» M.

§ 4. Многополюсное количество

Выше была представлена модель объектов (тетрад), которые описывают количество, растущее от двух полюсов — ноля и бесконечности (или ±M в базовой галактике). На такого рода объектах можно определить как математические, так и логические операции. Попытаемся теперь обобщить эту идею, предполагая, что в общем случае количество может расти от n полюсов, где $n \geq 2$. В качестве примера я кратко опишу ниже конструкции количества, растущего от *трех* полюсов.

Рассмотрим случай трехполюсного количества, описываемого *гексадами* (x, y, z, x', y', z'), где координаты x и x′ описывают количество, растущее от ноля (1-го полюса), координаты y и y′ выражают количество, растущее от 1-й бесконечности (2-го полюса), координаты z и z′ — от 2-й бесконечности (3-го полюса). Для лучшего понимания структуры такого количества вновь можно привлечь идеи R-анализа, рассмотрев окружность, на которой под углом 120 градусов друг к другу выделены *три* точки, одна из которых представляет ноль (соответствующий полюсу количества 0-галактики), а две другие — 1-ю и 2-ю бесконечность (нули 1- и 2-галактик соответственно), т. е. оставшиеся два полюса количества (поэтому такую окружность можно называть *трехполюсной* R-*окружностью*); графический аналог см. на рис. 35.

Длина окружности будет в этом случае составлять 3M, откуда радиус окружности равен $r_3 = (3M/2\pi)$. Вновь можно откладывать отрезки в обе стороны от этих трех полюсов, получая в общем случае шесть величин (x, y, z, x', y', z'). На рисунке проиллюстрированы точками случаи положительных координат.

Таким образом, в образовании трехполюсной протяженности участвуют три пересекающиеся галактики. Одна представляет собою базовую галактику, занимающую интервал $(-M, M)$, вторая и третья — это базовые галактики, сдвинутые своими центрами от ноля. Вторая галактика занимает интервал $(0, 2M)$, где

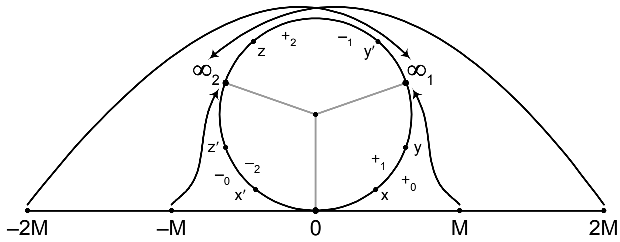

Рис. 35. Трехполюсная R-окружность

ее центр M играет роль первой бесконечности ∞_1 на трехполюсной R-окружности. Третья галактика занимает интервал (-2M, 0), и здесь ее центр -M выступает в качестве полюса второй бесконечности ∞_2 на трехполюсной R-окружности. Кроме того, следует помнить, что с каждой галактикой продолжает быть связанной и двуполюсная R-окружность, так что одной 3-полюсной R-окружности будут соответствовать три 2-полюсные R-окружности.

При трех полюсах появятся шесть знаков величин — три плюса: 0-плюс ($+_0$), 1-плюс ($+_1$), 2-плюс ($+_2$), и три минуса: 0-минус ($-_0$), 1-минус ($-_1$) и 2-минус ($-_2$). Во внутренних отношениях между собою k-знаки (k-плюс и k-минус, где k = 0, 1, 2) ведут себя как обычные плюс и минус. Во внешних отношениях между собою (между k-знаком и m-знаком, где $k \neq m$) возможны, в общем случае, разные соотношения указанных знаков, например:

$$+_1x \approx +_0\mathrm{Iv}(x),$$
$$-_2x \approx -_0\mathrm{Iv}(x),$$
$$+_2x \approx -_1\mathrm{Iv}(x).$$

Здесь $\pm_i x$ — величина, откладываемая как x от i-го полюса как от ноля в i-положительную или i-отрицательную сторону этой системы количества ($x \geq 0$); $\approx$ — отношение соответствия по мерам величин разных систем количества.

Рассмотрим первый случай. Пусть дан элемент $+_1x$, т. е. некоторая 1-неотрицательная величина x, откладываемая в положительную сторону в галактике с полюсом ∞_1 как собственным нолем (R-функции, сопоставленные этой галактике, будем обозначать $R_1{}^{\pm 1}{}_M$). Относительно базовой галактики с верхней границей M эта галактика перевернута по знакам (плюсу соответствует минус базовой галактики, и наоборот), и сдвинута вправо на величину M. Если под $+_0x$ иметь в виду такую же величину x, соответствующую базовой галактике, то получим между $+_1x$ и $+_0x$ следующее соотношение:

$$R_{1M}^{-1}(+_1x) = (M - R_M^{-1}(+_0x)).$$

Пусть теперь x* такой, что

$$R_M^{-1}(x^*) = M - R_M^{-1}(x),$$

т. е. $x^* = R_M^{+1} \circ D_M \circ R_M^{-1}(x) = \mathrm{Iv}(x)$ — x* есть результат обобщенной инверсии x.

Тогда получим:

$$R_{1M}^{-1}(+_1x) = R_M^{-1}(+_0Iv(x)),$$

т. е. $+_1x \approx +_0Iv(x)$.

Это означает, что ту же роль, которую играет x в системе количества с нолем ∞_1, в 0-системе будет играть величина Iv(x). Отношение $\approx$ выражает соответствие величин разных галактик.

Подобные соотношения возможны только для областей соответствия галактик. Для 0- и 1-галактик — это интервал пересечения (0, M), для 0- и 2-галактик — интервал (−M, 0), для 1- и 2-галактик отождествляются интервалы (−2M, −M) и (M, 2M).

Для интервала (−M, 0) получаем то же соотношение, что и ранее. Здесь выполняется соотношение:

$$R_{2M}^{-1}(-_2x) = (-M + R_M^{-1}(+_0x)).$$

Пусть теперь x* такой, что

$$R_M^{-1}(-x^*) = -M - R_M^{-1}(-x),$$

т. е. $-x^* = R_M^{+1} \circ D_M \circ R_M^{-1}(-x) = Iv(-x) = -Iv(x)$ — x* есть вновь результат обобщенной инверсии x.

Отсюда получим:

$$R_{2M}^{-1}(-_2x) = R_M^{-1}(-_0Iv(x)),$$

т. е. $-_2x \approx -_0Iv(x)$.

Наконец, рассмотрим случай соотношения (+)-величин 2-галактики и (−)-величин 1-галактики, соотношение которых задано на интервалах (−2M, −M) и (M, 2M) соответственно.

Пусть задана некоторая положительная 2-величина $+_2x$. В 2-галактике ей будет соответствовать величина $R_{2M}^{-1}(x) = -M - R_M^{-1}(x)$. Эта величина будет представлена в 1-галактике как число $2M - R_M^{-1}(x) = M + R_M^{-1}(Iv(x))$, поскольку представление этой величины идет здесь от полюса ∞_1, а не полюса ∞_2, как в 2-галактике. Пусть теперь x* — это такая неотрицательная величина, что для нее выполнено соотношение:

$$R_{1M}^{-1}(-x^*) = M+R_M^{-1}(Iv(x)).$$

Поскольку

$$R_{1M}^{-1}(-x^*) = M - R_M^{-1}(-x^*),$$

то отсюда получим:

$$M - R_M^{-1}(-x^*) = M + R_M^{-1}(Iv(x)),$$

т. е. $R_M^{-1}(x^*) = R_M^{-1}(Iv(x))$.

Окончательно получаем:

$$x^* = Iv(x),$$

т. е. $+_2x \approx -_1Iv(x)$.

Таким образом, как и в случае двуполюсного количества, в случае трех полюсов, оператор обобщенной инверсии Iv по-прежнему играет центральную роль в пересчете величин одной системы количества в величины другой.

Отношение $\approx$ является отношением соответствия, но оно не сохраняется в операциях. Пусть

$$x \cdot_{(i)M} y = Iv_i \circ \Pi(Iv_i(x), Iv_i(y)),$$

где $Iv_i = R^{+1}_{iM} \circ D_{(i)M} \circ R^{-1}_{iM}$, $i = 1, 2$, и $D_{(i)M}$ — оператор дополнения, характерный для i-галактики.

Тогда, например, $-_1Iv(x) \cdot_{(1)M} -_1Iv(y) = +_1(Iv(x) \cdot_{(1)M} Iv(y))$, но $+_2x \cdot_{(2)M} +_2y = +_2(x \cdot_{(2)M} y)$, и не верно, что $+_1(Iv(x) \cdot_{(1)M} Iv(y)) \approx +_2(x \cdot_{(2)M} y)$, поскольку здесь приведены величины разных регионов. Подобное несохранение связано с наличием соответствия, в котором плюс одной числовой системы будет одновременно минусом в другой числовой системе, например $+_2x \approx -_1Iv(x)$. Такого рода соотношение можно называть случаем *коллизии знаков*. Величины $-_1x$ и $+_2x$ уже не имеют интерпретации в величинах обычной числовой оси, поскольку величина $-_1x$ больше плюс-бесконечности, а величина $+_2x$ меньше минус-бесконечности при своем представлении на вещественной оси. Поэтому операции для 3-й и 5-й координат гексад, выражающих такие величины, уже нельзя представить в терминах операций базовой вещественной оси, и для них останется лишь «внутренний» способ представления операций вида $(x)_i \circ_i (y)_i = (x \circ y)_i$, где i = 3, 5, или операциональное представление в рамках галактик с финитными границами.

Уже в двуполюсном количестве, если быть точным, мы имеем четыре знака — два плюса: 0-плюс ($+_0$), 1-плюс ($+_1$), и два минуса: 0-минус ($-_0$) и 1-минус ($-_1$), согласованные между собою следующим образом:

$$+_1x \approx +_0Iv(x),$$
$$-_1x \approx -_0Iv(x).$$

Поскольку в этом случае коллизии знаков нет, то мы можем отождествить между собою 0- и 1-знаки. Наоборот, в трехполюсном количестве невозможно бинарные знаки каждого количества согласовать таким образом, чтобы не возникало коллизии знаков.

Интересно также отметить, что уже с двуполюсного количества в структуре количественных определений появляется двумерность, содержащая R-окружность. Возможно, что R-окружности представляют собою проявления в том числе комплексной природы количества (в смысле множества комплексных чисел). Вертикальная ось двуполюсной R-окружности, содержащая полюса, ортогональна вещественной R-оси базовой галактики, что напоминает ортогональность мнимой оси вещественной на плоскости Аргана. Таким образом, каждую точку двуполюсной R-окружности можно представить как точку комплексной плоскости. Например, элементу $^0_2$-базовой галактики (т. е. галактики с двумя полюсами количества, ноль которой совпадает с 0) можно на окружности сопоставить точку $C^0_2(y) = r_2e^{i(-\pi/2 + (y/M)\pi)}$; $^1_2$-галактика, которая «вывернута наизнанку» относительно $^0_2$-галактики (ее ноль — это точка ±M), может быть представлена отображением $y = D_M \circ R^{-1}_M(x)$, отсчитываемым от «точки» ±M. При этом условии форма отображения в R-окружность остается той же: $C^1_2(y) = r_2e^{i(-\pi/2 + (y/M)\pi)}$. В случае, если $M = \pi$, получим наиболее простой случай отображения: $C^0_2(y) = e^{i(-\pi/2 + y)}$. Таким образом, можно предположить, что с базовой галактикой связана своя комплексная структура, которая в наибольшей степени соответствует множеству комплексных чисел в случае равенства $M = \pi$ для верхней границы M базовой галактики.

Для трехполюсного количества возникнут аналогичные отображения из трех базовых галактик в трехполюсную R-окружность.

Подобные модели многополюсного количества, по-видимому, могут строиться и для большего числа полюсов. При каждом n должны будут появиться 2n знаков, а наиболее общее состояние количества в этом случае будет описываться 2n-адами $(x_1, ..., x_n, y_1, ..., y_n)$, где x_i и y_i будут описывать величины, откладываемые (при своей положительности при вхождении в 2n-аду) в положительном и отрицательном направлении от i-го полюса. Как и в случае 2- и 3-полюсного количества, 2n-ады можно интерпретировать на n-полюсной R-окружности радиуса $r_n = (nM/2\pi)$, в образовании которой будут участвовать n базовых галактик. Возможно, с n-полюсным количеством будут связаны более сложные логические структуры, например n-значные логики.

В общем случае структура количества усложняется. На данный момент можно предположить, что количество организовано в разного рода системы из n-полюсных количеств, каждая из которых включает в себя описанные выше конструкции, в том числе структуры R-анализа и множества комплексных чисел. В целом можно предположить существование какой-то фрактальной самоподобной структуры более сложной организации количества, в которой каждый фрагмент может проявить себя как n-полюсное количество и всякая целостность обнаружит свое вхождение в еще более интегральные структуры. Природа количества начинает напоминать своей органичностью природу живой материи.

§ 5. Координация многополюсных количеств: гегелевский алгоритм развития

В общем случае могут существовать целые системы многополюсных количеств, определенным образом скоординированные между собой. Рассмотрим здесь ряд возможных примеров.

Гегелевская триада «тезис — антитезис — синтез» может быть выражена в рамках координации систем *двуполюсных* количеств. Переход от тезиса к антитезису может быть представлен как переход от тетрады $(a, \infty, 0, \infty)$ к тетраде щ$(a, \infty, 0, \infty) = (0, a, 0, \infty)$, т. е. как смена полюса количества при той же величине этого количества (здесь я использую представление вторых и четвертых координат как величин x_∞, а не ${}_\infty x$). Но что такое переход к синтезу? При ответе на этот вопрос можно предположить, что уровень синтеза представлен новым двуполюсным количеством, в котором количества тезиса и антитезиса оказываются «растущими» не от разных, а от одного полюса — от ноля. Система «синтетического количества», иными словами, как бы «примиряет» природы тезисного и антитезисного количеств, представляя их как со-полярные величины. Это можно выразить через отображения из «тезисного» в «синтетическое» количество: $T(a, \infty, 0, \infty) = (a, \infty, 0, \infty)$, и из «антитезисного» количества в «синтетическое»: $A(0, a, 0, \infty) = (a, \infty, 0, \infty)$. В целом оба вклада можно выразить суммированием $T(a, \infty, 0, \infty) + A(0, a, 0, \infty) = (a, \infty, 0, \infty) + (a, \infty, 0, \infty) = (2a, \infty, 0, \infty)$. Количества разных полюсов приводятся к одному полюсу — такой процесс можно было бы назвать *сополяризацией* количеств.

Свяжем описанные конструкции со средствами R-анализа. Положим, что «тезисное» количество выражается некоторой базовой галактикой $G(0)$ на основе обратной R-функции $y = R_M^{-1}(x)$. Тогда «антитезисное» количество будет выражаться средствами обратной базовой галактики $G(\pm M)$, получаемой отображением $y = D_M \circ R_M^{-1}(x)$. Возможно, синтезу следует сопоставить в этом случае базовую галактику $G(2M)$, построенную на основе отображения $y = R_{2M}^{-1}(x)$, т. е. имеющую в качестве верхнего порога число $2M$, а не M. В самом деле, «антитезисная» галактика занимает ту же протяженность, что и «тезисная», но проходимую в обратном направлении. Тогда при сополяризации таких протяженностей они дадут *удвоенную* протяженность одного направления.

Тезисная тетрада при своей реализации в базовой галактике $G(0)$ будет представлена R-тетрадой

$$(R_M^{-1}(a), R_M^{-1}(\infty), R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(\infty)),$$

антитезисная тетрада при реализации в обратной базовой галактике $G(\pm M)$ — R-тетрадой

$$(R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(a)), R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(\infty)),$$

синтетическая тетрада при реализации в базовой галактике $G(2M)$ — R-тетрадой

$$(R_{2M}^{-1}(2a), R_{2M}^{-1}(\infty), R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty)).$$

R-отображение из тезисного количества в синтетическое будет выглядеть как

$$T(R_M^{-1}(a), R_M^{-1}(\infty), R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(\infty)) = (R_{2M}^{-1}(a), R_{2M}^{-1}(\infty), R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty)),$$

антитезисное R-отображение примет вид

$$A(R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(a), R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(\infty)) = (R_{2M}^{-1}(a), R_{2M}^{-1}(\infty), R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty)).$$

Наконец, итоговый вклад двух количеств в синтетической R-системе предстанет как R-сложение

$$T(R^{-1}_M(a), R^{-1}_M(\infty), R^{-1}_M(0), R^{-1}_M(\infty)) \oplus A(R^{-1}_M(0), R^{-1}_M(a), R^{-1}_M(0), R^{-1}_M(\infty)) =$$
$$= (R^{-1}_{2M}(a), R^{-1}_{2M}(\infty), R^{-1}_{2M}(0), R^{-1}_{2M}(\infty)) \oplus (R^{-1}_{2M}(a), R^{-1}_{2M}(\infty), R^{-1}_{2M}(0),$$
$$R^{-1}_{2M}(\infty)) = (R^{-1}_{2M}(a) \oplus R^{-1}_{2M}(a), R^{-1}_{2M}(\infty) \oplus {}^*R^{-1}_{2M}(\infty), R^{-1}_{2M}(0) \oplus R^{-1}_{2M}(0),$$
$$R^{-1}_{2M}(\infty) \oplus {}^*R^{-1}_{2M}(\infty)) = (R^{-1}_{2M}(2a), R^{-1}_{2M}(\infty), R^{-1}_{2M}(0), R^{-1}_{2M}(\infty)),$$

где $R^{-1}_{2M}(a) \oplus R^{-1}_{2M}(b) = R^{-1}_{2M}(a + b)$,
$R^{-1}_{2M}(a) \oplus^* R^{-1}_{2M}(b) = R^{-1}_{2M}(a +^* b)$.

Интересно отметить, что переход от «тезиса—антитезиса» к «синтезу» выразится в случае двуполюсных R-окружностей в переходе от «тезисно-антитезисной» окружности радиуса $r = M/\pi$ и длины 2M к «синтетической» окружности радиуса $r^* = 2M/\pi = 2r$ и длины 4M. Длина и радиус синтетической R-окружности вырастут вдвое.

Однако в представленных выше средствах не было введено различие между синтетическими и тезисно-антитезисными тетрадами, если их рассматривать вне реализаций. Для явного введения такого различия описанную систему двуполюсных количеств точнее было бы выразить *битетрадой*

$$<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})>,$$

где тетрада (a_0, b_0, c_0, d_0) выражает уровень синтетического количества, тетрада $(a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})$ — тезис-антитезисного количества. Как и для поличисел, можно ввести реализацию битетрады по правилу:

$$r<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})> = <(R^{-1}_{2M}(a_0), R^{-1}_{2M}(b_0), R^{-1}_{2M}(c_0), R^{-1}_{2M}(d_0)),$$
$$(R^{-1}_M(a_{-1}), R^{-1}_M(b_{-1}), R^{-1}_M(c_{-1}), R^{-1}_M(d_{-1}))>.$$

Более подробно реализацию битетрады можно было бы представить как единство реализаций двух тетрад:

$$r<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})> = <r(a_0, b_0, c_0, d_0), r(a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})>,$$

где $r(a_0, b_0, c_0, d_0) = (R^{-1}_{2M}(a_0), R^{-1}_{2M}(b_0), R^{-1}_{2M}(c_0), R^{-1}_{2M}(d_0))$,
$r(a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1}) = (R^{-1}_M(a_{-1}), R^{-1}_M(b_{-1}), R^{-1}_M(c_{-1}), R^{-1}_M(d_{-1}))$.

Тогда образование тезисного количества можно выразить битетрадой

$$<(0, \infty, 0, \infty), (a, \infty, 0, \infty)>$$

и ее реализацией

$$r<(0, \infty, 0, \infty), (a, \infty, 0, \infty)> = <(R^{-1}_{2M}(0), R^{-1}_{2M}(\infty), R^{-1}_{2M}(0), R^{-1}_{2M}(\infty)), (R^{-1}_M(a),$$
$$R^{-1}_M(\infty), R^{-1}_M(0), R^{-1}_M(\infty))> = <(0, \pm 2M, 0, \pm 2M), (R^{-1}_M(a), \pm M, 0, \pm M)>$$

Аналогично, образование антитезисного количества выражается (-1)-отрицанием $\rceil_{-1}$, т. е. отрицанием (-1)-го уровня

$$\rceil_{-1}<(0, \infty, 0, \infty), (a, \infty, 0, \infty)> = <(0, \infty, 0, \infty), \rceil(a, \infty, 0, \infty)> =$$
$$= <(0, \infty, 0, \infty), (0, a, 0, \infty)>,$$

что при реализации даст

$$r<(0, \infty, 0, \infty), (0, a, 0, \infty)> = <(R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty), R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty)), (R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(a), R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(\infty))> = <(0, \pm 2M, 0, \pm 2M), (0, R_{M}^{-1}(a), 0, \pm M)>$$

Наконец, для выражения синтеза введем *оператор подъема меры*:

$$up<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})> = \\ = <(S(a_0, a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1}), b_0, c_0, d_0), (0, \infty, 0, \infty)>,$$

где S — некоторая вещественная функция («функция синтеза»), обладающая свойством $S(a, 0, \infty, 0, \infty) = a$.

Этот оператор поднимает все (–1)-меры до 0-уровня и споляризует эти меры в рамках первой координаты 0-тетрады. В нашем случае для тезисной битетрады получим:

$$up<(0, \infty, 0, \infty), (a, \infty, 0, \infty)> = <(S(0, a, \infty, 0, \infty), \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>.$$

Для простоты положим, что $S(0, a, \infty, 0, \infty) = a$.

Аналогично для антитезисной битетрады имеем:

$$up<(0, \infty, 0, \infty), (0, a, 0, \infty)> = <(S(0, 0, a, 0, \infty), \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>.$$

Пусть также $S(0, 0, a, 0, \infty) = a$ (пока конкретный вид функции S для нас не важен). Итак, тезисная и антитезисная меры поднимаются до синтетических мер, так что оператор подъема меры играет роль отображений T и A, использованных выше, и, наконец, вклады в синтетическую меру со стороны тезиса и антитезиса суммируются:

$$up<(0, \infty, 0, \infty), (a, \infty, 0, \infty)> + up<(0, \infty, 0, \infty), (0, a, 0, \infty)> = <(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> + <(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> = <(2a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>,$$

что при реализации даст

$$r<(2a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> = <(R_{2M}^{-1}(2a), R_{2M}^{-1}(\infty), R_{2M}^{-1}(0), R_{2M}^{-1}(\infty)), (R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(\infty), R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(\infty))> = <(R_{2M}^{-1}(2a), \pm 2M, 0, \pm 2M), (0, \pm M, 0, \pm M)>.$$

Полагая, что

$$r(<(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> + <(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>) = \\ = r<(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> \oplus r<(a, \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)> = \\ = <r(a, \infty, 0, \infty) \oplus_0 r(a, \infty, 0, \infty), r(0, \infty, 0, \infty) \oplus_{-1} r(0, \infty, 0, \infty)> = \\ = <r(2a, \infty, 0, \infty), r(0, \infty, 0, \infty)>,$$

мы получим те же соотношения для синтетической части $r(a, \infty, 0, \infty) \oplus_0 r(a, \infty, 0, \infty) = r(2a, \infty, 0, \infty)$ битетрады, что были представлены выше при обозначении операции $\oplus_0$ как $\oplus$ в сложении

$$T(R_{M}^{-1}(a), R_{M}^{-1}(\infty), R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(\infty)) \oplus A(R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(a), R_{M}^{-1}(0), R_{M}^{-1}(\infty)).$$

Так можно сблизить конструкции R-анализа и многополюсного количества в представлении гегелевского алгоритма развития.

§ 6. Координация многополюсных количеств: построение движения

Рассмотрим процесс движения, выраженный средствами R-анализа. Пусть f — вещественная дифференцируемая функция. Будем описывать некоторый процесс изменения, количественные параметры которого выражаются функцией $f(t)$, где t — время. Пусть в момент времени t процесс выражается величиной $f(t)$. В следующий момент времени возникнет приращение величины процесса $f'(t)dt = df(t)$. Это приращение прибавляется к первоначальному значению, и возникает новая величина процесса $f(t) + df(t)$. Далее процесс повторяется.

Попытаемся выразить этот алгоритм *построения движения* средствами R-анализа.

Рассмотрим бичисла (a, b) из подпространства ${}_{-1}^{0}F$ с мерой ${}_{-1}^{0}\mu(a, b) = R_M^{-1}(a + R_{M^{-1}}^{-1}(b))$. Определим также *оператор подъема меры* для бичисла (a, b) по правилу:

$$up(a, b) = (a + R_{M^{-1}}^{-1}(b), 0).$$

Замечу, что этот оператор сохраняет меру: ${}_{-1}^{0}\mu(a, b) = {}_{-1}^{0}\mu(up(a, b))$.

В этом случае алгоритм построения движения может быть представлен в форме следующего периодического процесса:

n-й шаг. Дано бичисло $(f(t), 0)$ с мерой ${}_{-1}^{0}\mu(f(t), 0) = R_M^{-1}(f(t) + R_{M^{-1}}^{-1}(0)) = R_M^{-1}(f(t))$.

(n + 1)-й шаг. Образуется приращение в форме бичисла $(f(t), f'(t))$ с мерой ${}_{-1}^{0}\mu(f(t), f'(t)) = R_M^{-1}(f(t) + R_{M^{-1}}^{-1}(f'(t)))$.

(n + 2)-й шаг. Подействуем оператором подъема меры на бичисло $(f(t), f'(t))$:

$$up(f(t), f'(t)) = (f(t) + R_{M^{-1}}^{-1}(f'(t)), 0)$$

Величину $f(t) + R_{M^{-1}}^{-1}(f'(t))$ можно представить в виде $f(t + \delta t)$, т. е. $f(t + \delta t) = f(t) + R_{M^{-1}}^{-1}(f'(t))$, определяя в этом случае конечное приращение времени δt как R-аналог дифференциального приращения dt. Таким образом, далее процесс повторяется для нового стартового бичисла $(f(t + \delta t), 0)$.

В алгоритме построения движения мы вновь встречаем пример системы двуполюсных количеств, поскольку каждая из координат a, b бичисла (a, b) может быть представлена как координата битетрады $<(a, \infty, 0, \infty), (b, \infty, 0, \infty)>$ с реализацией $r<(a, \infty, 0, \infty), (b, \infty, 0, \infty)> = <(R_M^{-1}(a), R_M^{-1}(\infty), R_M^{-1}(0), R_M^{-1}(\infty)), (R_{M^{-1}}^{-1}(b), R_{M^{-1}}^{-1}(\infty), R_{M^{-1}}^{-1}(0), R_{M^{-1}}^{-1}(\infty))>$ и оператором подъема меры

$$up<(a, \infty, 0, \infty), (b, \infty, 0, \infty)> = <(S(a, b, \infty, 0, \infty), \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>,$$

где $S(a, b, \infty, 0, \infty) = a + R_{M^{-1}}^{-1}(b)$.

Оператор подъема мерыசополяризует количества первых координат тетрад в рамках первой координаты первой тетрады. В нашем примере первая тетрада выражает количество базовой галактики, вторая тетрада — количество первой несравнимо малой галактики. Движение строится таким образом, что вначале количество расщеплено в бичисле $(f(t), f'(t))$ или соответствующей ей битетраде $<(f(t), \infty, 0, \infty), (f'(t), \infty, 0, \infty)>$, а затем действием оператора подъема меры сополяризуется в рамках количества базовой галактики: $up<(f(t), \infty, 0, \infty), (f'(t), \infty, 0, \infty)> = <(f(t)+ R_{M^{-1}}^{-1}(f'(t)), \infty, 0, \infty), (0, \infty, 0, \infty)>$.

Следовательно, в этой модели построения движения мы также видим процесс перехода от независимых систем количеств к их дальнейшей сополяризации. Многополюсность проявляется здесь не столько в множественности полюсов одного количества, сколько в существовании нескольких *независимых количеств*, каждое из которых растет от своих полюсов.

На этом же примере видно, что R-анализ может быть обобщен с множества поличисел на множество *политетрад* и даже, по-видимому, 2n-*ад*.

§ 7. Развитие и функциональный интегродифференциал

Пусть дана базовая галактика G(0), выстраиваемая на основе отображения $y = R_M^{-1}(x)$. Пусть $f : X \to R$ — вещественная дифференцируемая и интегрируемая на множестве X функция. Рассмотрим в подпространстве ${}_{-1}^{1}F$ объект $(F(x), f(x), f'(x))$, где $F(x)$ — первообразная функции $f(x)$. ${}_{-1}^{1}$-мера в этом случае имеет вид ${}_{-1}^{1}\mu(a, b, c) = R_{M^2}^{-1}(a + R_M^{-1}(b + R_{M^{-1}}^{-1}(c)))$. Определим оператор подъема меры в этом случае по правилу:

$$up(a, b, c) = (a + R_M^{-1}(b + R_{M^{-1}}^{-1}(c)), 0, 0).$$

Как и в предыдущем случае, этот оператор сохраняет ${}_{-1}^{1}$-меру:

$${}_{-1}^{1}\mu(up(a, b, c)) = {}_{-1}^{1}\mu(a, b, c).$$

Назовем *функциональным интегродифференциалом* для функции f такую вещественную функцию $idf : X \to R$, что для любого $x \in X$ верно

$$idf(x) = F(x) + R_M^{-1}(f(x) + R_{M^{-1}}^{-1}(f'(x))).$$

В этом случае $(idf(x), 0, 0) = up(F(x), f(x), f'(x))$, т. е. функциональный интегродифференциал является результатом подъема меры для объекта $(F(x), f(x), f'(x))$.

На примере этих конструкций также можно рассмотреть модель развития, в которой происходит процесс сополяризации независимых количеств.

На первом этапе развития в качестве своего рода тезиса можно рассмотреть функцию $f(x)$ как тричисло $(0, f(x), 0)$, реализующееся в подпространстве ${}_{-1}^{1}F$ ${}_{-1}^{1}$-мерой ${}_{-1}^{1}\mu(0, f(x), 0) = R_{M^2}^{-1}(R_M^{-1}(f(x)))$. На втором этапе «антитезиса» возникают два «отрицания» первоначального состояния функции. Это производная $f'(x)$ функции $f(x)$, представленная как тричисло $(0, 0, f'(x))$ из подпространства ${}_{-1}^{1}F$, и первообразная $F(x)$, представленная как тричисло $(F(x), 0, 0)$ из подпространства ${}_{-1}^{1}F$. Следовательно, можно ввести соответствующие «отрицания»:

$\rceil_d(0, f(x), 0) = (0, 0, f'(x))$ — дифференциальное отрицание,
$\rceil_i(0, f(x), 0) = (F(x), 0, 0)$ — интегральное отрицание.

Если отрицания в случае двуполюсного представления количества — это операторы перестановки полюсов в рамках одной системы количества, то использование отрицаний для разных координат поличисла (в нашем примере — тричисла) позволяет предположить определение координат поличисла как одновременно дополнительных координат некоторых 2n-ад. В нашем примере координата нулевого уровня f(x) в тричисле (0, f(x), 0) может отрицаться дважды, как бы в двух разных направлениях. Это позволяет предположить, что координата f(x) лежит на пересечении двух двуполюсных количеств и может в связи с этим восприниматься как количество, растущее от ноля как первого, так и второго количества. Следовательно, заданы две тетрады: 1) тетрада дифференциального количества $(f(x), \infty, 0, \infty)_d$, для которой определено дифференциальное отрицание $\rceil_d(f(x), \infty, 0, \infty)_d = (0, f'(x), 0, \infty)_d$. Интересно, что это отрицание не просто переставляет сопряженные координаты, но еще и меняет метрику — величине f(x) на 0-шкале сопоставляет величину f′(x) на ∞-шкале. Это похоже на действие оператора обобщенной инверсии Iv, в связи с чем можно было бы предположить гипотезу, что $Iv_d(f(x)) = f'(x)$, попытавшись представить дифференцирование как взятие дифференциального оператора обобщенной инверсии Iv_d для некоторой R-функции. 2) тетрада интегрального количества $(f(x), \infty, 0, \infty)_i$, с которой связано интегральное отрицание $\rceil_i(f(x), \infty, 0, \infty)_d = (0, F(x), 0, \infty)_i$. Здесь также перестановка сопровождается изменением метрики, так что и в этом случае можно было бы предполагать соотношение $Iv_i(f(x)) = F(x)$, где Iv_i — интегральный оператор обобщенной инверсии (тогда вторые координаты тетрад представляются в виде объектов $_\infty x$, а не x_∞).

Согласовать структуру поличисла (0, f(x), 0) и двух тетрад (дифференциальной и интегральной) можно таким образом, что левый от f(x) ноль соответствует ∞-полюсу как второй координате интегральной тетрады, а правый ноль соответствует ∞-полюсу как второй координате дифференциальной тетрады.

Складывая первоначальное тричисло (0, f(x), 0) и два его отрицания (0, 0, f′(x)) и (F(x), 0, 0), мы получаем объект (F(x), f(x), f′(x)), в котором «тезис» и два «антитезиса» соположены, продолжая представлять независимые количества. Хотя объект (F(x), f(x), f′(x)) имеет ту же $^{1}{}_{-1}$-меру, что и объект up(F(x), f(x), f′(x)), подлинным «синтезом» может выступить только объект up(F(x), f(x), f′(x)) = (idf(x), 0, 0), в котором, при той же мере, кроме того, происходит *споляризация* «тезисного» и «антитезисного» количеств в рамках количества двойного «антитезиса». Следовательно, при той же мере два объекта (F(x), f(x), f′(x)) и up(F(x), f(x), f′(x)) различны состоянием своих количеств — в объекте (F(x), f(x), f′(x)) количество «разрыхлено» разнесением по разным двуполюсным количествам, в то время как в объекте up(F(x), f(x), f′(x)) = (idf(x), 0, 0) разнесенное по разным системам количество собирается в количество, растущее от одного полюса.

Если первую несравнимо большую галактику G(1) с обратной R-функцией $y = R^{-1}_{M^2}(x)$ рассматривать как новую *базовую* галактику с верхним порогом $M^* = M^2$, то тричисло (idf(x), 0, 0) в этом новом представлении можно рассмотреть как тричисло (0, f*(x), 0), где f*(x) = idf(x), и весь описанный выше процесс может быть воспроизведен на новом уровне.

Так мы получаем пример еще одного процесса развития — развития на функциях, в котором роль отрицаний играют операторы дифференцирования и интегрирования. И вновь мы видим здесь тот же процес первоначального нарастания разнополярных («тезисов» и «антитезисов») количеств с последующей их сополяризацией (в рамках «синтеза»).

§ 8. R-интегрирование и логика целого

Один из возможных случаев целого — *предельное целое*, т. е. целое, где переход к 2-элементам связан с предельной последовательностью на 1-элементах.

Пусть дана интегрируемая по Риману функция f, где F — ее первообразная. В качестве R-интегрирования i_R функции $R^{-1}_M(f(x))$ можно рассмотреть преобразование:

$$i_R(R^{-1}_M(f(x))) =_{Df} R^{-1}_{M^3}(F(x)).$$

Для определенного интеграла $F(x)\big|_a^b = \lim\limits_{\Delta(k)\to 0} \sum\limits_{i=1}^{N(k)} \Delta^k x_i\, f(\xi^k{}_i)$, где отрезок [a, b] на оси x разбивается отрезками $\Delta^k x_i$, i = 1, ..., N(k), и $\Delta(k) = \sup\limits_i \{\Delta^k x_i\}$, k — номер разбиения (при $k \to \infty$, $\Delta(k) \to 0$ и $N(k) \to \infty$), получим:

$$R^{-1}_{M^3}(F(x)\big|_a^b) = R^{-1}_{M^3}(\lim_{\Delta(k)\to 0} \sum_{i=1}^{N(k)} \Delta^k x_i\, f(\xi^k{}_i)) =$$

$$= R^{-1}_{M^3} \circ R^{-1}_M(\lim_{\Delta(k)\to 0} \sum_{i=1}^{N(k)} \Delta^k x_i\, f(\xi^k{}_i)).$$

Имеем:

$$R^{-1}_{M^3}(F(x)\big|_a^b) = R^{-1}_{M^3}(F(b) - F(a)) = R^{-1}_{M^3}(F(b))\ \Theta^3\ R^{-1}_{M^3}(F(a)) =$$
$$= i_R(R^{-1}_M(f(b)))\ \Theta^3\ i_R(R^{-1}_M(f(a)))\ —$$

аналог формулы Ньютона—Лейбница в R-анализе.

Можно попытаться построить логику целого, рассмотрев в качестве позитивных 1-элементов конечные суммы вида:

$$(*) \qquad R^{-1}_M(\sum_{i=1}^{N(k)} f(\xi^k{}_i)),$$

а в качестве позитивных 2-элементов — пределы сумм вида:

$$(**) \qquad R^{-1}_{M^3} \circ R_M \circ R^{-1}_M(\lim_{\Delta(k)\to 0} \sum_{i=1}^{N(k)} \Delta^k x_i\, f(\xi^k{}_i)).$$

Таким образом, предполагается, что определенное интегрирование начинается с сумм вида (*), а с переходом к пределу совершается скачок к объекту (**).

Отношение порядка можно в этом случае построить, например, по правилу:

$$(***) \qquad R_M^{-1}(\mathrm{fin}\{\sum_{i=1}^{N(k)} g(\eta_i^k)\}_{k=1}^m) \le I_R(\mathrm{fin}\{\sum_{i=1}^{N(k)} f(\mu_i^k)\}_{k=1}^n)$$

если только если $m \le n$, $g = f$ и $\forall k = 1, \ldots, m\ \forall\, i = 1, \ldots, N(k) (\eta_i^k = \mu_i^k)$. Здесь $\mathrm{fin}\{a_k\}_{k=1}^n = a_n$ — последний элемент последовательности, если последовательность конечна, и $\mathrm{fin}\{a_k\}_{k=1}^\infty = \lim\limits_{k\to\infty} a_k$ для случая бесконечной последовательности. I_R — оператор R_M^{-1}, если n конечное, и I_R есть оператор $R_{M^3}^{-1} \circ R_M \circ R_M^{-1}$ при бесконечном n.

Из определения (***) видно, что отношение порядка можно распространить не только на отдельные суммы, но и на их последовательности, в связи с чем мы могли бы строить более общую логику целого также на последовательностях интегральных сумм.

При определении порядка (***) логика целого на суммах будет воспроизведена, если мы приближаемся к интегралу снизу — от конечных сумм, не больших предельной суммы.

§ 9. Пространство как многополюсное количество

Пусть дано векторное пространство V n измерений (n > 1). Пусть в пространстве выделена система координат в виде последовательности $\{e_k\}_{k=1}^n$ ортонормированных базисных векторов e_k. В этом случае каждое из измерений может быть представлено как двуполюсное количество, в котором один из полюсов удален на бесконечное расстояние от нулевого полюса. Если дано представление вектора $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ в системе координат $\{e_k\}_{k=1}^n$, то этому представлению можно сопоставить политетрадное представление $\pi x = (\pi a_1, \pi a_2, \ldots, \pi a_n)$, где πa_k — k-я тетрада, в которой x_k стоит на первом месте, если $x_k \ge 0$, или на третьем месте стоит $|x_k|$, если $x_k < 0$. Итак, векторное пространство V можно погрузить в более полную структуру *тетрадного пространства* pV.

Кроме того, если фиксирован базис $\{e_k\}_{k=1}^n$, то *последовательность* измерений можно в свою очередь связать с некоторым n-полярным количеством, в котором каждому k-му измерению будет соответствовать некоторое двуполюсное количество, растущее в обе стороны от k-го полюса в составе n-полюсной системы. Это означает, что для n тетрад $\pi a_1, \pi a_2, \ldots, \pi a_n$ бесконечный полюс каждой из тетрад окажется нулевым полюсом какой-то другой тетрады, так что в целом n-мерное пространство V окажется представленным n-полюсной R-окружностью (и другими сопутствующими конструкциями R-анализа). При смене базиса получим другие измерения и, следовательно, новую R-окружность, каждый векторный элемент в которой будет связан соответствующими преобразованиями с базисными элементами прежней R-окружности. Следовательно, n-мерному пространству V в общем случае будет соответствовать целый *класс* n-полюсных R-окружностей, связанных между собою определенными преобразованиями. Такую структуру можно называть *циклическим тетрадным пространством*, обозначая ее символом $c\pi V$.

§ 10. О состояниях количества

Математический анализ начинает работать с бесконечностью. Это, например, бесконечно малые и бесконечно большие величины. Здесь возникает особый характер количественных процессов, выражающийся в трансцендировании, выходе вовне из одной количественной системы в другую. Наиболее ярко такие переходы выражены в конструкции предельных переходов предельных процессов.

Переход к пределу предполагает два состояния. Первое — состояние допредельных элементов, постоянно стремящихся к пределу, но неспособных его актуально достичь. Второе — состояние самого предела, который выражает как бы прорыв, скачок за границы количественной (Q) системы допредельных элементов (о понятии Q-систем см. также ниже). В простейшем случае Q-система всегда строится вокруг некоторого центра 0 или 1 и может быть выражена как система всех тех элементов, которые соизмеримы с данным центром. По-видимому, множество рациональных чисел — наиболее полное представление Q-системы: любое рациональное число соизмеримо с 1, т. е. представляет собой какую-то целочисленную часть единицы, взятую целое число раз (идея дроби).

Первое появление бесконечности было связано с введением иррациональных чисел, теория которых могла быть построена только на понятии предела. Каждое иррациональное число — это результат прорыва из Q-системы рациональных чисел в некоторую новую Q-систему. Такой прорыв в наиболее чистом виде выражает себя в идее бесконечно-малой, когда пределом начинает выступать ноль и сам ноль начинает приобретать характер иррационального числа — своего рода прообраза всех иррациональных чисел. Второе проявление бесконечности — это бесконечно большие. Здесь переход к пределу выражает прорыв не «вглубь» новой Q-системы, а «вширь», «в сторону» от данной Q-системы. Но в любом случае идея бесконечности предполагает новое состояние количества, выражающееся в переходах между разными Q-системами. Каждая Q-система может быть охарактеризована некоторым инвариантом (качеством), характерным именно для данной Q системы, и межсистемное количество — это уже не чистое количество (количество одной Q-системы), а скорее единство количества и качества (идея меры как синтеза количества и качества).

Таким образом, математический анализ впервые в математике начал работать с таким трансцендирующим количеством и многообразием Q-систем. Но идея бесконечности, особенно потенциальной бесконечности, содержит в себе не только момент умножения Q-систем, но и момент максимальной асимметрии между этими Q-системами. Эта асимметрия выражается в еще максимальном господстве первоначальной (базовой) Q-системы и максимальной невыявленности («атрофированности») всех иных Q-систем. Именно такую рецептивно-количественную позицию и выражает идея бесконечности. Поэтому математический анализ — лишь первый шаг на пути построения *количественно-плюралистической математики*, при зрелом развитии которой все Q системы должны будут получить достаточно равноправное выражение. Такое состояние количества больше выражено в идее актуальной бесконечности, когда бесконечность получает момент положительного определения. Но и это еще не окончательный этап движения в направлении поликоличественной структуры. Продолжаясь и далее, *идея бесконечности должна вполне соединиться с идеей конечности*, обнаруживая за собой все то же конечное количество, но лишь другой Q-системы. В то же время в этом движении нельзя впасть и в другую крайность, совершенно потеряв момент несоизмеримости между количествами разных Q-систем. Более верным, полным должно быть состояние некоторого равновесия конечности и бесконечности (сравнимости и несравнимости) в отношении между количествами разных Q-систем. Аппарат R-анализа и R-функций призван более адекватно выразить подобное равновесие.

Максимально асимметризированное состояние количества в классическом анализе репрезентирует собою состояние количества в ослабленном бытии неорганической природы. *Классический анализ и во многом классическая математика — это математика неорганического бытия, где начало субъектности максимально ослаблено.*

Природа субъектного бытия, особенно сознания, повышенно соизмеряет между собой несоизмеримое, выражая себя как более сильное и концентрированное бытие. Резонирующая с ним математика и должна стать теорией плюралистического количества, трансцендирующего из одной Q-системы в другую.

Конструкции R-анализа предполагают, что каждая галактика характеризуется некоторым своим состоянием количества, в максимальной степени выражающим принцип соизмерения с единицей галактики. Как описать такое «собственное» состояние количества для, например, базовой галактики G(0)? Ниже я постараюсь высказать ряд соображений по этому поводу.

Будем рассматривать подпространство ${}_{-1}^{1}F$, элементы которого — это тройки (a, b, c) с мерой ${}_{-1}^{1}\mu(a, b, c) = a + R_M^{-1}(b + R_{M^{-1}}^{-1}(c))$.

Рассмотрим далее тройки (ξ_a, ξ_b, ξ_c), где ξ_a, ξ_b, ξ_c — случайные величины, дающие случайный разброс по всей вещественной оси вокруг точек a, b, c соответственно. Пусть $\Delta_a, \Delta_b, \Delta_c$ — дисперсии этих величин, и они связаны соотношением дополнительности:

$$\Delta_a \Delta_b \Delta_c = \delta,$$

где δ — некоторый параметр дополнительности.

Положим, что собственное состояние количества базовой R-системы G(0) в подпространстве ${}_{-1}^{1}F$ выражается такими тройками (ξ_a, ξ_b, ξ_c), для которых выполнены условия:

1. $\delta > 0$,
2. $\Delta_b = 0$,
3. $\Delta_a = \Delta_c$.

Первое условие выражает факт существования дополнительности между случайными величинами галактик G(0), G(1) и G(−1). Второе условие выражает полную определенность величин базовой галактики: при $\Delta_b = 0$ случайная величина ξ_b обладает нулевой дисперсией и совпадает с величиной b. В этом случае получаем, что хотя бы одна из других дисперсий должна быть равна бесконечности, и третье условие требует, чтобы и последняя дисперсия также оказалась равной бесконечности. Таким образом, получаем, что $\Delta_a = \Delta_c = \infty$. Это значит, что величины ξ_a и ξ_c могут принимать любые значения, в то время как значение ξ_b строго фиксировано в b. Такую тройку (ξ_a, ξ_b, ξ_c) я буду еще обозначать как тройку (ξ_a, b, ξ_c).

Значение ξ_a относится к тому числу в первой несравнимо большой галактике G(1), которое станет центром базовой галактики. Изнутри базовой галактики эта величина неразличима. Поэтому если мы ограничим свое восприятие только масштабом базовой галактики, то величина b в ней реализуется в виде $R^{-1}_M(b)$, вокруг которой будут распределяться реализации величины ξ_c. Дисперсии $\Delta_c = \infty$ в базовой галактике будет соответствовать R-дисперсия $R^{-1}_M(R^{-1}_{M^{-1}}(\infty)) = R^{-1}_M(M^{-1})$, которая будет образовывать вокруг центра $R^{-1}_M(b)$ интервал разброса $\mu(R^{-1}_M(b)) = (R^{-1}_M(b - M^{-1}), R^{-1}_M(b + M^{-1}))$ — монаду $R^{-1}_M(b)$. Таким образом, состояния собственного количества базовой галктики будут представлять собой центры монад, окруженные монадой как «облаком» дисперсии случайной величины. При «внешнем» взгляде на базовую галактику она окажется погруженной в «облако» случайной величины своего положения в несравнимо большой галактике G(1).

Можно предположить, что это не все характеристики собственного количества базовой галактики.

Например, если дана тройка (ξ_a, b, ξ_c), то что можно сказать о ее отношениях с другой подобной тройкой $(\xi_{a^*}, b^*, \xi_{c^*})$? Особенно здесь интересен случай, когда реализация b^*, т. е. $R^{-1}_M(b^*)$, лежит внутри монады $R^{-1}_M(b)$. Дело в том, что $R^{-1}_M(b^*)$ окажется в этом случае неоднозначной величиной. С одной стороны, это будет один из элементов монады, т. е. одна из реализаций случайной величины x_c из тройки (ξ_a, b, ξ_c). С другой стороны, эта же величина может быть представлена как четкий центр новой монады, образующейся при реализации тройки $(\xi_{a^*}, b^*, \xi_{c^*})$. Одно из этих представлений несовместимо с другим.

Решить такую проблему можно, предполагая возможность *квантования* протяженности базовой галактики. В общем случае квантование возникает при выделении в протяженности базовой галактики некоторых преимущественных значений, которые играют роль центров монад. Остальные значения в этом случае оказываются невыделенными.

Квантование строится так же, как представленный выше алгоритм построения движения:

n.1-й шаг. Дана три-величина (ξ, b_n, ξ_n) с мерой ${}_{-1}^{\;1}\mu(\xi, b_n, \xi_n) = \xi + R_M^{-1}(b_n + R_{M^{-1}}^{-1}(\xi_n))$.

n.2-й шаг. Происходит реализация случайной несравнимо малой величины ξ_n в форме некоторого числа c_n, и образуется три-величина (ξ, b_n, c_n) с мерой ${}_{-1}^{\;1}\mu(\xi, b_n, c_n) = \xi + R_M^{-1}(b_n + R_{M^{-1}}^{-1}(c_n))$.

n.3-й шаг. Действует оператор подъема меры на бичисло (b_n, c_n):

$$up(\xi, b_n, c_n) = (\xi, b_n + R_{M^{-1}}^{-1}(c_n), 0).$$

Далее определяется величина $b_{n+1} = b_n + R_{M^{-1}}^{-1}(c_n)$, и цикл повторяется заново относительно тройки $(\xi, b_{n+1}, \xi_{n+1})$.

Таким образом, собственное состояние количества для базовой галактики следует, кроме того, связывать с некоторым выделенным квантованием, доминирующим в R-протяженности. Возможно, среди всех таких квантований особое место занимает некоторое эталонное (базовое) квантование, например, определяемое условиями $b_0 = 0$ и $c_n = 1$ или $c_n = -1$ для любого n.

Движение к пределу — это процесс, в котором происходит переход от одного состояния количества к другому. Пусть дана предельная последовательность $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$, где $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$. Можно предположить, что допредельные элементы предельного процесса даны в режиме собственного количества базовой галактики, т. е. как тройки (ξ, b_n, ξ_n), в то время как переход к пределу сопровождается соизмерением 0- и (±1)-количеств. Это означает, что пределу b может быть сопоставлена тройка (ξ, b, c), в которой исчезает дополнительность для второй и третьей координаты (дисперсии случайных величин ξ_b и ξ_c равны нолю). Если же предел равен бесконечности, то допредельному элементу b_n может быть сопоставлена тройка (ξ_n, b_n, ξ), а пределу b — тройка (a, b, ξ), в которой дисперсии случайных величин ξ_a и ξ_b равны нолю.

Далее можно ввести понятие (0)-*открытой точки* в базовой галактике G(0) — как тройки (ξ, ξ_b, ξ^*), в которой равна нолю дисперсия только случайной величины ξ_b. Наоборот, (0)-*замкнутой точкой* можно называть тройку (ξ, ξ_b, ξ_c), в которой равны нолю дисперсии случайных величин ξ_b и ξ_c.

В предельном процессе $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$, где b — число и допредельные элементы представлены тройками (ξ, b_n, ξ_n), происходит постепенное снижение дисперсии Δ_n случайной величины ξ_n, пока, наконец, в пределе она не оказывается равной нолю. Возможно, значение дисперсии Δ_n зависит в этом случае от разности $|b_{n+1} - b_n|$, которая падает с ростом n (критерий Коши).

Множество можно называть (0)-*открытым*, если оно состоит только из (0)-открытых точек или является пустым множеством. Наоборот, множество (0)-*замкнуто*, если оно состоит только из (0)-замкнутых точек или является пустым множеством.

Дисперсию случайной величины ξ_3 в тройке (ξ_1, ξ_2, ξ_3), т. е. $\Delta(\xi_3)$, я буду еще называть (−1)-*дисперсией*.

Положим, что операции объединения и пересечения влияют на (−1)-дисперсии точек. Можно ввести понятие (−1)-*дисперсии множества* точек как некоторого среднего по всем (−1)-дисперсиям входящих в множество точек. Более точно можно дать следующее определение:

$$\Delta_{-1}(A) = \underset{x \in A}{\mathrm{med}}\,\{\Delta(\xi)_3\},$$

где med — некоторая усредняющая функция, $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$, и $(\xi)_3 = \xi_3$.

В этом случае можно принять, что при пересечении множеств A и B (−1)-дисперсия каждой точки множества $A \cap B$ равна минимальной из (−1)-дисперсий этой точки в множествах A и B. При объединении множеств A и B (−1)-дисперсия общей точки из множества $A \cup B$ равна максимальной из (−1)-дисперсий этой точки в множествах A и B. Для необщих точек (−1)-дисперсия остается без изменений.

В этом случае может оказаться, что бесконечное пересечение (0)-открытых множеств может не оказаться (0)-открытым. Например, возьмем множества $A_n = \{(\xi, b, \xi_n)\}$, где $\lim\limits_{n\to\infty} \Delta(\xi_n) = 0$. Тогда $\prod\limits_{n=1}^{N} A_n = A_N$, и $\prod\limits_{n=1}^{\infty} A_n = A_\infty = \{(\xi, b, \xi_\infty)\}$, где $\Delta(\xi_\infty) = \lim\limits_{n\to\infty} \Delta(\xi_n) = 0$. Таким образом, пересечение (0)-открытых множеств приводит в этом случае к (0)-замкнутому множеству A_∞.

Наконец, введем так называемое (0)-*дополнение* D_0, которое меняет (0)-открытые точки на (0)-замкнутые и наоборот, в остальном оставляя множество неизменным. Через D обозначим оператор теоретико-множественного дополнения множества до вещественной оси. В этом случае *топологическим* (0)-*дополнением* D_0t назовем композицию D_0 o D дополений D и D_0. Отсюда следует, что топологическое (0)-дополнение (0)-открытого множества — это (0)-замкнутое множество, и наоборот, топологическое (0)-дополнение (0)-замкнутого множества — это (0)-открытое множество.

Множество назовем (0)-*равномерно непрерывным*, если оно (0)-открытое и любые две точки из множества могут быть соединены пересекающейся цепью монад.

По поводу выражения феномена предельности средствами R-анализа можно было бы заметить еще следующее.

В классическом анализе характер предельности последовательности содержится в бесконечно малом остатке ее «хвоста». Можно отбрасывать сколь угодно много начальных элементов последовательности, существенная информация о последовательности по-прежнему будет оставаться в ее «хвостовой» части. Отсюда можно предполагать, что самое главное, с точки зрения предельного процесса, происходит в пересечении всех ее «хвостовых» частей, т. е. в бесконечно малом ее «хвосте».

Что такое этот «бесконечно малый хвост» последовательности?

Можно предположить, что это есть то множество элементов последовательности, которое попадает внутрь бесконечно малой монады, окружающей предел этой последовательности как свой центр. Тогда возникает идея перенести подобную структуру предельной последовательности на конструкции R-анализа, предположив, что множество элементов R-предельной последовательности можно разбить на две подпоследовательности: начальную и хвостовую. Начальная часть-подпоследовательность состоит из реализации (0)-количеств, а элементы хвостовой части представляют собой бичисла с варьирующим (−1)-количеством и фиксированным (0)-количеством, т. е. — элементы некоторой R-монады с фиксированным центром. Такой центр является пределом R-последовательности. Отсюда можно дать следующее формальное определение R-предельной последовательности:

$$\mathrm{Lim}^{R}\,(\{x_n\}_{n=1}^{N}, x) \equiv \exists m \forall i\,[(\,i \leq m \supset (\exists y_i\,(x_i = r(y_i, 0))) \wedge \\ \wedge\,(\,i > m \supset (\exists z_i\,(x_i = r(x, z_i))))],$$

где $\mathrm{Lim}^{R}\,(\{x_n\}_{n=1}^{N}, x)$ означает «последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{N}$ является R-предельной, имея пределом x».

При таком определении не обязательно, чтобы число элементов последовательности было бесконечно. И, кроме того, легко можно перенести теоремы об операциях на пределах. Например, если даны две R-предельные последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{N1}$ и $\{t_n\}_{n=1}^{N2}$, то для их хвостовых частей, которые имеют вид $x_n = r(x, z_n)$ и $t_n = r(t, \tau_n)$, можно определить R-сложение по правилу: $x_n \oplus^{0,\,-1} t_n = r(x + t, z_n + \tau_n)$.

Используя описанную выше идею, можно развить ряд производных определений. Например:

$$\mathrm{RLim}\infty(\{a_n\}_{n=1}^{N}) \equiv \exists x \exists m\,[|x| > M \wedge \forall n(n \leq m \supset (\exists y_n\,(a_n = r(0, y_n, 0)))) \wedge \\ \wedge\,(n > m \supset (\exists y_n\,(a_n = r(x, y_n, 0))))] \text{ — R-сходимость к бесконечности.}$$

$$\mathrm{RLim}\,(\{a_n\}_{n=1}^{N}, a) \wedge a \in \mathrm{dom} f \supset \exists t \mathrm{RLim}(\{f(a_n)\}_{n=1}^{N}, t) \text{ —} \\ \text{R-сходимость функции f.}$$

$$\mathrm{RLim}\,(\{a_n\}_{n=1}^{N}, a) \wedge a \in \mathrm{dom} f \supset \mathrm{RLim}(\{f(a_n)\}_{n=1}^{N}, f(a)) \text{ —} \\ \text{R-непрерывность функции f.}$$

В общем случае в R-анализе можно выделять два больших класса отображений:

1. Отображения, не меняющие режима количества.
2. Отображения, меняющие режим количества.

В простейшем случае можно рассматривать три основных режима:

1. Режим (0), когда количество определено как центр монады в базовой галактике (как (0)-количество в базовой галактике.
2. Режим (0, −1) определяет двуслойное количество, в котором главная часть является (0)-количеством, а добавочная — (−1)-количеством.
3. (+1, 0)-количество как центры монад в первой несравнимо большой галактике.

Непрерывные функции — те, которые двум (0, −1)-количествам с общим центром монады сопоставляют два (0, −1)-количества также с общим центром монады.

В этом смысле такое отображение можно представить как сохраняющее режим (0, −1)-количества.

Разрывная функция сопоставит двум (0, −1)-количествам с общим центром монады два центра разных монад, т. е. два разных (0)-количества. Такое отображение окажется меняющим количественный режим.

В общем случае возможны другие варианты. Например, отображение «склейка», сопоставляющее двум разным (0)-количествам два (0, −1)-количества с общим центром монады.

Отображения, меняющие режимы количества, по определению, выходят за пределы одного количества и определены на более обширной структуре.

Еще один возможный вариант отображения, сохраняющего режим количества, это отображение, которое сопоставляет (0)-количеству (0)-количество, т. е. (0)-количественным приращениям аргумента (выходящим за границы монады с некоторым фиксированным центром) аналогичные приращения в области значения.

Интересно, что определение такой функции можно было бы построить, перевернув роли начальной и хвостовой частей последовательности в определении R-сходимости функции.

Такие выводы возможны и в том случае, когда рассматриваются монады в несравнимо большой галактике: здесь бесконечно большим приращениям аргумента будут соответствовать бесконечно большие значения функции («антинепрерывность»).

§ 11. Пространство политетрад

Множество поличисел ${}^{\infty}$F может быть расширено до множества *политетрад* ${}^{\infty}F_2$, основным элементом которого является последовательность $\pi\alpha = \{\pi\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\pi\alpha_i$ — тетрада, и выполнено условие $\exists m \forall n > m\colon \pi\alpha_n = 0_4$. Как и в случае поличисел, на политетрадах могут быть определены аналогичные операции и отношения (за исключением порядка). Кроме того, на неотрицательные политетрады, элементами которых являются тетрады с неотрицательными координатами, могут быть покоординатно перенесены логические операции. Если дана тетрада $\pi\alpha = (a, b, c, d)$, то ей можно сопоставить R-тетраду $r\pi\alpha = (R_M^{-1}(a), R_M^{-1}(b), R_M^{-1}(c), R_M^{-1}(d))$ — *реализацию* тетрады $\pi\alpha$, где $y = R_M^{-1}(x)$ — обратная R-функция. R-тетрада $r\pi\alpha$ представляет тетраду $\pi\alpha$ в галактике $\mathrm{rng}R_M^{-1}$. Роль бесконечности в этой галактике играет элемент ±M. От него идет отсчет второй и четвертой координат в R-тетраде.

Что касается реализаций *поли*тетрад, то в общем случае здесь возникает, по-видимому, более сложная ситуация сравнительно с поличислами. Пока я, как и ранее, буду пытаться говорить о реализации политетрад для каждого конкретного случая, исходя из локального контекста той или иной проблемы. Здесь следует вообще заметить, что проблема *реализации полиобъектов* (поличисел, полидиад, политетрад и т. д.) в R-анализе может допускать большие вариации, и представленная выше реализация $\mu(\alpha) = \underset{K=-\infty}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})}$ для поличисла α может оказаться далеко не единственной (см. ниже).

§ 12. Q-системы

Приведенные выше примеры нового представления количества — условное количество, многополюсное количество, R-анализ и т. д. — предполагают одну замечательную идею. Для ее иллюстрации давайте вначале обратимся к примеру.

Допустим, дано некоторое вещественное число a. Это число можно представить обратным R-отображением $y = R^{-1}_{M}(x)$ в базовой галактике G(0) как число $R^{-1}_{M}(a)$. Это же число можно выразить в любой другой галактике, например в первой несравнимо малой галактике G(−1), образованной на основе отображения $y = R^{-1}_{M^{-1}}(x)$ как число $R^{-1}_{M^{-1}}(a)$. С другой стороны, если вещественное число a представлять как модус в мультипликативном ментальном многообразии, то числу a будет соответствовать бесконечно много мод вида $(a/b)_b$. Если же a выражать в рамках двуполюсного количества, то можно представить его и как величину a_0, отложенную от ноля, и как $(1/a)_\infty$ — величину, играющую на ∞-шкале ту же роль, что a на 0-шкале. Возникает, следовательно, такая идея:

1. Существует множество систем представления количества — R-системы (структуры R-анализа), системы многополюсного количества, ментальные многообразия на числах и т. д. Каждая из таких систем является некоторой системой *представления количества*. Далее я буду называть подобные системы Q-*системами* (от англ. quantity — количество). Q-системы выступают как своего рода «системы координат» для выражения количества. В рамках каждой Q-системы количество представлено определенным частным образом, и такого рода представление меняется с переходом от одной Q-системы к другой. Но, следовательно, существует некий образ количества, лежащий «поверх» разных Q-систем. И здесь нужно перейти ко второму пункту.

2. Можно предположить некоторые инвариантные количественные структуры, которые сохраняются с переходом от одной Q-системы к другой и только дают свои локальные представления в каждой из таких Q-систем. Выражение подобных инвариант можно осуществлять в той же манере, что и в современной физике. Представляя различные Q-системы как своего рода «системы отсчета», можно рассматривать *преобразования* от одной Q-системы к другой (их можно называть Q-*преобразованиями*), определяя метауровень количественных структур как уровень инвариант Q-преобразований.

Например, конструкции R-анализа были представлены таким образом, чтобы выражать эти два уровня организации количества. Поличисла $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$

в чистом виде выражают более инвариантный уровень представления количества, в то время как ${}^{n}_{m}$-*меры* ${}^{n}_{m}\mu(a)$ связаны с реализацией поличисла в рамках той или иной системы галактик как Q-системы.

§ 13. Плерональное многообразие

В общем случае можно говорить о трех основных типах многообразия — линейных, циклических и спиральных. Для описания этих видов многообразия я буду отталкиваться от структуры многомерного линейного пространства R^n.

Выделим в R^n некоторую систему отсчета K. Далее можно ввести отображение пространства R^n на неотрицательную половину $[0, +\infty)$ множества вещественных чисел, сопоставляя каждой точке $X \in R^n$ расстояние $|X|$ от X до центра K. В этом случае множество $[0, +\infty)$ будем называть «осью» пространства R^n. Если подействовать на R^n обратным отображением $R_M^{-1}(X) = e_X R_M^{-1}(|X|)$, где $X \in R^n$ и $e_X = X/|X|$, то R^n отобразится изоморфно в сферу $R_M^n = \{X: |X| < M\}$, центр которой находится в центре системы отсчета K. «Осью» пространства R_M^n я буду называть полуинтервал $[0, M)$.

Каждому измерению $0x_i$, $i = 1, ..., n$, системы K сопоставим однополюсную R-окружность длиной M, так что каждому $x \in [0, M)$ сопоставим точку на R-окружности с углом $\varphi(x) = 2\pi x/M$. R-окружность лежит в плоскости, проходящей через измерение $0x_i$ и некоторую ортогональную к этому измерению прямую $0y_i$, которую можно понимать и как мнимую ось комплексной плоскости. Плоскость, в которой лежит R-окружность, будем называть R-*плоскостью* (R-*поверхностью*). В этом случае точке $x \in [0, M)$ на оси $0x_i$ можно сопоставить комплексное число $(M/2\pi)e^{i\varphi(x)}$. R-плоскость можно понимать и как вещественную, а не только комплексную плоскость, поскольку комплексная плоскость интерпретируется на вещественной модели. Параметр цикличности возникает в связи с двумерностью R-плоскости. Новое дополнительное измерение приводит, в частности, к возникновению *центра* R-окружности, который можно рассматривать как точку равновесия всех угловых определенностей $\varphi(x)$.

Если R-плоскость понимать как комплексную плоскость, то вектору $X = (x_1, ..., x_n)$ можно сопоставить комплексный вектор

$$(M/2\pi)(e^{i\varphi(x1)}, ..., e^{i\varphi(xn)}).$$

Множество таких векторов обозначим через C_M^n. На векторах из C_M^n можно определить сложение и умножение на число по правилам:

$$(M/2\pi)(e^{i\varphi(x1)}, ..., e^{i\varphi(xn)}) \oplus (M/2\pi)(e^{i\varphi(x^*1)}, ..., e^{i\varphi(x^*n)}) =$$
$$= (M/2\pi)(e^{i\varphi(x1}E^{x^*1)}, ..., e^{i\varphi(xn}E^{x^*n)}),$$
$$y \otimes (M/2\pi)(e^{i\varphi(x1)}, ..., e^{i\varphi(xn)}) = (M/2\pi)(e^{i\varphi(y \otimes x1)}, ..., e^{i\varphi(y \otimes xn)}),$$

где

$$a \oplus b = R_M^{-1}(R_M^{+1}(a) + R_M^{+1}(b)),$$
$$a \otimes b = R_M^{-1}(R_M^{+1}(a) * R_M^{+1}(b)).$$

В силу изоморфности R-операций обычным операциям, получим, что множество C^n_M изоморфно пространству R^n_M.

Самым простым вещественным представлением пространства C^n_M является множество векторов на углах

$$(\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n)),$$

на которых определены операции:

$$(\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n)) \oplus (\varphi(x^*_1), ..., \varphi(x^*_n)) = (\varphi(x_1 \oplus x^*_1), ..., \varphi(x_n \oplus x^*_n)),$$
$$y \otimes (\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n)) = (\varphi(y \otimes x_1), ..., \varphi(y \otimes x_n)).$$

Пространство C^n_M я буду называть *циклическим пространством*.

Точке $x \in [0, M)$ можно далее сопоставить *пару* $(x, \varphi(x))$, которая представляет точки на R-*спирали*, сопоставленной измерению $0x_i$.

В итоге вектору $X = (x_1, ..., x_n)$ можно сопоставить вектор

$$(M/2\pi)((x_1, e^{i\varphi(x_1)}), ..., (x_n, e^{i\varphi(x_n)})).$$

Множество таких векторов я обозначу символом Sp^n_M. На элементах из Sp^n_M также можно задать операции:

$$(M/2\pi)((x_1, e^{i\varphi(x_1)}), ..., (x_n, e^{i\varphi(x_n)})) \oplus (M/2\pi)((x^*_1, e^{i\varphi(x^*_1)}), ..., (x^*_n, e^{i\varphi(x^*_n)})) =$$
$$= (M/2\pi)((x_1 \oplus x^*_1, e^{i\varphi(x1 \oplus x^*_1)}), ..., (x_n \oplus x^*_n, e^{i\varphi(xn \oplus x^*_n)})),$$
$$y \otimes (M/2\pi)((x_1, e^{i\varphi(x_1)}), ..., (x_n, e^{i\varphi(x_n)})) =$$
$$= (M/2\pi)((y \otimes x_1, e^{i\varphi(y \otimes x_1)}), ..., (y \otimes x_n, e^{i\varphi(y \otimes x_n)})).$$

Более простым представлением Sp^n_M является множество векторов вида:

$$((x_1, \varphi(x_1)), ..., (x_n, \varphi(x_n))),$$

на которых определены операции:

$$((x_1, \varphi(x_1)), ..., (x_n, \varphi(x_n))) \oplus ((x^*_1, \varphi(x^*_1)), ..., (x^*_n, \varphi(x^*_n))) =$$
$$= ((x_1 \oplus x^*_1, \varphi(x_1 \oplus x^*_1)), ..., (x_n \oplus x^*_n, \varphi(x_n \oplus x^*_n))),$$
$$y \otimes ((x_1, \varphi(x_1)), ..., (x_n, \varphi(x_n))) = ((y \otimes x_1, \varphi(y \otimes x_1)), ..., (y \otimes x_n, \varphi(y \otimes x_n))).$$

Пространство Sp^n_M я буду называть *спиральным пространством*.

Спиральное пространство может образовывать в качестве своих проекций циклическое пространство C^n_M и линейное пространство R^n:

$p_1((x_1, \varphi(x_1)), ..., (x_n, \varphi(x_n))) = (R^{+1}_M(x_1), ..., R^{+1}_M(x_n))$ — первая (линейная) проекция спирального вектора,

$p_2((x_1, \varphi(x_1)), ..., (x_n, \varphi(x_n))) = (\varphi(x_1), ..., \varphi(x_n))$ — вторая (циклическая) проекция спирального вектора.

Аналогично можно записать:

$$p_1 Sp^n_M = R^n,$$
$$p_2 Sp^n_M = C^n_M.$$

Теперь можно моделировать простейшее *внутреннее* через циклическое пространство C^n_M, которое связано с внешним бытием как линейным пространством R^n. Средством взаимодействия между ними является спиральное пространство Sp^n_M, через которое можно моделировать *живую телесность*, воспринимающее внешнее R^n и позволяющее действовать в нем.

Например, при n=1 можем рассмотреть R^1 как область определения частоты электромагнитных колебаний. Видимую часть спектра можно выделить в этом случае полуинтервалом [0, M). Зрительная телесность будет представлена спиральным пространством Sp^1_M, благодаря которому частота $x \in [0, M)$ переводится в угловой параметр $\varphi(x)$ из циклического пространства C^1_M. Угол $\varphi(x)$ можно понимать в этом случае как *ощущение спектрального цвета*, соответствующее частоте x. Переход от внешнего к внутреннему осуществляется как переход от линейного представления определенности к ее угловому представлению. Область «внутреннего» выступит в этом случае как сфера «циклически-угловых определенностей». Аналогичные модели можно предположить для звука и других чувств. Замечу, что в случае цветовой интерпретации циклического пространства важную роль начинает играть не только R-окружность, представляющая спектральные цвета, но и вся R-плоскость, каждая точка которой (по крайней мере внутри R-окружности — в так называемом R-*круге*) может быть представлена как ощущение того или иного цвета, уже не обязательно спектрального. Эти цвета отличаются от спектральных меньшей насыщенностью, а центр R-круга — это ощущение белого цвета, обладающего нулевой насыщенностью (максимальной белизной). Таким образом, второе измерение цикличности, возникающее в R-плоскости, связано с феноменом ощущения белизны.

Если приводить пример многомерной модели внутреннего, то можно вспомнить, что возможно образование трехмерного пространства цветов, где каждый цвет будет представлен «смесью» трех базовых цветов. Пытаясь представлять эту модель введенными выше средствами, можно рассмотреть, во-первых, одномерное циклическое пространство C^1_M, в котором выделяются три угла $\varphi(x_i)$, $i = 1, 2, 3$, трех базовых цветов. Далее на этих углах как базисных векторах $(\varphi(x_1), 0, 0)$, $(0, \varphi(x_2), 0)$ и $(0, 0, \varphi(x_3))$ строится линейное трехмерное пространство, обозначим его $R^3(C^1_M)$. Вектор $(y_1\varphi(x_1), y_2\varphi(x_2), y_3\varphi(x_3))$ из $R^3(C^1_M)$ одновременно может быть сопоставлен некоторому углу j(x) (той же цветности) из C^1_M (подробнее об организации спирального пространства цвета см. главу «Психофизика и R-анализ», с. 663).

В более общем случае и внешнее и внутреннее бытие могут выражаться как спиральные пространства, но во внутреннем бытии будет более сильно выражена циклическая составляющая, а во внешнем бытии — линейная составляющая спиральной структуры. Например, во внутреннем мире человека зрительно-пространственная сенсорика выражает себя по преимуществу как линейное пространство R^3, в котором слабы определения цикличности. Цветовая и звуковая сенсорности, как отмечалось, в гораздо большей мере проявляют свои циклические составляющие, организуясь в рамках не только линейных пространств

R^1, но и циклических пространств C^1_M. Что касается внутренних пространств чувств и мышления, то здесь также можно искать основания циклических пространств.

Многообразие из скординированных между собой пространств R^n, C^n_M и Sp^n_M я буду называть *плерональным многообразием*, поскольку угловой параметр φ(x) выражает циклическую организацию определенности, которая представляет единицы полноты — *плероны* (от греч. pleroma — ‘полнота’). Плерональное многообразие можно мыслить как наиболее полную среду для выражения внутреннего, внешнего бытия и их отношений между собой.

§ 14. Онтологическая топика

В этом параграфе я вновь вернусь к идее топики, о которой речь уже шла выше. На этот раз топические определения я пропишу, используя конструкции R-анализа. Речь будет идти о топике не просто как о системе обобщенных мест (см. параграф «Актика и топика»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 575–577), но о некоторой *системе мест, кодирующих структуру онтологии*. В связи с этим, чтобы не возникало путаницы, такую топику я буду называть «онтологической топикой» или «онтотопикой».

Простейшая структура онтотопики может быть выражена средствами многоуровневых спиральных пространств, скоординированных между собой. Подобная структура возникает уже в связи с иерархией галактик в R-анализе, и я опишу ее для одномерного случая и неотрицательной части вещественной оси.

Пусть на неотрицательной части вещественной оси дана последовательность базовых галактик, выражаемых обратными R-функциями:

$$R^{-1}{}_{M(k_1M)},\ k_1 = 0, 1, 2...,$$

где $R^{-1}_{M(k_1M)}$ означает функцию $k_1M + R^{-1}_M$.

При $k_1 = 0$ получим центральную базовую галактику G(0) с областью определения (−M, M). При $k_1 = 1$ галактика сдвинется на величину M вправо, так что ее ноль окажется в M, а неотрицательная половина будет представлена полуинтервалом [M, 2M). В общем случае базовая центральная галактика будет сдвинута вправо на k_1M, так что ее неотрицательная половина будет представлена сегментом $[k_1M, (k_1 + 1)M\rangle$[1]. Такая последовательность задает базовое разбиение неотрицательной части вещественной оси. Далее относительно базового разбиения строятся более крупные и более мелкие разбиения.

[1] В этом параграфе я рассматриваю *сегменты* $[k_1M, (k_1 + 1)M\rangle$, которые могут быть и полуинтервалами $[k_1M, (k_1 + 1)M)$, и отрезками $[k_1M, (k_1 + 1)M]$, поскольку неотрицательные области галактик следуют друг за другом, так что верхняя граница предыдущей галактики оказывается нолем последующей галактики, и можно по-разному решить проблему принадлежности правой границы галактики. Возможность включения правой границы в расширенную область определения связана с конструкциями одно- и многополюсного количества, где пределы галактики так или иначе соизмеряются (например, верхний предел галактики совпадает с нолем для однополюсного количества).

Более крупные разбиения будем строить на основе несравнимо больших галактик. Например, первая несравнимо большая галактика пусть имеет верхний параметр M^2, так что возникнет последовательность галактик, соответствующих R-функциям

$$R^{-1}_{M^2(k_2M^2)},\ k_2 = 0, 1, 2\ldots$$

Первая несравнимо большая галактика при $k_2 = 0$ своей неотрицательной частью $[0, M^2>$ покроет M^2 областей $[k_1M, (k_1 + 1)M>$ базовых галактик от $k_1 = 0$ до $k_1 = M - 1$. В общем случае k_2-я несравнимо большая галактика своей неотрицательной частью $[k_2M^2, (k_2 + 1)M^2>$ покроет M^2 областей $[k_1M, (k_1 + 1)M>$ базовых галактик от $k_1 = k_2M$ до $k_1 = (k_2 + 1)M - 1$.

Таким образом, p-я несравнимо большая галактика под номером $k_{p+1} = 0, 1, 2\ldots$ будет соответствовать обратной R-функции

$$k_{p+1}M^{p+1} + R^{-1}_{M^{p+1}} = R^{-1}_{M^{p+1}(k_{p+1}M^{p+1})},\ k_{p+1} = 0, 1, 2\ldots$$

и иметь в качестве неотрицательной половины своей области определения сегмент $[k_{p+1}M^{p+1}, (k_{p+1} + 1)M^{p+1}>$.

Если от базовых галактик мы пойдем «вниз», в сторону несравнимо малых галактик, то здесь будет аналогичная ситуация.

Первый шаг такого движения «вниз» свяжем с образованием галактик с верхним параметром $1 = M^0$. Выше я не рассматривал случай таких галактик и соответствующих им R-функций, но нам ничто не мешает с формальной точки зрения сделать это. Здесь вновь можно иметь в виду последовательность галактик с неотрицательными половинами своих областей определения вида $[k_0, k_0 + 1>$ и обратными R-функциями вида:

$$R^{-1}_{1(k_0)},\ k_0 = 0, 1, 2\ldots,$$

где $R^{-1}_{1(k_0)} = k_0 + R^{-1}_1$.

Следующий шаг будет связан с образованием первых несравнимо малых галактик с обратной R-функцией

$$R^{-1}_{M^{-1}(k_{-1}M^{-1})},\ k_{-1} = 0, 1, 2\ldots,$$

где $R^{-1}_{M^{-1}(k_{-1}M^{-1})} = k_{-1}M^{-1} + R^{-1}_{M^{-1}}$.

Такие галактики в неотрицательной половине своей области определения будут представлены сегментами $[k_{-1}M^{-1}, (k_{-1} + 1)M^{-1}>$.

Обобщая, можно перейти к s-м несравнимо малым галактикам под номером $k_{-s} = 0, 1, 2\ldots$ с обратными R-функциями

$$R^{-1}_{M^{-s}(k_{-s}M^{-s})},\ k_{-s} = 0, 1, 2\ldots$$

с неотрицательными сегментами своих областей определений $[k_{-s}M^{-s}, (k_{-s} + 1)M^{-s}>$.

Из такого построения видно, что центром иерархии галактик являются не базовые галактики, но единичные — с верхним порогом 1. В связи с этим можно симметризировать индексацию галактик именно относительно единичных галактик, используя универсальное представление обратных R-функций

$$R^{-1}_{M^p(k_pM^p)},\ k_p = 0, 1, 2, \ldots,$$

где $|p| = 0, 1, 2\ldots$

Галактики с индексом p можно называть галактиками порядка p или галактиками p-го порядка.

Галактика порядка p с номером k_p будет иметь неотрицательную область определения как сегмент $[k_pM^p, (k_p + 1)M^p> = R^{-1}_{M^p(k_pM^p)}[0, +\infty>$.

Описанную систему галактик с сегментами определения $R^{-1}_{M^p(k_pM^p)}[0, +\infty>$ при $|p| = 0, 1, 2, \ldots$ и $k_p = 0, 1, 2\ldots$ я буду называть *базовой онтологической топикой* (*базовой онтотопикой*).

По-прежнему галактики рассматриваются как области реализации поличисел $\alpha = \{\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, все координаты α_i которых неотрицательны, т. е. $\alpha_i \geq 0$. В отличие от рассмотренной выше поличисловой метрики, в базовой онтотопике, в согласии с описанной в этом параграфе иерархией галактик порядка p, может приниматься иная реализация-метрика поличисел, например:

$$r_{in}(\alpha) =_{Df} C_{in}(\alpha, +\infty, -\infty) =_{Df} \underset{K=-\infty}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^K(\alpha_K)}.$$

В частности, для подпространства ${}^n_mF$, где $n \geq m$ и $\alpha \in {}^n_mF$, имеем следующую реализацию:

$$\begin{gathered}{}^n_m r_{in}(\alpha) =_{Df} R_{in}(\alpha, n, m) =_{Df} R^{-1}_{M^K(\alpha_K)} =_{Df} \\ =_{Df} R^{-1}_{M^n}(\alpha_n + R^{-1}_{M^{(n-1)}}(\alpha_{n-1} + \ldots (\alpha_{m+1} + R^{-1}_{M^m}(\alpha_m)\ldots))).\end{gathered}$$

Такую реализацию будем называть *внутренней реализацией* поличисел в базовой онтотопике, поскольку она строится на основе R-образов суммы — «внутренней суммы» галактик.

Можно рассмотреть еще один вид реализации, который я буду называть *внешней реализацией*. Она имеет вид:

$${}^n_m r_{ex}(\alpha) =_{Df} R_{ex}(\alpha, n, m) =_{Df} q_nR^{-1}_{M^n}(\alpha_n) + q_{n-1}R^{-1}_{M^{(n-1)}}(\alpha_{n-1}) + \ldots + q_mR^{-1}_{M^m}(\alpha_m),$$

т. е. представляет собой просто взвешенную сумму (внешнее суммирование для структур галактик) R-образов координат поличисла.

В связи с внешней реализацией можно отметить замечательную связь базовой онтотопики с позиционной системой счисления, которая уже приводилась выше в параграфе «Онтологические иерархии». Если имеется система счисления с основанием M, то внешняя реализация ${}^n_m r_{ex}(\alpha)$ даст M-ичное число для случая a как *инфинитного поличисла*, т. е. поличисла, где все $\alpha_i = +\infty$. В самом деле, для такого поличисла получим:

$${}^n_m r_{ex}(\alpha) = q_nR^{-1}_{M^n}(+\infty) + q_{n-1}R^{-1}_{M^{(n-1)}}(+\infty) + \ldots + q_mR^{-1}_{M^m}(+\infty) = \Sigma^m_{i=n} q_iM^i,$$

где $q_i = 0, 1, \ldots, M - 1$,

что будет соответствовать M-ичной записи $q_n, q_{n-1}, \ldots, q_{(m-1)}, q_m$. Так позиционная система счисления предстанет как некоторая вариация базовой онтотопики, обнаруживая ее скрытое присутствие и в современной математической теории числа.

Что означает M-ичная запись $q_n, q_{n-1}, \ldots, q_{(m-1)}, q_m$ с точки зрения онтотопических определений?

Она означает выделение такой системы следующих друг за другом топосов

$$\begin{aligned}
&T_n = [0, q_n M^n>,\\
&T_{n-1} = [q_n M^n, q_n M^n + q_{n-1} M^{n-1}>,\\
&\ldots\\
&T_j = [S_{i=n}^{j+1} q_i M^i, S_{i=n}^{j} q_i M^i>, \text{ где } j = n-1, n-2, \ldots, m,
\end{aligned}$$

которые разбивают общую меру поличисла ${}_m^n r_{ex}(\alpha)$ на «порции» разных уровней. Интересно, что в таком представлении «синтезы» возникают на M-м шаге одноуровневых делений, где выделяется $M - 1$ «тезисов», причем последующий «тезис» превышающе включает в себя предыдущий, и «синтез» образует меру, на единицу большую последнего $(M - 1)$-го «тезиса». Отличие «синтеза» от предыдущих «тезисов» состоит в том, что он не только превышающе включает в себя $(M - 1)$-й «тезис», но и образует максимальную меру в галактике более высокого порядка.

Далее вспомним, что за каждой неотрицательной частью галактики находится однополюсная R-окружность, так что иерархия галактик порядка p окажется связанной с иерархией соответствующих R-окружностей. Восстанавливая за каждой галактикой циклическое и спиральное пространство, мы получаем еще более полную характеристику базовой онтотопики как *иерархии спиральных пространств*.

Более точно, если дана галактика порядка p под номером k_p с обратной R-функцией $R^{-1}_{M^p(k_p M^p)}$, то ей сопоставляется однополюсная R-окружность длины M^p и радиуса $M^p/2\pi$. Для $x \in [k_p M^p, (k_p + 1)M^p>$ определен угол $\varphi_M{}^p(x) = 2\pi x/M^p$. Спиральное пространство на $R^{-1}_{M^p(k_p M^p)}[0, +\infty>$ обозначим через $Sp^1(k_p)_{M^p}$. Пара $(x, \varphi_{M^p}(x))$ определяет элемент галактики как элемент спирального пространства $Sp^1(k_p)_{M^p}$. В таком виде базовая онтотопика предстает как *система спиралей на спиралях* разного порядка — как своего рода *суперспиральная система*.

Пытаясь отразить спиральность в реализациях поличисел, мы могли бы ввести спиральную реализацию поличисла следующего вида (я продолжаю для простоты рассматривать поличисла из конечных подпространств):

$$\begin{gathered}
r_{sp}(\alpha) =_{Df} R_{sp}(\alpha, n, m) =_{Df} ((R^{-1}_{M^n(k_n M^n)}(\alpha_n), \varphi_M{}^{n+1}(R^{-1}_{M^n(k_n M^n)}(\alpha_n)),\\
(R^{-1}_{M^{n-1}(k_{n-1} M^{n-1})}(\alpha_{n-1}), \varphi_M{}^{n}(R^{-1}_{M^{n-1}(k_{n-1} M^{n-1})}(\alpha_{n-1})), \ldots, (R^{-1}_{M^m(k_m M^m)}(\alpha_m),\\
\varphi_M{}^{m+1}(R^{-1}_{M^m(k_m M^m)}(\alpha_m))).
\end{gathered}$$

Замечу, что здесь величина $R^{-1}_{M^j(k_j M^j)}(\alpha_j)$ берется как приращение внутри галактики порядка $j + 1$ — вот почему рассматривается угол $\varphi_M^{j+1}(R^{-1}_{M^j(k_j M^j)}(\alpha_j)$, а не $\varphi_M^{j}(R^{-1}_{M^j(k_j M^j)}(\alpha_j)$, $j = n, n - 1, \ldots, m$.

Вектор спиральной реализации $r_{sp}(\alpha)$ поличисла α можно рассмотреть как элемент многомерного спирального пространства, которое, однако, образовано на одномерных спиральных пространствах *разных порядков*: $Sp^1(k_n)_{M^n}$, $Sp^1(k_{n-1})_{M^{n-1}}$, ..., $Sp^1(k_m)_{M^m}$. Такое многомерное спиральное пространство я обозначу символом $Sp^{n-m+1}(k_{n/m})_{M^{n/m}}$. Его элементами будут векторы

$$((x_n, \varphi_{M^{n+1}}(x_n), (x_{n-1}, \varphi_{M^n}(x_{n-1}), ..., (x_m, \varphi_{M^{m+1}}(x_m)),$$

где $x_j \in [\Sigma_{i=n}^{j+1} q_i M^i, \Sigma_{i=n}^{j} q_i M^i>$, $j = n, n-1, ..., m$.

Что касается задания операций, то структура такого спирального пространства определяется аналогично пространству $Sp^n_{M,}$ как это было описано выше, в параграфе «Плерональное многообразие».

Описанную суперспиральную структуру базовой онтотопики можно рассматривать как простейшую *систему онтологического кодирования*. В самом деле, если мы посмотрим на самые различные попытки классических метафизиков в разных странах и эпохах передать некоторую универсальную систему онтологического кода, везде мы увидим близкую структуру. Здесь можно привести примеры онтокода в китайской традиции, в кашмирском шиваизме [1] и в философии Гегеля. В китайской традиции речь идет о системе кодирования, которая изоморфна двоичной системе счисления, что можно представить в качестве базовой онтотопики с основанием счисления M = 2. В кашмирском шиваизме кодировка бытия передается системой таттв, в которой главную роль играют пятичленные деления, т. е. M = 5. В диалектике Гегеля присутствует та же двоичная кодировка бытия «тезис—антитезис», в которой «синтез» оказывается тезисом более высокого порядка (о выражении «антитезисов» см. ниже). Можно вспомнить пифагорейскую онтокодировку, где важную роль играет основание счисления M = 7. Отсюда можно предположить, что все подобные нумерологические традиции относительно независимо друг от друга приходили к идее близкой системы кодирования бытия, где могли различаться между собой лишь основания деления, но сама архитектура делений принималась во всех системах достаточно однотипно. Это был некоторый конечный числовой ряд [2], который одновременно обнаруживал и линейность, и цикличность, в целом формируя один период спиральной структуры, и вся система обнаруживала самоподобие, формируя спирали на спиралях разных порядков, так что каждый элемент спирали мог быть представлен как малая спираль, а любая спираль в свою очередь могла быть сопоставлена одному элементу более глобальной спиральной структуры. В итоге формировалась суперспиральная система кодирования бытия. С этой точки зрения структуры R-анализа оказываются связаны с таким пониманием числа и числовых структур, которые впервые по-

[1] Свами Муктананда «Введение в кашмирский шиваизм» (перевод на русский А. В. Арапова; см. http://book.ariom.ru/txt1984.html).

[2] Имею в виду ряд внешних делений 1, 2, ..., M в базовой галактике с верхней границей M, который ранее рассматривался как ряд онточисел 1_M, 2_M, ..., M_M. За каждой единицей в этом ряду находится единичная галактика.

зволяют рационально реконструировать разного рода исторические варианты онтологического кодирования. Выше я постарался привести первый эскиз подобных реконструкций. Главная идея состоит в том, чтобы исторические формы онтокодирования разных метафизических традиций представлять структурами базовой онтотопики, в основе которой с математической точки зрения лежит многомерное иерархическое спиральное пространство. Такая структура организации количества оказывается возможной в силу *соизмерения количественных пределов* (ноля и бесконечности), осуществляемого R-функциями. В итоге приготавливается качественно новое состояние количества, в котором натуральный ряд оказывается конечным, возникает циклический параметр количества и проявляет себя суперспиральная структура онточисла.

В качестве основной формы кодировки в базовой онтотопике, как представляется, выступают инфинитные онточисла с внешней реализацией, которая коррелирует с позиционной системой счисления.

Если дана внешняя реализация

$$ {}_m^n r_{ex}(\alpha) = q_n R^{-1}_{M^n}(+\infty) + q_{n-1} R^{-1}_{M^{n-1}}(+\infty) + \ldots + q_m R^{-1}_{M^m}(+\infty) = \Sigma_{i=n}^{m} q_i M^i $$

финитного поличисла $\alpha \in {}_m^n F$, то мы можем восстановить топику этого поличисла (т. е. структуру его составленности из верхних порогов галактик базовой онто-топики) следующим образом:

$$ \begin{aligned} &k_n = q_n = [{}_m^n r_{ex}(\alpha)/M^n], \\ &k_{n-1} = q_n M + q_{n-1} = [{}_m^n r_{ex}(\alpha)/M^{n-1}], \\ &k_{n-2} = q_n M^2 + q_{n-1} M + q_{n-2} = [{}_m^n r_{ex}(\alpha)/M^{n-2}], \\ &\ldots \\ &k_m = q_n M^{n-m} + q_{n-1} M^{(n-1)-m} + \ldots + q_{m-1} M + q_m = [{}_m^n r_{ex}(\alpha)/M^m]. \end{aligned} $$

Здесь [x] — целая часть x.

Что касается угловых определений реализации инфинитного поличисла, то здесь, как уже отмечалось, возникают следующие особенности. Величина q_i выражает продвижение средствами галактик i-го порядка в рамках галактики более высокого порядка i + 1, так что углы должны определяться следующим образом:

$$ \varphi_M^{i+1}(q_i M^i) = 2\pi q_i M^i / M^{i+1}, \text{ где } i = m, m + 1, \ldots, n. $$

В этом случае онтокодирование определенности D состоит в сопоставлении D некоторой реализации ${}_m^n r_{ex}(\alpha)$, которая может быть передана и М-ичным числом $q_n, q_{n-1}, \ldots, q_{(m-1)}, q_m$.

Если мы расширяем ресурсы топики на бесконечное число уровней вверх[1] и вниз от галактик 1-го порядка, то возникает возможность сколь угодно точ-

[1] Бесконечное расширение вверх означает, что мы используем инфинитные поличисла α, у которых сколь угодно много бесконечных координат с индексами больше ноля, но и в этом случае всегда для данного поличисла найдется такой индекс, что все координаты этого поличисла с большими индексами будут нулевыми. Формально: $\forall n > 0 \exists \alpha((\alpha)_n = +\infty)$ и $\forall \alpha \exists m \forall n > m((\alpha)_n = 0)$.

ного приближения делениями М-топики (топики с основанием счисления М) любого неотрицательного вещественного числа. Такие топики можно называть *инфинитными*. Они оказываются взаимопереводимыми — любое неотрицательное число x, представимое в одной инфинитной М-топике (т. е. для x найдется инфинитное поличисло α, где $x = r_{ex}(\alpha)$ в М-топике), окажется представимым и в любой другой инфинитной М*-топике. Тем самым достигается инвариантность представления онтокодирования, поскольку каждая онтотопика — это своего рода система отсчета, и важно, выразив определенность в одной такой системе, быть уверенным, что мера бытия этой определенности только представляется в этой топике, но сама не зависит от нее.

В то же время в определенности выражается не только мера бытия, но и некоторая топика этой меры. Это может означать *выделение* некоторой топической структуры в рамках данной онтологии. Тогда задача будет состоять в том, чтобы проявить эту конституирующую онтотопику как своего рода *естественную систему* данного фрагмента бытия. Критерием естественности будет возможность выведения всех основных свойств определенности из ее топоса в данной топике. В частности, в узлах топики, т. е. границах между галактиками, должны существовать в структуре бытия некоторые сингулярности, т. е. разного рода разрывы и качественные скачки. И чем отчетливее для более крупных галактик существует граница, тем более глубоким должен быть указанный разрыв. Можно предположить, что примером естественной системы является Периодическая система химических элементов Менделеева, которую можно попытаться представить как некоторую версию базовой онтотопики, и подобные же системы могут присутствовать в других областях бытия.

Открытие топики в каждой конкретной предметной области (физика, химия, биология, психология и т. д.) — сложная задача. По-видимому, быстрее будут формулироваться более частные топики (например, топика организации сенсорных многообразий — цветовых, звуковых и т. д.), а затем они могут координироваться в более глобальные топики. С другой стороны, возможно и встречное направление исследований, когда метафизический разум с самого начала пытается сформулировать принципы универсальной топики (как в философии Гегеля), примеры чего мы находим в разного рода философских системах.

Онтологическая топика может рассматриваться и как наиболее универсальная структура организации бытия, в отношении которой все прочие организационные системы являются теми или иными ее вариациями и умалениями. Например, описанная выше структура базовой онтотопики соединяет в себе как моменты иерархии, линейной упорядоченности, так и структуры векторного пространства, где на первый план выходят более горизонтально равноправные отношения.

В частности, можно предположить, что измерения векторного пространства могут быть представлены в базовой онтотопике как иерархически упорядоченные одномерные спиральные пространства $Sp^1(k_n)_{M^n}$, $Sp^1(k_{n-1})_{M^{n-1}}$, ..., $Sp^1(k_m)_{M^m}$ в рамках многомерного спирального пространства $Sp^{n-m+1}(k_{n/m})_{M^{n/m}}$.

Однако в этом случае возникает проблема инъективности, т. е. сопоставления разных образов на вещественной оси для разных векторов. Решить эту проблему можно было бы для дискретного пространства. Тогда поступаем следующим образом.

Каждое измерение X_i, $i = 1, ..., k$, дискретируем, т. е. действуем на эту ось отображением $R^{-1}_{M_i}$, где $M_{i+1} = M_i^{-1}$, представляя ее как интервал $(-M_i, M_i)$, а затем выделяем на нем разбиение из полуинтервалов $[pM_i^{-1}, (p \pm 1)M_i^{-1})$, $|p| = 0, 1, ..., M_i^2$. Если дан вектор $(x_1, ..., x_k)$ из пространства X, то для каждого x_i определяем дискретное приближение $[x_i]$ как ту величину pM_i^{-1}, для которой верно неравенство $pM_i^{-1} \le R^{-1}_{M_i}(x_i) < (p + 1)M_i^{-1}$ при $x_i \ge 0$ или $(p - 1)M_i^{-1} < R^{-1}_{M_i}(x_i) \le pMM_i^{-1}$ при $x_i < 0$. В итоге получаем *дискретное пространство* ДХ как множество векторов $([x_1], ..., [x_k])$. Это пространство линеаризуем по следующему алгоритму.

Каждому дискретному вектору $\alpha = ([x_1], ..., [x_k])$ сопоставляем внутреннюю реализацию вида:

$$\begin{aligned}{}_1^k\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) &= \exp R^{-1}_{M_1} \circ \exp R^{-1}_{M_2([x_1])} \circ \exp R^{-1}_{M_3([x_2])} \circ \ldots \circ \exp R^{-1}_{M_k([x_{k-1}])}(\exp[x_k]) = \\ &= C^k_{i=1} \exp R^{-1}_{M_i(x_{i-1})}(\exp[x_k]), \text{ где } x_0 = 0.\end{aligned}$$

Покажем, что такое отображение является инъекцией. Доказательство проведем по индукции.

(1) $k = 2$. В этом случае имеем дело с дискретными векторами вида $\alpha = ([x_1], [x_2])$, для которых определена реализация:

$${}_1^2\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) = \exp R^{-1}_{M_1} \circ \exp R^{-1}_{M_2([x_1])}([x_2]) = \exp R^{-1}_{M_1}(\exp([x_1] + R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2])).$$

Рассмотрим два случая $\alpha \ne \alpha^*$, где $\alpha^* = ([x_1^*], [x_2^*])$.

(1.1) $[x_1] \ne [x_1^*]$. Тогда $|[x_1]-[x_1^*]| > M_1^{-1} = M_2$. Отсюда имеем:

$$\begin{aligned}&|([x_1] + R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2])) - ([x_1^*] + R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2^*]))| = |(([x_1] - [x_1^*]) + \\ &+ (R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2]) - R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2^*]))| > |([x_1] - [x_1^*]) - M_2| > 0,\end{aligned}$$

т. е. ${}_1^2\mathrm{rexp}_{in}(a) \ne {}_1^2\mathrm{rexp}_{in}(a^*)$.

(1.2) Пусть $[x_1] = [x_1^*]$ и $[x_2] \ne [x_2^*]$. Отсюда:

$$\begin{aligned}&|([x_1] + R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2])) - ([x_1^*] + R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2^*]))| = \\ &= |R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2]) - R^{-1}_{M_2}(\exp[x_2^*]| > 0,\end{aligned}$$

поскольку обратные R-функции и экспонента являются инъекциями.

Вновь получаем, что ${}_1^2\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) \ne {}_1^2\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)$.

(2) Пусть свойство «$\alpha \ne \alpha^*$ влечет ${}_1^k\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) \ne {}_1^k\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)$» для любого $k < n$. Рассмотрим случай $\alpha \ne \alpha^*$ при $k = n$, добавляя новые координаты слева. Вновь допустим две возможности.

(2.1) $\beta = ([x_2], ..., [x_n]) \ne \beta^*=([x_2^*], ..., [x_n^*])$.

Тогда, по индуктивному предположению, имеем, что ${}_{2}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\beta) \neq$ $\neq {}_{2}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\beta^*)$. Далее получим:

$$\left|{}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) - {}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)\right| = \left|C_{i=1}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n]) - \right.$$
$$- C_{i=1}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n^*])\big| = \big|\exp R_{M_1}^{-1} \circ C_{i=2}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n]) -$$
$$\left. - \exp R_{M_1}^{-1} \circ C_{i=2}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n^*])\right|.$$

В силу инъективности обратных R-функций и экспоненты получим, что последний модуль больше нуля только если только больше нуля следующий модуль:

$$\left|C_{i=2}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n]) - C_{i=2}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n^*])\right|.$$

Но последний больше нуля по индуктивному предположению. Следовательно, ${}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) \neq {}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)$.

(2.2) Пусть $\beta = ([x_2], \ldots, [x_n]) = \beta^* = ([x_2^*], \ldots, [x_n^*])$ и $[x_1] \neq [x_1^*]$. Тогда ${}_{3}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\beta) = {}^{n}{}_{3}\mathrm{rexp}_{in}(\beta^*) = m$. Отсюда имеем:

$$\left|{}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) - {}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)\right| = \left|C_{i=1}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n]) - \right.$$
$$- C_{i=1}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x^*{}_n])\big| = \big|\exp R_{M_1}^{-1} \circ \exp([x_1] + R^{-1}{}_{M2} \circ$$
$$\circ\, C_{i=3}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x_n])) - \exp R_{M_1}^{-1} \circ \exp([x_1] + R^{-1}{}_{M2} \circ$$
$$\circ\, C_{i=3}^{n}\exp R_{M_i(x_{i-1})}^{-1}(\exp[x^*{}_n]))\big| = \big|\exp R_{M_1}^{-1} \circ \exp([x_1] + R_{M_2}^{-1}(m)) -$$
$$\left. - \exp R^{-1}{}_{M1} \circ \exp([x_1] + R_{M_2}^{-1}(m))\right| > 0,$$

т. е. ${}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha) \neq {}_{1}^{n}\mathrm{rexp}_{in}(\alpha^*)$.

Тем самым инъективность доказана.

Если представлять измерения пространства последовательными уровневыми галактиками, то первая (иерархически самая высокая) галактика могла бы символизировать собой первое измерение (при организации галактик в онтотопике как *обратных* онточисел — см. параграф «Онточисла и онтотипы»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 379—380) или последнее измерение (при данности галактик как *прямых* онточисел) в любом базисе пространства. Как бы ни менялся базис, в любой системе отсчета предполагается нумерация измерений, где всегда будет первое измерение. Статус *переменно-первого* измерения, т. е. «первого измерения» в любой нумерации измерений любых систем отсчета, может представлять галактика порядка n (для обратных онточисел) в рамках спирального пространства $Sp^1(k_n)_{M^2}$. Аналогично можно понимать идею «i-го измерения». С этой точки зрения в измерениях пространства всегда реализуется некоторый порядок измерений, хотя сами измерения могут меняться, реализуя тот или иной случай этого порядка. Но всегда остается «схема порядка», позиции в которой и можно выражать уровневыми галактиками базовой онтотопики.

В общем случае под *онтологическим кодированием* можно понимать такое отображение $\omega{:}X \to T$ из некоторого множества X определенностей в базовую онтотопику T, что отображение w *инъективно*, т. е. разные определенности обладают разными топическими характеристиками в T, и выполнено условие:

$$\text{Если } X_1 \text{ онтологически слабее } X_2, \text{ то } \omega(X_1) <_T \omega(X_2),$$

где $<_T$ — топический порядок, т. е. порядок на элементах топики T.

Как уже отмечалось выше (см. параграф «Онтологические иерархии»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 453—458), топический порядок включает в себя проективно-модальный порядок (под которым и можно понимать порядок по «онтологической силе»), но, кроме того, *порядок дополнения* «тезиса» до «антитезиса».

В качестве элемента топики T можно рассматривать *пару* $(\alpha, r(\alpha))$ из поличисла α и его реализации $r(\alpha)$. Необходимость рассматривать пары связана с тем, что у разных поличисел могут быть одинаковые реализации, и требуется учитывать дополнительно структуру поличисла. Однако и одного поличисла недостаточно, поскольку, как можно было видеть на примере инфинитных поличисел, у одинаковых поличисел могут быть разные реализации. Вот почему наиболее полной топической характеристикой обладает именно пара из поличисла и его реализации.

Построение базовой онтотопики на неотрицательной части вещественной оси отражает идею линейного параметра топики как своего рода *меры бытия*, принимающей значения от ноля и выше (здесь аналогия с нормой в нормированном линейном пространстве). Если допускать реальность онтокодирования средствами базовой топики, то нужно будет принять идею суперспиральной организации бытия, в которой господствует некоторая линейная «ось» $[0, +\infty)$, необратимо проходящая через всю суперспиральную систему. Это некоторый «сквозной» линейный параметр «силы бытия», подобный атомному весу в Периодической системе химических элементов. В общем случае его можно было бы связать с *мерой обобщенной онтологической симметрии* того или иного начала. Такая симметрия выражает определение начала как более или менее высокого иерархического модуса в иерархии бытия, способного сохранять свою инвариантность в области своего *позитива* — того множества моделей, в которых модус дает определимые моды (см. параграф «Объем инвариантности модуса»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 119—120). В интегральном подходе Кена Уилбера идея такой меры выражена в первую очередь в порядке вертикальных уровней развития, хотя в общем случае, как уже отмечалось, здесь необходимо учитывать более полную меру степени вертикальных продвижений (по вертикальным уровням) и горизонтальных интегродифференциаций (в горизонтальных секторах). Принимая принцип Лейбница тождества неразличимых, можно было бы предположить, что не могут найтись два разных начала, которые бы обладали одной мерой бытия. *В основе любых различий в конечном итоге лежит линейное различие по мере бытия, которое при более поверхностном представлении маскируется как равноправное многообразие качеств*. Например, различие всех химических элементов в конечном итоге оказалось различием по атомному весу, т. е. по линейному параметру. В работе «Спектр сознания» Уилбер впервые показал, что многообразие психотерапевтических практик может быть линеаризвано, т. е. линейно упорядочено по вертикальным уровням развития, где определяются методы данной практики. Аналогично все многообразие звуков может быть упорядочено по высоте. Все цвета укладываются по своему цветовому тону в линейный спектр электромагнитных колебаний. Проводя дальнейшую аппроксимацию, можно было бы предположить, что подобные же линейные параметры должны лежать и в основе других онтологических многообразий. Например, каждый вид живого организма может обладать своим значением на линейной шкале (своего рода «биологическим весом»), каждая болезнь может быть охарактеризована «количеством (не)здоровья», если использовать терминологию Н. М. Амосова, в связи с которым все многообразие заболеваний укладывается в одну линию, и т. д.

Таков первый вывод из гипотезы базовой онтологической топики, в согласии с которой может быть организовано все многообразие бытия. Его можно выразить специальным утверждением.

Закон линейности

Любая определенность обладает своим значением («мерой бытия») на универсальной линейной онтологической шкале.

Далее, вспоминая, что в базовой онтотопике линейный параметр (*линейный топос*) сопровождается периодическим изменением некоторого циклического параметра, мы должны будем придти ко второму фундаментальному обобщению. Кроме линейного, в многообразии бытия есть фундаментальный циклический параметр, который характеризует любое начало как занимающее определенный *угловой топос* в фундаментальном онтологическом цикле (*онтоцикле*). В общем случае, как уже отмечалось, цикл может быть разделен на разное число делений (угловых топосов), но такие деления всегда предполагаются. Отсюда следует, что всякое начало характеризуется не только «числом бытия», но и своего рода «*углом бытия*». В общем случае, имея в виду возможность разных делений, можно говорить по крайней мере о трех угловых топосах: 1) угловой топос «начала (молодости)», который характеризуется положением в первой половине цикла, где преобладает неоформленность, активность и пластичность, 2) угловой топос «середины (зрелости)», который характеризует состояние равновесия и равенства полярных начал, 3) угловой топос «конца (старости)», выражающий заключительные стадии цикла, где преобладает законченность, оформленность и самодостаточность. Например, красная часть цветового спектра принадлежит топосу «начала», желто-зеленая часть — топосу «середины», синяя часть — топосу «конца».

Для указанных угловых топосов удобно использовать онточисловую кодировку. Поскольку здесь верхняя граница M галактики порядка 1 равна 3, то первый угловой топос можно кодировать онточислом 1_3, второй — 2_3, третий — 3_3. Более точно, разбивая угол 2π на три равные части $\varphi_1 = 2\pi/3$, $\varphi_2 = 4\pi/3$

и $\varphi_3 = 2\pi$, под угловыми топосами следует иметь в виду именно эти углы на R-окружности, сопоставленные онточислам 1_3, 2_3 и 3_3 в галактике порядка 1 в базовой онтотопике с основанием счисления $M = 3$. Поскольку $\varphi(x) = 2\pi x/M$, то в нашем случае при $M = 3$ получим $\varphi(x) = 2\pi x/3$, откуда $\varphi(1) = 2\pi/3$, $\varphi(2) = 4\pi/3$, $\varphi(3) = 2\pi$. Еще точнее было бы угловые топосы связывать с областями изменения углов на R-окружности: первый топос — с областью $[0, 2\pi/3)$, второй — с областью $[0, \varphi_2)$, где $\varphi_2 \in [2\pi/3, 4\pi/3)$, и третий — с областью $[0, \varphi_3)$, где $\varphi_3 \in [4\pi/3, 2\pi)$.

Таким образом, всякое начало бытия может быть по углу бытия отнесено либо к 1_3, либо к 2_3, либо к 3_3.

Далее следует иметь в виду, что именно угол бытия выражает момент самоподобия суперспиральной структуры онтотопики. Например, некоторая определенность X обладает углом бытия 1_3. Но она, в свою очередь, может быть дифференциацией для определенности любого угла бытия 1_3, 2_3 или 3_3. Все это будет накладывать отпечаток на угловые характеристики X, поскольку дифференциал испытывает влияние своего интеграла. Если, например, X является дифференциацией целого X^2 и X^2 имеет угол бытия 2_3, то угол бытия X можно выразить как пару углов $(2_3, 1_3)$ — это можно понимать как образование моды «угол бытия X при условии угла бытия X^2», т. е. как $1_3{\downarrow}2_3$ — угловой топос «середины-в-начале». Например, так может быть представлена стволовая клетка в организме взрослого — она «зрело-молодая», т. е. сама молодая и находится в составе зрелого организма. Более точно, под модой $1_3{\downarrow}2_3$ можно понимать циклические координаты спиральной реализации бичисла $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, где $\alpha_1 = \alpha_2 = +\infty$, и

$$r_{sp}(\alpha) = ((R^{-1}_{18}(+\infty), \varphi_{27}(R^{-1}_{18}(+\infty)), (R^{-1}_{3}(+\infty), \varphi_9(R^{-1}_{3}(+\infty)) = \\ = ((18{,}4\pi/3), (3{,}2\pi/3)).$$

Если брать только угловую проекцию спирального вектора, то получим:

$$p_2\, r_{sp}(\alpha) = p_2((18{,}4\pi/3), (3{,}2\pi/3)) = (4\pi/3, 2\pi/3),$$

что можно понимать как пару $(2_3, 1_3)$, если под 1_3 и 2_3 иметь в виду угловые характеристики онточисла. Со стороны определенности X, топос которой стоит на втором месте пары $(2_3, 1_3)$, последнюю можно понимать как моду $1_3{\downarrow}2_3$.

Так в состав угла бытия φ_1 определенности X начинают входить углы бытия φ_i, $i = 2, ..., n$, интегралов $X^2, ..., X^n$, дифференциалом которых является X. В итоге возникает многоуровневый угол бытия определенности X — как мода $\varphi_1{\downarrow}\varphi_2{\downarrow}...{\downarrow}\varphi j_n$. Если каждый одноуровневый угол бытия определен на k значениях, то для многоуровневого угла $\varphi_1{\downarrow}\varphi_2{\downarrow}...{\downarrow}\varphi_n$ возникает k^n разных видов многоуровневых углов бытия. Для $k = 3$ таковы, например, $1_3{\downarrow}1_3$ — «начало в начале», $1_3{\downarrow}2_3$ — «середина в начале», $1_3{\downarrow}3_3$ — «конец в начале», $2_3{\downarrow}1_3$ — «начало в середине» и т. д.

Таким образом, угол бытия — более дифференцированная характеристика, чем мера (число) бытия, что связано с суперспиральностью базовой онтотопики.

Так или иначе, но всякая определенность обладает по крайней мере одноуровневым углом бытия, что можно также выразить отдельным принципом.

Закон цикличности

Любая определенность обладает своим значением («углом бытия») в системе универсальной циклической организации бытия.

Соединяя в полном определении начала X его линейные и циклические характеристики, мы получим наиболее полное представление об X как об актосе, заполняющем соответствующий топос в базовой онтотопике. Единство линейности и цикличности рождает спиральность, так что в конечном итоге всякая определенность обладает спиральной мерой бытия, что можно выразить соответствующим итоговым принципом.

Закон спиральности

Любая определенность обладает своим топосом в суперспиральной системе базовой онтотопики, объединяя в единой спиральной мере бытия свои число бытия и угол бытия.

Более операционально это можно выразить так, что определенности X сопоставляется число $x \geq 0$ на вещественной полуоси, где строится базовая онтотопика, так что выполняется равенство $x = k/M$ для некоторых k и M, и k/M — несократимая дробь. Тогда x может быть представлено в M-топике M-ичным числом $q_n, q_{n-1}, \ldots, q_{m-1}, q_m$, что соответствует внешней реализации

$$ {}_m^n r_{ex}(\alpha) = q_n R^{-1}_{M^n}(+\infty) + q_{n-1} R^{-1}_{M^{n-1}}(+\infty) + \ldots + q_m R^{-1}_{M^m}(+\infty) = \Sigma^m_{i=n} q_i M^i, $$

где $q_i = 0, 1, \ldots, M - 1$,
инфинитного поличисла α. Тем самым мы получаем топический портрет числа x, откуда может быть выражен и угловой параметр определенности X:

$$ \varphi_j(X) = 2\pi q_j M^j/M^{j+1} = 2\pi q_j/M,\ j = m, m + 1, \ldots, n. $$

Полной характеристикой определенности X станет в этом случае пара $(x, \varphi^*(X))$, где $\varphi^*(X) = \varphi_m(X) \downarrow \varphi_{m+1}(X) \downarrow \ldots \downarrow \varphi_n(X)$, которую можно рассматривать как спиральную меру бытия X.

Но таким образом могут быть представлены только те определенности, которые обладают *рациональной* мерой бытия x. Посмотрим, что будет следовать из теории онтотопики, если x иррационально.

Топика с основанием счисления M — это своего рода «сеть бытия», которая набрасывается на бытие, приводя к его суперспиральным делениям и возникновению соответствующих видов определенностей. Если мера бытия X иррациональна, это означает, что X не может быть «пойман» ни одной топикой с целым основанием счисления M. Более точно можно утверждать, что для выражения иррациональной меры бытия x в M-топике, где M — целое число (имеется в виду, что M — верхняя граница галактики первого порядка в базовой онтотопике), необходимо дробление единичной галактики на бесконечно много бесконечно малых делений, и только бесконечным числом таких бесконечно малых галактик можно приблизить величину x. Это означает, что бытие X несоизмеримо с M-топиками.

Как и в случае любой несоизмеримости, мы можем привлечь для решения этой проблемы средства R-анализа.

Бесконечно малые галактики, которые требуются для приближения иррационального x, можно действием обратных R-функций финитизировать до конечных монад. Одновременно и вся вещественная неотрицательная полуось топики будет свернута в полуинтервал [0, M*) с некоторым верхним параметром M*. Тем самым первоначальная базовая онтотопика окажется погруженной в более мощную онтотопику, в которой, в частности, иррациональное число x будет представлено рациональной величиной x*. Поясню, как получается x*.

Поскольку число x* рационально в M*-топике, то будет существовать его представление $k^*/M^* = x^*$. Это значит, что бесконечно малые деления M-топики начинают представляться *конечными* делениями M*-топики с некоторым шагом деления, в качестве которого можно предположить величину M^{*-1}, которая M* раз укладывается в единице M*-топики, а M* — это финитизированная форма бесконечности для M-топики. Величины nM^*, где $n = 0, 1, ..., M^{*2}$, покрывают отрезок [0, M*], представляя в M*-топике «нижнее» бесконечно малое разбиение M-топики (здесь полная аналогия с конечным натуральным рядом 1, 2, ..., M*, которым начинает представляться в M*-топике бесконечный натуральный ряд M-топики. Таким образом, M-топика входит в состав M*-топики, финитизируясь и «сверху», и «снизу»). Когда иррациональное число x из M-топики попадает в M*-топику как величина $R^{-1}_{M^*}(x)$, то $R^{-1}_{M^*}(x)$ обязательно окажется в некотором полуинтервале $[nM^{*-1}, (n+1)M^{*-1})$, и тогда величину nM^{*-1} можно считать рациональным приближением x в M*-топике, т. е. $x^* = nM^{*-1}$.

Замечу, что описанная процедура может быть рассмотрена как общий метод «рационализации» иррациональных чисел в R-анализе. *Феномен «рациональности—иррациональности» числа также оказывается относительным, зависящим от той или иной числовой R-системы.*

Итак, определенности с иррациональными мерами бытия требуют перехода к более мощным базовым онтотопикам, в которых иррациональная мера бытия рационализируется, улавливаясь делениями более мощной онтотопики.

Аналогично решается вопрос для определенностей, которые обладают бесконечно большими мерами бытия x. Переход к более мощной M*-топике приведет к представлению таких величин как чисел $x^* \geq M^*$, часть из которых уже может быть конечной в M*-топике.

В еще более общем случае феномен иррациональности и бесконечности может обладать степенями, требуя выхода за рамки *множества* онтотопик, а не только первоначальной М-топики. Тогда, например, иррациональное число x в М-топике может оставаться по каким-либо причинам иррациональным и в М*-топике, так что потребуется выйти за пределы последней в некоторую еще более мощную М**-топику и т. д., пока не произойдет на некотором шаге трансцендирования рационализация иррационального x. Тогда тот номер трансцендирования, на котором произошла рационализация иррациональной величины, может служить ее характеристикой как *порядка* иррациональности. Подобная процедура, например, может быть применена в отношении к бесконечно малым и бесконечно большим разных порядков. Наконец, если потребуется бесконечное число трансцендирований, то вся *бесконечная последовательность онтотопик* в свою очередь может быть финитизирована переходом к *суперонтотопике*, где бесконечная последовательность предыдущих топик будет представлена некоторой конечной последовательностью. Так, благодаря R-анализу, мы можем «приручить» любую бесконечность, финитизируя ее соответствующим R-преобразованием. Граница между конечным и бесконечным вообще теперь становится условной — любая бесконечность может быть финитизирована, но и любая конечность может обнаружить за собой бесконечный прообраз. Все зависит от R-систем, в которых всегда только и рассматривается то или иное состояние количества. Состояния конечности и бесконечности оказываются разными модами одного количества-модуса, которое можно называть *фин-инфинитным количеством* — единством своих финитных и инфинитных представлений.

Параллельно топике может быть построена *антитопика* — топика, в которой все галактики растут от противоположных полюсов количества. Для выражения такой топики нам нужна булева алгебра не на внутренностях галактик, что выражается в алгебре диад или тетрад, но *булева алгебра на самих галактиках*.

В общем случае, если даны галактики G(M) и G(M*) с верхними границами M, M* и R-функциями R_M^{-1} и $R_{M^*}^{-1}$ соответственно, где $M^* > M$, то относительно M*-галактики можно построить *галактику-дополнение* $D_{M^*}G(M)$ с верхней границей M*-M и обратной R-функцией $D_{M^*}R_M^{-1}$, нолем которой будет элемент ±M*, где

$$D_{M^*}\, R_M^{-1}(x) = M^* - R_M^{-1}(x) \text{ при } x > 0,$$
$$D_{M^*}\, R_M^{-1}(x) = -M^* - R_M^{-1}(x) \text{ при } x < 0,$$
$$D_{M^*}\, R_M^{-1}(0) = \pm M^*.$$

Прямая R-функция для галактики-дополнения $D_{M^*}G(M)$ будет выглядеть таким образом:

$$D_{M^*}\, R_M^{+1}(x) = R_M^{+1}(M^* - x) \text{ при } x \in (M, M^*),$$
$$D_{M^*}\, R_M^{+1}(x) = R_M^{+1}(-M^* - x) \text{ при } x \in (-M^*, -M),$$
$$D_{M^*}\, R_M^{-1}(\pm M^*) = 0.$$

Посредством дополнительных галактик мы можем выражать «антитезисы». Для галактики G(M), как «тезиса», ее «антитезисом» относительно галактики-«синтеза» G(M*) будет галактика-дополнение $D_{M^*}G(M)$.

Используя базовую онтотопику T, мы можем ее свернуть обратной R-функцией с верхним параметром M′ в топику $T_{M'}$ и построить новую топику $DT_{M'}$, которая будет расти от M′ как своего ноля к нолю как своей бесконечности. Для этого достаточно на свернутую топику $T_{M'}$ подействовать преобразованием $D_{2M'}(T_{M'}) - M'$. Это значит, что каждой точке $x \in T_{M'}$ будет соответствовать точка $D_{2M'}(x) - M'$ из топики $DT_{M'}$. Топику $DT_{M'}$ я буду называть *антитопикой* для топики $T_{M'}$.

В топике T можно использовать средства антитопики в рамках каждого «синтеза», рассматривая вместе «тезисы» и «антитезисы». Еще раз напоминаю, что одна топика может выражать только свои «тезисы», как это было описано выше, и если возникает потребность выделить «антитезисы», то это можно сделать только в рамках антитопики.

Рассмотрим для примера базовую 2-топику. В первой галактике G(2) 1-го порядка (p = 1) с M = 2 мы можем выразить только «тезис» — как неотрицательную часть области определения [0, 1> единичной галактики G(1) (нулевого порядка p = 0), и «синтез» — как неотрицательную область определения [0, 2> первой галактики G(2) порядка 1 ($k_p = 1$ и p = 1). В качестве «антитезиса» здесь выступит положительная часть дополнение $D_2G(1)$, занимающая область <1, 2].

Но пока речь шла только о линейных параметрах галактик в антитопике. А каковы здесь будут циклические определения?

В общем случае неотрицательной части галактики-дополнения $D_{M^*}G(M)$ можно поставить в соответствие однополюсную окружность по правилу:

$$\varphi(x) = -2\pi(M^* - x)/(M^* - M), \text{ где } x \in \langle M, M^*].$$

Это будет означать, что вращение на однополюсной окружности, сопоставленной неотрицательной части галактики-дополнения $D_{M^*}G(M)$, будет идти в противоположном направлении — от ноля до -2π.

Наконец, на топике и антитопике можно попытаться определить булеву алгебру, используя дополнение $D_{M^*}G(M)$. Такую алгебру можно определить изоморфно булевой алгебре на областях определения галактик, используя булев ноль для умножения смежных галактик с общей границей. Например,

$$G(M) + D_{M^*}G(M) = G(M^*),$$
$$G(M)^*D_{M^*}G(M) = 0,$$

где + — булево сложение, * — булево умножение.

В случае общей ненулевой части у топосов из топики и антитопики будем рассматривать эту часть как новый элемент *комплексной топики*.

Например, в 3-топике можем рассмотреть топос

$$2_3{}^*D_3(1_3).$$

Он будет соответствовать сегменту <1, 2> (и соответствующему угловому сегменту на однополюсной окружности), который не будет ни «тезисом», ни «антитезисом», т. е. будет представлять собой некоторый новый тип топоса. Булева алгебра в этом случае расширяется на множество всех таких возможных топосов, которые могут быть получены булевыми операциями из «тезисов» и «антитезисов» и их булевых композиций.

Поскольку в определениях топики фигурируют разного рода спиральные пространства, топические структуры могут быть определены как некоторый вид плерональных многообразий.

Тема 4

ОБРАЗЫ СИНТЕЗА В КУЛЬТУРЕ

ЧАСТЬ 1. СИНТЕЗЫ В ФИЗИКЕ

Как и ранее, не претендуя на полноту, я постараюсь представить в этой части ряд примеров синтеза из области физического знания. Тот факт, что выбраны те или иные конкретные примеры, сам по себе довольно случаен и определен «индивидуальным распределением» моего интереса к физическим проблемам и моими скромными математическими возможностями. Тем не менее я думаю, что и эта случайная выборка примеров позволит в определенной мере создать представление о физике как существенно синтетическом логосе.

Глава 1
Теория Life

§ 1. Большая Физика и феномен жизни

Приступая к проблеме исследования физического познания, следует в первую очередь отметить, что физика пока изучает мир вещей — неорганических объектов и процессов. Я не думаю, что такое современное состояние физики является существенным для определения этой науки. По-видимому, возникнув из натурфилософии, физика будет в дальнейшем лишь все более возвращаться к этому состоянию, но на более высоком уровне научной строгости и целостности. Тогда физика как наука о вещах — лишь временный и условный ее образ. Можно сказать и так, что есть много физик — есть Физика с большой буквы и есть множество малых физик. «Большая Физика» представляет собой, по-видимому, некоторый гносеологический предел, к которому реальная физика может только бесконечно приближаться. Рано или поздно на этом пути физика включит в себя и мир субъектов — живых существ. Потому современная физика — лишь одна из возможных мод Большой Физики. Подобное рассуждение приложимо, по-видимому, ко всякой науке — биологии, психологии, социологии. Возможно, само различие наук столь выражено лишь до тех пор, пока они существенно далеки от своих прообразов — Биологии, Психологии, Социологии. Там же, в пределе, все науки сливаются в некоторую Науку с большой буквы, которая сама, возможно, входит в состав Жизни, образуя одну из ее бесконечных граней, наряду с Искусством, Религией и т. д.

Имея в виду этот идеал Большой Физики, позволю себе заговорить здесь о физике не во вполне общепринятом сегодня смысле. Развивая множество деталей, физика сегодня все же не должна терять целого — некоего общего плана бытия, в рамках которого находят свое должное место многообразные детали. Ниже я постараюсь несколько затронуть проблему этого общего плана, явно или неявно предпосылаемого всякому физическому исследованию. Говорить об этой проблеме я буду стараться с позиций синтетического подхода, который заложен в конструкциях всякой Проективно Модальной Онтологии. В самом деле, всякая Онтология предполагает свою общую «физику», связанную по крайней мере с выделением основных проективно-модальных объектов — мод, модусов, моделей и т. д. И здесь можно задать вопрос: какой могла бы быть Проективно Модальная Физика, т. е. некоторое физическое знание, органично вырастающее из проективно-модальных интуиций? Ниже я и попытаюсь набросать некоторый эскиз такой физики, вполне еще первоначальный эскиз, в котором указаны лишь некоторые принципиальные положения. И пускай читателя не удивляет, что уже сейчас я затрону проблему соотношения сознания и материи, поскольку, как представляется, невозможно создать учение о материи, не предположив одновременно некоторой теории сознания, и наоборот. Эти две стороны бытия тесно связаны друг с другом и отсылают одна к другой. Тот факт, что современная физика все более осознает это, указывает, по-видимому, на существенное продвижение в ее развитии. Итак, я постараюсь описать некоторый схематизм физического знания, уходящий основаниями в проективно-модальные конструкции и тесно координирующий между собою проблемы материи и сознания. Эти два аспекта, как окажется, вытекают один из другого. Эту теорию я буду называть «Теория Life» (Теория «Жизнь»), поскольку феномен бытия окажется в ее рамках глубоко укорененным в феномене жизни.

Отсюда важным оказывается размышление о феномене жизни вообще. Что такое жизнь, живое существо, чем живое отличается от неживого и т. д. Все это вопросы биологии или философии биологии, но понимаемой в гораздо более универсальном — космическом, онтологическом, «картиномировом» — звучании. Нужен какой-то новый, постнеклассический, образ онтологии, который существенно определит в себе феномен жизни и сознания.

С другой стороны, как понимать саму жизнь? Что будет означать ее онтологизация?

Здесь, как можно предположить, важную роль будет играть представление жизни, живого существа как сущности, обладающей собственным внутренним миром. Выше я уже использовал одно определение жизни, которое будет воспроизведено и здесь.

Жизнь есть сущность, обладающая «внутренним», — вот простейшее определение жизни, некоторый минимум смысла, через развитие которого во многом будет строиться все последующее изложение.

По поводу этого определения хотелось бы заметить следующее. У каждого человека есть своего рода «феноменология живого», которая формируется на основе личного опыта наблюдения самого себя, общения с другими людьми и прочими живыми существами. Как представляется, в рамках такой феноменологии сущность, обладающую своим внутренним миром, как бы она не выражала себя вовне, уже можно назвать живой, в то время как самые совершенные имитации живого поведения при отсутствии собственного измерения внутреннего мира всегда будут вызывать сомнения в том, насколько они на самом деле живые. Отсюда, как представляется, вытекает важность феномена «внутреннего» для определения жизни, живого существа.

Таким образом, в этой части, как и ранее, я буду предположить, что феномен внутреннего есть наиболее существенная характеристика живого, в то время как все иные его определения, например метаболизм, самоорганизация, способность к развитию и т. д. должны так или иначе выводиться из этого фундаментального свойства (см. параграф «К проблеме биологической аксиоматики»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 467 и далее).

Ниже я более строго свяжу эти модели с конструкциями Проективно Модальной Онтологии.

§ 2. Основные принципы Теории Life

Проблема сущности жизни издавна была одной из наиболее таинственных и трудных проблем, привлекавших к себе внимание многих мыслителей. По-видимому, феномен жизни труден для понимания особенно тем, что это некоторое третье состояние по отношению к чистому сознанию и чистой материи. Это своего рода *материя-сознание*, способная проявлять себя и как материальное начало и как сознание. Термин «материя-сознание» можно понимать приблизительно в том же духе, что и термин «пространство-время». В обоих случаях речь идет о некотором третьем, синтетическом, начале, сплавляющем в своем единстве два полярных момента. Для выражения категории материя-сознание я использую идею так называемых *онтологических экранов*[1].

Предполагается, что, подобно тому как на экране телевизора или на киноэкране возникают разного рода сменяющие друг друга во времени светоцветовые определенности, образуя свой малый мир, всякая реальность (онтология) предполагает нечто вроде своего экрана-фона, на котором возникают и исчезают все определенности этой онтологии. Только это уже не только экран свето-цвета, это уже *экран самого бытия, показать на котором нечто одновременно означает вызвать это нечто к бытию в данной онтологии*.

Итак, предполагается структура онтологии, возможного мира, как некоторой системы экранов. На этих экранах «показываются» материя, процессы,

[1] Подробнее см.: *Моисеев В. И.* Экранная модель сознания // Логика Добра. Нравственный логос Владимира Соловьева. М.: Эдиториал УРСС, 2004. С. 362—367.

пространство и время, вещи, тела живых существ, их мысли, чувства — одним словом, все то, что вообще бывает в этом мире.

С другой стороны, продолжая аналогию с киноэкраном, можно заметить, что если на экране-фоне возникает некоторое «изображение», то, следовательно, есть и некоторый источник этого «изображения» — та онтологическая «лампа» и тот онтологический «слайд», представление которого возникает на экране в виде «изображения». Следовательно, за видами бытия, являющимися на онтологических экранах, лежат и некоторые их источники. Так, из аналогии возникает онтологическая конструкция «источник—изображение—экран». Источник проецирует себя на онтологический экран и образует свое изображение. Так рождается проявленное бытие[1].

По-видимому, нам легче понять эту конструкцию по отношению к сознанию. Наше или чужое сознание мыслится нами в первую очередь как некоторый фон бытия (экран), на котором «показываются» те или иные картины. Специфика бытия сознания по сравнению с бытием материальных вещей как раз и состоит в том, что вещи всегда занимают только части онтологических экранов, в то время как сознание способно «застилать» собою весь экран бытия. Таково именно наше «я». Как бы мы не рефлектировали над своим «я», но и это мы способны делать только в той мере, в какой предпосылаем всем этим рефлексиям еще более глобальное «я», которое продолжает внутри себя полагать все иные определенности, мыслимые в данный момент. Следовательно, с сознанием надо обращаться осторожно. Оно не вещь. Оно способно уйти в тотальность всего бытия, перестав быть определенным, но давая возможность определять все иное. По-видимому, наиболее ярко подобное понимание сознания и эго («я»)[2] присуще феноменологическим традициям философии, восходящим к работам Гуссерля.

До некоторой степени такую природу сознания можно попытаться выразить идеей онтологического экрана. Экран-фон будет обеспечивать в этом случае некоторый «интервал экстремальности», в рамках которого может быть воспроизведена своя максимальность и минимальность бытия. Изображение, застилающее экран, — это максимум одномоментного бытия. Для экрана, по-видимому, характерно и некоторое минимальное изображение («точка»).

Конечно, когда мы рассуждаем об экранах, мы полагаем их как некоторые локальности на нашем текущем экране сознания. Но главное состоит в том, что мы теперь мыслим локальности, подобные глобальностям, на которых до некоторой степени можно имитировать этот эффект глобальности.

Попытаемся теперь представить структуру онтологии, в которой есть система своих онтологических экранов.

---

[1] Для более строгого представления об этой конструкции см. следующие работы, например: *Моисеев В. И.* Проективно-модальная Онтология и некоторые ее приложения // Логические исследования. Вып. 11. М.: Наука, 2004. С. 215—227.

[2] Напоминаю, что в этой работе я использую словоряд «душа—сознание—я» как во многом разные указатели на общее им единство внутреннего мира живого существа.

Во-первых, в онтологии можно предположить некоторое «внешне-общее бытие»[1], выступающее в качестве своего рода общей сцены, на которой все участники онтологического действа играют свою роль в своем внешнем материальном облачении. Такое общее бытие в рамках экранной теории онтологии также является результатом «показа» на некотором онтологическом экране. Назовем такой экран *внешним онтологическим экраном*. На нем показываются в первую очередь материальные объекты, в том числе и материальные тела различных живых существ. Картину на внешнем экране мы обычно называем «объективной реальностью», «материальным миром», «физической реальностью».

Положим далее, что в онтологии течет время, и в каждый момент времени задан свой внешний онтологический экран. С этой точки зрения экран выступает аналогом пространства, но пространства не только геометрического, а в том числе пространства качеств, процессов и т. д.

Поскольку феномен сознания в онтологии связывается с заданием онтологических экранов, то, следовательно, и внешний экран связан с некоторым сознанием, с некоторым эго, «я». Активность этого «я» проявляется в «представлении» общих материальных событий онтологии, в действии законов этой материальности. Такое «я» можно также называть *внешним эго* (*внешним «я»*), аналогом которого в философии можно считать идею Души Мира (Anima Mundi)[2].

Здесь пришла пора более определенно поговорить о соотношении онтологических экранов и эго.

В общем случае эго понимается здесь как некоторая полнота совокупного бытия некоторого субъекта, существа. По-видимому, эго не исчерпывает себя изображением на одном онтологическом экране в один момент времени. Эго охватывает все свои изображения на всех онтологических экранах во все моменты времени. Эго — это некоторая *инварианта* онтологических экранов, нечто, что воспроизводит себя на множестве экранов в разные моменты времени.

Правда, уже материальные объекты являются таковыми, коль скоро они длятся во времени материального бытия, т. е. переходят с одного внешнего экрана на другой. Поэтому следует указать, каким именно *видом* экранных инвариант являются эго. Здесь самое первое решение состоит в том, чтобы эго рассмотреть как такую разновидность экранных инвариант, которые хотя бы на одном онтологическом экране достигают максимального изображения, как бы «застилают» собою этот экран. Тогда не-эго могли бы быть сущностями онтологии, не способными к эффекту тотализации хотя бы на одном экране. Но я приму хотя и близкое к этому, но несколько иное решение.

---

[1] Такое внешне-общее бытие коррелирует с правым нижним сектором ОНИ (Its) в интегральном подходе Уилбера.

[2] Внешнее эго специфично тем, что изображения его экрана образуют внешне-общую среду материальности в данной онтологии — его «внутреннее» оказывается единственным и одновременно есть «внешнее».

Речь пойдет еще об одной характеристике экранных изображений, кроме их «размеров». Подобно тому как изображение на экране телевизора может быть более или менее четким, определенным, об «изображениях» в онтологических экранах тоже можно говорить в терминах «определенности-неопределенности». Само бытие может быть более определенным, например более четко отделяющим друг от друга всякую данность и ее отрицание, и менее определенным, например пронизанным случайностью и вероятностью различных альтернатив.

Будем далее при построении теории «внутреннего» придерживаться элементов философии витализма, полагая, что в том числе могут быть «живыми» и неорганические объекты, но «жизнь» их представляет собой слабейшие для онтологии степени[1]. Отличает их от живых существ в онтологии степень определенности их собственных экранов сознания. У неорганических эго определенность максимальных «изображений» их экранов крайне низка, напоминая этим состояние глубочайшего сна без сновидений.

Итак, теперь мы готовы к тому, чтобы разъяснить некоторые понятия постнеклассических экранных онтологий.

1. Зафиксируем некоторую онтологию ω.
2. Предположим, что в онтологии ω течет время.
3. В каждый момент времени предполагается заданным внешний экран онтологии, на котором представляются материальные состояния этой онтологии.
4. За внешним экраном онтологии находится некоторое эго (внешнее эго онтологии), проявляющее себя в максимальном «изображении» общего экрана (полноте материального бытия) в каждый момент времени.
5. Кроме внешнего эго, предполагаем заданными в онтологии другие эго. Можно предположить, что то или иное начало является эго в онтологии если только если оно обладает своими собственными онтологическими экранами.
6. Каждое эго обладает собственным онтологическим экраном в каждый момент времени. Это внутренние экраны[2], отличные от внешнего онтологического экрана и сосуществующие с ним в каждый момент времени (тем самым решается вопрос о том, где *место* бытия, в котором существуют состояния внутреннего мира живого существа — они существуют на его внутренних онтологических экранах, «лежащих» рядом с внешним экраном онтологии).
7. Договоримся, что на своих экранах эго дает (в том числе[3]) максимальное «изображение» в каждый момент времени, в то время как на чужих экранах это могут быть только немаксимальные «изображения» (не исключая случая и отсутствия «изображения» как своего рода нулевого «изображения» на экране).

[1] Подобную идею мы можем найти, например, в современной версии панентеизма Пьера Тейяра де Шардена, который пишет о «ткани универсума», пронизанной жизнью во всяком своем отрезке.

[2] В AQAL-схеме Уилбера не-внешним онтологическим экранам можно сопоставить левые секторы, символизируемые местоимениями я-мы.

[3] Средствами проективно-модальной онтологии можно показать, что возможна ситуация, когда эго одновременно дает на своем экране несколько разных изображений, например, это может быть максимальное изображение и множество немаксимальных изображений.

8. Сущность проявляет себя на внешнем экране как живое существо (живое материальное тело) если только если эта сущность является эго, которое обладает *определенным* «изображением» хотя бы на одном своем экране.

9. Эго, у которого все изображения на своих экранах неопределенны, проявит себя как неживое материальное тело на внешнем экране онтологии.

10. Конечно, не исключаются случаи, когда на внешнем экране онтологии в качестве неживых материальных тел проявляют себя вообще некоторые сущности, не являющиеся эго. Такие сущности ни на одном онтологическом экране не дают максимальных «изображений», даже неопределенных. Через такого рода сущности можно интерпретировать надатомарные материальные объекты (молекулы, неживые макротела), за исключением материальных тел живых существ.

Описанную выше систему положений я буду обозначать далее как *Теорию Life*.

В описанной выше системе стартовых положений Теории Life состояние материи-сознания можно выразить через не-внешнее эго, которое на внешнем экране онтологии проявляет себя как материальное тело, а на своем экране — как полнота изображения своего «внутреннего».

Материя-сознание — это инварианта более высокого уровня, переходящая от своего представления на *внешнем экране онтологии*, где даны все материальные образования, к представлению на *внутреннем онтологическом экране*, где вся определенность дана как сознание данной сущности. Таким образом, материя-сознание — это *сильно-полиэкранная* сущность, определенная как инварианта внешних и не-внешних экранов онтологии, в то время как материя отдельно и сознание отдельно — это *слабо-полиэкранные* образования, определенные либо как инварианты только внешних экранов (материя), либо как инварианты только внутренних экранов (сознание) [1].

Итак, согласно предложенной модели, у мира есть внешний онтологический экран и не-внешние (внутренние) онтологические экраны. Онтологический экран — это, по-видимому, пространство мира, но пространство не только геометрическое, а пространство как полнота бытия мира в тот или иной момент времени (онтологическое пространство). Критерием полноты является здесь, по-видимому, задействование всего *пространства возможностей* онтологии, а не только его актуальной реализации. Главное, чтобы *система определенностей была выражена как та или иная реализация (более или менее полная) максимального пространства возможностей онтологии*. Вот только в этом случае такая система определенностей, взятая в единстве со всем пространством возможностей, может, по-видимому, заполнять собой весь онтологический экран.

[1] Параллели с идеями инвариантности здесь не случайны, поскольку каждый онтологический экран может быть представлен как аналог системы отсчета, а изображения на нем — как представления тех или иных инвариант (скаляров или тензоров) в системах отсчета. Полиэкранные сущности — те, которые образуют свои представления более чем на одном онтологическом экране. Они выступают инвариантами переходов между онтологическими экранами, подобно тому как, например, вектор является инвариантом при переходах между разными системами отсчета.

Материя уже полиэкранна в рамках разных онтологических внешних экранов в разные моменты времени (так выражается инвариантность материи во времени). Особая специфика должна возникнуть при переходе от внешнего онтологического экрана к тому или иному внутреннему экрану. По-видимому, только в таком переходе проявится некоторая целостность, превышающая ресурсы материального пространства-времени (как последовательности всех внешних онтологических экранов во времени).

§ 3. К аксиоматике Теории Life

Несомненно, что описанная концептуализация является пока еще только первым шагом по направлению к выражению феномена воплощенной жизни. В дальнейшем она могла бы уточняться и дополняться в самых различных направлениях. Например, можно было бы поставить проблему более сложного выражения телесности живого существа. Или можно было бы поставить вопрос о выражении форм жизни с разной «глубиной» эго — от только эквивалентов сознания короткоживущих человеческих сообществ до «сильного» сознания человеческого гения. Несомненно, целое направление исследований представляет собой проблема структуры «изображений» онтологических экранов, в том числе экранов сознания (внутренних эго). Но в любом случае необходимо с чего-то начать. В качестве такой начальной системы смыслов я и перехожу ниже к несколько более строгому выражению описанной выше модели в рамках некоторой Теории Life. Здесь сразу хочу отметить, что базовая конструкция «источник — изображение — экран» находит свое лучшее выражение в терминах развиваемой мной Проективно Модальной Онтологии. Источник интерпретируется здесь как модус, изображение — как мода, экран — как модель. Поэтому представленную выше экранную теорию сознания-жизни я буду развивать в рамках некоторой подходящей версии Проективно Модальной Онтологии.

Предположим, что у нас есть некоторая онтология, выстраиваемая на основе первичного предиката:

$$\mathrm{Mod}(a, b, c, f, e, h, \omega) \text{ — предикат } 7\omega\text{-Онтологии.}$$

Для этой версии онтологии заданы все обычные средства: аксиомы, определения, законы экстенсиональности и т. д. Кроме того, возникают дополнительные аксиомы, координирующие между собою указанный предикат и ряд других первичных предикатов. Ниже они будут приведены.

В Теории Life, кроме указанного модального предиката, будут использоваться также следующие первичные предикаты:

$\mathrm{Ego}(a, \omega)$ — «a есть эго (я) в онтологии ω».

$\mathrm{Screen}(a, b, t, \omega)$ — «a есть онтологический экран эго b в момент времени t в онтологии ω».

$\mathrm{Time}(t, \omega)$ — «t есть момент времени в онтологии ω».

LBd(a, c, b, e, t, ω) — «a есть живое тело для эго b с модой c, образующейся на внешнем экране e в момент времени t в онтологии ω».

D(a) — «a есть определенное состояние».

Ex(a) — «a есть внешнее состояние».

In(a) — «a есть внутреннее состояние».

Дополнительные аксиомы теории Life.

Аксиомы координации

(ACoord1) $Ego(a, \omega) \supset Mod^{27}(a, \omega)$ — если a есть эго в онтологии ω, то a есть модус в этой онтологии.

(ACoord2) $Screen(a, b, t, \omega) \supset Mod^{237}(b, a, \omega) \wedge Time(t, \omega)$ — если a есть экран эго b в момент времени t в онтологии ω, то a есть модель модуса b в онтологии ω и t есть момент времени в этой онтологии.

(ACoord3) $Time(t, \omega) \supset Mod^{27}(t, \omega)$ — если t есть момент времени в онтологии ω, то t есть модус в онтологии ω.

Таким образом, аксиомы координации координируют немодальные первичные предикаты с модальными предикатами и между собой.

Аксиома несовместимости

$\exists a \exists t Screen(b, a, t, \omega) \supset (Ex(b) \equiv \rceil In(b))$ — если b есть онтологический экран, то b является внешним тогда и только тогда, когда b не является внутренним состоянием.

Аксиома экрана

(AScreen) $\forall a \forall t(Ego(a, \omega) \wedge Time(t, \omega) \equiv \exists b Screen(b, a, t, \omega))$ — a является эго и t является моментом времени в онтологии ω если только если существует онтологический экран для a в момент времени t.

Аксиома эго

(AEgo) $\exists a \exists c(Ego(a, \omega) \wedge \forall b \forall t(Screen(b, a, t, \omega) \supset Ex(b)) \wedge Ego(c, \omega) \wedge \wedge \forall d \forall t(Screen(d, c, t, \omega) \supset In(d)))$ — существуют внешнее и внутренее эго в онтологии ω.

Такие названия связаны со следующими определениями:

(DExEgo) $ExEgo(a, \omega) \equiv Ego(a, \omega) \wedge \forall b \forall t(Screen(b, a, t, \omega) \supset Ex(b))$ — внешнее эго как эго, любые экраны которого в любой момент времени есть внешние экраны онтологии ω.

(PInEgo) $InEgo(a, \omega) \equiv Ego(a, \omega) \wedge \forall b \forall t(Screen(b, a, t, \omega) \supset \rceil Ex(b))$ — внутреннее эго как эго, любые экраны которого в любой момент времени не есть внешние экраны онтологии ω.

Используя указанные определения, легко можно доказать следующую теорему.

Теорема 1

$$\exists a \exists c(ExEgo(a, \omega) \wedge InEgo(c, \omega)).$$

Аксиома L-статуса

(ALSt) $\forall a \forall b \forall t(Screen(b, a, t, \omega) \supset \forall c \forall d(Mod^{1237}(c, a, b, \omega) \wedge Mod^{137}(d, b, \omega) \supset Mod^{127}(d, c, \omega)))$ — любая мода эго на своем экране в любой момент времени является максимальной модой из всех мод на этом экране.

Термин «L-статус» связан со следующим определением:

(DLSt) $LSt(a, b, \omega) \equiv Mod^{237}(a, b, \omega) \wedge \forall c \forall d(Mod^{1237}(c, a, b, \omega) \wedge Mod^{137}(d, b, \omega) \supset Mod^{127}(d, c, \omega)))$ — модус a дан в L-статусе в модели b в онтологии ω.

Отсюда легко доказать следующую теорему.

Теорема 2

$\forall a \forall b \forall t(Screen(b, a, t, \omega) \supset LSt(a, b, \omega))$ — в ω-онтологии любое эго в любой момент времени находится на своем экране в L-статусе.

Аксиома M-статуса

(AMSt) $\forall a \forall b \forall t(Ego(a, \omega) \wedge Screen(c, b, t, \omega) \wedge \rceil(a =^{\omega} b) \supset \exists d \exists e(Mod^{1237}(d, a, b, \omega) \wedge Mod^{137}(e, b, \omega) \wedge \rceil Mod^{127}(e, d, \omega)))$ — любое эго на чужом экране в любой момент времени образует немаксимальную моду.

Термин «M-статус» связан со следующим определением:

(DMSt) $MSt(a, b, \omega) \equiv Mod^{237}(a, b, \omega) \wedge \exists c \exists d(Mod^{1237}(c, a, b, \omega) \wedge Mod^{137}(d, b, \omega) \wedge \text{щ}Mod^{127}(d, c, \omega)))$ — модус a дан в M-статусе в модели b в онтологии ω.

Отсюда легко доказать следующую теорему.

Теорема 3

$\forall a \forall b \forall t(Ego(a, \omega) \wedge Screen(c, b, t, \omega) \wedge \rceil(a =^{\omega} b) \supset MSt(a, b, \omega))$ — в ω-онтологии любое эго в любой момент времени находится на чужом экране в M-статусе.

Аксиома невозрастания

(ANUp) $\forall a \forall b \forall c \forall d \forall e \forall t \forall x(Mod^{127}(a, b, \omega) \wedge Ego(b, \omega) \wedge Mod^{1237}(c, b, d, \omega) \wedge Mod^{1237}(e, a, d, \omega) \wedge Screen(d, x, t, \omega) \supset Mod^{127}(e, c, \omega))$ — моды эго на любом экране дают моды, которые также являются модами мод эго на этом экране.

Аксиома линейного времени

(ALinTime) $\forall t \forall t'(Time(t, \omega) \wedge Time(t', w) \supset (Mod^{127}(t, t', \omega) \vee Mod^{127}(t', t, \omega)))$ — моменты времени линейно упорядочены в ω-онтологии.

Аксиома живого тела

(ABd) $LBd(a, b, c, e, t, \omega) \supset Mod^{1237}(b, a, e, \omega) \wedge Ego(c, \omega) \wedge \exists x(Screen(e, x, t, \omega) \wedge Ex(x))$ — утверждение «a есть живое тело для эго c и моды b, образующейся во внешнем экране e в момент времени t в онтологии ω» влечет, что 1) b есть мода a в модели e в ω-онтологии, 2) c есть эго в ω-онтологии, 3) e есть экран внешнего эго в момент времени t в ω-онтологии.

Аксиома воплощенной жизни

(ABLife) $Ego(a, \omega) \wedge \exists b \exists t(Screen(b, a, t, \omega) \wedge D(b)) \equiv \exists x \forall t \exists y \exists e LBd(x, y, a, e, t, \omega)$ — эго определённо в онтологии ω если только если оно обладает живым телом в этой онтологии.

Введем некоторые новые определения.

(DSubject) $Subject(a, \omega) \equiv Ego(a, \omega) \wedge \exists b \exists t(Screen(b, a, t, \omega) \wedge D(b) \wedge In(b))$ — a есть субъект в онтологии ω.

(DObject) $Object(a, \omega) \equiv Mod$[27]$(a, \omega) \wedge \neg Subject(a, \omega)$ — a есть объект в онтологии ω.

(DLBd) $LBd(a, y, \omega) \equiv \exists x \exists b \exists t LBd(a, x, y, b, t, \omega)$ — a есть живое тело для эго y в онтологии ω.

(DLife) $BLife(a, w) \equiv \exists b \exists c(Subject(b, \omega) \wedge LBd(c, b, \omega) \wedge (a =^{\omega} (b \oplus^{\omega} c))$ — a есть (воплощенная) жизнь в онтологии ω (здесь $(b \oplus^{\omega} c)$ — сумма модусов b и c в онтологии ω).

Приблизительно в подобной манере можно и далее развивать формализацию и аксиоматику Теории Life. Идеи этой теории я уже приводил выше и неоднократно буду использовать в дальнейшем. В этой части, посвященной физическим наукам, будет рассматриваться по преимуществу «объектная часть» теории, без обращения к проблеме воплощенной в физическую онтологию жизни. Не привлекая понятие внутренних эго и их экранов, современная физика пока изучает *инварианты внешних экранов*. Таковы, например, понятия пространства, времени, энергии, материи в современной объектной физике. Этот вид инвариантности должен будет, по-видимому, со временем расшириться до более глобальной инвариантности, охватывающей сферу как внешних, так и внутренних экранов. Но об этом мы поговорим более подробно позднее, когда речь пойдет о биологии и феномене жизни.

Глава 2
Субъектность физических онтологий

§ 1. Проективно-модальные конструкции в механике Ньютона

Рассмотрим простейшую физическую онтологию, например движение двух материальных точек в трехмерном пространстве в рамках механики Ньютона. Введем систему координат OXYZ, точки обозначим буквами A и B, сопоставив им массы m_A и m_B. В какой-то момент времени t точки даны как свои положения $\mathbf{r}_A(t) = (a_1(t), a_2(t), a_3(t))$ и $\mathbf{r}_B(t) = (b_1(t), b_2(t), b_3(t))$, находящиеся на расстоянии $r(t)$ друг от друга. В этом случае, как известно, сила $\mathbf{F}_{AB}(t)$, действующая на тело A со стороны B в момент t, будет равна

$$\mathbf{F}_{AB}(t) = \gamma \frac{m_A m_B}{r(t)^2} \mathbf{e}_{AB}(t),$$

где $\mathbf{e}_{AB}(t) = \dfrac{\mathbf{r}_B(t) - \mathbf{r}_A(t)}{\|\mathbf{r}_B(t) - \mathbf{r}_A(t)\|}$ — единичный вектор, направленный от A к B, γ — гравитационная постоянная.

Аналогично сила со стороны A, действующая на тело B в момент t, будет равна

$$\mathbf{F}_{BA}(t) = \gamma \frac{m_A m_B}{r(t)^2} \mathbf{e}_{BA}(t),$$

где $\mathbf{e}_{BA}(t) = \dfrac{\mathbf{r}_A(t) - \mathbf{r}_B(t)}{\|\mathbf{r}_A(t) - \mathbf{r}_B(t)\|}$ — единичный вектор, направленный от B к A.

Силы $\mathbf{F}_{AB}(t)$ и $\mathbf{F}_{BA}(t)$ равны по величине и противоположны по направлению, т. е. $\mathbf{F}_{AB}(t) = - \mathbf{F}_{BA}(t)$.

Зная силы, начальные положения и начальные скорости, можно в принципе определить траектории движения точек A и B во времени.

В этом примере простейшей физической онтологии мы находим явные «следы присутствия» некоторой Проективно Модальной Онтологии. В самом деле, мы, например, говорим о материальной точке A. Но что это такое? Положение $\mathbf{r}_A(t) = (a_1(t), a_2(t), a_3(t))$ в пространстве в момент времени t? Нет, мы ясно отличаем саму точку A и ее положение в пространстве. Скорее положение в пространстве — одно из *проявлений* точки A. Например, это проявление меняется, в то время как сама точка A продолжает быть самой собой. То же, по-видимому, можно сказать и о массе m_A точки A. Это еще одно проявление точки A, наряду с ее положением, но не сама точка A. Но где же тогда сама материальная точка A? — вот в чем вопрос. Математические понятия $\mathbf{r}_A(t)$ и m_A не вполне выражают саму материальную точку A. Они являются лишь ее проявлениями. Когда же физик рассуждает о движении материальной точки, то неявным образом он всегда примысливает эту точку как некоторую единую и неизменную целостность, которая продолжает быть сама собой, как бы не менялись ее пространственные проявления. Интересно, что только смена положения будет совместима с неизменностью материальной точки, но не смена массы. Следовательно, физик руководствуется в своих рассуждениях некоторыми критериями идентичности, выполнение которых позволяет утверждать, что мы имеем дело лишь с разными проявлениями одной и той же сущности, а не разными сущностями. Все эти, казалось бы, очевидные интуиции, с одной стороны, не выражены явно в физических моделях, с другой стороны, чрезвычайно важны для осуществления полноценного физического знания и, наконец, имеют несомненное отношение к конструкциям некоторой Проективно Модальной Онтологии, в которой материальная точка будет выражена некоторым модусом, а ее пространственные положения и масса выступят в качестве мод этого модуса. Следовательно, *явно* физик в этом примере (как, впрочем, и во множестве других случаев, что частично будет видно из дальнейшего) работает с некоторой системой мод ряда модусов, предполагая эти модусы в своих интуициях лишь *неявно*. Физический операционализм в форме разного рода математических структур будет здесь выражать лишь системы *мод*, в то время как семейства *модусов* будут как бы «висеть» где-то вне этого операционализма. Такая не вполне удовлетворительная ситуация должна и может быть восполнена до более целостного своего представления средствами соответствующей Проективно Модальной Онтологии. Сейчас я постараюсь наметить некоторые возможные контуры такой онтологии, используя для ее описания спецификатор PH.

Положим, что определена некоторая PH-Онтология, в которой материальные точки A и B из рассмотренного выше примера являются модусами, т. е. верны утверждения $\mathrm{Mod}^{27}(A, PH)$ и $\mathrm{Mod}^{27}(B, PH)$. В этом случае PH-Онтология должна предположить такую аксиоматику, в рамках которой можно было бы доказать, например, следующие теоремы:

$\mathrm{Mod}^{127}(\mathbf{r}_A(t), A, PH)$ — радиус-вектор $\mathbf{r}_A(t)$ точки A является ее PH-модой.
$\mathrm{Mod}^{127}(m_A, A, PH)$ — масса m_A точки A является ее PH-модой.

Но это только начало, дальше — больше. Например, модой точки A в PH-Онтологии должно оказаться не только положение $\mathbf{r}_A(t)$ в какой-то момент времени t, но и, например, любой отрезок траектории движения $\mathbf{r}_A(t)$, $t \in [t_1, t_2]$, точки A, скорости $\mathbf{v}_A(t)$ и ускорения $\mathbf{a}_A(t)$ этой точки, отрезки изменения скоростей и ускорений. Во всех этих случаях физическая интуиция говорит нам, что это все различные проявления одной и той же точки А, и, следовательно, РН-Онтология, претендующая на роль явного выражения этой интуиции, должна будет использовать какой-то *критерий* РН-*модальности (физической модальности)*, равносильный формуле $Mod^{127}(x, y, PH)$ — «x есть PH-мода модуса y». В PH-Онтологии должна присутствовать *аксиома критерия физической модальности*:

(PH) $$Mod^{127}(x, y, PH) \equiv Q(x, y, PH).$$

Для критерия Q(x, y, PH) мы можем в этом случае доказать аксиомы нестрогого порядка в следующем виде:

(PH1) $$Mod^{27}(x, PH) \supset Q(x, x, PH).$$
(PH2) $$Q(x, y, PH) \wedge Q(y, x, PH) \supset (x =^{PH} y).$$
(PH3) $$Q(x, y, PH) \wedge Q(y, z, PH) \supset Q(x, z, PH).$$

Следовательно, и искать этот критерий нужно при том условии, чтобы из него вытекали свойства (PH1)—(PH3).

Обладание постоянной массой для материальной точки в рамках классической механики Ньютона оказывается *существенным критерием* физического тождества этой точки. Такие существенные критерии можно записать в следующем виде (по-видимому, эта формулировка может быть распространена на случаи и других онтологий):

(PHEs) $$Mod^{27}(x, PH) \equiv Mod^{127}(e_x, x, PH),$$

где e_x — некоторая существенная для x PH-мода. «X остается PH-модусом если только если x обладает существенной модой e_x», — вот что утверждает *свойство физической существенности* (PHEs). Для материальной точки А в качестве ее существенной моды в механике Ньютона выступает масса m_A. В теории относительности, как известно, масса может меняться и перестает быть существенным свойством материального тела.

Гравитационное поле, которое создает материальная точка А в пространстве, тоже, по-видимому, одна из PH-мод точки А. Через эту моду точка А распределяется в своем физическом бытии на все пространство. В положении $\mathbf{r}_A(t)$ точка А дает свое вещественное выражение (например, распределение массы точки А можно было бы выразить в момент t через пространственную d-функцию $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A(t))$), в остальных точках пространства А дает полевые моды, например, в форме напряженности гравитационного поля точки А в точке X:

$$\mathbf{E}_{XA}(t) = \gamma \frac{m_A}{r_X(t)^2} \mathbf{e}_{XA}(t),$$

где $\mathbf{r}_X(t)$ — вектор от точки А к точке X в момент t (может меняться положение точки А), $\mathbf{e}_{XA}(t)$ — единичный вектор, направленный от точки X к точке А в момент t.

Повсюду мы видим присутствие времени t. Моменты времени t — это, по-видимому, РН-модели, которые «вырезают» из физических модусов их временные (темпоральные) моды. Такими же РН-моделями, по-видимому, могут выступать и точки пространства, «вырезающие» из физических модусов их проявления в данной точке пространства. Здесь возникает такой интересный вопрос: можно ли пространственные и темпоральные РН-модели применять в любом порядке к физическим модусам? Например, если А — материальная точка как физический модус, то $A\downarrow_{PH}t$ и $A\downarrow_{PH}\mathbf{r}$ — это будут соответственно темпоральная и пространственная РН-моды точки А (где $\downarrow_{PH}$ — некоторый РН-проектор, и для простоты я предполагаю пока версию РН-Онтологии с фиксированным проектором и сюръектором). В таком виде эти моды еще не имеют аналогов в физических моделях, поскольку $A\downarrow_{PH}t$ — это точка А в момент времени t без уточнения своего пространственного проявления, а $A\downarrow_{PH}\mathbf{r}$ — это точка А в положении **r** пространства без уточнения момента времени. В физической модели мы находим только такие моды, где одновременно определены и пространственное и темпоральное проявление материальной точки. Это могут быть либо мода $(A\downarrow_{PH}t)\downarrow_{PH}\mathbf{r}$, либо мода $(A\downarrow_{PH}\mathbf{r})\downarrow_{PH}t$. И вот здесь возникает вопрос, одинаковые ли это моды (и тогда порядок взятия моделей не важен) или разные? В любом случае РН-модальная транзитивность позволяет нам утверждать, что найдутся РН-модели (обозначим их соответственно символами $(t, \mathbf{r})$ и $(\mathbf{r}, t)$), для которых будут выполнены равенства:

$$(A\downarrow_{PH}t)\downarrow_{PH}\mathbf{r} =^{PH} A\downarrow_{PH}(t, \mathbf{r}),$$
$$(A\downarrow_{PH}\mathbf{r})\downarrow_{PH}t =^{PH} A\downarrow_{PH}(\mathbf{r}, t).$$

И вот теперь возникает вопрос, верно ли, что $A\downarrow_{PH}(t, \mathbf{r}) =^{PH} A\downarrow_{PH}(\mathbf{r}, t)$. Мне представляется, что такое равенство вполне соответствует физической интуиции — все равно, сначала ли определить тело в пространстве, а потом во времени или наоборот. В любом случае мы должны будем прийти к одному и тому же проявлению точки в определенный момент времени и в определенном положении в пространстве. Итак, я предположу, что равенство в РН-Онтологии выполнено, т. е. $A\downarrow_{PH}(t, \mathbf{r}) =^{PH} A\downarrow_{PH}(\mathbf{r}, t)$, в связи с чем моменты времени и точки пространства можно брать в любом порядке как РН-модели для получения одной и той же РН-моды.

Теперь можно было бы записать:

$$Mod^{12347}((m_A \oplus^{PH} \mathbf{r}_A(t)), A, (\mathbf{r}, t), \downarrow_{PH}, PH), \text{ если } \mathbf{r} = \mathbf{r}_A(t),$$
$$Mod^{12347}((m_A \oplus^{PH} \mathbf{E}_{\mathbf{r}A}(t)), A, (\mathbf{r}, t), \downarrow_{PH}, PH), \text{ если } \mathbf{r} \neq \mathbf{r}_A(t),$$

где $\oplus^{PH}$ — модусная РН-сумма.

Иными словами, если $\mathbf{r} = \mathbf{r}_A(t)$, то в модели $(\mathbf{r}, t)$ точка А проявит себя в том числе своей массой и положением в пространстве. Сумма этих двух мод $(m_A \oplus^{PH} \mathbf{r}_A(t))$ — важная часть того, что обычно называют «материальной точкой». В других точках пространства точка А будет проявлять себя в том числе как масса и напряженность своего гравитационного поля (здесь положение **r** не будет модой материальной точки А).

Итак, материальные точки-модусы «висят» над пространством и временем, проецируя себя в них в виде своих пространственно-временных мод. В одной из точек пространства материальные точки проявляют себя как эти точки пространства, во всех других точках — напряженностью своего гравитационного поля. Интересно, что материальная точка-модус в этом случае выражает себя как корпускулярными, так и волновыми модами, уже в классическом случае предполагая своего рода корпускулярно-волновой дуализм. Конечно, это не единственные моды материальных точек. Как уже отмечалось, скорость, ускорение, все другие свойства точек — также их моды. Хотя среди этих мод, по-видимому, есть базисный набор мод, через который могут быть функционально выражены другие моды-свойства тел.

Там, где модусы, там всегда присутствуют и соответствующие виды инвариантности. Если мы вводим материальные точки как РН-модусы, то и в этом случае, следовательно, с ними должны быть связаны преобразования от одной системы мод этих модусов к другой. Например, мы можем рассмотреть множество РН-мод материальной точки А в моделях $(\mathbf{r}, t)$ и $(\mathbf{r^*}, t^*)$. Масса, положение $\mathbf{r}_A$ и другие моды А будут преобразовываться в соответствии с законом движения и начальными условиями. Возможно, инварианты этого движения, например такие, как масса, окажутся в этом случае существенными модами материальных точек.

Еще одна интересная проблема возникает в том случае, когда в пространстве оказывается несколько материальных точек, например точки А и В. В этом случае появляется новая сущность — *целое* этих точек. Каждая из точек окажется, по-видимому, модой этого целого, которое, в свою очередь, будет некоторым РН-модусом. Поскольку целое будет проявлять себя через каждую точку А или В, то пространством изменения целого окажется в этом случае 6-мерное пространство, в которое войдут по три измерения от каждой точки.

Обозначим гравитационное целое на материальных точках А и В через РН-модус С. Во-первых, оно проявляется в точках А и В и во всех модах этих точек. Но интересно было бы рассмотреть те моды целого, которые впервые возникают только с целым. Одной из таких мод является *сила* между точками А и В. Причем замечательно, что эта сила есть в первую очередь *одна* сущность, которая лишь затем может быть разделена на отдельные силы, действующие на каждую точку со стороны другой. Возможно, такую силу можно было бы выразить через тензор

$$\hat{F}_{AB}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{AB}(t) \\ \mathbf{F}_{BA}(t) \end{pmatrix},$$

строками которого являются векторы сил $\mathbf{F}_{AB}(t)$ и $\mathbf{F}_{BA}(t)$. Для силового тензора $\hat{F}_{AB}(t)$ можно было бы ввести векторные силы $\mathbf{F}_{AB}(t)$ и $\mathbf{F}_{BA}(t)$ как РН-моды: $Mod^{127}(\mathbf{F}_{AB}(t), \hat{F}_{AB}(t), РН)$ и $Mod^{127}(\mathbf{F}_{BA}(t), \hat{F}_{AB}(t), РН)$.

Здесь можно задать вопрос, на каких РН-моделях дифференцирует себя целое С. По крайней мере, кажется достаточно очевидным, что среди таких моделей должны быть пространственные и темпоральные локализации, как и в случае отдельных материальных точек. Но в связи с тем, что пространственная локализация для целого в нашем примере теперь будет выражаться в 6-мерном пространстве, мы получим в качестве пространственно-временных РН-моделей *тройки* $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$, где вектор $\mathbf{r}_1$ будет, например, выражать положение в А-пространстве, вектор $\mathbf{r}_2$ — в В-пространстве.

Тензорная сила — это уже одна из мод целого С, которая, как представляется, в таком виде проявляется только на моделях $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$ при условии $\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_A(t)$ и $\mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_B(t)$.

В остальных случаях можно предположить, что С проявляет себя как тензор напряженности

$$\hat{E}_{r_1r_2AB}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{r_1B}(t) \\ \mathbf{E}_{r_2A}(t) \end{pmatrix},$$

причем физический смысл здесь имеют лишь те случаи, когда $\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_2(t)$. И только в этих случаях тензор $\hat{E}_{r_1r_2AB}(t)$ реализует себя как сумма напряженностей $\mathbf{E}_{\mathbf{r}_1B} + \mathbf{E}_{\mathbf{r}_2A}$ общего гравитационного поля, создаваемого точками А и В.

Итак, получим:

$$\mathrm{Mod}^{1237}(\hat{F}_{AB}(t), C, (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t), PH), \text{ если } \mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_A(t) \text{ и } \mathbf{r}_2(t) = \mathbf{r}_B(t),$$

$$\mathrm{Mod}^{1237}(\hat{E}_{r1r2AB}(t), C, (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t), PH) \text{ в противном случае.}$$

Наконец, пространство S и время T в целом также могут быть представлены как РН-модусы, которые «висят» над своими реализациями S(t) и $T(t) =^{PH} t$ в отдельные моменты времени t. И все эти «изображения» в каждый момент времени, по-видимому, имеют отношение к общему экрану физической онтологии. Так постепенно проявляется проективно-модальная структура уже простейшей физической онтологии. По-видимому, аналогичные конструкции предполагаются физической интуицией и в случаях других физических онтологий — онтологий электродинамики, квантовой механики, теории относительности.

§ 2. Активность и субъектность

Важнейшая задача физики — понимание активности. Но что означает активность? Что значит быть активным? Что побуждает к активности? Пытаясь ответить на эти вопросы, я в течение ряда лет использовал модель «субъектная онтология», в рамках которой активность выражается как стремление субъекта повышать степени своего я, степени себя. В основе всякой активности с этой точки зрения лежит воля к я, стремление усилить себя, сделать себя больше. Обращаясь вновь к Теории Life, можно предположить, что и в основе физической активности лежит эта первичная сила бытия. Вспомним, что в рамках теории предполагается внешний онтологический экран, который образует систему «изображений» внешнего эго. Активность этого эго выражается в разного рода материальных процессах. Падение камня, химические реакции, превращения тепла — все эти физические процессы также направляются системой законов и принципов, которые сами трансцендентны материальному миру. Далее я буду предполагать существование некоторого *физического макросубъекта*, который обладает по крайней мере своим эквивалентом сознания и волей, проявляемой в разного рода физических законах. В физические активности вовлечены атомы и разного рода над- и субатомарные материальные неживые тела. Атомы, возможно, обладают своими персональными онтологическими экранами, но не имеют дифференцированных изображений на этих экранах, находясь в состоянии внутреннего мира, подобном глубочайшему сну (см. параграф «Слои-уровни материи-сознания»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 434 и далее). Другие виды сущностей могут не иметь своих экранов и потому не обеспечены в физической реальности таким сильным бытием, как атомы. Они не существуют «для себя», но всегда даны только на экранах иных сущностей как некоторые «изображения» этих экранов. С этим, по-видимому, связана их меньшая самость. Здесь вообще нужно заметить, что, пожалуй, сильной самостью среди неживых неорганических тел обладают именно атомы. Они очень устойчивы, целостны и ближе к выражению принципа индивидуальности неорганическими средствами. Остальные неживые тела, например молекулы, камни, жидкости, газы в форме своих макроскоплений, более преходящи, не столь сильно выделены из фона бытия, не обладают такой сильной целостностью. По-видимому, нечто подобное можно утверждать и по отношению к элементарным частицам.

Так или иначе, пока я буду предполагать наличие двух видов материи — *эгоидной* и *анэгоидной*. Эгоидная материя скрывает за своей материальностью собственные эго, обладающие персональными онтологическими экранами (это материя, обладающая своей монадой, если выражаться языком философии Лейбница). Анэгоидная материя не обеспечена столь сильно, выступая лишь тем или иным инвариантом внешних экранов, но не обладая статусом отдельного эго. Является ли тот или иной вид материальности эгоидным или анэгоидным — это отдельный вопрос. Я пока высказал гипотезу, что атомы могли бы относиться к эгоидной материи в силу своей повышенной материальной целостности. Но в общем случае нам пока достаточно предположить существование внешнего эго, которое выступает окончательной субъектной инстанцией всех физических активностей.

В любом случае даже эгоидная материя обладает настолько смутными изображениями на своих персональных экранах, что ее собственной активностью можно практически пренебречь. В этом смысле любая материя «спит», и делать с нею можно все что угодно. Ее «изображения» на внешнем экране вовлекаются в волю внешнего эго и послушно следуют ей, совершенно не проявляя своей индивидуальности. Это похоже на гипноз, когда гипнотизируемый, находясь в глубоком трансе, послушно выполняет все приказы и установки гипнотизера. Таким «гипнотизером», согласно Теории Life, выступает в физическом мире внешнее эго. Оно «внушает» материи свои планы через разного рода физические законы и принципы. С этой точки зрения, внешнее эго должно обладать высочайшим интеллектом, который с трудом, по частям и лишь в течение длительного времени могут постигать лучшие умы человечества. Обычно уважение к уровню развития внешнего эго выражается в таких метафорах, как «мудрость природы», «космический порядок», «мировой разум» и т. д.

Приведенные здесь рассуждения направлены на то, чтобы оправдать применение модели «субъектная онтология» в том числе к физическим процессам.

Для выражения физической активности в терминах субъектной онтологии я буду далее использовать гамильтонов формализм, оперирующий понятиями фазового пространства, обобщенных координат и импульсов, гамильтониана и т. д. Вот что пишет о ресурсах этого подхода известный английский физик Роджер Пенроуз: «...при подходящем выборе функции Гамильтона H гамильтоновы уравнения остаются в силе для любой системы классических уравнений, а не только для уравнений Ньютона. В частности, они выполняются для теории Максвелла—Лоренца <...> Гамильтоновы уравнения можно записать и для специальной теории относительности. Даже общую теорию относительности (при соблюдении должной осторожности) можно представить в гамильтоновой форме. Кроме того, как мы убедимся в дальнейшем при знакомстве с уравнением Шредингера, гамильтонова формулировка служит отправным пунктом для вывода уравнений квантовой механики. Такое единство формы в структуре динамических уравнений, сохранившееся несмотря на все революционные новшества, введенные в физические теории за минувшие столетия, поистине удивительно!» [1]

Итак, в современной физике существует некоторый подход, «гамильтонова теория», которая обнаруживает удивительную универсальность при выражении динамики самых разных физических процессов. Это, конечно, не означает, что не существует физических процессов за пределами гамильтонова формализма. Но и при их описании гамильтонов подход служит своего рода точкой отсчета, отталкиваясь от которой производят то или иное обобщение. Это позволяет надеяться на подобную же методологию по отношению к тем видам субъектных онтологий, которые будут связаны с гамильтоновым формализмом. Таким образом, подобные «гамильтоновы субъектные онтологии» также могли бы сыграть важную роль в формулировке физической активности как одного из частных случаев субъектной активности.

Пытаясь набросать основные понятия гамильтоновых субъектных онтологий, я далее буду придерживаться следующего плана. Во-первых, я немного остановлюсь на конструкциях субъектных онтологий в связи с Теорией Life. Во-вторых, я постараюсь соединить идеи субъектных онтологий и гамильтонова формализма.

---

[1] *Пенроуз Р.* Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. М.: Эдиториал УРСС, 2003. С. 148.

§ 3. Субъектные онтологии и Теория Life

Проблематики субъектных онтологий я достаточно подробно касался в двух своих предыдущих книгах — «Логике всеединства» и «Логике Добра»[1]. В «Логике всеединства» было дано определение этой модели, проведена ее интерпретация на идеях ряда представителей русской философии всеединства. «Логика Добра» вся посвящена реконструкции нравственного логоса Владимира Соловьева на основе модели субъектной онтологии.

Выше, в параграфе «Субъектные онтологии», я давал наиболее общее определение субъектных онтологий через бинарное отношение предпочтения. В простейшем случае, как уже отмечалось, отношение предпочтения можно связать с отношением порядка на значениях некоторой скалярной функции. В этом случае можно определить субъектную онтологию как тройку $S = \langle U, B, \psi \rangle$, где U — онтология (множество положений дел, на которых воплощен субъект), B — телесность (множество подположений дел из U), ψ — степени себя, определенные на онтологии. Более точно эти понятия можно определить следующим образом.

1. *Онтология*. В каждый момент времени субъект обнаруживает себя как некоторая система определенностей — ощущений, восприятий, представлений, мыслей, чувств, побуждений и т. д. Вся эта система выстраивается во внутреннем мире субъекта (в том числе и образ внешнего мира) и образует некоторое «положение дел», как бы срез субъектной реальности в данный момент времени. Под онтологией U я буду понимать множество всех таких положений дел, характерных для некоторого типа субъекта и не только реально себя проявивших в жизнедеятельности субъекта, но в принципе возможных для данного субъекта. Таким образом, U — множество возможных положений дел, выстраиваемых афферентными органами субъекта.

2. *Телесность*. На положениях дел[2] можно ввести отношение нестрогого порядка, понимая под выражением $u \le u'$ утверждение о том, что положение дел u есть часть положения дел u′. В качестве вырожденного случая[3] можно ввести *нулевое положение дел* 0_u, которое по определению можно рассмотреть как подположение дел любого положения дел. Для каждого положения дел $u \in U$ можно ввести такое подположение дел b(u), которое выражает *образ эфферентных органов* субъекта в сознании субъекта. Часть b(u) характерна тем, что эту часть общей ситуации субъект может менять непосредственным усилием воли. Например, в своем поле зрения я вижу образ руки и могу менять его — разжать или сжать пальцы, переместить руку и т. д. Этот образ есть часть состава моего сознания в данный момент времени. Так и в общем случае предполагается, что

---

[1] *Моисеев В. И.* Логика всеединства. М.: ПЕР СЭ, 2002; *Моисеев В. И.* Логика Добра. Нравственный логос Владимира Соловьева. М.: Эдиториал УРСС, 2004.

[2] «Положение дел» (state of affairs) — понятие из «Логико-философского трактата» Витгенштейна. Это «точки» логического пространства.

[3] Вырожденный случай — обычно предельный случай некоторой формы F(x), когда x стремится к нулю.

при каждом положении дел часть его занимает образ тела субъекта. Теперь в качестве телесности субъекта B можно определить множество всех текущих тел b(u) для всех элементов из U. Телесность B в таком определении — это подонтология U, в рамках которой субъект может собственным усилием воли менять любое положение дел. Это как бы *пространство телесной свободы* субъекта.

3. *Степени себя*. Третья составляющая субъектной онтологии — интегральная мера благополучия, определенная на каждом положении дел, которую я называю *степень себя* (*степень я*) данного субъекта. Ее можно представить как вещественнозначный функционал ψ: U $\to$ R, сопоставляющий каждому положению дел u число ψ(u).

Опираясь на идею степеней себя, можно сформулировать *Закон субъектности* как принцип стремления субъекта в своей жизнедеятельности так менять положение дел своим телом, чтобы повышать степени себя или предотвращать их падение.

В общем случае одна функция y не для всякой субъектной онтологии может быть определена на всей онтологии U, но, по крайней мере, для каждого положения дел u могут быть определены *окрестности* V(u), для каждой из которых задана своя функция ψ_u : V(u) $\to$ R. В этом случае мы получим *порядковое многообразие*, когда не будет определен один глобальный ценностный порядок на онтологии U, но будет существовать множество локальных ψ_u-порядков.

Соединяя воедино эти три элемента S = <U, B, ψ>, мы получим простейшую модель субъекта. Эту модель я и обозначаю термином «субъектная онтология». В упомянутых выше моих работах можно найти множество примеров приложения и развития этой модели. В частности, одним из наиболее важных направлений развития модели кажется мне идея обобщения субъектной меры. Например, в «Логике Добра» я предложил рассмотреть случаи субъектных онтологий, в которых субъектная мера (*мера себя*) носит не только скалярный (*степень себя*), но и векторный характер (*вектор себя*) [1].

Попытаемся теперь сблизить модель субъектных онтологий и структуры Теории Life.

Здесь в первую очередь следует отметить, что основой такого сближения является именно субъектная мера как мера я, эго субъекта. Мера себя — не просто мера, но результат отнесения оцениваемого состояния к Эго субъекта. Следовательно, с каждой субъектной онтологией должно быть связано соответствующее эго. Но эго — основные действующие факторы в Теории Life. Следовательно, конструкции субъектной онтологии нам нужно связать с некоторым эго в онтологии ω.

Итак, если дана субъектная онтология S = <U, B, Ψ>, где Ψ — мера себя (не обязательно скалярная), то сопоставляем ей некоторое эго e (внешнее или невнешнее) в онтологии ω. В каждый момент времени t структура положения дел u(t) из онтологии U — это будет система изображений экрана эго e в момент t.

---

[1] *Моисеев В. И.* Вектор себя в электродинамике // Моисеев В. И. Логика Добра. С. 330—343.

Введем здесь следующие ω-модусы:

1) ω-модус U*, где верно $\forall u((u \in U) \supset Mod^{127}(u, U^*, \omega))$ — любое положение дел является ω-модой модуса U*. Модус U* — это не теоретико-множественное, но именно проективно-модальное выражение онтологии как ω-модуса, как *модус-онтологии*.

2) ω-модус B*, где $\forall v((v \in B) \supset Mod^{127}(v, B^*, \omega))$ — любое текущее тело является ω-модой модуса B*. Аналогично, модус B* — это проективно-модальное выражение телесности субъекта как *модус-телесности*.

3) ω-модус S*, где $Mod^{127}(U^*, S^*, \omega)$, $Mod^{127}(B^*, S^*, \omega)$ и $Mod^{127}(S^*, e, \omega)$ — модусы U* и B* являются ω-модами S*, который, в свою очередь, является ω-модой эго e. Модус S* — это *модус-субъект*, выраженный мерелогически — не как теоретико-множественная тройка, но как ω-модус.

Примем здесь следующее соотношение:

$Screen(x, e, t, \omega) \wedge Mod^{1237}(z, U^*, x, \omega) \supset (z \in U)$ — если ω-мода z модуса U* образуется из U* на экране эго e в момент t, то z есть положение дел из онтологии U.

Эго e можно определить как основание, отнесением к которому будут образовываться степени себя (в случае скалярной меры себя):

$$\psi(u) = uBas[e],$$

где Bas — процедура «взятия по основанию», т. е. некоторое отображение, которое ставит в соответствие каждому положению дел u и эго e степень себя ψ(u) как степень выражения e в u. Точнее эти конструкции будут проиллюстрированы ниже на примере гамильтоновых субъектных онтологий. Для Эго e может быть определено более интегральное эго E, отнесением к которому могут образовываться различные субъектные меры (подробнее см. ниже). Если субъектная мера — это вектор себя, то в общем случае он указывает направление наиболее быстрого роста эго субъекта, т. е. согласован с конструкцией обобщенного градиента.

Таковы первоначальные принципы, позволяющие скоординировать между собою модель «субъектная онтология» и Теорию Life. Неявно такая координация всегда предполагалась мною в идее степени себя как степени я. Следовательно, предполагалась и некоторая онтология, в которой есть такие сущности, как я, эго. Но явным образом, чувствуя эту специфику субъектных мер, я ее раньше все же операционально не выражал в конструкциях субъектной онтологии. Одним из неблагоприятных следствий такого подхода была практическая неотличимость субъектных физических онтологий от чисто объектных активностей. Теперь ставится проблема явного выражения «эгоического» характера субъектных мер, для решения которой привлекаются ресурсы экранной теории сознания в лице Теории Life.

В общем случае можно предположить возможность определения в рамках Теории Life таких сущностей, которые выражают более слабый принцип, чем

Эго, и в то же время не являются только объектами. Такие промежуточные сущности можно называть термином «квазиэго», предполагая, например, что они являются ω-модами истинных эго и обладают ω-*квазиэкранами*, которые представляют собой части экрана соответствующего эго.

С этого момента под субъектной онтологией следует понимать более чем тройку S = <U, B, Ψ>. Пытаясь явным образом выразить в этой конструкции структуры Теории Life, в первую очередь такие сущности, как эго, я бы предпочел для обозначения субъектной онтологии использовать теперь тройку S = <U, B, e>, где e — по крайней мере квазиэго из онтологии ω, сопоставленное онтологии U и телесности B. Субъектная мера Ψ будет в этом случае носить *производный* характер, оказываясь результатом некоторого оценочного соотношения структуры онтологии U и эго e (подобного соотношению ψ(u) = uBas[e] в случае скалярной субъектной меры). Далее словом «эго», написанным с маленькой буквы, я буду передавать переменную по эго и квазиэго.

Физические онтологии я буду интерпретировать как некоторые субъектные онтологии $S_g = \langle U_g, B_g, e_g \rangle$, где e_g — некоторое *внешнее эго* как ω-мода внешнего эго E_G из онтологии ω. В более общем случае, по-видимому, задание субъектных онтологий в физике выражается в определении субъектной меры как вектора фазовой скорости W — вектора скорости изменения фазовой траектории в фазовом пространстве.

В этом случае субъектная онтология может быть определена как тройка $S_g = \langle U_g, B_g, W \rangle$, где активность внешнего эго e_g выражается в задании векторного поля фазовых скоростей W в фазовом пространстве U_g. Вектор W можно называть *вектором себя* для субъекта S_g.

В еще более общем случае можно стоять на следующей позиции. Пусть дана динамика D, которая может описываться и задаваться по-разному — системой дифференциальных уравнений, принципами экстремальности и т. д. В этом случае можно предположить задание субъектной онтологии $S_g = \langle U_g, B_g, e_g \rangle$ с некоторым внешним эго e_g, где онтология U_g представляет собой многообразие, в рамках которого задается динамика D, телесность B_g — некоторое подмногообразие U_g, и активность эго e_g выражается в определениях динамики D. В зависимости от того или иного типа динамики D можно пытаться более конкретно связать с активностью эго e_g ту или иную составляющую динамики, например некоторое скалярное поле, векторное поле и т. д.

Ниже я, иллюстрируя эту общую идею, постараюсь более подробно исследовать структуру гамильтоновых динамик как гамильтоновых субъектных онтологий. Здесь нужно отметить, что в теории субъектных онтологий положение дел должно описывать полную информацию о моделируемой ситуации. Для физических систем полная информация о состояниях систем выражается средствами *фазового пространства*, измерениями которого являются как обобщенные координаты, так и импульсы. Вот почему *в качестве положений дел в разного рода физических онтологиях должны выступать точки фазового пространства* (а не только координатного пространства), и именно *на фазовом пространстве* *следует определять те или иные физические меры себя*. Отсюда должно быть понятно мое стремление использовать в первую очередь гамильтонов формализм для выражения идей субъектных онтологий в физике.

§ 4. Субъектные онтологии с поляризованным эго

Прежде чем перейти непосредственно к описанию гамильтоновой субъектной онтологии, я рассмотрю случай некоторой онтологии, в которой эго этой онтологии поляризовано на множество суб-эго, и такого рода поляризация выражается в структуре активностей этой субъектной онтологии. Такие онтологии я буду называть *субъектными онтологиями с поляризованным эго*.

Пусть дана субъектная онтология S = <U, B, e>, где U — онтология, B — телесность, e — эго. Полагаем, что структура онтологии S описывается в рамках ω-Онтологии, в языке которой формулируются основные положения Теории Life. Выделим для эго e следующие виды производных эго:

1. *Над-эго* E, где $\mathrm{Mod}^{127}(e, E, \omega)$ — эго e является ω-модой над-эго.
2. *Не-эго* De, причем $\mathrm{Mod}^{127}(De, E, \omega)$ и $\mathrm{Mod}^{127}(De, e', \omega)$, где e′ — внешность e.
3. *Анти-эго* (-e), где $\mathrm{Mod}^{127}((-e), E, \omega)$ и $\mathrm{Mod}^{127}((-e), e', \omega)$.
4. *Само-эго* e↓e, где $\mathrm{Mod}^{127}(e{\downarrow}e, e, \omega)$, и ↓ — некоторый проектор из ω-Онтологии.
5. *Ино-эго* e↓e′, где $\mathrm{Mod}^{127}(e{\downarrow}e', e, \omega)$.

Схематически булевы отношения перечисленных видов эго можно дать в виде рисунка (см. рис. 36).

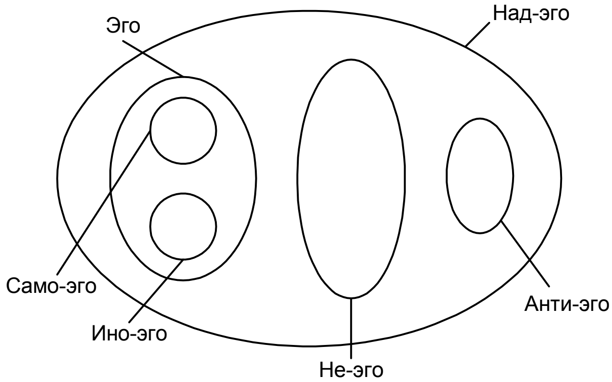

Рис. 36. Структура поляризованного эго

Процесс разделения над-эго и эго на виды эго можно называть процессом *поляризации эго*, символически выражая его в следующей форме:

$$\mathrm{PolE} = (e(e{\downarrow}e,\ e{\downarrow}e'),\ De,\ (-e)).$$

Каждый вид эго выражается особым образом в структуре онтологии U.

Положим, что для каждого положения дел $u \in U$ может быть определена *окрестность* $V(u)$ — как некоторое множество близких к u положений дел. Будем обозначать в виде $u'\downarrow_u u$ некоторый отрезок $[u, u']$, который полностью лежит внутри окрестности $V(u)$. Такие отрезки можно считать элементарными в том смысле, что субъект может достичь положения дел u′ из u за один момент времени («одномоментно»). Образуем теперь множество $U\downarrow U =_{Df} \{[u, u']: (u \in U) \wedge ([u, u'] \subseteq V(u))\}$ — множество всех элементарных приращений $u'\downarrow_u u$ по всем положениям дел из онтологии U (далее $U\downarrow U$ я буду называть *онтологией приращений*). Сама онтология U является подмножеством онтологии приращений $U\downarrow U$, так как среди всех $u'\downarrow_u u$ находятся и $u\downarrow_u u = [u, u] =_{Df} u$.

Пусть по крайней мере на окрестностях $V(u)$ каждого положения дел $u \in U$ определена некоторая ψ-функция ψ_u: $V(u) \to [0, 1]$. Определим для каждого $u'\downarrow_u u$ *условную* y-*функцию* $y(u'\downarrow_u u)$ по правилу:

$$\psi(u'\downarrow_u u) =_{Df} \psi_u(u')\downarrow_a \psi_u(u) = \psi_u(u') - \psi_u(u),$$

где $\downarrow_a$ — вычитание как аддитивный проектор.

Введем нулевое положение дел 0_u, для которого примем условие $\psi(0_u) = 0$. Отсюда безусловную ψ-функцию ψ_u на положениях дел $v \in V(u)$ можно представить как частный случай условной ψ-функции $\psi(v\downarrow_u 0_u) = \psi_u(v) - \psi_u(0_u) = \psi_u(v)$.

Введение условной ψ-функции приводит к расширению формулировки Закона субъектности. В более общем случае его локальную формулировку можно записать в виде градиента на условной ψ-функции:

$$\psi(u'\downarrow_u v),$$

где $u', u^+ \in V(u)$, $u' \in V(v)$, но положение дел v в общем случае может не принадлежать $V(u)$. Положение дел v можно называть *фоновым положением дел*, так как от него, как от фона, идет определение условной ψ-функции. В случае так называемого -(−)действия, когда субъект совершает некоторое действие, предотвращающее возможное (−)действие, в качестве v выступает возможный финал этого (−)действия, и именно он фигурирует в той условной ψ-функции, на основе которой субъект совершает свою активность. Если фоновое положение дел — это 0_u, то мы получаем прежнюю формулировку.

Положим, что в каждой окрестности $V(u)$ для каждого положения дел u найдется единственное приращение $u'\downarrow_u u$, на котором условная ψ-функция принимает максимальное значение. Это приращение я буду далее обозначать символом $u^+\downarrow_u u$. Точнее говоря, должно быть выполнено условие:

$$\psi(u^+\downarrow_u u) = \sup_{u' \in V(u)} \{\psi(u'\downarrow_u u)\},$$

что равносильно условию:

$$\psi_u(u^+) = \sup_{u' \in V(u)} \{\psi_u(u')\}.$$

Наконец, положим, что каждое положение дел $u \in U$ может быть разбито на два подположения дел q (*координатное положение дел*) и p (*импульсное положение дел*), т. е. $u =^{\omega} (q \oplus^{\omega} p)$ и $(q \otimes^{\omega} p) =^{\omega} 0_{\omega}$. Смысл этих подположений определим следующим образом. Во-первых, установим зависимость между этими положениями дел. Предположим, что параметры q-положений дел могут меняться при неизменности параметров p-положений дел, но в то же время, если меняются параметры p-положений, то обязательно будут меняться и параметры q-положений дел (p-положения представляют собой, следовательно, состояния *более высокого динамического уровня*, сохранение которого выразится в смене состояний более низкого уровня q-положений).

Во-вторых, выделим среди всех приращений $u'\downarrow_u u$ следующие виды:

1. *Автономные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые совершаются на основе функции ψ_u и выполнено равенство $(u' =^{\omega} u^{+})$ и в приращении $u'\downarrow_u u$ меняются только q-положения дел при неизменности p-положений. Через такого рода активности субъекта будем выражать такие элементарные (+)действия субъекта, которые не требуют усилий со стороны субъекта и протекают по инерции.

2. *Гетерономные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые не являются автономными. Здесь выделим следующие виды.

2.1. *Автогетерономные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые совершаются на основе функции ψ_u и выполнено равенство $(u' =^{\omega} u^{+})$ и в приращении $u'\downarrow_u u$ меняются p-положения дел. Это также элементарные (+)действия субъекта, но требующие для своего совершения усилий со стороны субъекта.

2.2. *Бигетерономные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые не совершаются на основе функции ψ_u. Это элементарные активности, навязанные субъекту извне. Можно выделить, например, следующие подвиды бигетерономных приращений.

2.2.1. *Бигетерономные положительные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые совершаются на основе функции ψ^*_u, где ψ^*_u — гетерономная ψ-функция, отличная от ψ_u. Если приращение $u'\downarrow_u u$ оценивать на основе функции ψ_u, то в этом случае $\psi(u'\downarrow_u u) > 0$. Это элементарные (+)активности, навязанные субъекту извне.

2.2.2. *Бигетерономные нейтральные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые совершаются на основе функции ψ^*_u, и $\psi(u'\downarrow_u u) = 0$. Это элементарные (0)активности, навязанные субъекту извне.

2.2.3. *Бигетерономные негативные приращения* — такие $u'\downarrow_u u$, которые совершаются на основе функции ψ^*_u, и $\psi(u'\downarrow_u u) < 0$. Это элементарные (–)активности, навязанные субъекту извне.

Понятие *силы* в этом случае можно связать с мерой отклонения от автономного движения, т. е. с мерой гетерономного движения. В более узком смысле можно выделить ту часть силы, которая выражается в автогетерономных приращениях (*автогетерономная сила*). Такая сила хотя и будет выражать напряжение при совершении активности субъектом, но это будет некоторое «развивающее напряжение (сила)», как бы усиливающая субъект средствами его более интегрального эго (см. ниже).

В добавление к приведенным характеристикам этих видов активности можно заметить, что автономная активность субъекта проявляется в изменении только q-положений дел, оставляя на протяжении своего развертывания неизменным некоторое p-положение дел. С этой точки зрения автономная активность делается как бы нечувствительной к q-параметрам — q-параметры меняются, а характер движения остается тем же. Чувствительна эта активность будет лишь к p-параметрам — как только изменится p-положение дел, сменится вид автономной активности. Так получается, что автономная активность *выражается* в q-параметрах, а *зависит* от p-параметров (здесь, следовательно, полезно выделить две характеристики активности — те параметры, через которые *выражается* активность (*параметры выразимости*), и те параметры, от которых активность *зависит* (*параметры зависимости*)). Наоборот, автогетерономная активность будет выражаться изменением p-параметров, а зависеть от q-параметров. Такое соотношение выразимости и зависимости можно представить наглядно в таблице (см. табл. 23).

Таблица 23

Параметры выразимости и зависимости при разных видах активности

Вид активности	**Параметры выразимости**	**Параметры зависимости**
Автономная активность	Обобщенные координаты (q-параметры)	Обобщенные импульсы (p-параметры)
Автогетерономная активность	Обобщенные импульсы (p-параметры)	Обобщенные координаты (q-параметры)

На таблице стрелками показан возникающий перекрест параметров.

Например, если музыкант разучил некоторое музыкальное произведение и довел его исполнение до автоматизма, то это исполнение будет характеризоваться как автономная активность музыканта, на протяжении которой будут меняться отдельные звучания произведения (q-параметры), но будет оставаться неизменной некоторая интегральная тема произведения (p-параметр). Исполняя заученную тему, музыкант будет двигаться по инерции, совершая бессиловое движение. Если музыкант освоил несколько произведений, то при исполнении каждого из них он будет двигаться по инерции, и момент усилия появится лишь при переходе от одного произведения к другому, когда изменится p-параметр и возникнет сила. В то же время момент перехода к новому произведению возможен на любой стадии (q-параметре) первоначального произведения, так что силовое движение должно оказаться зависимым от q-параметров. Из этого примера видна также относительность q- и p-параметров. В момент, когда музыкант разучивает произведение, освоение стадий этого произведения требует от него усилий, т. е. эти стадии выступают как p-параметры. Когда произведение освоено, стадии произведения становятся q-параметрами. В этом изменении, по-видимому, и выражается процесс «освоения» произведения. Такая относительность заставляет в том числе и в автономной активности усмотреть момент силы. Действие этой силы выразится в автономных приращениях, и потому уместно ее назвать *автономной силой*.

Теперь свяжем виды эго и виды активностей. Положим, что:

1. Само-эго $e{\downarrow}e$ выражается в множестве автономных приращений $V_{e\downarrow e} = \{u'{\downarrow}_u u \in U{\downarrow}U\colon u'{\downarrow}_u u$ — автономное приращение$\}$ (множество $V_{e\downarrow e}$ я буду далее называть *объемом Само-эго*).

2. Ино-эго $e{\downarrow}e'$ проявляет себя в множестве автогетерономных приращений $V_{e\downarrow e'} = \{u'{\downarrow}_u u \in U{\downarrow}U\colon u'{\downarrow}_u u$ — автогетерономное приращение$\}$ (множество $V_{e\downarrow e'}$ я буду далее называть *объемом Ино-эго*).

3. Эго e проявляет себя в *объеме эго* $V_e = \{u'{\downarrow}_u u \in U{\downarrow}U\colon u'{\downarrow}_u u$ — автономное или автогетерономное приращение$\}$.

4. Не-эго De проявляет себя в *объеме Не-эго* $V_{De} = \{u'{\downarrow}_u u \in U{\downarrow}U\colon u'{\downarrow}_u u$ — бигетерономное нейтральное приращение$\}$.

5. Анти-эго (-e) проявляет себя в *объеме Анти-эго* $V_{(-e)} = \{u'{\downarrow}_u u \in U{\downarrow}U\colon u'{\downarrow}_u u$ — бигетерономное негативное приращение$\}$.

6. Над-эго $\oplus$ проявляет себя в *объеме Над-эго* $V_E = U{\downarrow}U$.

Булевы теоретико-множественные отношения на объемах эго должны быть изоморфны булевым проективно-модальным отношениям на самих эго как ω-модусах.

Итак, мы получаем модель субъекта, для которого Над-эго этого субъекта поляризуется на множество своих видов эго, которые в свою очередь проявляются в своих объемах в онтологии приращений $U{\downarrow}U$.

Поляризация эго есть результат максимального отождествления субъекта с Само-эго при реальности иных видов эго. Это приводит к возникновению различных видов дополнения Само-эго до наиболее интегрального эго в онтологии, которое выражается Над-эго. Рождаются различные виды гетерономности в бытии Само-эго. Наименьший вид гетерономности являет себя в автогетерономных активностях, которые хотя и требуют усилий, но все же идут из ближайшего дополнения Само-эго — из сферы Ино-эго. Эти активности выражают принцип «надо», а не принцип «хочу», который признается самим субъектом, но не может быть совершен им без усилий. Например, я понимаю, что хорошо бы знать иностранный язык, но самому мне лень его учить. Здесь одно из двух — либо внутри себя я должен породить некоторое напряжение, либо я должен «бросить» себя в какую-то систему обучения, где меня будут заставлять заниматься. Но и во втором случае я в принципе буду оправдывать это «педагогическое насилие» принципом «надо». Так что обучение — это как правило сфера автогетерономных активностей для обучающихся субъектов. За пределами автогетерономности начинается область более чужеродной активности, которую субъект уже не может принять как «свою». Это разного рода бигетерономные активности, которые субъект воспринимает как приходящие извне — от других субъектов и других источников активности вообще. На самом деле, это также активности его Над-Эго, которые еще не могут быть отождествлены с малым Эго субъекта. Если область Само-Эго субъекта расширится, то это выразится в автономизации всех активностей, с которыми будет иметь дело субъект. Возможно, это близко к идее Дао и принципу «у-вэй» (недеяния) в китайской философии.

§ 5. Гамильтоновы субъектные онтологии

Положим, что динамика некоторой физической системы S_{PH} описывается в рамках гамильтонова формализма. Это означает, что рассматривается некоторое фазовое пространство Ф, измерениями которого являются обобщенные координаты q_j и импульсы p_j, j = 1, 2, ..., n, задана функция Гамильтона $H = H(q_j, p_j, t)$ и динамика системы описывается уравнениями Гамильтона

$$\dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j}, \qquad \dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j}.$$

Вектор $W = (\dot{q}, \dot{p})$ выражает скорость эволюции системы в фазовом пространстве[1].

Для векторов в n-мерном линейном пространстве определим два оператора. Пусть запись $z = (x, y)$ изображает вектор z таким образом, что x — это символ первой половины координат вектора z, y — второй половины (если n — нечетное, то можно использовать представление $z = (x, a, y)$, где a — центральная координата вектора). В этом случае положим:

$\mathrm{pol}z = \mathrm{pol}(x, y) = (-x, y)$ — оператор *малой поляризации* pol меняет вектор z таким образом, что в первой половине его координаты меняют свой знак на противоположный, а во второй половине все координаты остаются неизменными (если n — нечетное, то $\mathrm{pol}z = \mathrm{pol}(x, a, y) = (-x, a, y)$, т. е. центральная координата свой знак не меняет),

$S_{0.5}z = S_{0.5}(x, y) = (y, x)$ — оператор *половинной перестановки* $S_{0.5}$ первую половину координат вектора делает второй, вторую половину — первой (если n — нечетное, то $S_{0.5}z = S_{0.5}(x, a, y) = (y, a, x)$, т. е. центральная координата остается на месте),

$\mathrm{Pol}z = \mathrm{Pol}(x, y) = S_{0.5} \circ \mathrm{pol}(x, y) = (y, -x)$ — оператор (*большой*) *поляризации*, представляющий собой композицию операторов малой поляризации и половинной перестановки.

Через символ $\mathrm{grad}_x A$, называя его «x-градиентом A», я буду обозначать вектор градиента скалярной функции A по аргументам типа x. Если аргументы

[1] Через символы q и p я буду обозначать векторы $(q_1, ..., q_n)$ и $(p_1, ..., p_n)$ соответственно.

функции, как в случае гамильтониана H, могут быть разбиты на два поднабора x и y, то градиент по таким аргументам в соответствии с их порядком, когда y-аргументы следуют за x-аргументами, я буду обозначать через символ $grad_{x,\,y}A$, называя такой градиент «(x, y)-градиентом A».

Используя эту символику, мы можем записать уравнения Гамильтона в следующем виде:

$$W = Pol(grad_{q,\,p}H), \tag{Pol1}$$

т. е. скорость эволюции равна поляризации вектора (q, p)-градиента гамильтониана.

Здесь надо заметить, что поляризация вектора — это не вектор, но можно определить соответствующий вид преобразований координат, при которых поляризация вектора будет оставаться таковой в разных системах отсчета. Вектор z, который служит аргументом для оператора поляризации Pol, я буду называть *позитивом* вектора Polz. Проблему инвариантных преобразований для поляризаций можно теперь представить следующим образом. Пусть z — некоторый вектор, и z_1, z_2 — его представления в системах отсчета K_1 и K_2 соответственно, L_{12} — закон векторного преобразования, сопоставляющий представлению z_1 представление z_2 при переходе из системы отсчета K_1 в систему K_2. Пусть $Polz_1$ и $Polz_2$ будут поляризациями представлений z_1 и z_2. Тогда *законом преобразования поляризаций*, $Pol(L_{12})$, назовем такой закон преобразования, который поляризации $Polz_1$ сопоставляет поляризацию $Polz_2$ при переходе из системы отсчета K_1 в систему K_2. Запишем его более конкретно.

С переходом от системы отсчета K_1 к системе K_2 представления $z_1 = \{x_k^1\}_{k=1}^n$ и $z_2 = \{x_k^2\}_{k=1}^n$ одного вектора z будут связаны линейными преобразованиями:

$$x_k^2 = \sum_{i=1}^n a_{k_i}\, x_i^1,$$

где a_{k_i} — коэффициенты матрицы перехода от базиса системы K_2 к базису системы K_1.

Пусть $x{*}_i^1$ — i-я координата поляризации $Polz_1$. Она получена на основе некоторого закона преобразования $Pol_i\{x_k^1\}_{k=1}^n$ из множества координат $\{x_k^1\}_{k=1}^n$ представления z_1. В конечном итоге $x{*}_i^1 = Pol_i\{x_k^1\}_{k=1}^n = \pm x^1_p$, т. е. i-я координата поляризации будет равна некоторой p-й координате представления z_1, возможно с противоположным знаком. Обратив отображение Pol_i, можем также записать: $x_p^1 = Pol^{-1}{}_p\{x{*}^1_m\}_{m=1}^n = \pm x_i^1$. Аналогичное соотношение $x{*}_i^2 = Pol_i\{x_k^2\}_{k=1}^n = \pm x_p^2$ будет верным для i-й координаты поляризации $Polz_2$ и системы координат $\{x_k^2\}_{k=1}^n$ представления z_2. Таким образом, окончательно получим:

$$x{*}_i^2 = Pol_i\{a_{k_i}(Pol^{-1}{}_i\{x{*}^1_m\}_{m=1}^n)\}_{k=1}^n. \tag{Pol2}$$

Остается явным образом записать законы отображения Pol_k^1 и $Pol^{-1}{}_k$. Поскольку размерность фазового пространства — всегда четное число, рассмотрим только этот случай. Здесь имеем:

$$x^{*1}_i = Pol_i\{x^1_k\}^n_{k=1} = \begin{cases} x_{\left(\frac{n}{2}+i\right)}, i \le \frac{n}{2}, \\ -x_{\left(i-\frac{n}{2}\right)}, i > \frac{n}{2}. \end{cases}$$

$$x^1_i = Pol^{-1}_i\{x^{*1}_k\}^n_{k=1} = \begin{cases} -x^*_{\left(\frac{n}{2}+i\right)}, i \le \frac{n}{2}, \\ x^*_{\left(i-\frac{n}{2}\right)}, i > \frac{n}{2}. \end{cases}$$

В итоге получаем закон преобразования поляризаций (Pol2) при переходе от одной системы отсчета к другой.

Итак, хотя скорость эволюции W не является вектором, но она также представляет собой род инвариантного объекта, обладающего своим законом преобразования, обобщающего векторные преобразования.

Представим физическую систему S_{PH} как некоторую субъектную онтологию.

Рассмотрим субъектную онтологию $S_g = <U_g, B_g, e_g>$, где $U_g = B_g = Ф$ — фазовое пространство системы S_{PH} (т. е. онтология совпадает с телесностью субъекта и фазовым пространством), e_g — некоторая ω-мода внешнего эго. В этом случае окажется, что положениями дел данной субъектной онтологии являются точки фазового пространства, и все они могут выступать как по крайней мере частичные «изображения» общего экрана онтологии ω. Следовательно, фазовое пространство представляется здесь как арена активности некоторого эго, которое является по крайней мере частью внешнего эго.

Что выступит в качестве субъектной меры в онтологии S_g? В общем случае, как это будет видно из дальнейшего, в онтологии S_g может быть рассмотрено несколько субъектных мер. Одна из них — векторно-поляризованная величина W — скорость эволюции физической системы, которая в рамках субъектных конструкций может быть представлена как *воля* (субъектный импульс) физического субъекта S_g.

Представим онтологию S_g как субъектную онтологию с поляризованным эго. Для каждой точки u фазового пространства выделим в качестве окрестности V(u) достаточно малую область, т. е. множество $V_\varepsilon(u) = \{u + r: (r \in Ф) \wedge (||r|| < \varepsilon)\}$. На окрестности Ve(u) определим ψ-функцию ψ_u по правилу:

$$\psi_u(u + r) = A^{-1}_u(W(u) \cdot r) + B_u,$$

где A_u и B_u — некоторые коэффициенты, $W(u) \cdot r$ — скалярное произведение векторов W(u) и r. Считая, что векторы u и W(u) фиксированы, получим:

$$grad_{q,\,p}A_u\psi_u(u + r) = W(u).$$

Таким образом, в окрестности V(u) мы имеем дело с линейным ψ_u-полем, которое во всех точках окрестности растет с одной скоростью и в одном направлении W(u). Отсюда следует, что положение дел u^+ лежит на расстоянии ε и в направлении W(u) от точки u фазового пространства Ф. Следовательно, можем записать:

$$u^+\downarrow_u u = [u,\ u + W(u)\varepsilon].$$

Выражая элементарность приращения $u^+\downarrow_u u$, можно положить, что ε — это бесконечно малая величина.

Теперь мы можем выразить различные виды приращений.

1. *Автономные приращения* — такие $u^+\downarrow_u u = [u,\ u + W(u)\varepsilon]$, где $W = W_a = W(q) = (\dot{q}, 0)$, т. е. скорость эволюции затрагивает лишь обобщенные координаты q, оставляя неизменными импульсы p. Таково движение по инерции физической системы, которое одновременно является (+)действием для физического субъекта. В этом случае $W_a = (\dot{q}, 0)$ является *автономной силой*. С нею будет связана *локальная автономная степень себя* $\psi_u^a = \psi_u^a(u + r) = A_u^{-1}(W_a(u) \cdot r) + B_u$.

2.1. *Автогетерономные приращения* — такие $u^+\downarrow_u u = [u,\ u + W(u)\varepsilon]$, где $W = W_{ag} = W(q, p) = (\dot{q}, \dot{p})$, и в процессе эволюции меняются обобщенные импульсы p. Это также элементарные (+)действия субъекта, но требующие для своего совершения усилий со стороны субъекта. $W_{ag} = (\dot{q}, \dot{p})$ является в этом случае *автогетерономной силой*. С нею будет связана *локальная автогетерономная степень себя* $\psi_u^{ag} = \psi_u^{ag}(u + r) = A_u^{-1}(W_{ag}(u) \cdot r) + B_u$. Разность $(W_{ag} - W_g) = ((\dot{q}, \dot{p}) - (\dot{q}, 0)) = (0, \dot{p}) = (0, F)$ равна силе F, которую можно называть *разностной автогетерономной силой*.

Определение остальных видов активностей не отличается от общего случая, если только помнить, что ψ-функция ψ_u обладает в этом примере представленной выше специфической формой.

Мерой автономной активности является скорость изменения обобщенных координат при постоянных импульсах. Мера автогетерономной активности — скорость изменения импульсов, определяемая уравнениями Гамильтона. Как и в общем случае, эти виды активности можно связать с видами эго. Для эго e_g можно выделить *Над-эго* E_g. В эго e_g можно выделить *Само-эго* $e_g\downarrow e_g$ и *Ино-эго* $e_g\downarrow e_g'$ (здесь ↓ — некоторый проектор в ω-Онтологии). Кроме того, в E_g можно выделить *Не-эго* De_g и *Анти-эго* $(-e_g)$; $e_g\downarrow e_g$ выражается в автономных действиях (движение по инерции), $e_g\downarrow e_g'$ — в автогетерономных действиях (гамильтоновы уравнения при ненулевых скоростях изменения импульсов), De_g — в (0)действиях, и $(-e_g)$ — в (−)действиях.

Соотношение (Pol1) очень напоминает градиентную формулировку Закона субъектности W = Egradψ, где E — некоторый коэффициент пропорциональности, ψ — степень себя.

Воля (субъектный импульс) W физического субъекта оказывается равной не градиенту H, но поляризации этого градиента. Здесь можно использовать следующие представления. Запишем $\mathrm{grad}_{q,\,p}H$ в виде пары $(\mathrm{grad}_q H, \mathrm{grad}_p H)$. Тогда поляризация может быть выражена в следующем виде:

$$W = \mathrm{Pol}(\mathrm{grad}_q H, \mathrm{grad}_p H) = (\mathrm{grad}_p H, -\mathrm{grad}_q H).$$

В случае натуральных механических систем, для которых лагранжиан L имеет вид $L = T(p) - V(q)$, поляризация градиента гамильтониана будет выглядеть как лишь половинная перестановка градиента лагранжиана:

$$W = \mathrm{Pol}(\mathrm{grad}_{q,\,p}H) = S_{0.5}(\mathrm{grad}_{q,\,p}L).$$

В этом случае сам лагранжиан можно представить как результат *малой* (*скалярной*) *поляризации*

$$\mathrm{pol}H = \mathrm{pol}(T(p) + V(q)) = (T(p) - V(q)),$$

так что в целом теперь можем записать:

$$W = \mathrm{Pol}(\mathrm{grad}_{q,\,p}H) = S_{0.5} \circ \mathrm{pol}(\mathrm{grad}_{q,\,p}H) = S_{0.5}(\mathrm{grad}_{q,\,p}(\mathrm{pol}H)) = S_{0.5}(\mathrm{grad}_{q,\,p}L)$$

С этой точки зрения лагранжиан представляет собой результат поляризации гамильтониана, оказываясь более поляризованной мерой движения, относительно которой скорость эволюции системы W в большей степени приближается к градиентному представлению. Можно сказать и так, что в гамильтониан кинетическая и потенциальная энергии входят с одним знаком, как бы «примирены» между собою, в то время как в реальном движении они поляризованы. Эта поляризация энергий как раз более адекватно выражается лагранжианом. Следовательно, гамильтониан — это некоторая более идеальная мера движения, в то время как лагранжиан в большей степени приближен к реально-антагонистичной природе движения.

Итак, субъектная онтология S_g — это онтология с поляризованным Эго. Кроме поляризации Эго и возникновения разных видов активности, связанных с соответствующими видами эго, в онтологии S_g мы, кроме того, можем наблюдать и процесс *поляризации воли* субъекта. Он проявляется в поляризации вектора градиента гамильтониана, которая приводит к невозможности выражения полной активности системы через градиент скалярной величины (гамильтониана). Воля физического субъекта как бы распадается на две своих составляющих — автономную и автогетерономную, которые не совпадают друг с другом, хотя каждая из них по отдельности может быть выражена через градиент некоторой скалярной функции. Волю ${}^1W = \mathrm{grad}_{q,\,p}H$ можно называть *первичной волей*, а результат поляризации первичной воли как ${}^2W = \mathrm{Pol}(\mathrm{grad}_{q,\,p}H)$ — *вторичной волей* субъекта.

В образовании вторичной воли играют важную роль дополнительные подположения дел q и p для каждого положения дел u. Именно относительно них идет процесс поляризации. На подположениях дел q и p образуются подволи первичной воли $\mathrm{grad}_{q,\,p}H = (\mathrm{grad}_qH, \mathrm{grad}_pH)$, а затем они обмениваются с частичной сменой знака в составе вторичной воли $\mathrm{Pol}(\mathrm{grad}_{q,\,p}H) = (\mathrm{grad}_pH, -\mathrm{grad}_qH)$.

Вторичная воля в общем случае не обладает сильной самостью в том смысле, что это не вектор, и для нее нельзя ввести свою глобальную степень себя, градиент которой образовывал бы эту волю. Только первичная воля является вектором и обладает своей глобальной степенью себя ψ_H.

В качестве формулировки Закона субъектности в этом случае имеем выражение для вторичной воли субъекта: $^2W = Pol(^1W)$.

В то же время, если субъект сужает общее положение дел до дополнительных положений дел q или p, то возникает видимость градиентного движения по степеням себя и для вторичной воли: $^2W|_q =_{Df} \dot{q} = grad_p H$ и $^2W|_p =_{Df} \dot{p} = grad_q(C - H)$, где C — константа. Замечательно, что в этом случае сужения вторичной воли являют себя как градиенты двух противоположных степеней себя H и C – H («ян» и «инь»?). «Ян» являет себя как p-градиент H, приложенный к подположению дел q, «инь» — как q-градиент C – H, примененный к подположению дел p. С этим, по-видимому, должна быть связана и более общая интерпретация под-положений дел q и p.

Замечу также, что если длина вектора в фазовом пространстве определяется через евклидову метрику, то длина вектора градиента H должна совпадать с длиной вектора поляризации градиента H, т. е. с величиной фазовой скорости. Таким образом, получим равенства: $|gradH| = |Pol(gradH)| = |W|$.

Следует иметь в виду, что вектор градиента gradH не параллелен фазовой скорости и потому не обязан быть нулевым в точке фазовой траектории, даже если вдоль этой траектории гамильтониан H является постоянным. Хотя гамильтониан постоянен, но фазовая скорость расчитывается из вектора поляризации Pol(gradH), который продолжает быть ненулевым вдоль фазовой траектории даже с постоянным H.

Можно расчитать угол φ между gradH и Pol(gradH). Здесь получим:

$$(gradH, Pol(gradH)) = (\frac{\partial H}{\partial q}, \frac{\partial H}{\partial p}) \cdot (\frac{\partial H}{\partial p}, -\frac{\partial H}{\partial q}) = \frac{\partial H}{\partial q}\frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial H}{\partial p}\frac{\partial H}{\partial q} = 0,$$

откуда $\cos\varphi = 0$, и $\varphi = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$. Таким образом, вектор градиента gradH всегда дан под прямым углом к поляризации Pol(gradH) как фазовой скорости системы. Отсюда следует, что поляризация Pol(gradH) получается из градиента gradH всегда поворотом на прямой угол, поскольку величины этих объектов равны между собой: $|Pol(gradH)| = |gradH|$. Отсюда также вытекает, что при ненулевой фазовой скорости $W = Pol(GradH)$ вектор градиента gradH также не может быть равен нулю.

Все это очень напоминает некоторую теорию воплощения («теофании») при переходе от первичной воли ко вторичной.

Описанную выше субъектную онтологию S_g, которая построена над фазовым пространством некоторой физической системы S_{PH}, и для которой роль динамического закона играют уравнения Гамильтона, я буду называть *гамильтоновой субъектной онтологией*. Как было показано выше, эта онтология представляет собой пример субъектной онтологии с поляризацией эго. Кроме того, процесс поляризации распространяется в онтологии S_g и на волю, выражаясь в поляризации первичной воли с образованием воли вторичной.

Итак, гамильтоновы физические системы можно представить как гамильтоновы субъектные онтологии, которые выражают активность поляризованного Эго, являющегося под-Эго для общего Эго онтологии ω. В качестве экрана они используют общий экран онтологии ω, и потому являются ω-объектами.

§ 6. Обобщенные Ньютоновы субъектные онтологии

Описанная выше модель гамильтоновой субъектной онтологии исходила из предположения о существовании некоторой автономной (бессиловой) активности субъекта. Нетрудно догадаться, что основой для этой идеи служила для меня механика Ньютона, в которой 1-й закон Ньютона выражает пример движения по инерции для материального тела. Эту идею можно пытаться распространить на другие случаи активности, полагая, что существуют аналоги трех законов Ньютона для многих субъектных онтологий.

1. *Закон автономности* (*закон инерции*). Существует некоторая автономная активность субъекта, которая является (+)действием, не требующим усилий для своего совершения. Такая активность совершается как бы сама собой, без усилий, по инерции. Закон такой деятельности $L_a(t)$ тем или иным образом задается в рамках данной субъектной онтологии. Предполагается также, что по крайней мере в каждой окрестности может быть определена согласованная с этим законом *автономная степень себя* ψ_u^a, так что в каждый момент времени автономное изменение можно выразить как приращение $dL_a(t) = W_a$, где W_a — *автономный импульс* субъекта.

2. *Закон автогетерономности* (*закон силы*). Отклонение от автономной активности может выражаться в (+)действии, которое, однако, уже требует усилий для своего совершения. Тем не менее такая активность еще продолжает субъектом восприниматься как «своя», но в некотором более отдаленном смысле. Это «свое неосвоенное», «свое, достигаемое лишь через усилие». Таково определение автогетерономности. Для этой активности также определяется свой динамический закон $L_{ag}(t)$ со своими автогетерономными степенями себя ψ_u^{ag} и своим законом приращений: $dL_{ag}(t) = W_{ag}$, где W_{ag} — *автогетерономный импульс* субъекта. Элементарная разность автогетерономного и автономного импульсов $(W_{ag} - W_a) = Fdt$ образует *автогетерономную силу* F, действие которой выражается в изменении автономного импульса до автогетерономного импульса, т. е. в приложении как раз того усилия, которое меняет автономную активность.

3. *Закон равновесия*. Наконец, можно предположить, что если существуют два субъекта S_1 и S_2, действующие друг на друга с автогетерономными силами F_{12} и F_{21}, то сумма этих сил равна нулю: $F_{12} \oplus F_{21} = 0$.

Субъектные онтологии, для которых могут быть сформулированы указанные три закона, я буду называть *обобщенными Ньютоновыми субъектными онтологиями*.

Приведу пример одной такой онтологии, не являющейся механикой Ньютона.

Пусть К — некоторая ценность, которой обладает в той или иной степени каждый субъект, например ум, красота или сила. Взаимодействие субъектов S_1 и S_2 с ценностями K_1 и K_2 в этом случае можно описать как образование условных состояний ценностей $K_1{\downarrow_m}K_2 = K_1/K_2$ и $K_2{\downarrow_m}K_1 = K_2/K_1$ с мультипликативным проектором $\downarrow_m$. В качестве автогетерономной К-силы F_{12}, действующей со стороны субъекта S_2 на субъекта S_1, можно рассмотреть величину $F^K_{12} = \ln(K_1{\downarrow_m}K_2)$. Можно ввести субъектную К-массу m^K — как меру непроявления К-силы. Величину $f^K_{12} = (1/m^K_1)F_{12}$ можно рассматривать как величину К-ощущения у субъекта S_1, вызываемую отношением к субъекту S_2. Предполагаем, что $K \geq 0$.

Закон автономности для субъекта S_1 выразится в этом случае в равенстве автогетерономной силы F^K_1, действующей на S_1, нулю: $F^K_1 = \ln(K_1{\downarrow_m}K) = 0$, откуда $K_1{\downarrow_m}K = 1$, т. е. $K_1 = K$. Это ситуация, когда субъект соотносится с субъектами равной себе К-ценности (в частном случае находится в одиночестве). Закон автогетерономности выразится в ненулевой разностной автогетерономной силе $F^K_{12} = \ln(K_1{\downarrow_m}K_2) \neq 0$, т. е. в неравенстве $K_1 \neq K_2$. Это случаи, когда субъект S_1 имеет дело с субъектами, обладающими неравной с ним К-ценностью. Наконец, закон равновесия для субъектов S_1 и S_2 выразится в равенстве нулю суммы их автогетерономных сил: $F^K_{12} + F^K_{21} = 0$, что как раз выполнено при рассмотренном выше определении этих сил.

Рассмотрим некоторые частные случаи применения этой модели.

1. *Субъекты с разной* К-*массой*. Пусть $m^K_1 \ll m^K_2$ — К-масса первого субъекта много меньше К-массы второго субъекта. На 1-й субъект действует сила $F^K_{12} = \ln(K_1{\downarrow_m}K_2)$, на 2-й субъект — сила $F^K_{21} = \ln(K_2{\downarrow_m}K_1)$. К-ощущения этих субъектов таковы: у 1-го субъекта $f^K_{12} = (1/m^K_1)\ln(K_1{\downarrow_m}K_2)$, у 2-го субъекта $f^K_{21} = (1/m^K_2)\ln(K_2{\downarrow_m}K_1) = -(1/m^K_2)\ln(K_1{\downarrow_m}K_2)$. Будем предполагать, что положительный знак ощущения означает, что субъект переживает себя как обладающего К-ценностью на величину К-ощущения. Наоборот, отрицательный знак ощущения означает, что субъект переживает себя как не обладающего К-ценностью на величину К-ощущения. Если взять величины ощущений по модулю, то мы видим, что величина ощущения f^K_{12} у 1-го субъекта будет много больше величины ощущения у 2-го субъекта:

$$|f^K_{12}| = (1/m^K_1)|\ln(K_1{\downarrow_m}K_2)| \gg |f^K_{21}| = (1/m^K_2)|\ln(K_1{\downarrow_m}K_2)|.$$

Это означает, что 1-й субъект окажется более К-чувствительным, чем 2-й субъект. При действии той же по модулю силы, 1-й субъект будет испытывать гораздо большую величину К-ощущений, чем 2-й субъект. В пределе $m^K_2 = \infty$ 2-й субъект вообще перестанет испытывать какие-либо К-ощущения, в связи с чем отношения с любым первым субъектом станут для него безразличны. Если при этом $K_1 > K_2$, то 1-му субъекту будет выгодно общаться со 2-м субъектом, так как 1-й субъект будет переживать положительные К-ощущения. Пусть для величины К-ощущения существует некоторый верхний предел переживания f^{K+}. Пределом наибольшей притягательности для 1-го субъекта будет такой

2-й субъект, который обладает бесконечной К-массой и достаточно малым значением К-ценности (т. е. $К_2 = К_2^-$) для получения верхнего предела К-переживания у 1-го субъекта. В этом случае имеем:

$$f^{K}_{12} = (1/m^K_1)\ln(\deg(К_1{\downarrow_m}К_2)) = (1/m^K_1)\ln(\deg(К_1{\downarrow_m}К_2^-)) = f^{K+},$$

откуда $К_2^- = К_1\exp(-m^K_1 \cdot f^{K+})$,

$$f^{K}_{21} = (1/m^K_2)\ln(\deg(К_2{\downarrow_m}К_1)) = (1/\infty)\ln(\deg(К_2^-{\downarrow_m}К_1)) = 0.$$

При таких условиях 1-й субъект максимально притягивается к отношению со 2-м субъектом, а 2-й субъект может не отталкиваться от таких отношений. Такого 2-го субъекта будем называть далее «К-белым карликом», понимая под его «белизной» нейтральность К-ощущений, а под «карликовостью» — достаточно малое значение К-ценности. Из соотношения $К_2^- = К_1\exp(-m^K_1 \cdot f^{K+})$ видно, что величина $К_2$ зависит от К-массы 1-го субъекта таким образом, что с уменьшением m^K_1 пороговая величина $К_2^-$ возрастает. Это означает, что с увеличением К-чувствительности 1-го субъекта 2-му субъекту позволительно обладать большей величиной К-ценности, чтобы оставаться «К-белым карликом» для 1-го субъекта. Можно сказать и так, что для более К-чувствительного 1-го субъекта в качестве «К-белого карлика» может выступить более крупный «карлик».

2. *Отношения с* К-*идеалом*. Назовем К-идеалом (Е-эталоном) такого субъекта S_E, который обладает настолько большой величиной $К^+$, чтобы порождать максимальное К-ощущение у взаимодействующих с ним субъектов. Тогда у субъекта S с меньшей величиной К и конечной К-массой порождается отрицательное К-ощущение $f^K = (1/m^K)\ln(К{\downarrow_m}К^+)$. И здесь возможны несколько стратегий поведения S. Например, субъект S может попытаться выйти из отношений с К-идеалом. Назовем эту стратегию «К-инокритикой». Или субъект может попытаться изменить себя, увеличить свою величину К — это стратегия, которую можно было бы назвать «К-самокритикой». К-лидером для субъекта S можно называть субъект, у которого величина К больше, чем у субъекта S. По отношению к К-лидеру также возможны стратегии К-инокритики и К-самокритики.

3. *Степени себя и* К-*ценности*. Если дана К-ценность, то с нею должны быть связаны соответствующие степени себя ψ^K. В то же время величина $\ln(К_1{\downarrow_m}К_2) = \ln К_1 - \ln К_2$ напоминает перепад степеней себя в валентном действии. Так что, может быть, предположить такую схему, где $\psi^K = \ln К/\ln К^+$? Тогда

$$F_{12} = \ln(\deg(К_1{\downarrow_m}К_2)) = (\ln К^+/\ln К^+)(\ln К_1 - \ln К_2) =$$
$$= (\ln К^+)(\ln К_1/\ln К^+ - \ln К_2/\ln К^+) = (\ln К^+)(\psi^K_1 - \psi^K_2).$$

4. *Многомерность устойчивых групп*. Если даны два субъекта с неравными ценностями $К_1$ и $К_2$ (например, $К_1 > К_2$) и эти субъекты обладают конечными К-массами, то один из субъектов (в нашем случае 2-й субъект) обязательно будет испытывать отрицательные ощущения в группе. Если бы ситуация была только такова, то вообще было бы непонятно (исключая случай К-белого карлика), как могли бы образовываться группы субъектов в К-динамике. Однако

здесь на помощь может прийти многомерность. Предположим, что существует два вида ценностей $К^1$ и $К^2$ и, например, по первой ценности первый субъект превышает второй, т. е. $К_1^1 > К_2^1$, а по второй ценности, наоборот, второй субъект больше первого: $К_1^2 < К_2^2$. В этом случае каждый субъект будет испытывать положительные и отрицательные К-ощущения. Пусть, например, m_1^1, m_2^1 — К-массы первого субъекта для ценностей $К^1$ и $К^2$ соответственно, m_1^2, m_2^2 — К-массы второго субъекта для ценностей $К^1$ и $К^2$ соответственно. Тогда на 1-й субъект действует положительная сила

$$F_{12}^1 = \ln(К_1^1 \downarrow_m К_2^1) = m_1^1 f_{12}^1,$$

дающая положительное ощущение f_{12}^1 у этого субъекта. Наоборот, второй субъект будет испытывать действие отрицательной силы

$$F_{21}^1 = \ln(К_2^1 \downarrow_m К_1^1) = m_2^1 f_{21}^1,$$

дающей отрицательное ощущение f_{21}^1 у этого субъекта. С точки зрения второй ценности ситуация будет противоположной. На 1-й субъект будет действовать отрицательная сила

$$F_{12}^2 = \ln(\deg(К_1^2 \downarrow_m К_2^2)) = m_1^2 f_{12}^2,$$

дающая отрицательное ощущение f_{12}^2 у этого субъекта. Наоборот, второй субъект будет испытывать действие положительной силы

$$F_{21}^2 = \ln(\deg(К_2^2 \downarrow_m К_1^2)) = m_2^2 f^2{}_{21},$$

дающей положительное ощущение f_{21}^1 у этого субъекта. Если предположить случай, когда отрицательные К-ощущения будут меньше по модулю положительных К-ощущений, т. е. $|f_{12}^2| < |f_{12}^1|$ и $|f_{21}^1| < |f_{21}^2|$, то в целом роль положительных ощущений будет перевешивать и оба субъекта могут чувствовать себя комфортно в группе. Указанные неравенства можно достичь за счет увеличения К-масс для отрицательных сил и уменьшения К-масс для сил положительных, что будет выражать снижение чувствительности субъектов к отрицательным и повышение их чувствительности к положительным воздействиям. Так ценностная многомерность может обеспечить устойчивость сообществ субъектов в случае К-динамики.

В общем случае могут возникать примеры динамических систем, когда область автономного-гетерономного будет меняться. Как уже отмечалось выше, освоение действия может выражаться в его автономизации. Наоборот, бывают случаи, когда субъект может задуматься над автоматизированным действием, например над ходьбой, и тем самым гетерономизировать его, потеряв способность делать его без усилий (сороконожка задумалась над тем, как она ходит, и потеряла способность передвигаться). По-видимому, чем сложнее субъекты, тем более условными и способными к изменению для них являются понятия автономного-гетерономного, в то время как для физических активностей эти области как правило достаточно жестко закреплены.

§ 7. Степень себя как мера времени

В этом параграфе я хотел бы коснуться проблемы степеней себя в субъектных онтологиях как обобщенной меры направленности. Дело в том, что направление активности субъекта, определяемое ростом степеней себя, является асимметричным во времени. Если Закон субъектности, выражающийся в совершении (+)действий, попытаться обернуть во времени, то он перестанет действовать для данного субъекта. В самом деле, если за отрезок времени Δt субъект, в согласии с Законом субъектности, совершает действие Δu, то это действие является (+)действием, т. е. ψ-функция субъекта будет возрастать в этом действии. Если тот же самый отрезок времени пройти в обратном времени — от конца к началу, то ψ-функция будет падать, определяя действие Δu как (−)действие. Асимметрия Закона субъектности особенно хорошо видна в случае гладкой ψ-функции. Здесь $p(u) = m\mathrm{grad}\psi(u) = m\frac{du}{dt}$, где m — субъектная масса. Если поменять знак времени на противоположный, то мы получим: $m\frac{du}{d(-t)} = -m\frac{du}{dt} = -k\mathrm{grad}\psi(u) = -p(u)$ — субъектный импульс также изменит свой знак на противоположный. Следовательно, Закон субъектности не является принципом, инвариантным во времени для данного субъекта. Это и вполне понятно, поскольку через него выражается именно идея направления во времени активности субъекта. Интересно, что смену знака во времени можно представить как следствие перехода к противоположной ψ-функции $C - \psi$:

$$m\frac{du}{d(-t)} = -m\mathrm{grad}\psi(u) = m\mathrm{grad}(C - \psi).$$

Это могло бы означать, что *противоположная система ценностей для субъекта предстает как его система ценностей, движущаяся в противоположном во времени направлении.*

Итак, Закон субъектности представляет собой некоторый принцип, выражающий необратимую во времени эволюцию. В связи с этим, динамика субъектных онтологий должна строиться в рамках некоторой несимметричной во времени динамики. Степени себя должны представлять собою пример меры, подобной энтропии, выражающей своего рода «меру времени» системы. Вот почему важной в теории субъектных онтологий оказывается тема «стрелы времени» и необратимости.

Роджер Пенроуз пишет по этому поводу: «Главным для нашего осознания бытия является ощущение движения времени. Нам кажется, что мы всегда движемся вперед, из определенного прошлого в неопределенное будущее <...> Как ни странно, физика рисует нам сегодня совершенно другую картину. Все основные уравнения физики симметричны во времени. Они оказываются одинаково справедливыми как для одного направления времени, так и для другого. Будущее и прошлое с точки зрения физики совершенно равноправны. Законы Ньютона, уравнения Гамильтона, уравнения Максвелла, общая теория относительности Эйнштейна, уравнение Дирака, уравнение Шредингера — все они, в действительности, остаются неизменными при обращении направления времени (т. е. замены координаты t, представляющей время, на –t) <...> Мы видим, что налицо впечатляющие несоответствия между нашим субъективным ощущением потока времени и тем, как представляют нам физическую реальность наши (удивительно точные) теории. Эти несоответствия, скорее всего, свидетельствуют о существовании иных принципов, которые, по-видимому, и должны лежать глубоко в основе наших субъективных ощущений — предполагая (как мне кажется), что эти принципы могут быть адекватно выражены на языке некоторой физической теории. Во всяком случае, представляется бесспорным, что какая бы теория ни работала, она должна нести в себе существенно асимметричную во времени составляющую, т. е. должна, так или иначе, отделять прошлое от будущего» [1].

Закон субъектности, выражающий направление активности любого субъекта, должен в первую очередь выражать это глубокое чувство времени и необратимости, присущее сознанию. Недаром само чувство времени многие философы издавна связывали с феноменом сознания и души (Августин, Кант и др.). «Динамика души» должна быть несимметричной во времени. Степени себя оказываются близкими энтропии в этой общей роли меры необратимости. На сегодня в физике только в энтропии мы имеем пример необратимо изменяющегося параметра. В этом смысле можно говорить о некоторых основаниях «психотермодинамической» аналогии между Законом субъектности и законом энтропии.

Пенроуз связывает природу второго закона термодинамики с так называемой «гипотезой вейлевой кривизны» (ГВК), предполагающей, что тензор Вейля, выражающий *деформацию* пространственно-временного объема в гравитационном поле, равен нулю для Большого взрыва (начальной сингулярности Вселенной) и равен бесконечности для черных дыр, слияние которых должно породить «Большой треск» — конечную сингулярность Вселенной (второй компонент уравнений Эйнштейна, тензор Риччи, выражает *изменение* объема в гравитационном поле). Если черные дыры, в согласии с ГВК, уничтожают информацию и представляют собою точки слияния нескольких фазовых траекторий в фазовом пространстве, то редукция волновой функции (процедура R), считает Пенроуз, выступает точкой бифуркации в фазовом пространстве, из которой исходят несколько фазовых траекторий. Асимметричную во времени теорию, в которой в качестве следствий должен быть получен механизм связи ГВК и квантово-механической редукции, Пенроуз называет «правильной квантовой теорией гравитации» (ПКТГ). Пенроуз пишет: «Я выдвигаю гипотезу, согласно которой квантово-механическая редукция вектора состояния действительно является оборотной стороной ГВК. В соответствии с этой гипотезой два

[1] *Пенроуз Р.* Новый ум короля... С. 247—249.

важнейших следствия нашей искомой правильной квантовой теории гравитации (ПКТГ) — это ГВК и процедура R приводит к расщеплению линий тока, в точности компенсирующему их слияние, вызванное ГВК. Оба процесса теснейшим образом связаны со вторым началом термодинамики» [1].

Если использовать *психотермодинамическую аналогию*, то можно было бы сравнить положения дел u с $\psi(u) = \min$ (min-положения дел) с начальными сингулярностями в ПКТГ (тензор ВЕЙЛЬ = 0), а положения дел с $\psi(u) = \max$ (max-положения дел) — с черными дырами (ВЕЙЛЬ = ∞). Если в max-положениях дел траектории деятельности субъекта сливаются, то из min-положений дел могут исходить несколько возможных траекторий. Обобщая понятие min-положений дел до центров окрестностей, из которых начинается активность субъекта, можно сравнивать механизм редукции волновой функции с процессом выбора финального положения дел в рамках окрестности (например, вероятностный выбор мог бы соединяться с градиентным механизмом в случае существования *нескольких* положений дел с максимумом степеней себя в рамках окрестности). Кроме того, если энтропия выступает как мера макроскопических областей фазового пространства, то и степени себя могли бы быть представлены в качестве мер некоторых классов эквивалентности, стоящих за положениями дел (эти классы должны увеличиваться с ростом степеней себя).

Как уже отмечалось ранее (см. параграф «Пространство и время» темы «Мирология»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 317—318), *время есть рост пространства* и растущее пространство обладает *полусимметрией*, т. е. симметрией только в направлении хода времени. Отсюда следует, что необратимо может расти только все пространство, понимаемое не только геометрически, но и как максимум совместимого бытия в данный момент времени. Отсюда следует, что необратимо растущей мерой может быть только мера всего пространства, которое не обратимо растет, образуя тем самым необратимый ход времени. Для выражения степени себя как меры времени ее нужно представить как меру субъектного пространства, необратимо растущего в данной субъектной активности. В общем случае, если субъект совершает некоторую активность, образуя отрезок [u, u′] в фазовом пространстве от начального положения дел u до финального положения дел u′, то в качестве меры субъектного пространства, необратимо растущего в действии [u, u′], можно рассмотреть длину |u, u′| отрезка [u, u′].

В общем случае проблема степени себя как меры времени может быть сформулирована следующим образом. Фрагмент субъектной онтологии представляет собой необратимый рост мирового времени (является *времениподобным*) если только если он выступает в качестве необратимо растущего глобального пространства (т. е. пространство в каждый момент времени дано в L-статусе). Только в этой роли такой фрагмент онтологии может моделировать собой глобальное пространство-время, и рост малого пространства в его рамках будет имитировать рост мирового пространства, выступая как мера времени. Реаль-

[1] Там же. С. 297.

ные процессы всегда времениподобны, в то время как их модели могут содержать в себе как времениподобные, так и обратимые представления. Проблема современной физики состоит в том, что в ней используются модели, которые всегда могут быть представлены обратимыми, в то время как есть потребность в построении только времениподобных моделей, чтобы отражать необратимый характер изменения реальности.

Модели субъектных онтологий, как они были описаны выше, также содержат в себе возможные моменты обратимости, хотя в них есть *ресурсы необратимости* в идее Закона субъектности как необратимо растущих степеней себя. Посмотрим с этой точки зрения, как можно было бы строить *времениподобные модели* субъектных онтологий, рассматривая их в связи с физическими моделями.

Одна из непростых проблем гамильтоновых субъектных онтологий — проблема глобальных степеней себя в этих онтологиях. Можно ли определить ψ-поле на всей фазовой траектории, а не только ограничиваться множеством ψ-полей для каждой окрестности? Потребность в глобальном определении ψ-поля вообще вытекает из идеи степени себя как меры субъектного времени. В любых активностях субъекта продолжает расти единая мера времени. Следовательно, должна быть и некоторая «сквозная» степень себя, представляющая субъектное время.

Кажется, что то или иное положение дел в общем случае не определено для субъекта как безусловно обладающее какой-то ценностью. *Только если субъект определил для себя некоторую цель и способ ее достижения, он оказывается в состоянии оценить ту или иную ситуацию как более или менее ценную.* Если принимать подобного рода логику, то идею ценностной меры следует связывать с наличием некоторого замысла действия, уводящего субъект из настоящего положения дел в желаемое будущее. Почему в этом случае некоторое положение дел u^* обладает некоторой ценностью $\psi(u^*)$ для субъекта? Только потому, что находясь в настоящем положении дел u, субъект усматривает возможность некоторого (+)действия $[u, u']$, по отношению к которому положение дел u^* оказывается элементом: $u^* \in [u, u']$. В этом случае величина $\psi(u)$ будет выражением того, насколько близко u^* приблизилось к финалу u'. Такую меру можно выразить в виде отношения:

$$y(u) = f(|u, u^*|),$$

где f — некоторая строго возрастающая функция (подробнее см. главу «Валентный анализ»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378 и далее).

В этом случае степень себя $\psi(u^*)$ оказывается функцией множества параметров: 1) оцениваемого (медиального) положения дел u^*, 2) стартового положения дел u, 3) финального положения дел u' (откуда вытекает задание направления движения по траектории от u к u'), 4) траектории Γ, включающей в себя отрезок $[u, u']$, 5) меры $|u, u^*|$.

Спрашивая, какова степень себя на точке фазового пространства, мы должны были бы предположить указанную более сложную систему параметров. В этом случае физические уравнения будут представлять собою только часть из них. В самом деле, в результате решения физических уравнений могут быть получены семейства фазовых траекторий, каждая из которых обратима во времени, т. е. описывает возможный физический процесс в прямом и обратном времени. Такие кривые не являются реальными физическими процессами. Скорее, они решают лишь проблему пункта 4 — формируют *возможные* траектории, которым могут принадлежать (+)действия. Для полного определения в качестве реальных траекторий движения эти кривые должны быть восполнены оставшимися параметрами — стартовым, медиальным и финальным положениями дел и способом определения длины фазовой траектории. Только после соединения всех этих параметров воедино возможная фазовая кривая превращается в реальный физический процесс. В его определения входят в том числе финал движения и мера необратимости $\psi(u^*)$ для медиального положения дел u^*.

Итак, ψ-функция при таком подходе определяется на пятерке параметров

$$\psi(u, u^*, u', \Gamma, |.|) = f(|\Gamma|_{u}^{u^*}|) \ -$$

начальном u, медиальном u^*, финальном u' положениях дел, кривой Γ и длине $|.|$ этой кривой (здесь Γ — часть кривой Γ от точки u до точки u^*).

Такая пятерка образует новое положение дел $w = (u, u^*, u', \Gamma, |.|)$, достаточное для определения степени себя как необратимой меры времени.

При подобном подходе мы должны будем расширить фазовое пространство до множества указанных положений дел. Поскольку параметры u, u^*, u' относят обычно к граничным условиям, то положения дел w будут объединять в себе фазовые траектории и граничные условия. Рассуждения о необходимости подобного объединения мы также можем найти у Р. Пенроуза. Например, он пишет: «История науки продемонстрировала, насколько ценной для физики оказалась идея отделения *динамических уравнений* (законов Ньютона, уравнений Максвелла и т. д.) от так называемых *граничных условий* — то есть условий, необходимых для выделения из огромного множества решений того, что имеет физический смысл <...> Но я не верю, что это разделение сохранится навечно. По-моему, когда нам удастся окончательно постичь законы или принципы, в *действительности* управляющие поведением нашей вселенной <...> то увидим, как различие между динамическими уравнениями и граничными условиями исчезнет, уступив место потрясающе согласованной всеобъемлющей схеме»[1].

Замечу, что в рамках Проективно Модальной Онтологии законы выражают модусы, а их граничные условия — модели, так что *проблема построения теоретического аппарата, объединяющего законы и их граничные условия, может быть рассмотрена как проблема построения модусов второго порядка, модами которых будут модусы первого порядка, их моды и их модели*[2]. Обобщенные положе-

---

[1] *Пенроуз Р.* Новый ум короля... С. 286.

[2] В конечном итоге здесь потребуются средства L-противоречивой теории — см., например, приложение «Логика абсолютного» в моей книге «Логика всеединства».

ния дел $w = (u, u^*, u', \Gamma, |.|)$ с этой точки зрения могут быть рассмотрены как модусы второго порядка в подходящей ПМО, где модусы первого порядка представлены участками траекторий Г, их модели — это граничные условия как положения дел u и u′.

Для множества положений дел $w = (u, u^*, u', \Gamma, |.|)$ необходимо будет выделять подмножества *сравнимых* положений дел. Ситуации $w^*_1 = (u_1, u^*_1, u_1', \Gamma_1, |.|)$ и $w^*_2 = (u_2, u^*_2, u_2', \Gamma_2, |.|)$ *сравнимы* если только если $\Gamma_1 = \Gamma_2$.

Кроме того, для начального положения дел u выбор финального положения дел u′ одновременно определяет отрезок [u, u′] как *изменение в направлении прямого хода времени*.

Идею связи начальных условий и стрелы времени мы находим, например, в книге Бриллюэна «Научная неопределенность и информация» [1]. Можно сказать, он рассматривает начальное u и конечное u′ положения дел как источник И и приемник П соответственно в передаче негэнтропии (информации) от первого ко второму, и именно с этим процессом он связывает идею стрелы времени [2]. Примечательно, что при такой трактовке граничные условия оказываются необратимыми во времени, поскольку в этом случае источник и приемник поменяют свои роли. Именно добавление граничных условий к обратимой фазовой траектории привносит момент необратимости во времени, в том числе в моделях классической динамики.

Учитывая структуру положений дел $w = (u, u^*, u', \Gamma, |.|)$, мы могли бы утверждать, что степень себя y может быть определена для каждой точки фазового пространства как медиального положения дел u. По-видимому, только в этом смысле можно говорить о глобальном задании степеней себя в гамильтоновых онтологиях. В этом случае динамические уравнения оказываются необходимым, но недостаточным условием для определения степеней себя в указанном выше смысле.

Расширенное положение дел $w = (u, u^*, u', \Gamma, |.|)$ представляет движение по фрагменту траектории $\Gamma|_u^{u'}$ как *рост малого пространства*, т. е. как времениподобный фрагмент субъектной онтологии. Движение в обратную сторону по траектории Г предстанет в этом случае как другое положение дел (другое малое пространство-время) $w^* = (u', u^*, u, \Gamma, |.|)$, где начало и конец движения поменяются местами. Если реальный процесс переходит от движения в рамках w к обратному движению в рамках $w^* = (u', u^*, u, \Gamma, |.|)$ в фазовом пространстве Φ, то такой процесс следует моделировать в новом расширенном положении дел $W = (U_1, U_2, U_3, \Gamma^*, |.|)$ в новом фазовом пространстве Φ*, где дано биективное отображение ϕ: $(\Gamma|_u^{u'} \cup \Gamma|_{u'}^{u}) \rightarrow \Phi^*$, такое, что $\phi(\Gamma|_u^{u'}) = \Gamma^*|_{u1}^{u2}$ и $\phi(\Gamma|_{u'}^{u}) = \Gamma^*|_{u2}^{u3}$, так

[1] *Бриллюэн Л.* Научная неопределенность и информация. М.: Мир, 1966.

[2] Замечу, что передача негэнтропии от источника И к приемнику П может происходить как в случае роста энтропии, так и в случае роста негэнтропии всей системы И + П. Такая универсальность позволяет распространить этот процесс на две стрелы времени — энтропийную, характерную для неорганических процессов, и негэнтропийную, присущую, с точки зрения Бриллюэна, живым организмам.

что в Ф* движение вновь приобретает необратимый характер перемещения по траектории Г*, смежными половинами $\Gamma^*|_{u1}^{u2}$ и $\Gamma^*|_{u2}^{u3}$ которой представляются траектории $\Gamma|_{u}^{u'}$ из w и $\Gamma|_{u'}^{u}$ из w* соответственно.

Превращение фазовой кривой Г в отрезок $\Gamma|_{u}^{u^*}$ реального процесса сопровождается появлением граничных условий и направленности изменения во времени. В качестве стрелы времени здесь выступает вектор скорости $\dot{\Gamma}(u^*)$, в качестве меры времени — ψ-функция ψ(u*), которая выражает локальное время процесса от его начала до завершения. Естественным завершением процесса будет состояние u′, при котором вектор $\dot{\Gamma}$ равен нулю. Таковы точки равновесия в фазовом пространстве.

При рассмотренных выше определениях степеней себя, они оказываются определяемыми геометрией фазовых кривых. Соединение одних и тех же положений дел разными фазовыми кривыми приведет в этом случае к разным степеням себя. Такие степени себя зависят от траекторий изменения и могут называться *траекторными* степенями себя. Таким образом, для построения несимметричной физики нам необходимо связать физические параметры с траекторными степенями себя (см. также главу «Валентный анализ»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378).

Итак, степени себя начинают играть роль мер времени в рамках расширенных положений дел w = (u, u*, u′, Г, |.|) как малых пространств-времен (точнее говоря, положение дел u* — это малое пространство, а направленная траектория $\Gamma|_{u}^{u'}$ — малое пространство-время). Реальный процесс может моделироваться конкретным расширенным положением дел w = (u, u*, u′, Г, |.|) лишь в некоторых рамках. За их пределами, как можно было видеть, реальный процесс может потребовать свое пространственно-временное представление в новом расширенном положении дел. Отсюда следует, что каждое малое пространство-время w = (u, u*, u′, Г, |.|) может как быть адекватным представлением реального пространства-времени, так и переставать играть такую роль. Может возникать система множества субъектных мер, более или менее глобальных, каждая из которых в рамках своей адекватности способна выступать мерой времени реального процесса.

Попытаемся выразить эту интуицию средствами некоторого ментального многообразия на субъектных мерах.

Пытаясь осмыслить возможные основания несимметричной динамики, можно было бы начать с такой гипотезы: все субъектные меры есть подмеры некоторой универсальной субъектной меры M. Следовательно, должно быть задано какое-то ментальное многообразие на субъектных мерах, где μ = M↓m означает, что мера μ — мода меры M. Будем предполагать скалярный (или псевдоскалярный — см. ниже) характер субъектных мер. Тогда условие модальности можно было бы выразить в форме того, что M = M(μ) — мера M есть функция от меры μ. Причем это должна быть строго возрастающая функция по каждой своей координате, т. е., если предположить дифференцируемость M, то должно выполняться свойство

$$\frac{\partial M}{\partial \mu} > 0.$$

Далее необходимо предположить, что М не может уменьшаться со временем, так как рост М есть само время.

В рамках системы условий m проявляется не мера М, но ее мода $\mu = M\!\downarrow\! m$. По отношению к μ в рамках m выполняются те же условия, что и для М. Например, мера μ представляет μ-время, всегда только возрастая в рамках m.

Для меры μ можно предположить наличие антимеры $\urcorner\mu$, которая в точности падает там, где растет мера μ. Следовательно, в рамках μ мера $\urcorner\mu$ падает. Но у $\urcorner\mu$ может быть своя система условий $\urcorner\mu$, где она экранирует абсолютную меру М. Тогда точнее было бы говорить о паре мер $(\mu, \urcorner\mu)$, в которых одна растет от одного полюса $Pol(\mu)$ количества, другая — от противоположного полюса $\urcorner Pol(\mu) = Pol(\urcorner\mu)$. В этом случае система условий m — это в том числе система определения в бытии количества, растущего от $Pol(\mu)$.

Для полярных мер μ и $\urcorner\mu$ можно предположить задание синтетической меры $i(\mu) = i(\urcorner\mu)$ со своим полюсом $Pol(i(\mu))$, от которого откладываются как мера μ, так и мера $\urcorner\mu$.

В более общем случае, по-видимому, может существовать несколько мер μ_1, μ_2, ..., μ_n для одной интегральной меры $i(\mu_k)$, каждая из которых откладывается от своего полюса $Pol(\mu_k)$ и начинает откладываться от одного полюса $Pol(i(\mu_k))$ на более высоком уровне.

В связи с этим необходимо указывать, в какой системе условий берется мера m. Полагая, что модели можно поставить во взаимно однозначное соответствие с мерами, можно использовать запись $\mu\!\downarrow\!\mu^*$ для обозначения состояния меры m в рамках условий, абсолютизирующих в точности меру μ^*.

Синтетическая мера $i(\mu)$ такова, что она растет и как мера μ, и как мера $\urcorner\mu$. Если у $i(\mu)$ есть своя дополнительная мера $\urcorner i(\mu)$, то, следовательно, эта мера *падает* и как мера μ, и как мера $\urcorner\mu$. Абсолютная мера М, выступая в качестве синтетической меры для всех субъектных мер, будет возрастать, следовательно, с ростом *всех* субъектных мер.

Есть, следовательно, не только Энергия всех энергий, но и Направление всех направлений. Любой закон движения — это выделение некоторого направления изменения среди всех возможных направлений. Но любое направление — поднаправление Высшего Направления бытия.

Как энергия лишь перераспределяется в разных формах энергии, так Направление лишь перераспределяется в разных своих формах.

В бытии есть Идея Направления. Как бы ее назвать? Может быть, *экс-е́ргия*? Это, точнее говоря, та мера М, которая может только возрастать [1]. Эксергия —

[1] В термодинамике под «эксергией», как известно, понимается максимальная работа («работоспособность»), которую может совершить система в данных условиях. Я употребляю термин «эксергия» несколько в ином смысле, хотя между этими значениями есть связь — термодинамическое понятие «эксергии» выражает «качество энергии», ее способность спонтанно совер-

это реализованная часть абсолютной энергии, обобщающая идею кинетической энергии для физической энергии (до тех пор, пока рост кинетической энергии выражает меру времени). Частные субъектные меры μ — это частные виды эксергии, задающие направление связанной с ними активности.

Дополнительная мера $\urcorner\mu$ выражает некоторый аналог потенциальной энергии (если кинетическая энергия выполняет роль эксергии), который можно было бы назвать *энд-ергией*. Она только падает со временем, что предполагает ее рассмотрение в модели меры μ. Таким образом, *понятия эксергии и эндергии относительны* — это уже указания на состояния мер $\mu\downarrow\mu$ и $\urcorner\mu\downarrow\mu$ соответственно.

Так должны будут прозвучать два основных закона:

1. *Закон энергии*: Абсолютная Энергия есть сумма Абсолютной Эксергии и Эндергии, и эта сумма остается постоянной во всех активностях.

2. *Закон эксергии*: Абсолютная Эксергия только возрастает со временем во всех активностях.

По отношению к этим абсолютным законам формулируются частные законы:

μ1. *Закон μ-энергии*: m-энергия есть сумма μ-эксергии и μ-эндергии, и эта сумма остается постоянной во всех m-активностях.

μ2. *Закон μ-эксергии*: μ-эксергия только возрастает со временем во всех μ-активностях.

Одними из таких частных законов являются 1-й и 2-й законы термодинамики, где в качестве энергии выступает физическая энергия, в качестве эксергии — энтропия. Системой условий, абсолютизирующей такую эксергию, будет изолированная термодинамическая система.

Каждый частный Закон субъектности представляет собою ту или иную реализацию Закона эксергии. Траекторные степени себя — это частные эксергии.

В рамках изолированной физической системы (S-модели, где S — это энтропия, или S-эксергия) информация (негэнтропия) $I = S^{+} - S$ есть лишь S-эндергия. Но возможна, по-видимому, и другая система условий (I-условий), в которых, наоборот, информация окажется эксергией, а энтропия — эндергией. Так что лучше ввести такие обозначения: $S\downarrow S$ — энтропия как эксергия, $I\downarrow S$ — информация как эндергия, $I\downarrow I$ — информация как эксергия, $S\downarrow I$ — энтропия как эндергия. I-условия обычно связываются с открытыми термодинамическими системами. Наконец, можно предположить некоторую синтетическую меру D, модами которой будут меры S и I. Но тогда это будут меры $S\downarrow D$ и $I\downarrow D$, откладываемые от одного полюса количества.

Кинетическая энергия в механике не может играть роль эксергии даже в рамках консервативных систем, так как здесь возможно движение по инерции, идущее с падением кинетической энергии (например, снижение скорости у край-

шать работу. Я усиливаю в таком понимании эксергии лишь момент необратимости. Разница в том, что термодинамическая эксергия уменьшается со временем, в то время как в моем понимании она растет.

них отклонений при колебаниях маятника). Это означает, что на роль эксергии здесь должна претендовать другая мера. Когда тело движется по инерции, то это движение осуществляется под действием импульса, т. е. «аристотелевской силы». Так что нужно вводить какую-то объединенную — аристотелевско-ньютоновскую — эксергию. В качестве таковой могла бы выступить траекторная степень себя, связанная с длиной необратимого участка фазовой траектории: $\psi = \int |(\dot{q}, \dot{p})|^2 dt$ (см. главы «Валентный анализ»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378 и далее, и «Позитивность и необратимая фазовая динамика»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 401 и далее).

По-настоящему роль эксергии впервые стала выполнять энтропия. Вот почему с этого времени впервые формируется идея стрелы времени и направления естественного хода природных процессов. Но и энтропия — это только частный случай эксергии, и требуется новое обобщение после формулировки закона сохранения энергии.

Можно предположить, что эволюция — это множество эксергий m и множество их m-моделей, рождающих множественные образы m-эволюций.

Сумма эксергии и эндергии дает энергию, которая остается неизменной. Следовательно, с каждой эксергией $\mu\downarrow\mu$ связана своя энергия, в качестве которой можно предположить синтетическую меру $i(\mu)\downarrow\mu$, рассмотренную в μ-модели. Следовательно, понятие энергии тоже относительно — это синтетическая эксергия, рассматриваемая в модели своей под-эксергии. Постоянство эксергии m оказывается в этом случае выражением L-статуса (несобственного) в системе условий той или иной μ*.

Здесь, следовательно, μ-законы приобретут такую формулировку:

Закон μ-энергии

μ1. $$i(\mu)\downarrow\mu = \mu\downarrow\mu + \urcorner\mu\downarrow\mu = \text{const}.$$

Закон μ-эксергии

μ2. $$\frac{\partial(\mu\downarrow\mu)}{\partial t} \geq 0.$$

Теорема 1

$$\frac{\partial(\neg\mu\downarrow\mu)}{\partial t} \leq 0.$$

Доказательство

Так как $i(\mu)\downarrow\mu = \text{const}$, то $\dfrac{\partial(i(\mu)\downarrow\mu)}{\partial t} = \dfrac{\partial(\mu\downarrow\mu)}{\partial t} + \dfrac{\partial(\neg\mu\downarrow\mu)}{\partial t} = 0,$

откуда получаем: $\dfrac{\partial(\neg\mu\downarrow\mu)}{\partial t} = -\dfrac{\partial(\mu\downarrow\mu)}{\partial t} \leq 0.$

То состояние, в котором находится эксергия в своей модели и которое связано с ростом во времени, можно называть *собственным* L-*статусом*. Здесь, правда, получим ту особенность, что собственный и несобственный L-статусы будут разными: собственный L-статус будет выражаться в росте, а несобственный L-статус — в постоянстве эксергии во времени.

Как видно из предыдущего, термины «энергия», «эксергия» и «эндергия» оказываются относительными, соответствуя модам $i(\mu)\downarrow\mu$, $\mu\downarrow\mu$ и $\rceil\mu\downarrow\mu$. В то же время нужны и инвариантно-модусные термины, не зависящие от моделей. В качестве такого модусного термина можно было бы предложить термин *эргия*, синонимичный понятию «субъектная мера». Эргия μ может проявлять себя в виде энергии $\mu\downarrow d\mu$, где $d\mu$ — подэргия μ, в виде эксергии $\mu\downarrow\mu$ и эндергии $\mu\downarrow\rceil\mu$.

Система эргий образует, по-видимому, топику (см. параграф «Онтологическая топика»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 218 и далее), которую можно было бы называть *эрготопикой*, и каждая эксергия может быть представлена как количество «тезиса», растущее от нуля своей галактики к ее верхней границе M. Рост эксергии как 0-количества x_0 окажется одновременно «антитезисным» падением x как M-количества x_M. Следовательно, падение эндергии можно связать с уменьшением обратного количества x_M при росте прямого количества x_0 (что потребует использования антитопики). Количество энергии в этом случае можно связать с величиной $|x_0|_0 + + |x_M|_0 = x + (M - x) = M$, которая остается постоянной для данной галактики.

Представление фрагмента фазовой траектории $\Gamma|_u^{u'}$ как участка роста эксергии связано в этом случае с заданием галактики с верхней границей M на фазовой траектории, нуль которой совпадает с начальным положением дел u, а величина M — с финальным положением дел u′. Тогда рост эксергии одновременно окажется связанным с циклическим параметром R-окружности данной галактики, так что приближение к финалу движения u′ окажется одновременно завершением цикла в рамках однополюсной R-окружности (см. параграф «Плерональное движение»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 410 и далее). Такое представление можно называть *плерональным процессом*, поскольку в нем реализует себя полнота («плерон») некоторой активности, разворачивающейся от своего начала до своего конца, набирая один полный цикл активности (в рамках R-окружности).

Теперь точнее говорить об общей логике построения той или иной *эргетики*, в рамках которой можно выделять *энергетику* — учение об энергии, *эксергетику* — учение об эксергии, и *эндергетику* — учение об эндергии.

Для эргий $\mu\downarrow i(\mu)$ и $\rceil\mu\downarrow i(\mu)$ эксергия $i(\mu)\downarrow i(\mu)$ оказывается *син-эргией (синергией)*, сополагающей в себе эти эргии (например, в форме их отсчета от одного полюса количества $Pol(i(\mu)\downarrow i(\mu))$). В этом случае эргии вида $\mu\downarrow i(\mu)$ можно называть *субэргиями*. Они могут и расти, и падать в составе синергии, лишь бы сама синергия всегда возрастала.

Кстати, вопрос о статусе несомого процесса в процессах сопряжения[1] — это вопрос о том, является ли его эргия только субэргией в составе синергии-энтропии (редукционизм), или это эксергия (холизм). Правда, в последнем случае мы все равно имеем дело с какой-то специфической эксергией, которая как

[1] О понятии процесса сопряжения см.: *Моисеев В. И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины. М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008. С. 289—298.

бы не вполне самостоятельна, но находится в отношении сопряжения с эксергией-энтропией. Возможно, такое состояние сопряжения представляет собой некоторую «смесь» двух состояний эргии несомого процесса — и как субэргии в отношении к синергии-энтропии (в рамках физической энергии), и как самостоятельной эксергии (в рамках биологической информации).

Итак, любая динамика должна стремиться к своему построению в форме той или иной эргетики, в которой будут по крайней мере представленные выше два закона эргии (закон сохранения энергии и закон роста эксергии). С этой точки зрения из всех разделов физики ближе всего к полной системе эргетики сегодня подошла термодинамика.

Не является ли в физике Н. А. Козырева время, обладающее энергией, выражением эксергии? Можно предположить, что μ-эксергия — это и есть μ-время.

В работе «Причинная или несимметричная механика в линейном приближении»[1] Н. А. Козырев выдвигает пять аксиом, которые можно было бы рассматривать как попытку выразить свойства эксергии. Поскольку траекторные степени себя представляют собой субъектную эксергию, то можно попытаться дать интерпретацию аксиом Козырева средствами понятий субъектных онтологий.

(К1) В причинных связях всегда существует принципиальное отличие причин от следствий. Это отличие является абсолютным, не зависящим от точки зрения, т. е. от системы координат.

Интерпретация: Положим, что мы рассматриваем реальный процесс в рамках некоторой субъектной онтологии. В этом случае он может быть выражен как активность, идущая с ростом траекторных степеней себя $\psi(u^*) = \psi(u, u^*, u', \Gamma, |.|)$. Элементарный переход от положения дел u^* к положению дел $s(u^*)$, следующему за u^*, совершается на основе вектора элементарного приращения $d\Gamma$: $s(u^*) = u^* + d\Gamma$. Если на u^* задана степень себя $\psi(u^*)$, то на $s(u^*)$ — величина $\psi(s(u^*)) = \psi(u^* + d\Gamma) = \psi(u^*) + dy(u^*) = \psi(u^*) + K|\dot{\Gamma}(u^*)|dt$. В качестве причины в этом случае выступает положение дел u^*, в качестве его следствия — следующее за ним положение дел $s(u^*)$. Процесс развивается во времени, пока причина и следствие не равны. Их фундаментальное неравенство выражается неравенством мер собственного времени $\psi(u^*)$ и $\psi(s(u^*))$, где $\psi(s(u^*)) > y(u^*)$.

(К2) Причины и следствия всегда разделяются пространством. Расстояние между причиной и следствием может быть сколь угодно малым, но не может быть равным нулю.

Интерпретация: Между причиной u^* и следствием $s(u^*)$ есть ненулевое приращение $d\Gamma$, которое выражает процесс превращения причины в следствие. $d\Gamma$ — это пространственное различие в смысле фазового пространства.

[1] *Козырев Н. А.* Причинная или несимметричная механика в линейном приближении. Пулково, 1958.

(К3) Причины и следствия, возникающие в одной и той же точке пространства, различаться не могут и представляют собой тождественные понятия.

Интерпретация: Если события равны, то они не могут быть причиной и следствием, т. е. в их определение обязательно входит неравенство.

(К4) Причины и следствия всегда разделяются временем. Промежуток времени между причиной и следствием может быть сколь угодно малым, но не может быть равным нулю.

Интерпретация: Различию dΓ между причиной u* и следствием s(u*) соответствует ненулевое приращение во времени dt. Здесь квант времени рассматривается как скалярная величина.

(К5) Время обладает особым, абсолютным свойством, отличающим будущее от прошедшего, которое может быть названо *направленностью* или *ходом*. Этим свойством определяется отличие причин от следствий, ибо следствия находятся всегда в будущем по отношению к причинам.

Интерпретация: Козырев вводит скорость превращения причины в следствие («ход времени») c_2, где $c_2 = |\dot{\Gamma}|$. Далее он связывает с вектором dΓ систему координат OXYZ, в которой ось OX направлена в сторону вектора $\dot{\Gamma}$. Козырев рассматривает c_2 как *псевдоскаляр* — величину, меняющую знак при переходе от правой системы координат к левой и обратно. В этом случае, чтобы сохранить скалярный характер dΓ, объект dt должен быть *псевдовектором*, ориентирующим плоскость OYZ (следовательно, dt будет менять знак при изменении ориентации плоскости OYZ, а не оси OX).

Так или иначе, главная идея этого параграфа состоит в том, что траекторные степени себя представляют собой своеобразный динамический параметр — эксергию, которая является мерой собственного времени динамической системы. В связи с этим конструкции субъектных онтологий не могут найти прямого аналога в существующих сегодня образах физической динамики, которые практически все носят обратимый во времени характер. Случай энтропии сам еще требует своего объяснения в некоторой будущей теории, которая, по мнению Пенроуза, должна быть асимметричной во времени.

§ 8. Ментальные многообразия в структуре физической теории

Всякое теоретическое знание потому и теоретично, что оно концентрирует в себе глубокие ментальные единства, которые позволяют увидеть многообразие фактов как нечто неслучайное, как систему разных сторон-аспектов ментальных единых. Уровень развития научного знания, по-видимому, напрямую связан с мерой реального синтеза, который заключен в теоретических единствах этого знания. В противном случае знание представляет собой лишь горы внешних фактов, не скрепленных между собою высшими связями. Следовательно, всякая теория T, обладающая теми или иными ментальными единствами, предполагает некоторую Проективно Модальную Онтологию (T-Онтологию), в которой более частное и условное знание будет представлено как моды знания более интегрального и безусловного. Не обязательно T-Онтология будет представлять собой разновидность 2S-Онтологии, в которой проективно-модальное отношение Mod[127] будет связано с материальной импликацией. Мне кажется, что одна из проблем современной философии и логики науки состоит как раз в понимании того, что, с одной стороны, кумулятивность научного знания выходит за границы формально-логической дедуктивности, но, с другой стороны, еще нет таких средств в современной логике науки, в рамках которых можно было бы предложить достойную альтернативу дедуктивной кумулятивности. Научное знание содержит в себе иерархию уровней организации знания, и это достаточно общепринято. Главный вопрос, может ли эта иерархия быть адекватно выражена средствами формальной логики? Перекладывая эту проблему на язык Проективно Модальной Онтологии, можно сформулировать вопрос следующим образом: исчерпывает ли формально-логическая онтология систему онтологий научного знания? Мне представляется, что ответ на этот вопрос достаточно очевиден — нет, кроме формально-логической иерархии, в составе научного знания важнейшую роль играют разного рода логико-содержательные иерархии, которые выражают гораздо более релевантное содержание научного знания и, как представляется, могут быть выражены средствами соответствующих Проективно Модальных Онтологий. Так проблема кумулятивности может быть разведена с проблемой дедуктивности, чего, по-видимому, не понимали ни логический позитивизм, ни постпозитивизм. При дедуктивной некумулятивности (несоизмеримости) научных теорий может, тем не менее, сохраняться некоторая более глубокая кумулятивность и соизмеримость научного знания.

Физическое знание — пример знания в европейской культуре, которое обладает на сегодня самыми глубокими теоретическими синтезами среди всех остальных научных дисциплин. В этом смысле другим наукам несомненно есть чему поучиться у физики. Но физические единые в этом случае должны быть прочитаны не узкофизично, а в свете некоторой универсальной методологии и логики синтеза. Попытаемся с этой точки зрения взглянуть на некоторые фрагменты организации теоретического знания в физике.

Вот, например, передо мной учебник И. Е. Иродова «Основные законы электромагнетизма» [1]. То, что выбран именно этот учебник, здесь не играет особой роли, поскольку близкую структуру мы можем встретить во множестве других подобных учебников. Если мы посмотрим на его оглавление, то увидим:

[1] *Иродов И. Е.* Основные законы электромагнетизма: Учебное пособие. М.: Высшая школа, 1983.

Глава 1. Электростатическое поле в вакууме
Глава 2. Проводник в электростатическом поле
Глава 3. Электрическое поле в диэлектрике
Глава 4. Энергия электрического поля
Глава 5. Постоянный электрический ток
Глава 6. Магнитное поле в вакууме
Глава 7. Магнитное поле в веществе
Глава 8. Относительность электрического и магнитного полей
Глава 9. Электромагнитная индукция
Глава 10. Уравнения Максвелла. Энергия электромагнитного поля, —

здесь явная структура некоторого ментального многообразия, которое постепенно проявляется от множества более модальных к более модусным элементам. Высшим синтезом теории электромагнетизма являются уравнения Максвелла, к которым постепенно поднимается изложение. Электромагнетизм (например, в виде электромагнитного поля (ЭМП)) выражает себя в первую очередь в электрическом (ЭП) и магнитном поле (МП). Каждое из этих полей может образовывать свои аспекты во времени, например, электрическое поле может не меняться во времени, образуя электростатическое поле (ЭСП), или выступать как меняющееся во времени электрическое поле. Каждое из полей может проявляться в той или иной среде — в вакууме (пустой среде) или в веществе (непустой среде); эти среды, в свою очередь, могут подразделяться на виды, например вещество-диэлектрик или вещество-проводник. Можно рассматривать разные аспекты поля, например его энергию. Если предположить задание в этой области физики некоторой Проективно Модальной Онтологии со спецификатором Е («электродинамика»), то мы должны получить в этой Е-Онтологии, например, следующие соотношения:

Mod^{127}(ЭП, ЭМП, Е) и Mod^{127}(МП, ЭМП, Е) — электрическое и магнитное поля являются Е-модами электромагнитного поля,

Mod^{127}(ЭСП, ЭП, Е) — электростатическое поле — Е-мода электрического поля,

$\mathrm{Mod}^{127}(E_{\text{ЭП}}$, ЭП, Е) — энергия $E_{\text{ЭП}}$ электрического поля — Е-мода электрического поля, и т. д.

Можно ли попытаться более подробно посмотреть на структуру этой Онтологии? Возможно, первая проблема, которая здесь возникает, это многозначность таких понятий, как «электромагнитное поле». Под этим словосочетанием можно понимать и сам объект (поле), и теорию этого объекта, и систему уравнений, которая описывает данный объект. По-видимому, это тоже разные моды некоторого интегрального смысла и их также можно попытаться выразить либо в рамках той же Е-Онтологии, либо привлекая средства некоторой дополнительной Проективно Модальной Онтологии. Попробуем начать здесь с самого нижнего уровня — уровня отдельных математических объектов, которые фигурируют в уравнениях поля. Рассмотрим, например, систему уравнений Максвелла.

Уравнения Максвелла в однородной среде с постоянными величинами ε_a и μ_a — абсолютной диэлектрической и магнитной проницаемостью — для электромагнитного поля (E, H) могут быть записаны, как известно, в следующем виде:

$$\mathrm{rot}\,E = -\mu_a \frac{\partial H}{\partial t},$$
$$\partial \mathrm{iv}\,E = \rho,$$
$$\mathrm{rot}\,H = j + \varepsilon_a \frac{\partial E}{\partial t},$$
$$\partial \mathrm{iv}\,H = 0.$$

Здесь ρ — плотность распределения сторонних зарядов, j — плотность распределения сторонних токов, E и H — векторы напряженности электрического и магнитного полей соответственно.

Отсюда, например, можно получить уравнения для электростатического поля, приравняв к нулю j, $\frac{\partial E}{\partial t}$ и $\frac{\partial H}{\partial t}$, что соответствует условиям отсутствия сторонних токов, магнитного поля и постоянства во времени электрического поля. Приравнивание к нулю — это результат подстановки константы (нуля) на место переменной, что можно рассмотреть как результат действия проектора $\downarrow_3^{\mathrm{func}}$ в 3func-Онтологии как под-Онтологии snx-Онтологии[1]. От var-порядка на термах далее можно перейти к порядку на выражениях, включающих в себя эти термы. Выражение как результат подстановки окажется var-меньше того же выражения до подстановки в рамках 3func-Онтологии. Следовательно, можно привлекать средства синтаксической онтологии для выражения проективно-модальных отношений на конструкциях научной теории. По-видимому, синтаксический порядок можно в данном случае согласовать с некоторым семантическим порядком, например с представлением электростатического поля как *подструктуры* электромагнитного поля. В целом E-Онтология может включать в себя множество более частных подонтологий, в том числе и формально-логические онтологии, и только средствами *всех* этих онтологий будет выражаться совокупная иерархия физического знания.

§ 9. Физическая теория как живое знание

Когда физик работает, он имеет дело с некоторым огромным образованием, включающем в себя множество элементов — научную теорию, математический аппарат, эксперимент и его данные и т. д. Можно ли это образование свести

[1] См. Раздел 2, Отдел 1, Часть 1, Глава 4, § 3. «Смешанные» онтологии логического вывода; наст. изд, книга I.

только к понятию «математической структуры», как утверждал Бурбаки, или это некое более фундаментальное состояние разума и материи? Мне представляется, что вернее второе, и в своем творчестве физик (как, впрочем, и любой другой ученый) имеет дело с каким-то пока трудно называемым материально-идеальным состоянием, которое живет, развивается, сознает и действует, выражая себя в создании научной теории, научном открытии, проведении эксперимента и т. д. Это образование не столько объект, сколько род некоторого самосознающего существа, которое не вполне совпадает с существом ученого как конкретного человека, хотя активно использует ресурсы его тела, души и духа для своей самореализации. Такие образования как-то нужно называть, и я изберу здесь термин «органон» для обозначения этих активностей. Органонов может быть много для каждой проблемы, например проблемы пространства, времени, решения той или иной задачи, существуют свои органоны. Они представляют собою род квазиличностей, жизнедеятельность которых выражается в решении соответствующей проблемы. Например, есть органон ньютоновской механики. Это некоторое самосознающее живое единство, которое активируется через сознание и деятельность физика, занимающегося проблемами ньютоновской физики. Или есть органон электродинамики, внутри которого можно выделять более частные органоны электростатики, энергии электрического поля и т. д. Индивидуальность органона определяется спецификой решаемой проблемы и средствами ее достижения. Разным проблемам и средствам соответствуют разные органоны. Через органоны существует научное знание как живое знание, которое невозможно передать машинам и сделать полностью алгоритмичным. Когда ученый настраивается на решение некоторой проблемы, овладевает средствами ее решения, он активирует в себе соответствующий органон, может быть, подключается к нему и во многом начинает отождествлять себя с его квазиэго. По-видимому, органоны можно передать как некоторые особые квазиличности со своими квазителами и квазиэго, если говорить языком Теории Life. Трудность их выделения во многом связана, по-видимому, с тем, что они не представляют собою столь хорошо оформленные субъектные активности, как, например, животные или растения. Но моделировать их следует, с моей точки зрения, как некоторые субъектные онтологии со своими квазиэго, «изображения» которых проявляются на необщих экранах. Они используют экран сознания того ученого, который начинает решать соответствующую проблему. Органон может быть рассмотрен как один из подсубъектов человека-ученого, получающий доступ к телесности и сознанию ученого в моменты решения соответствующей проблемы. Тот факт, что разные ученые могут воспроизводить в своем творчестве при занятиях одной проблемой одни и те же решения (например, случаи одинаковых независимых открытий), говорит за некоторый момент интерсубъективности органона.

Приведу простой пример. Студент начинает осваивать понятия теории множеств. Он знакомится с основными определениями, аксиомами, теоремами. В его сознании оживает некоторое знание, которое присутствует в этом случае именно в живом виде. Например, он *сознает* определение операции пересечения множеств, *представляет* область объединения двух множеств, *чувствует* убедительность того или иного доказательства и т. д. Постепенно знание теории приобретает характер деятельный — студент становится способен *мыслить* средствами этой теории, *применять* ее положения для решения тех или иных задач, и его знание достигает уровня органона — некоторого живого существа, «энтелехия» которого воспроизводит себя в поддержании знания и его развитии — расширении области приложений, получении новых знаний, разрешении противоречий и т. д. Проблема научной традиции есть во многом проблема передачи органонов, а не просто информации. Мало заставить ученика запомнить знание, нужно суметь передать ему живое знание, которое могло бы далее расти и развиваться силами этого ученика. Это достаточно очевидные вещи, но о них как-то забывают, когда говорят о науке и научном знании.

Органон знания представляет собой некоторое высшее единство определенной области знания. Органон жив и целостен, интегририуя в себе множество аспектов данного вида знания. Вот, например, органон натурального числа. Его сторонами будут язык, теория натурального числа, модели этой теории, в том числе эмпирические реализации структуры натуральных чисел. Активность органона может проявляться через разного рода операции и предикаты структуры. Например, органон натурального числа может проявлять себя операциями сложения и умножения чисел, выделением отдельных чисел или их множеств, установлением отношений порядка, равенства и т. д.

В физике мы пока имеем дело с такими органонами, которые работают с объектами, отличными от самих органонов. Это различные разделы физического знания и эксперимента. Но со временем, по-видимому, и в физике ситуация будет меняться, и возникнут *самореферентные органоны* — органоны, оперирующие с органонами.

С органоном должна быть связана соответствующая Проективно Модальная Онтология, в которой сам органон окажется максимальным модусом, а в качестве его мод должны быть представлены все его дифференциации. Например, органон электродинамики E может быть представлен субъектной онтологией $S_E = \langle U_E, B_E, e_E \rangle$, где e_E — квазиэго этого органона, способное проявлять себя в необщем экране и через тело той или иной личности, занимающейся проблемами электродинамики (например, через личность Максвелла или Фарадея). Если с этим органоном по-прежнему связывать некоторую E-Онтологию, то субъект-модус S^*_E мог бы быть операциональным выражением органона электродинамики, являясь максимальным E-модусом, а его E-модами оказались бы, например, теория электродинамики Максвелла, само электромагнитное поле как некоторая математическая структура, ее эмпирические реализации в тех или иных экспериментальных условиях, математический аппарат и язык электродинамики и т. д. Деятельность органона S^*_E могла бы проявляться в самых разных активностях, имеющих отношение к электродинамике — в освоении, построении теории электродинамики, ее приложениях к решению тех или иных задач, математизации и формализации новых смыслов теории, в постановке экспериментов и т. д. Активность Е-органона могла бы дифференцироваться на множество своих подсубъектов, каждый из которых осуществлял бы более частные виды деятельности. Здесь были бы свои субъектные меры (например, степени себя), а значит, своя система ценностей, свои чувства, желания. Так предметом Е-органона была бы электродинамика, в то время как сам Е-органон представлял бы из себя некоторый случай *субъектной динамики*.

В органоне как субъекте решения некоторой научной проблемы Р должен так же существовать интуитивный центр, связанный с неопределенной данностью той полноты решения проблемы, которую ученый может постепенно проявлять через активность органона. Например, в органоне электродинамики должен существовать некоторый полюс системы смыслов, в котором уже присутствует более полная теория электромагнетизма, одной из Е-мод которой является теория Максвелла. Развитие теории возможно только за счет некоторого интуитивного подключения ученого к этой маргинальной системе смыслов.

Глава 3
Симметрия и проективная модальность

Выше я уже писал о симметрии и о ее связи с конструкциями Проективно Модальной Онтологии. В этой главе я хотел бы показать ряд более строгих представлений их единства, используя формальный аппарат Проективно Модальной Онтологии и привлекая для иллюстрации ряд примеров физической симметрии.

§ 1. Проективно-модальное прочтение симметрии

Рассмотрим некоторый пример, иллюстрирующий симметрию[1]. В качестве простейшего примера симметрии рассмотрим вращение равностороннего треугольника вокруг своей оси. Повороты на углы, кратные 120 градусам, будут приводить к совпадению треугольника с самим собой, выражая его поворотную симметрию.

Отметим это выражение — «совпадение треугольника с самим собой». Оно звучит противоречиво, поскольку здесь, с одной стороны, треугольник меняется при поворотах, а с другой стороны — совпадает с собой. Такая конструкция вообще возникает, когда мы говорим, что «объект изменяется во времени». Здесь, с одной стороны, речь идет об изменении, а с другой — меняется все тот же объект, который остается собой во всех изменениях. Такие парадоксы обычно решаются разделением на два уровня — вариативный и инвариантный. Меняющийся объект дан сразу на двух уровнях — на вариативном уровне он дан разными своими меняющимися состояниями, на инвариантном — неизменной составляющей.

То же мы видим и в случае симметрии, когда говорим, что «треугольник совпадает с собой» при поворотах на углы, кратные 120 градусам. Вариативный уровень связан с состояниями треугольника, например с различением именования его вершин и того угла, на который данное состояние повернулось относительно некоторого выделенного состояния. Все такие состояния могут быть не

[1] Описанная ниже двууровневая онтология симметрии должна, как представляется, содержательно дополнить современный математический аппарат теории симметрии как групповую структуру преобразований — в итоге возникнет более полная система смыслов, в которой органично выразимо то, что сохраняется в групповых преобразованиях.

равны между собой (кроме случаев равенства себе при повороте на нуль градусов), даже если используются только повороты, кратные 120 градусам. Их можно называть «именованными» состояниями — каждое из них как бы уникально поименовано, отличаясь от остальных. Поэтому нельзя говорить, что именованные состояния сохраняются при поворотах, отличных от нуля градусов. Они всегда меняются в любом ненулевом движении. А что же сохраняется? Повидимому, сохраняется то, что мы называем «формой» треугольника, которая безразлична к отдельным именованным состояниям, выражая только равностороннюю треугольность фигуры, и именно она и сохраняется при поворотах. Итак, повороты, кратные 120 градусам, действуют на именованные состояния фигуры, всегда меняя их в ненулевых углах поворота, но сохраняя «неименованное» бытие фигуры, связанное с ее треугольной формой. Здесь мы вновь видим два уровня — уровень вариативный, представленный именованными состояниями треугольника, и уровень инвариантный, который представлен треугольной «формой» фигуры.

Во всех прочих случаях, когда речь идет о симметриях и инвариантностях, может быть применен тот же анализ и выделены те же два уровня — вариативный и инвариантный, по которым как бы «размазана» двууровневая самостьидентичность объекта. Будем вариативные состояния объекта называть его *вариалами*, а его инвариантное представительство — *инвариалом*. Сам объект — это инвариал, т. е. некоторое многоединство своих вариалов.

В каком отношении находятся между собой инвариал и вариалы объекта? Я предполагаю, что это отношение порядка, которое возникает в исчислении стрелок, когда инвариал объекта может быть представлен как «модус», т. е. нечто большее, а вариалы объекта — как его «моды», т. е. нечто меньшее. В самом деле, если мы посмотрим на описанный выше пример симметрии треугольника при поворотах, то форма треугольника продолжает быть и в каждом его именованном состоянии, как бы включая их в себя как свои части. В этом смысле инвариал объекта есть некоторая «сумма» вариалов, большая каждого отдельного вариала.

Выразим теперь эту конструкцию средствами Проективно Модальной Онтологии.

Пусть A — инвариал объекта, B_i — его вариалы, m_i — модели, e_i — модули. Тогда можем записать:

$B_i = A{\downarrow}m_i$ — вариал есть мода инвариала-модуса, и
$A = B_i{\uparrow}e_i$ — инвариал есть модус каждого вариала-моды.

Поскольку вариалы не равны инвариалу, то здесь имеем дело со строгим неравенством:

$B_i < A$ — вариалы строго меньше инвариала.

Что выступает в качестве моделей и модулей в примере с симметрией? Модель m_i — это те *специфицирующие условия*, которые выделяют из всего инвариала такую его часть, которая соответствует вариалу B_i. Например, чтобы выделить конкретный вариал из инвариала, нужно задать некоторое начальное положение треугольника, которое принимается за нулевой угол, и задать тот угол (вместе со знаком), поворот на который приведет к данному вариалу (разные углы будут задавать разные вариалы). Единство этих условий — начальный (нулевой) вариал и угол поворота относительно него — и будут моделью (ограничивающим условием) m_i, наложение которого на инвариал приведет к данному вариалу B_i. Наоборот, в качестве модуля e_i выступят *условия деспецификации* данного вариала B_i — условия снятия с него всех спецификаций и расширения даного именованного состояния до инвариантной треугольной формы.

Ясно, что рассмотренный пример вполне может быть обобщен и на другие случаи симметрии как инварианты той или иной группы преобразований, обнаруживая тесную связь подобного понимания симметрии и идей Проективно Модальной Онтологии.

§ 2. Инвариантность и групповая структура

Как известно, в современной математике и физике симметрия понимается как инвариантность в классе преобразований, который имеет структуру группы. И здесь возникает первый важный вопрос: почему природа инвариантности связана со структурой именно *группы* преобразований? Ниже я постараюсь предложить возможный вариант ответа на этот вопрос.

Представления, которые образует инвариант в каждой системе отсчета, во многом несут в себе «смешанную» природу инварианта и этой системы отсчета, идущую и от природы инварианта, и от природы системы отсчета. Возможно, групповая структура выражает *максимальное освобождение* от природы систем отсчета. Если К, К* — системы отсчета, то переход К→К* уже содержит в себе нечто лежащее вне этих систем. Но это нечто ограничено только этим переходом. Чтобы усилить освобождение от систем отсчета, нужно, чтобы сохранение проявлялось и в обратном переходе К*→К. Если бы инвариант сохранился в переходе К→К*, но не сохранился в обратном переходе К*→К, то в этом инварианте была бы явная зависимость от *вида перехода* между системами отсчета. Таким образом, максимум инвариантности будет достигнут при независимости от *любого* вида перехода. Но такая освобожденность могла бы сочетаться с негрупповой структурой переходов. Важен не только охват *всего* класса переходов (количество), но и *структура* самого этого класса (качество). Если бы, например, переход К*→К не компенсировал переход К→К*, то что бы в этом случае было сниженно инвариантного даже при инвариантности в этих переходах? Возможно, в этом случае инвариантность не была бы подлинной инвариантностью. Дело в том, что совершение перехода К*→К после перехода К→К* в случае групповой структуры гарантирует возвращение к себе (и здесь нужен нейтральный элемент):

$$К^* \to К + К \to К^* = К \to К.$$

Это своего рода «пробный камень» для инвариантности: возвратится ли кандидат на инвариантность в этом случае также к себе? Чтобы инвариантность сохранялась и в обратном преобразовании, нужно, чтобы это последнее было в самом деле обратным, т. е. в композиции с прямым отображением давало бы тождественное преобразование. Уже здесь выражается важность вида преобразований, которые подходят для проверки на максимальную инвариантность.

Такая важность проявляет себя и в свойстве *ассоциативности* преобразований. Ассоциативность преобразований означает освобождение этих преобразований от *порядка* связывания. Возможно, такие преобразования больше открыты на природу трансформируемого объекта, менее навязывают ему свою природу? Они как бы минимизируют свойство трансформативности до «порядка преобразовательных атомов» — элементарных трансформаций, для которых не важен *порядок группировки*, но только *порядок следования*. В абелевых группах преобразования освобождаются и от порядка следования.

Таким образом, групповые преобразования — это преобразования с максимальной инвариантностью. Инвариантность может более или менее выражаться в структуре преобразований своих представлений. И вот групповые преобразования способны максимально выявить возможную инвариантность.

В более общем случае можно говорить в том числе о более слабых, чем групповые, классах преобразований, где выявляется соответствующая инвариантность. Чтобы выразить такую инвариантность, я предлагаю ниже набросок ее возможного определения. Если дана α-Онтология и x — α-модус, m_1, m_2 — α-модели модуса x, y_1, y_2 — моды, образуемые x в этих моделях, то теоретико-групповой подход предполагает наличие некоторых, возможно, зависящих от m_1 и m_2, но независимых от y_1 и y_2 преобразований $T[m_1, m_2]$, где $T[m_1, m_2]y_1 =^\alpha y_2$. В общем случае такие преобразования можно было бы определить по правилу:

$$T[m_1, m_2]y_1 =^\alpha y_2 \text{ если только если } Mod(y_1, ((y_1, m_1|y_2, m_2)), m_1, \alpha)$$
$$\text{и } Mod(y_2, ((y_1, m_1|y_2, m_2)), m_2, \alpha).$$

Здесь $(y_1, m_1|y_2, m_2)$ — особый объект, «квазимодус», который является модусом (инвариантном) только «в направлении» от модели m_1 к модели m_2, причем в этом случае в m_1 он дает моду y_1, а в модели m_2 — моду y_2.

Общая запись квазимодуса такова:

$$(\{T_i\}^n_{i=1}),$$

где T_i — разного рода α-трансформации на моделях, определяемые по правилу:

1. *Базис*: если m — α-модель, y — α-мода, то (y, m) — *элементарная* α-трансформация.
2. *Индуктивное предположение*: если $t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n$ — α-трансформации, то $(t_1, t_2, t_3, \ldots, t_n)$ — α-трансформация.
3. *Индуктивное замыкание*: иных α-трансформаций нет.

Определим далее понятие *скелета* $sk(t)$ α-трансформации t:

1. *Базис*: если t — *элементарная* α-трансформация, то $sk(t)$ есть t.
2. *Индуктивное предположение*:
   2.1) если $(t_1, ..., t_{k-1}, (t_k, ..., t_p), t_{p+1}, ..., t_n)$ — α-трансформация, где $1 \leq k < p \leq n$, то $sk(t_1, ..., t_{k-1}, (t_k, ..., t_p), t_{p+1}, ..., t_n)$ есть $(skt_1, ..., skt_{k-1}, skt_k, ..., skt_p, skt_{p+1}, ..., skt_n)$;
   2.2) если $(t_1, ..., t_{k-1}, (t_k, ..., t_p), t_{p+1}, ..., t_n)$ — α-трансформация, где $1 < k < p < n$, то $(t_1, ..., t_{k-1}, sk(t_k, ..., t_p), t_{p+1}, ..., t_n)$ есть $(t_1, ..., t_{k-1}, skt_k, ..., skt_p, t_{p+1}, ..., t_n)$.
3. *Индуктивное замыкание*: иных скелетов α-трансформаций нет.

Скелет skT α-трансформации T — это представление любой α-трансформации как последовательности элементарных α-трансформаций без скобок. Тогда skT представляет собой последовательность пар $\{((skT)^1_k, (skT)^3{}_k)\}^n_{k=1}$, где k — номер пары (элементарной α-трансформации) в T, $(skT)^1_k$ — 1-й элемент k-й пары (α-представление как 1-объект в α-Онтологии), $(skT)^3_k$ — 2-й элемент k-й пары (α-модель как 3-объект в α-Онтологии).

§ 3. Проективно Модальная Онтология как теория симметрии

Можно ли более содержательно и необходимо связать теорию симметрии и проективно-модальные структуры?

Если попытаться это делать, то нужно показать две вещи: 1) если есть модус со своими модами, то для них можно построить группу преобразований, 2) если есть группа преобразований, то с нею можно связать некоторый модус со своими модами.

Попробуем начать со второго.

Пусть есть группа преобразований. Но это значит, что есть некоторые элементы, на которых эти преобразования заданы, и каждое преобразование может подействовать на каждый элемент. Можно ли взять эти элементы в качестве мод некоторого модуса?

Если так, то должно выполняться следующее условие.

Пусть T — преобразование. Тогда для каждого элемента a определен некоторый элемент b такой, что $Ta = b$. Для всех элементов введем некоторый новый объект A такой, что A есть модус для всех элементов как своих мод. Тогда для каждого преобразования $Ta = b$ можно ввести множество интегродифференциалов $D_{ec} = d_c \circ i_e$, где $d_c \circ i_e(a) = b$.

Здесь можно заметить, что определения дифференциалов и интегралов, которые я ранее использовал, частичные. Например, если мы используем определения дифференциала

D1d. $$Mod^{12467}(x, d_c(b), \downarrow, \uparrow, \alpha) \equiv \exists y(Mod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha) \wedge \wedge Mod^{12467}(x, y, \downarrow, \uparrow, \alpha))$$ —

модусно-модальное определение *дифференциала* с параметром c (c-дифференциала),

D2d. $Mod^{12467}(d_c(b), x, \downarrow, \uparrow, \alpha) \equiv \exists y(Mod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha) \wedge$
$\wedge\, Mod^{12467}(y, x, \downarrow, \uparrow, \alpha))$ –

модально-модусное определение *дифференциала* с параметром с (с-дифференциала),

то что будет, если мы попытаемся использовать выражение $d_c(b)$, где с не является моделью модуса b?

Тогда $\exists yMod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha)$ будет ложной, в связи с чем должны быть ложными формулы $\forall xMod^{12467}(x, d_c(b), \downarrow, \uparrow, \alpha)$ и $\forall xMod^{12467}(d_c(b), x, \downarrow, \uparrow, \alpha)$, т. е. $d_c(b)$ не будет α-модусом. Таким образом, d_c не на всех α-модусах дает α-модусы, и чтобы обойтись только α-модусами, придется сделать функтор d_c частичным, задав область его определения только на тех модусах, которые имеют с в качестве своей модели.

Можно было бы попытаться выйти из ситуации, доопределив d_c на модусах, не имеющих с в качестве своей модели, как, например, тождественное отображение. Тогда это могло бы выглядеть так:

D1d*. $Mod^{12467}(x, d_c(b), \downarrow, \uparrow, \alpha) \equiv \exists y(Mod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha) \wedge$
$\wedge\, Mod^{12467}(x, y, \downarrow, \uparrow, \alpha)) \vee Mod^{127}(x, b, \alpha) \wedge \neg\exists yMod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha)$ –

модусно-модальное определение *дифференциала* с параметром с (с-дифференциала),

D2d*. $Mod^{12467}(d_c(b), x, \downarrow, \uparrow, \alpha) \equiv \exists y(Mod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha) \wedge$
$\wedge\, Mod^{12467}(y, x, \downarrow, \uparrow, \alpha)) \vee Mod^{127}(b, x, a) \wedge \neg\exists yMod^{123467}(y, b, c, \downarrow, \uparrow, \alpha)$ –

модально-модусное определение *дифференциала* с параметром с (с-дифференциала).

Пусть теперь даны два интегродифференциала Δ_{ec} и $\Delta_{e^*c^*}$. Можно построить функтор $\Delta_{\{ec,\, e^*c^*\}}$ по такому правилу, что $\Delta_{\{ec,\, e^*c^*\}}$ действует как интегродифференциал D_{ec} на элемент a и как интегродифференциал $\Delta_{e^*c^*}$ на модус a*. В остальном $\Delta_{\{ec,\, e^*c^*\}}$ определен как тождественное отображение.

Подобную операцию можно воспроизвести и для общего случая. Если дано отображение f_{ab}, которое a сопоставляет b, а в остальном определено как тождественное отображение, так что такое отображение можно обозначить парой (a, b), то можно образовать сумму таких отображений, которая будет обозначена множеством из всех пар. Отображения вида f_{ab} будем называть *точечными*. Отображения, образованные суммой точечных, назовем *эпиточечными*. Любое отображение может быть разложено на точечные, которые в сумме дадут данное отображение как эпиточечное. Тождественное отображение одновременно точечное и эпиточечное. Здесь мы получим случай композиционного пространства с базисом, в качестве которого будут выступать точечные отображения.

Итак, если дано отображение T, то для каждой пары $(a, b) \in T$ можно построить интегродифференциал $\Delta_{ec}(a) = b$ как точечное отображение, а все отображение T представить как эпиточечное, образованное суммой соответствующих интегродифференциалов. Интегродифференциалы выступят базисом в композиционном пространстве отображений. Композиции-суммы интегродифференциалов можно называть *эпиинтегродифференциалами*.

Таким образом, группа преобразований выступит как группа соответствующих эпиинтегродифференциалов, в которых все интегралы будут отсылать к одному модусу А, модами которого будут элементы из области определения преобразований. Так окажутся связанными группы преобразований с проективно-модальными конструкциями.

Теперь рассмотрим первую задачу — пусть дан модус А и множество его мод. Как здесь построить группу преобразований?

Для каждой пары мод a и b определим интегродифференциал $\Delta_{ec}(a) = b$ как точечное отображение. Рассмотрим множество всех таких интегродифференциалов. Оно образует группу. В самом деле, определена композиция интегродифференциалов, которая в свою очередь может быть представлена как интегродифференциал. Эта композиция ассоциативна. Есть нейтральный элемент — тождественное отображение, которое также можно представить как случай вырожденного интегродифференциала (чтобы этот интегродифференциал был единственным, можно под тождественным интегродифференциалом понимать всегда эпиточечное отображение, в котором *каждый* элемент поднимается до модуса А, а затем возвращается к себе). Для интегродифференциала $\Delta_{ec}(a) = b$ в качестве обратного выступает интегродифференциал $\Delta_{e^*c^*}(b) = a$.

В качестве группы выступит и множество всех эпиинтегродифференциалов, где обратным для эпиинтегродифференциала окажется сумма его обратных точечных интегродифференциалов.

Таким образом, группа преобразований на элементах из некоторого множества М оказывается тесно связанной со структурой некоторой ПМО, в которой существует модус А, имеющий в качестве своих мод все элементы из М. Такой модус выражает явным образом тот самый инвариант группы преобразований, который лишь неявно предполагается в групповой теории симметрии. В связи с этим можно говорить о нескольких теоретических представлениях идеи симметрии. Общепринятое сегодня представление строится как теория групп. Она имеет массу преимуществ, но ей не хватает явного представления инвариантов — они даются лишь в своем «трансформационном инобытии», через группу тех преобразований, которые оставляют данный инвариант неизменным. Средства Проективно Модальной Онтологии позволяют говорить о возможности еще одного теоретического представления идеи симметрии, в котором явным образом выражен инвариант преобразований в качестве модуса. Интересно, что с этой точки зрения *Проективно Модальная Онтология может быть рассмотрена как общая теория инвариантности-симметрии или, если пользоваться языком Эйнштейна, как наиболее формальная теория относительности*.

Глава 4
R-анализ и физика

В этой главе я постараюсь представить несколько первоначальных размышлений о возможной версии физики, так или иначе использующей идеи R-анализа, хотя эта тема настолько всепроникающа, что ее образы будут встречаться и в других разделах (см. ниже главы о теории относительности и квантовой механике).

§ 1. Какую математику используют физики?

У физиков есть свой собственный метод математического анализа, который не вполне выразим средствами как классического, так и нестандартного анализа. Ниже я приведу один типичный, с моей точки зрения, пример такого анализа, а затем попытаюсь предложить его математическую реконструкцию.

Вот один пример из учебника И. Е. Иродова «Основные законы электромагнетизма» по определению поля электрического диполя.

Автор пишет: «*Электрический диполь* — это система из двух одинаковых по модулю разноименных точечных зарядов +q и −q, находящихся на некотором расстоянии l друг от друга. Когда говорят о поле диполя, то предполагают сам диполь точечным, т. е. считают расстояние r от диполя до интересующих нас точек поля значительно больше l <...>

Найдем сначала потенциал поля диполя <...> Согласно (1.25[1]) потенциал поля диполя в точке P (см. рис. 37. — *В. М.*) определяется как

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(r_- - r_+)}{r_+ r_-}.$$

Так как $r \gg l$, то, как видно из рис. 1.14, а, $r_- - r_+ = l\cos\theta$ и $r_+ r_- = r^2$, где r — расстояние от точки P до диполя (он точечный!).

[1] Имеется в виду выражение для потенциала поля точечного заряда.

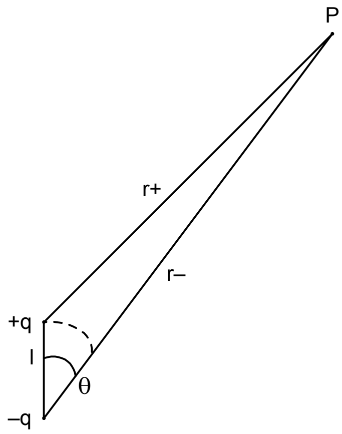

Рис. 37. Представление диполя как различимого объекта

С учетом этого

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p\cos\theta}{r^2}, \qquad (1.34)$$

где $p = ql$ — *электрический момент диполя*. Этой величине сопоставляют вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному:

$$\mathbf{p} = q\boldsymbol{l}, \qquad (1.35)$$

где $q > 0$ и $\boldsymbol{l}$ — вектор, направленный в ту же сторону, что и **p**»[1].

Здесь мы имеем типичный случай физического рассуждения. Подчеркнем в нем следующие важные моменты.

1. В рамках задачи предполагаются своего рода две различающие способности: 1) абсолютная различающая способность (далее я буду называть ее *абсолютной* R-*системой*), средствами которой различимы ненулевые размеры диполя (именно с точки зрения этой различающей способности сделан рис. 37), 2) относительная различающая способность (далее я буду для ее обозначения использовать термин *относительная* R-*система*), в рамках которой размеры диполя неразличимы, и диполь предстает как точка.

2. Задача решается таким образом, что вначале дается структура задачи в абсолютной R-системе, а затем совершается некоторое преобразование выражений с учетом относительной R-системы. В абсолютной R-системе было выписано уравнение $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(r_- - r_+)}{r_+ r_-}$ для потенциала диполя. Различимость конечных размеров диполя выражена здесь в различимости расстояний r_+ и r_- как именно разных расстояний. Затем в словах «Так как $r \gg l$, то, как видно из

[1] *Иродов И. Е.* Основные законы электромагнетизма. С. 29—30.

рис. 1.14, а (в наст. изд. см. рис. 37. — *В. М.*), $r_- - r_+ = l\cos q$ и $r_+ r_- = r^2$, где r — расстояние от точки Р до диполя (он точечный!)» выражается переход на точку зрения относительной R-системы, которая и позволяет совершить указанные приближения. Главное условие относительной R-системы — условие того, что «расстояние r от диполя до интересующих нас точек поля значительно больше *l*», т. е. «$r \gg l$» (как обычно под символом r имеется в виду величина вектора **r**).

3. Хотя условие «$r \gg l$» позволяет отождествить расстояния r_+ и r_- и перейти к равенству $r_- - r_+ = 0$, этого шага физик не делает, так как в этом случае возникнет, по-видимому, слишком большая неразличимость в решении задачи: $\varphi = 0$. Следовательно, в использовании двух R-систем нужно действовать не столь грубо, пытаясь, с одной стороны, упростить решение задачи за счет использования относительной R-системы, но, с другой стороны, сохраняя в решении задачи и достаточную различимость.

4. В общем случае метод анализа у физика есть некоторое комбинирование и взаимодействие абсолютной и относительной R-систем.

Теперь перед нами стоит задача попытаться выразить описанный пример использования метода «физического анализа» некоторой адекватной математической структурой. Здесь могут возразить, что такой структурой являются уже средства классического математического анализа, позволяющие вводить порядки малости величин и пренебрегать некоторыми из них. В крайнем случае, для любителей актуально бесконечного можно обратиться к средствам нестандартного анализа. Тем не менее мне представляется, что ни тот ни другой подход не является вполне адекватным для выражения «физического анализа». Физик не работает ни с просто конечными величинами, ни тем более с актуальными бесконечными. Его интуиция предполагает некоторую третью возможность «несоизмеримых конечных величин», которые требуют для своего выражения специальный математический аппарат. К средствам использования такого аппарата на примере приведенной выше задачи я и перехожу.

Пусть абсолютная R-система представлена средствами обычного математического анализа на плоскости. Введем относительную R-систему на основе некоторого отображения $R^{-1}_{m(\mathbf{r})}$: $R^2 \to R^2$, биективно сжимающего плоскость R^2 в открытый круг радиуса $m > 0$ и с центром в точке **r**. Такую область я буду далее обозначать символом $\mu(\mathbf{r}, m)$ и называть *монадой* радиуса m и с центром в **r**.

Будем далее в качестве основного объекта физического анализа на плоскости рассматривать пары векторов $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})^+$ и $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})^-$, где первый элемент **r** представляет собой любой вектор на плоскости, а второй вектор $\Delta\mathbf{r}$ — это вектор величины меньше m, т. е. $|\Delta\mathbf{r}| < m$.

Пару $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})^-$ будем интерпретировать таким образом, что вектор **r** — это центр монады, а вот вектор D**r** изображает вектор, направленный от элемента монады к ее центру (см. рис. 38). Такие монады я буду называть *бра-монадами*, обозначая их символом $\mu^-(\mathbf{r}, m)$.

Пару $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})^+$ будем интерпретировать таким образом, что вектор **r** — попрежнему центр монады, а вот вектор $\Delta\mathbf{r}$ изображает вектор, направленный,

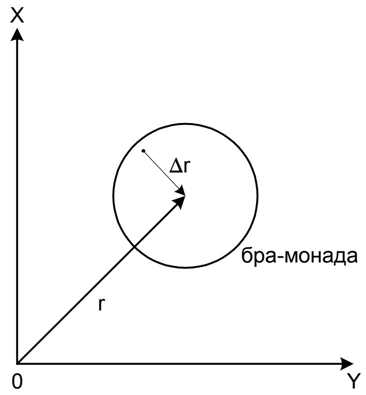

Рис. 38. Структура бра-монады

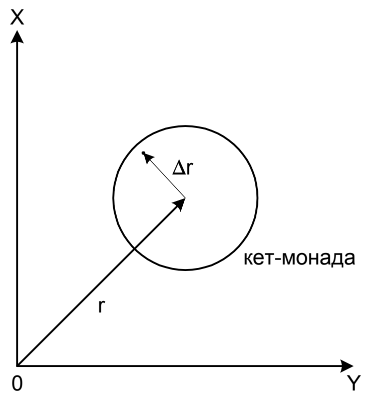

Рис. 39. Структура кет-монады

наоборот, от центра монады к ее периферическому элементу (см. рис. 39). Такие монады я буду называть *кет-монадами*, обозначая их символом $\mu^{+}(\mathbf{r}, \mathrm{m})$.

В бра-монадах элементы как бы стремятся к центру монады, пытаясь выйти из монады через ее центр. Бра-монады — это монады, в которых начинаются вектора. Наоборот, в кет-монадах элементы расходятся от центра, как бы продолжая по инерции момент входа в центр монады. В кет-монадах вектора заканчиваются. Итак, в общем случае вектора могут откладываться от элементов бра-монад до элементов кет-монад (см. рис. 40).

На рис. 40 изображен вектор **a**, отложенный от элемента бра-монады $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r})^{-}$ до элемента кет-монады $(\mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})^{+}$. Такого рода векторы я буду изображать четверкой векторов $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$, где первые два элемента выражают начало вектора в бра-монаде, оставшиеся два элемента — конец вектора в кет-монаде.

Для уточнения этого утверждения введем понятие абсолютного представления (А-представления) четверки $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$:

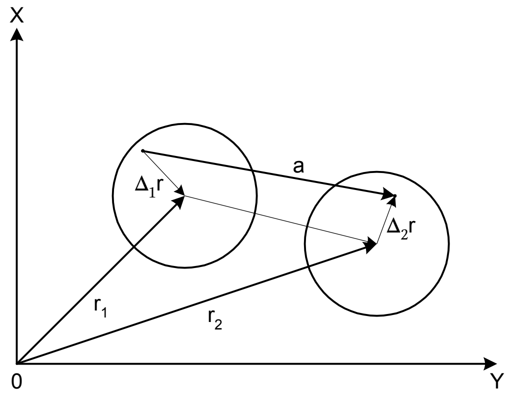

Рис. 40. Бра-кет вектор

$\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_1,\ \Delta_1\mathbf{r},\ \mathbf{r}_2,\ \Delta_2\mathbf{r}) = (\mathbf{r}_2 + \Delta_2\mathbf{r}) - (\mathbf{r}_1 - \Delta_1\mathbf{r})$ — A-представление четверки векторов.

Из рис. 40 видно, что A-представление четверки $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$ — это как раз вектор **a**. В то же время следует иметь в виду, что A-представление четверки $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$ — это не сама четверка. Четверка векторов $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$ — это A-представление, данное в единстве трех своих компонент: 1) бра-монадическое приращения $\Delta_1\mathbf{r}$, 2) центров монад $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ вместе с главной частью $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$, и 3) кет-монадического приращения $\Delta_2\mathbf{r}$.

A-представления можно ввести и отдельно для элементов монад:

$\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r})^- = \mathbf{r}_1 - \Delta_1\mathbf{r}$ — A-представление элемента бра-монады,
$\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})^+ = \mathbf{r}_2 + \Delta_2\mathbf{r}$ — A-представление элемента кет-монады.

Отсюда видно, что

$$\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r}) = \mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})^+ - \mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r})^-.$$

Для четверок $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$ и двоек $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})$ введем отношение близости:

$(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r}) \approx (\mathbf{r}'_1, \Delta_1\mathbf{r}', \mathbf{r}'_2, \Delta_2\mathbf{r}')$ если только если $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}'_1$ и $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}'_2$,
$(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}) \approx (\mathbf{r}'_1, \Delta_1\mathbf{r}')$ если только если $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}'_1$.

Отношение близости означает, что A-представления, выражаемые четверками, начинаются в одной бра-монаде и заканчиваются в одной кет-монаде. Для двоек отношение близости означает просто принадлежность A-представлений одной монаде. Из определения ясно, что отношение близости — это отношение эквивалентности.

Подобная система определений может быть воспроизведена и для одномерной вещественной оси, т. е. для вещественных чисел. Здесь можно рассматривать четверки (a, b, c, d) и двойки (a, b) чисел, где |b|, |d| < m, аналогично определяя виды монад, А-представления и отношение близости.

Теперь представим рассмотренную выше задачу с диполем в этих терминах.

Основное условие этой задачи «$r \gg l$» можно теперь интерпретировать таким образом, что величина l — это величина, не выходящая за пределы монады, в то время как величина r может выходить за эти границы. При этом условии диполь оказывается расположенным *внутри* монады с некоторым центром $\boldsymbol{\rho}$, а точка P — *вне* этой монады (см. рис. 41).

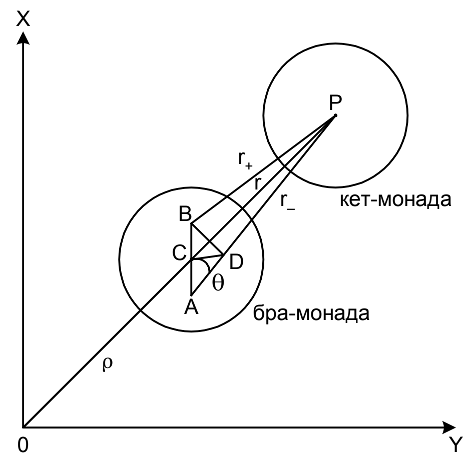

Рис. 41. Диполь в R-плоскости

Поскольку векторы $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$ выходят из этой монады, то мы имеем дело с бра-монадой. Точку P можно представлять как центр некоторой кет-монады. Пусть, кроме того, $\boldsymbol{\sigma}$ — радиус-вектор точки P. Рассмотрим вектор $\mathbf{r}_+$ как А-представление четверки ($\boldsymbol{\rho}$, BC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0), где BC — вектор, имеющий начало в точке B и конец в точке C (см. рис. 41). В самом деле,

$$\mathrm{pr}_A(\boldsymbol{\rho}, BC, \boldsymbol{\sigma}, 0) = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\rho} + BC = \mathbf{r} + BC = \mathbf{r}_+.$$

Аналогично вектор $\mathbf{r}_-$ выразим как А-представление четверки ($\boldsymbol{\rho}$, AC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0), где AC — вектор, имеющий начало в точке A и конец в точке C (см. рис. 41).

Теперь проследим за проводимыми преобразованиями в задаче с точки зрения этой модели.

Вначале записывается выражение для потенциала в точке P в абсолютной R-системе:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q(r_- - r_+)}{r_+ r_-}.$$

Абсолютность выражается здесь в полной различимости всех элементов — как внутри монад, так и вовне.

Далее, после предположения «$r \gg l$», что знаменует собою введение монад и относительной R-системы с отнесением величины l к величинам внутри монады, делаются утверждения «$r_- - r_+ = l\cos q$ и $r_+ r_- = r^2$». Рассмотрим эти утверждения более подробно.

В основе утверждения «$r_- - r_+ = l\cos q$» лежит предположение, что $r_+ = r_- - l\cos q$. С точки зрения абсолютной R-системы это неверное утверждение. Остается предположить, что такое отождествление делается в рамках относительной R-системы, где величины r_+ и $r_- - l\cos q$ оцениваются как близкие, т. е. принадлежащие одной монаде. Логика рассуждений физика здесь, по-видимому, такова. Вектора $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$ близки между собой. Следовательно, близка будет к $\mathbf{r}_-$ и проекция вектора $\mathbf{r}_+$ на $\mathbf{r}_-$. Попытаемся уточнить это рассуждение.

Вспомним, что каждая монада с центром в $\mathbf{r}$ образована на основе отображения $R^{-1}_{m(\mathbf{r})}$. В силу биективности определено обратное отображение, которое я буду обозначать через $R_{m(\mathbf{r})}$: $\mu(\mathbf{r}, m) \to R^2$ — оно сопоставляет монаде $(\mathbf{r}, m)$ плоскость R^2. Обозначим эту плоскость через $R^2(\mathbf{r})$. Каждой монаде сопоставлена своя плоскость. Теперь положим, что обычная геометрия с такими понятиями, как параллельность, проекция и т. д. определена не в самой монаде $\mu(\mathbf{r}, m)$, а в ее образе $R^2(\mathbf{r})$. Что же касается монады, то ее внутренняя структура является некоторым изоморфизмом геометрии $R^2(\mathbf{r})$. Изоморфность должна обеспечиваться отображениями $R^{-1}_{m(\mathbf{r})}$ и $R_{m(\mathbf{r})}$. Итак, геометрия внутри монады вообще неевклидова, но изоморфна евклидовой. Такую геометрию я буду также называть *внутренней геометрией монады*. Теперь рассуждения физика о близости проекции на основе близости векторов можно реконструировать таким образом, что неявно физик предполагает здесь рассуждения в рамках внутренней геометрии монады, которая по определению не может вывести за границы монады.

Реализуя эти рассуждения более конкретно, можно принять, что части векторов, например, $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$, попадающие в область монады, можно рассматривать как элементы внутренней геометрии монады, которые проявляют свои евклидовы определения только на плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$. Таким образом, как таковые вектора $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$ даны *дважды*: 1) на плоскости R^2 в рамках абсолютной R-системы, и 2) на плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$. Когда физик рассуждает о свойствах евклидовой геометрии векторов внутри монады, то это можно понимать как рассуждение в обоих смыслах. Если, кроме того, физик предполагает замкнутость (неархимедовость) геометрии монады, то речь должна идти о геометрии плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$. Теперь более точно рассуждения физического анализа должны быть восстановлены следующим образом.

Речь идет о частях векторов $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$ на плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$. В самой монаде эти вектора будут даны как свои образы $\mathbf{r}^*_+ = R^{-1}_{m(\rho)}(\mathbf{r}_+)$ и $\mathbf{r}^*_- = R^{-1}_{m(\rho)}(\mathbf{r}_-)$. Проекция вектора $\mathbf{r}_+$ на вектор $\mathbf{r}_-$ в $R^2(\boldsymbol{\rho})$-геометрии, т. е. $\mathrm{pr}_{\mathbf{r}_-}(\mathbf{r}_+)$, выразится во внутренней проекции

$$\mathrm{pr}^*_{\mathbf{r}^*_-}(\mathbf{r}^*_+) = R^{-1}_{m(\rho)}(\mathrm{pr}_{\mathbf{r}_-}(\mathbf{r}_+)) \text{ —}$$

внутренней геометрии монады.

Поскольку отображение $R^{-1}_{m(\rho)}$ не может вывести за границы монады $\mu(r, m)$, то, следовательно, и внутренняя проекция $\mathrm{pr}^*_{\mathbf{r}^*_-}(\mathbf{r}^*_+)$ окажется лежащей внутри монады. Следовательно, начало этой проекции также можно выразить некоторой четверкой ($\boldsymbol{\rho}$, DC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0) (см. рис. 41), которая близка четверке ($\boldsymbol{\rho}$, AC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0), выражающей начало вектора $\mathbf{r}_-$.

В качестве нормы четверок и двоек векторов введем числовую пару $|(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})| = (|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|, f(\Delta_2\mathbf{r}, \Delta_1\mathbf{r}))$ и $|(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})| = (|\mathbf{r}|, |\Delta\mathbf{r}|)$, где $f(x, y)$ — некоторая вещественная неотрицательная функция, для которой верно: если $|x| < m$ и $|y| < m$, то $f(x, y) < m$. Для числовых пар (a, b) и (c, d), где $|b|, |d| < m$, введем умножение по правилу:

$$(a, b)(c, d) = (ac, R^{-1}_m(aR_m(d) + cR_m(b)),$$

где $R^{-1}_m: R \to R$ — вещественная функция, отображающая биективно множество вещественных чисел в интервал $(-m, m)$, R_m — обратная ей функция.

Для пары (a, b) можно ввести *стандартную часть* $\mathrm{st}(a, b) = a$.

Наконец, введем отношение близости на величинах А-представлений, положив, что

$$(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r}) \approx (\mathbf{r}'_1, \Delta_1\mathbf{r}', \mathbf{r}'_2, \Delta_2\mathbf{r}') \text{ влечет}$$
$$|\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, D_2\mathbf{r})| \approx |\mathrm{pr}_A(\mathbf{r}'_1, \Delta_1\mathbf{r}', \mathbf{r}'_2, \Delta_2\mathbf{r}')|.$$

Теперь выражение $r_+ = r_- - l\cos q$ можно представить на основе отношения близости

$$(\boldsymbol{\rho}, BC, \boldsymbol{\sigma}, 0) \approx (\boldsymbol{\rho}, DC, \boldsymbol{\sigma}, 0),$$

что повлечет за собой близость величин А-представлений этих четверок:

$$|\mathrm{pr}_A(\boldsymbol{\rho}, BC, \boldsymbol{\sigma}, 0)| \approx |\mathrm{pr}_A(\boldsymbol{\rho}, DC, \boldsymbol{\sigma}, 0)|,$$

т. е. $r_+ \approx r_- - l\cos q$. В этом смысле можно понимать утверждение $r_+ = r_- - l\cos q$.

Что же касается произведения $r_+r_- = r^2$, то здесь вектора $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$ сведены были к вектору $\mathbf{r}$, который представляет главную часть этих векторов. Как было отмечено выше, вектор $\mathbf{r}_+$ представлен четверкой ($\boldsymbol{\rho}$, BC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0), вектор $\mathbf{r}_-$ — четверкой ($\boldsymbol{\rho}$, AC, $\boldsymbol{\sigma}$, 0).

В этом случае величине r_+ можно сопоставить норму $|(\boldsymbol{\rho}, BC, \boldsymbol{\sigma}, 0)| = (r, \alpha)$, где $\alpha < m$, величине r_- — норму $|(\boldsymbol{\rho}, AC, \boldsymbol{\sigma}, 0)| = (r, \beta)$, где $\beta < m$. Тогда r_+r_- может быть сопоставлено произведение $(r, \alpha)(r, \beta) = (r^2, \gamma)$, где $\gamma < m$. Для стандартных частей имеем замечательное свойство:

$$\mathrm{st}[(a, b)(c, d)] = \mathrm{st}(a, b)\mathrm{st}(c, d) \text{ —}$$

стандартная часть произведения равна произведению стандартных частей.

Так окончательно получаем: $\mathrm{st}(|(\boldsymbol{\rho}, BC, \boldsymbol{\sigma}, 0)|,|(\boldsymbol{\rho}, AC, \boldsymbol{\sigma}, 0)|) = r^2$, что можно рассматривать в качестве интерпретации равенства $r_+r_- = r^2$.

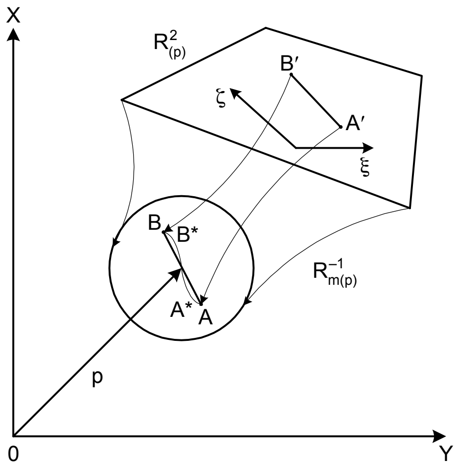

Рис. 42. R-плоскость и ее прообраз

В то же время эти преобразования сопровождаются представлением всех величин в рамках абсолютной R-системы. В этом случае внутренность монады начинает рассматриваться не как область собственной геометрии, но как лишь часть «внешней» геометрии плоскости. Все отрезки внутри монады, например, диполь AB, части векторов $\mathbf{r}$, $\mathbf{r}_+$ и $\mathbf{r}_-$, могут быть даны как элементы внутренней неевклидовой геометрии монады и как образования евклидовой структуры внешней геометрии (именно в этом духе, по-видимому, явно рассуждает физик, и с точки зрения этого же представления делались приведенные выше рисунки). Например, отрезок AB, выражающий диполь внутри монады $\mu(\boldsymbol{\rho}, m)$, это лишь внешнее представление некоторого криволинейного отрезка A*B*, через который диполь выражается во внутренней геометрии монады. Образ $R_m(A^*B^*) = A'B'$ вновь представляет собой прямолинейный отрезок на плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$ — см. рис. 42.

Геометрия плоскости $R^2(\boldsymbol{\rho})$ (и внутренняя геометрия монады) используются для выражения замкнутости (неархимедовости) структуры монады. Приближения элементов внутренней геометрии элементами внешней геометрии (например, представление отрезка A*B* отрезком AB) используются для соизмерения элементов монады и внешних для нее элементов. Таким образом, здесь мы имеем дело с двойственным представлением структуры монады — она может быть определена как внутренняя геометрия, несоизмеримая с внешним окружением, она же способна быть представлена как часть внешней структуры. Такие представления структуры монады я буду называть *режимами замыкания* и *размыкания* монады соответственно. Режим замыкания монады выражается в математической структуре на множестве четверок $(\mathbf{r}_1, \Delta_1\mathbf{r}, \mathbf{r}_2, \Delta_2\mathbf{r})$ или двоек $(\mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})^{\pm}$ векторов. Режим размыкания может быть выражен некоторой структурой, использующей A-представления четверок и двоек векторов. Например, отрезок AB может быть выражен через A-представления следующим образом:

$$AB = pr_A(\boldsymbol{\rho}, BC)^- - pr_A(\boldsymbol{\rho}, AC)^- = (\boldsymbol{\rho} - BC) - (\boldsymbol{\rho} - AC) = AC - BC = AC + CB,$$

в то время как пары $(\boldsymbol{\rho}, AC)^-$ и $(\boldsymbol{\rho}, BC)^-$ выражают собою концы отрезка A*B* во внутренней геометрии бра-монады $\mu^-(\boldsymbol{\rho}, m)$.

Как теперь можно было бы уточнить понятия абсолютной и относительной R-систем?

Под абсолютной R-системой, как уже отмечалось, следует понимать абсолютную различающую способность, выражающуюся в рамках данного примера в средствах классического математического анализа на плоскости. Средствами этой системы различимы сколь угодно малые и большие расстояния. Что же касается относительной R-системы, то она выражается в разного рода эффектах ограниченной способности различения, например в отождествлении близких векторов и их величин. Такая ограниченность раличения была в нашем примере связана с введением монад, т. е. с областями близости для достаточно малых величин. В общем случае относительная R-система может выражать себя и в ограничениях различения достаточно больших величин.

Эффективность моделирования физического процесса взаимоотношением абсолютной и относительной R-систем предполагает, по-видимому, что в самой реальности до некоторой степени воспроизводима подобная структура различения-неразличения. R-системы, иными словами, принадлежат и самой реальности, обеспечивая возможность соответствующего приближения объекта моделями. Сам принцип моделируемости объекта — это уже выражение такой системы условий (R-системы), которая позволяет отождествить объект и его модель. Эффективность метода моделирования в научном познании доказывает, по-видимому, факт присутствия в самой реальности разного рода R-систем, обладающих конечными порогами различимости.

Итак, подведем некоторый первоначальный итог проведенной реконструкции идей и методов «физического анализа» в рассмотренном примере. Мы видим, что в рамках такого анализа используются двойки и четверки векторов, выражающие внутри- и межмонадные объекты. По отношению к этим основным элементам «физического анализа» могут использоваться разного рода операции и отношения, например операция A-представления, взятия нормы, отношение близости и т. д. Таким образом, математическая структура, на которой следует представлять «физический анализ», должна содержать в себе все указанные конструкции. Подобную структуру мы находим в R-анализе.

§ 2. Об одном примере R-плоскости

В этом параграфе я постараюсь сделать более осязаемыми и конкретными представления об R-пространстве на примере построения не слишком сложного случая R-плоскости. Речь пойдет об условиях ее построения, метрике, задании монад и других проблемах.

В общем случае пространство может «свертываться» R-функциями в различные конечные подпространства. Ниже я рассмотрю один из простейших случаев такой свертки, когда плоскость будет сворачиваться в открытый круг радиуса M на плоскости. Поскольку речь пойдет о круге, то, наряду с декартовыми координатами, удобно будет воспользоваться полярными координатами (ρ, φ), где ρ — полярный радиус, φ — полярный угол.

Итак, пусть дана некоторая плоскость, которую далее я буду называть *базовой* плоскостью. Предположим задание на ней некоторой декартовой системы координат XOY, с которой одновременно будет связана полярная система с координатами (ρ, φ), где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\varphi = \operatorname{arctg}(y/x)$ (для первого квадранта) и $x = \rho\cos\varphi$, $y = \rho\sin\varphi$. Каждая точка на базовой плоскости может быть представлена и как пара декартовых координат (x, y), и как пара полярных координат (ρ, φ). Введение полярных координат позволяет нам очень просто ввести векторное обратное R-отображение по правилу:

$$R_M^{-1}(\rho, \varphi) = (R_M^{-1}(\rho), \varphi).$$

Здесь слева находится векторная R-функция, действующая на вектор (ρ, φ). Справа находится скалярная R-функция, действующая лишь на одну из координат вектора — на полярный радиус. Следовательно, обратное R-отображение в данном случае возникает только как сжатие полярных радиусов вокруг полярного полюса (0, 0) базовой плоскости без изменения углов. Базовая плоскость сворачивается таким отображением в открытый круг радиуса M, который я буду называть R-*плоскостью*. Координаты $(\tilde{\rho}, \varphi)$, где $\tilde{\rho} = R_M^{-1}(\rho)$, можно называть R-*полярными* координатами.

Если R-полярные координаты $(\tilde{\rho}, \varphi)$ представлять через полярные координаты (ρ, φ) базовой плоскости, то мы получим простые уравнения для координат векторов базиса криволинейной системы координат $(\tilde{\rho}, \varphi)$:

$$R_{11} = \frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\rho} = R_M^{-1'}(\rho) = \tilde{\rho}', \quad R_{12} = \frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\varphi} = 0, \quad R_{21} = \frac{\partial\varphi}{\partial\rho} = 0, \quad R_{22} = \frac{\partial\varphi}{\partial\varphi} = 1.$$

Таким образом, якобиева матрица преобразования из полярных координат базовой плоскости (ρ, φ) в полярные координаты R-плоскости $(\tilde{\rho}, \varphi)$ примет вид:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho}' & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Отсюда

$$R_1 = (R_{11}, R_{21}) = (\tilde{\rho}', 0), \qquad R_2 = (R_{12}, R_{22}) = (0, 1),$$

и можно определить коэффициенты g_{ij} метрического тензора:

$$\begin{aligned} g_{11} &= R_1 \cdot R_1 = (\tilde{\rho}', 0) \cdot (\tilde{\rho}', 0) = \tilde{\rho}'^2, \\ g_{12} &= R_1 \cdot R_2 = (\tilde{\rho}', 0) \cdot (0, 1) = 0, \\ g_{21} &= R_2 \cdot R_1 = (0, 1) \cdot (\tilde{\rho}', 0) = 0, \\ g_{22} &= R_2 \cdot R_2 = (0, 1) \cdot (0, 1) = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, для тензора g имеем матрицу:

$$g = \begin{pmatrix} \tilde{\rho}'^2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Нули на дополнительной диагонали говорят об ортогональности R-координат, и отличие от единицы только одного из коэффициентов главной диагонали говорит об изменении только одной координаты (полярного радиуса) при переходе от полярной системы (ρ, φ) базовой плоскости к R-полярной системе $(\tilde{\rho}, \varphi)$ R-плоскости.

Квадрат элемента длины ds в точке $(\tilde{\rho}, \varphi)$ в R-полярной системе выразится в этом случае в виде:

$$ds^2 = \tilde{\rho}'^2 d\rho^2 + d\varphi^2 = (d\tilde{\rho})^2 + d\varphi^2.$$

Если же выражать полярные координаты базовой плоскости (ρ, φ) через декартовы координаты (x, y) R-плоскости, где $x = \tilde{\rho}\cos\varphi$, $y = \tilde{\rho}\sin\varphi$, то мы придем к несколько более сложным выражениям и преобразованиям.

Для компонент якобиевой матрицы получим следующие представления:

$$R_{11} = \frac{\partial(\tilde{\rho}\cos\varphi)}{\partial\rho} = \tilde{\rho}'\cos\varphi, \qquad R_{12} = \frac{\partial(\tilde{\rho}\cos\varphi)}{\partial\varphi} = -\tilde{\rho}\sin\varphi,$$

$$R_{21} = \frac{\partial(\tilde{\rho}\sin\varphi)}{\partial\rho} = \tilde{\rho}'\sin\varphi, \qquad R_{22} = \frac{\partial(\tilde{\rho}\sin\varphi)}{\partial\varphi} = \tilde{\rho}\cos\varphi.$$

Якобиева матрица в этом случае примет вид:

$$\begin{pmatrix} \tilde{\rho}'\cos\varphi & -\tilde{\rho}\sin\varphi \\ \tilde{\rho}'\sin\varphi & \tilde{\rho}\cos\varphi \end{pmatrix}.$$

Детерминант якобиевой матрицы (якобиан) равен произведению $\tilde{\rho}\tilde{\rho}'$, который отличен от нуля для всех точек (ρ, φ) базовой плоскости, кроме точки начала координат $(0, 0)$. В самом деле, поскольку $\tilde{\rho}' > 0$ для всех $\rho \geq 0$ (обратная R-функция является строго возрастающей функцией на всей области определения), то равенство $\tilde{\rho}\tilde{\rho}' = 0$ равносильно равенству $\tilde{\rho} = 0$.

Далее, как скалярное произведение столбцов якобиевой матрицы, находим компоненты метрического тензора, матрица которого примет вид:

$$\begin{pmatrix} (\tilde{\rho}')^2\cos^2\varphi + \tilde{\rho}^2\sin^2\varphi & ((\tilde{\rho}')^2 - \tilde{\rho}^2)\sin\varphi\cos\varphi \\ ((\tilde{\rho}')^2 - \tilde{\rho}^2)\sin\varphi\cos\varphi & (\tilde{\rho}')^2\sin^2\varphi + \tilde{\rho}^2\cos^2\varphi \end{pmatrix}.$$

Квадрат интервала в этом случае получит следующее представление:

$$ds^2 = (\tilde{\rho}'^2\cos^2\varphi + \tilde{\rho}^2\sin^2\varphi)d\rho^2 + 2(\tilde{\rho}'^2 - \tilde{\rho}^2)\sin\varphi\cos\varphi\, d\rho d\varphi +$$
$$+ (\tilde{\rho}'^2\sin^2\varphi + \tilde{\rho}^2\cos^2\varphi)d\varphi^2.$$

Добавим к R-плоскости систему монад. Для этого введем еще *монадическую* плоскость с полярными координатами $(\bar{\rho}, \bar{\varphi})$. На точку монадической плоскости $(\bar\rho, \bar\varphi)$ будем действовать первым несравнимо малым обратным R-отображением $R^{-1}_{m(a,\,b)}$ по правилу:

$$R^{-1}_{m(a,\,b)}(\bar\rho, \bar\varphi) = (a, b) + R^{-1}_{m}(\bar\rho, \bar\varphi) = (a, b) + (R^{-1}_{m}(\bar\rho), \bar\varphi).$$

Здесь $R^{-1}_{m(a,\,b)}$ — вектор-функция, а в выражении $R^{-1}_{m}(\bar\rho) = \tilde{\bar\rho}$ фигурирует скалярная первая несравнимо малая обратная R-функция с верхним параметром $m < 1$. В результате *на базовой плоскости* возникает элемент монады $(a, b) + (\tilde{\bar\rho}, \bar\varphi)$, отложенный из центра монады (a, b). В таком представлении, правда, еще смешаны декартовы и полярные координаты. Используя декартовы координаты (x, y) по правилу $x = \tilde{\bar\rho}\cos\bar\varphi$, $y = \tilde{\bar\rho}\sin\bar\varphi$, окончательно получим:

$$R^{-1}_{m(a,\,b)}(\bar\rho, \bar\varphi) = (a, b) + (\tilde{\bar\rho}\cos\bar\varphi, \tilde{\bar\rho}\sin\bar\varphi) = (a + \tilde{\bar\rho}\cos\bar\varphi, b + \tilde{\bar\rho}\sin\bar\varphi).$$

Чтобы отобразить эти координаты на R-плоскость, представим их вновь в полярных координатах (ρ, φ) базовой плоскости:

$$\rho = \sqrt{(a + \tilde{\bar\rho}\cos\varphi)^2 + (b + \tilde{\bar\rho}\sin\varphi)^2},$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{b + \tilde{\bar\rho}\sin\varphi}{a + \tilde{\bar\rho}\cos\varphi}\right) \text{ (для первого квадранта).}$$

Наконец, подействовав на эти координаты обратным R-отображением R^{-1}_{M}, получим изображение точки $(\bar\rho, \bar\varphi)$ монадической плоскости в R-плоскости. Здесь, как и ранее, изменится только полярный радиус от r до $\tilde\rho$.

Обозначим через

${}^{-1}J$ — якобиеву матрицу преобразования $R^{-1}_{m(a,\,b)}$, сопоставляющего элементу $(\bar\rho, \bar\varphi)$ монадической плоскости элемент (ρ, φ) базовой плоскости,

${}^{0}J$ — якобиеву матрицу преобразования R^{-1}_{M}, сопоставляющего элементу (ρ, φ) базовой плоскости элемент (x, y) R-плоскости,

${}^{0,\,-1}J$ — якобиеву матрицу отображения $R^{-1}_{M} \circ R^{-1}_{m(a,\,b)}$, сопоставляющего элементу $(\bar\rho, \bar\varphi)$ монадической плоскости элемент (x, y) R-плоскости.

Аналогично обозначим метрические тензоры этих отображений: ${}^{-1}g$, ${}^{0}g$ и ${}^{0,\,-1}g$ соответственно.

Отсюда получим:

$$(*) \qquad {}^{0,\,-1}J = {}^{0}J \times {}^{-1}J \text{ —}$$

якобиева матрица композиционного отображения $R^{-1}_{M} \circ R^{-1}_{m(a,\,b)}$ равна матричному произведению якобиевой матрицы отображения R^{-1}_{M} на якобиеву матрицу отображения $R^{-1}_{m(a,\,b)}$.

Метрические тензоры в этом случае связаны не столь однозначно. Для того чтобы выразить их связь, я буду использовать следующие обозначения и соглашения.

Пусть R^{i}_{j} — компоненты якобиевой матрицы J. Как известно, коэффициенты метрического тензора g, связанного с J, определяются по правилу:

$$g_{ij} = R^k{}_i R^l{}_j \delta_{kl},$$

где, как это принято в тензорной алгебре, предполагается суммирование по повторяющимся верхним и нижним индексам, и δ_{kl} — символ Кронекера, равный единице при $k = l$ и нулю в противном случае (при $k \neq l$).

Введем новый символ e_{kl}, равный единице при любых значениях k и l. В этом случае мы можем ввести два новых тензора $\bar{g}$ и π с компонентами:

$$\bar{g}_{ij} = R_i^k R_j^l (e_{kl} - \delta_{kl}),$$
$$\pi_{ij} = R_i^k R_j^l e_{kl}.$$

Тензор $\bar{g}$ я буду называть *гетерогенной метрикой*, тензор π — *панметрикой*, а обычную метрику g — *гомогенной метрикой*. Эти названия связаны с тем, что в случае гомогенной метрики в суммах участвуют только произведения компонент якобиевой матрицы с одинаковыми верхними индексами («гомогенные» компоненты), в гетерогенной метрике — с разными, и в панметрике — с любыми верхними индексами.

Из этих определений, например, вытекает соотношение:

$$\pi = g + \bar{g} \text{ —}$$

панметрика равна сумме гомогенной и гетерогенной метрик.

Введем также операцию *проникновения* • по правилу:

$$(s \bullet \pi)_{ij} = s \bullet R_i^k R_j^l e_{kl} = R_i^k R_j^l s_{kl} \text{ —}$$

проникновение тензора s в панметрику π, где s — тензор того же ранга, что и π.

Используя эти понятия, можно записать соотношение метрик ${}^{-1}g$, ${}^{0}g$ и ${}^{0,-1}g$ в следующей форме:

(**) $$^{0,-1}g = {}^{0}g \bullet {}^{-1}\pi = {}^{0}g \bullet ({}^{-1}g + \bar{g}^{-1}) \text{ —}$$

метрика отображения $R_M^{-1} \circ R_{m(a,\ b)}^{-1}$ ((0, −1)-метрика) равна проникновению метрики отображения R_M^{-1} (0-метрики) в панметрику отображения $R_{m(a,\ b)}^{-1}$ ((−1)-метрику).

Такое обозначение выражает лишь выполнение соотношения:

$$^{0,-1}g_{ij} = {}^{-1}R_i^k\,{}^{-1}R_j^l\,{}^{0}g_{kl}.$$

Индексы слева вверху обозначают вид якобиевой матрицы или метрики, которым принадлежат соответствующие компоненты.

Используя описанные соотношения, можно попытаться найти конкретный вид метрики для внутренней области монад в R-плоскости. Она, как мы видим, будет отличаться от метрики центров монад в R-плоскости. Выше я привел якобиеву матрицу ${}^{0}J$ и записал уравнения (−1)-отображения $R_{m(a,\ b)}^{-1}$. Используя эти данные, можно найти якобиеву матрицу ${}^{-1}J$ и метрический тензор ${}^{-1}g$ аналогично тому, как это было сделано для ${}^{0}J$ и ${}^{0}g$. Затем, используя соотношения (*) и (**), можно найти якобиеву матрицу ${}^{0,-1}J$ и метрику ${}^{0,-1}g$. Главное, что в R-плоскости, наряду с двуслойным пространством центров монад и их внутренностей, будет задана и *двойная метрика* — метрика центров монад ${}^{0}g$ и метрика внутренностей монад ${}^{0,-1}g$. Последняя метрика будет более полной, включающей в себя определения и первой метрики. Соотношение метрик ${}^{0}g$ и ${}^{0,-1}g$ напоминает соотношение отображений R_M^{-1} и $R_M^{-1} \circ R_{m(x)}^{-1}$ на плоскости. Таким образом, двуслойность R-пространства распространится с геометрических и на метрические определения.

В заключительной части этого параграфа я хотел бы привести пример конкретного расчета описанных выше конструкций R-плоскости с монадами, который я делал с использованием математического пакета Mathcard 2000 Professional.

Вначале задаются две обратные R-функции:

1. Базовая обратная R-функция, которая здесь обозначена как Q(x):

$$Q(x) := M \cdot \tanh\left(\frac{x}{2\gamma 0}\right),$$

где tanh(x) — гиберболический тангенс, M — верхний параметр R-функции, и γ0 — числовой коэффициент вида:

$$\gamma 0 := \frac{1}{\ln\left(\left|\dfrac{1+\dfrac{1}{M}}{1-\dfrac{1}{M}}\right|\right)}.$$

Таким образом, $Q(x) = R_M^{-1}(x)$ — это эйнштейновская R-функция, фигурирующая в сложении скоростей в специальной теории относительности.

2. Первая несравнимо малая обратная R-функция R_m^{-1}, которая обозначается через q(x):

$$q(x) := m \cdot \tanh\left(\frac{x}{2\gamma 1}\right),$$

где m — ее верхний параметр, определяющий размер монад на базовой плоскости, и γ1 — коэффициент

$$\gamma 1 := \frac{1}{\ln\left(\left|\dfrac{1+\dfrac{1}{m}}{1-\dfrac{1}{m}}\right|\right)}.$$

Чтобы увидеть примерные размеры монады на R-плоскости, зададим внутри монады на монадической плоскости окружность с координатами

$$bx(t) := \rho 1 \cdot \cos(t) \qquad by(t) := \rho 1 \cdot \sin(t).$$

Это окружность радиуса ρ1 вокруг начала координат (0, 0). Теперь подействуем на эту окружность несравнимо малым R-отображением q, получив «свернутую» внутри монады окружность на базовой плоскости:

$$bx(t) := q(\rho 1) \cdot \cos(t) \qquad by(t) := q(\rho 1) \cdot \sin(t).$$

Это окружность радиуса q(ρ1) вокруг начала координат (0, 0). Как видно, R-преобразованием при переходе от монадической плоскости к базовой меняется только полярный радиус. Далее сдвинем центр монады в базовой плоскости на вектор (ax, ay) — получим координаты смещенной окружности

$$cx(t) := ax + bx(t) \qquad cy(t) := ay + by(t).$$

Переведем эти декартовы координаты в полярные, получив полярный радиус

$$\rho(t) := \sqrt{cx(t)^2 + cy(t)^2}$$

и полярный угол

$$\varphi(t) := \left| \begin{array}{l} \operatorname{atan}\left(\dfrac{cy(t)}{cx(t)}\right), \text{ если } cy(t) \ge 0 \wedge cx(t) \ge 0 \\ \pi - \operatorname{atan}\left(\dfrac{|cy(t)|}{|cx(t)|}\right), \text{ если } cy(t) \ge 0 \wedge cx(t) \le 0 \\ \pi + \operatorname{atan}\left(\dfrac{|cy(t)|}{|cx(t)|}\right), \text{ если } cy(t) \le 0 \wedge cx(t) \le 0 \\ 2\pi - \operatorname{atan}\left(\dfrac{|cy(t)|}{|cx(t)|}\right) \text{ в противном случае.} \end{array} \right.$$

Четыре случая при задании полярного угла предусматривают случаи определения угла для четырех квадрантов, в которые может попадать вектор (cx, cy).

Последний шаг — подействуем обратным R-отображением Q на полярные координаты (ρ(t), φ(t)), получая R-координаты (Q(ρ(t)), φ(t)), откуда получаем декартовы R-координаты вектора:

$$Cx(t) := Q(\rho(t)) \cdot \cos\varphi(t) \qquad Cy(t) := Q(\rho(t)) \cdot \sin\varphi(t).$$

Так на R-плоскости возникает в общем случае деформированный R-образ окружности внутри смещенной монады. Меняя координаты центра монады (ax, ay), можно наглядно увидеть характер деформаций монад в разных областях R-плоскости.

Для того чтобы визуализировать сами границы R-плоскости, можно на базовой плоскости определить круговую траекторию с декартовыми координатами

$$Dx(t) := \rho 0 \cdot \cos(t) \qquad Dy(t) := \rho 0 \cdot \sin(t),$$

которые на R-плоскости перейдут в декартовы координаты

$$Dx(t) := Q(\rho 0) \cdot \cos(t) \qquad Dy(t) := Q(\rho 0) \cdot \sin(t),$$

очерчивая окружность внутри R-плоскости радиуса Q(ρ0). При достаточно большом ρ0 радиус этой окружности на графике будет практически неотличим от окружности радиуса M, очерчивая внешнюю границу R-плоскости.

Наконец, мне хотелось визуализировать и центр монады, для чего я вначале рассчитал полярные координаты вектора (ax, ay) на базовой плоскости, т. е. полярный радиус:

$$\rho c := \sqrt{ax^2 + ay^2}$$

и полярный угол:

$$\varphi c := \begin{cases} \operatorname{atan}\left(\dfrac{ay}{ax}\right), & \text{если } ay \geq 0 \wedge ax \geq 0 \\ \pi - \operatorname{atan}\left(\dfrac{|ay|}{|ax|}\right), & \text{если } ay \geq 0 \wedge ax \leq 0 \\ \pi + \operatorname{atan}\left(\dfrac{|ay|}{|ax|}\right), & \text{если } ay \leq 0 \wedge ax \leq 0 \\ 2\pi - \operatorname{atan}\left(\dfrac{|ay|}{|ax|}\right) & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

(вновь учитываются 4 квадранта, куда может попадать центр монады), и после этого получил декартовы координаты центра монады в R-плоскости:

$$Ccx := Q(\rho c) \cdot \cos(\varphi c) \qquad Ccy := Q(\rho c) \cdot \sin(\varphi c).$$

Теперь все готово, и можно визуализировать введенные параметры.

Например, посмотрим, как выглядит монада в R-плоскости, если M = 2, m = 0,2, ρ1 = 100, ax = ay = 0, и ρ0 = 100 (в этом случае монада должна появиться в центре R-плоскости). Значение ρ1 = 100 должно образовать окружность внутри монады, которая на графике будет практически неотличима от внешних границ монады, так что по этой окружности мы сможем судить о форме и размерах самой монады (это можно определить, увеличивая значения ρ1 и отмечая практическое отсутствие увеличения размеров образа окружности на R-плоскости, начиная с некоторого класса значений). То же верно и для ρ0 = 100 — здесь окружность радиуса ρ0 на базовой плоскости перейдет в окружность на R-плоскости практически радиуса M, так что по ней мы сможем оценить внешнюю границу R-плоскости. Итак, задав параметры, я получил такой рисунок (см. рис. 1 на вклейке).

Из рисунка видно, что монада проявилась как внутренняя правильная окружность вокруг начала координат. R-плоскость очерчена внешней окружностью практически радиуса M = 2.

Посмотрим теперь, как начнет меняться форма монады по мере приближения к краю R-плоскости. Возьмем координаты ax = ay = 1. Получим такой рисунок (см. рис. 2 на вклейке).

Здесь мы видим, что монада начинает деформироваться, «сплющиваясь» в направлении к внешнему краю R-плоскости и несколько уменьшаясь в размере. Координаты центра монады Ccx = Ccy = 0,92, т. е. по осям OX и OY координаты центра несколько сдвинулись влево под действием сжимающего в этой области обратного R-отображения. Вертикальным столбиком от центра монады к оси OX показана проекция центра на эту ось.

Чтобы тенденция стала совсем уж наглядной, давайте возьмем еще значения ax = ay = 2. Получаем такой рисунок (см. рис. 3 на вклейке).

Как хорошо видно, монада еще более уплощается в направлении к внешнему краю R-плоскости и уменьшается в размере. Координаты центра монады Ccx = = Ccy = 1,293.

При задании координат центра монады на базовой плоскости ax = ay = 3 (на R-плоскости это координаты Ccx = Ccy = 1,388) мы наблюдаем уже практическое сплющивание монады у самой границы R-плоскости (см. рис. 4 на вклейке).

Каждая монада внутри R-плоскости — это как бы некоторая малая R-плоскость внутри большей R-плоскости. Если внутри R-плоскости образовать, например, меньшую R-плоскость, но размером больше монад (т. е. не обязательно выполнено условие $m = M^{-1}$ или $m < 1$), мы получим пример двуслойного R-пространства, в котором отдельные пространства более сопоставимы по своим размерам, чем пространство и его монады. Вот возможный пример: используя описанные выше математические средства, образуем внутри R-плоскости две «крупные монады». Пусть их центры расположены симметрично относительно начала координат. При выборе числовых значений M = m = 2, ax = ay = 1,42 получим, например, такую картинку (модули всех координат центров «крупных монад» будут здесь равны между собой и равны величине 1,134) (см. рис. 5 на вклейке).

Это ничего не напоминает биологу? Мне кажется, что это могло бы быть очень похоже на срез пространственной структуры на первом этапе дробления зиготы, когда образовались два первых бластомера. Дробление при таком подходе есть выделение двух «дочерних» R-подпространств внутри первоначального «родительского» R-пространства, так что дочерние пространства внешни друг к другу и близки к заполнению всего объема родительского пространства. После этого актуальное бытие родительского R-пространства ослабевает, и процесс повторяется на уровне дочерних пространств как новых родительских пространств. В этом случае объясним и эффект уменьшения размеров каждого последующего дочернего пространства (хотя ничто не мешало бы нам описать и процесс роста с увеличением верхнего параметра R-пространства). С точки зрения R-анализа каждое последующее R-пространство определено в отношении к родительскому пространству так же, как монада в отношении к своему ближайшему пространству (только, как уже говорилось выше, это могут быть «крупные монады»). Если такая модель имеет право на существование, то из нее, в частности, вытекает, что число делений определяется числом уровней подпространств в иерархическом R-пространстве.

Так наглядно могут быть реализованы развитые выше представления об R-плоскости как некотором частном примере R-пространства.

Заканчивая этот параграф, мне хотелось бы отметить, что подобные конструкции R-пространств могут быть воспроизведены для пространств больших, чем 2, измерений, например для 4-мерного пространства-времени. Возможно, что такие модели могли бы послужить основанием для физической организации биологических процессов и создания в последующем оснований фундаментальной биологии. Поскольку здесь большую роль играет аппарат тензорного анализа, то подобные разделы R-геометрии и R-анализа могли бы стать основанием аналогий с общей теорией относительности в современной физике. Как знать, быть может, у живых организмов есть свое малое пространство-время и малая физика, динамика и законы которой могли бы описываться системой уравнений, подобных уравнениям Эйнштейна в общей теории относительности? В этом случае важную роль в многослойной физике жизни должны были бы играть некоторые инварианты R-геометрии.

Еще один важный момент связан с тем, что в теории R-пространства появляются две точки зрения — внешняя и внутренняя. Внутренняя точка зрения представляет взгляд изнутри на R-пространство, в рамках которого оно оказывается неотличимым по своим свойствам от «несвернутого» пространства, на которое действует обратное R-отображение. В частности, в такой внутренней перспективе R-пространство является однородным и изотропным. В приведенном выше примере такова позиция представления R-плоскости как базовой плоскости (в этой позиции все системы координат должны быть равноправны). Но на ту же R-плоскость можно посмотреть и «извне» — как на часть плоскости, за границы которой можно выйти. В этом случае у R-пространства появляется своя внешняя форма (например, форма открытого круга у R-плоскости), выделенная система отсчета, какие-то выделенные точки (например, центр круга) и направления (оси OX и OY на R-плоскости). С внешней точки зрения R-пространство оказывается неоднородным и неизотропным, приобретая те или иные асимметрии. Именно такую асимметрию мы видим в формах живых организмов. Возможно, каждая такая форма с некоторой неповерхностной точки зрения представляет собой свернутое R-пространство. В этом случае теория R-преобразований должна быть тесно связанной с математическими законами биологического формообразования.

§ 3. R-пространство-время

В общем случае R-пространство должно быть скоординировано с R-временем, образуя единое R-пространство-время, которое должно играть важную роль в теоретической биологии. Попробуем прояснить некоторые принципиальные моменты возможной координации R-пространства и R-времени.

Но что такое вообще R-время?

Если рассматривать и здесь структуру галактик, то должны быть периоды времени, связанные с темпоральными галактиками, и эти периоды должны иметь уровневую структуру, например, в периодах-галактиках должны содержаться периоды-монады.

Период-галактика лучше понимаема, по-видимому, через неотрицательную часть галактики, где 0 соответствует рождению, а верхний порог M — гибели... чего? По-видимому, соответствующего R-пространства, которое растет от некоторого минимума до некоторого максимума. Следовательно, R-время выступает как R-пространство (второго порядка) на последовательности R-пространств (первого порядка).

Итак, некоторое R-пространство растет и достигает своего максимума. Что потом?

Потом на смену ему приходит следующее R-пространство, которое начинает расти от своего минимума (нуля).

Причем, между концом предыдущего и началом следующего R-пространства может быть некоторый промежуточный период «непространства».

Идея этого периода возникает хотя бы из того, что максимум M предыдущего пространства есть точка сингулярности для этого растущего пространства, к которому оно приближается как к своему пределу, но само определено только до него. Таким образом, можно «склеить» между собой максимум M предыдущего R-пространства и нуль 0 последующего, рассматривая их вместе как одну точку «непространства». При некотором ином представлении эта точка может быть выражена как целый период самостоятельного содержания.

Какова структура этого периода?

Здесь можно вспомнить об уровневости, о том, что поверх R-пространств одного уровня растет R-пространство более высокого уровня и оно обладает более крупными временными периодами роста, которые включают в себя как периоды роста нижележащих пространств, так и период их «непространства». Тогда, если на период «непространства» попадает период роста более высокого R-пространства, то структура этого периода такова, что там частично исчезает уровневая структура R-пространства — остается структура более интегрального R-пространства при отсутствии структур более дифференциального R-пространства. Таким образом, «непространство» — это просто более интегральное R-пространство.

Теперь структура R-пространства-времени так и вырисовывается: есть последовательности R-пространств разных уровней, которые растут от нуля до верхнего предела в рамках каждого уровня и друг за другом, так что конец роста предыдущего R-пространства отделен от начала роста последующего R-пространства периодом «непространства» этого уровня, когда отсутствует структура R-пространства данного и, быть может, ряда более вышележащих R-пространств, но рано или поздно найдется такое достаточно иерархическое R-пространство, которое будет продолжать расти и в этот период «непространства».

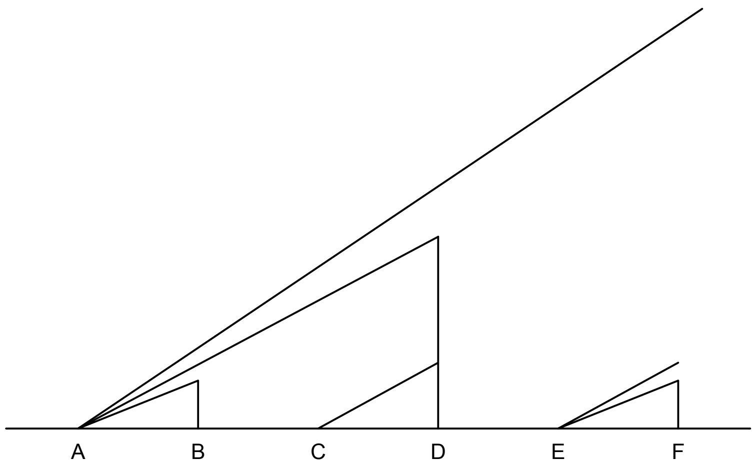

Рис. 43. Иерархия R-пространств

Чем более высокий уровень первого R-пространства, которое заполняет своим ростом период «непространства» данного уровня, тем более «непространственным» является этот период для данного уровня.

Я изобразил пример таких соотношений на рисунке (см. рис. 43).

Здесь в периоды AB, CD и EF показаны три R-пространства первого уровня. Их охватывает более глобальное R-пространство второго уровня AD и еще более глобальное R-пространство третьего уровня AF. Периоды BC и DE являются «непространством» первого уровня (1-непространством). Период BC — это 1-непространство и одновременно 2-пространство (R-пространство второго уровня), в то время как период DE — это более глубокое непространство. Это и 1-, и 2-непространство, так как в нем прерывается не только R-пространство первого, но и второго уровня, и остается только R-пространство третьего уровня.

Глава 5
Ментальные многообразия в теории относительности

§ 1. Относительные и абсолютные величины в специальной теории относительности

С развитием теории относительности особенно ярко в современной физике возникает контраст относительных и абсолютных величин. Теория относительности показала, что такие понятия, как длина, масса, интервалы времени, электрическое поле и магнитное поле в отдельности, подобны таким относительным понятиям, как «справа», «слева», «выше», которые сами по себе не имеют смысла, относительны и для разных наблюдателей различны. Вообще идея «наблюдателя» становится столь фундаментальной именно в теории относительности, выражая ту или иную систему отсчета, «точку зрения», только в рамках которой относительные понятия получают свое значение. В то же время, наряду с релятивизацией многих понятий, которые ранее считались абсолютными, в теории относительности возникают свои инварианты, обладающие более глобальным характером. Таковы, например, четырехмерный интервал пространства-времени, скорость света, электромагнитное поле. Известно, что Эйнштейн вообще хотел назвать свою теорию «теорией инвариантности», подчеркивая в этой теории не столько момент релятивизации старых инвариант, сколько момент введения новых более мощных инвариантных начал.

Как известно, в специальной теории относительности (СТО) пространство-время выражается четырехмерным комплексным пространством с псевдоевклидовой метрикой. Элементы этого пространства-времени — события, т. е. 4-векторы (x, y, z, ict), объединяющие в себе три пространственные координаты **r** = (x, y, z) и мнимую временную координату ict. Переход от одной системы отсчета к другой связывается здесь с преобразованиями Лоренца.

Если даны две системы отсчета K с координатами x, y, z, t и K′ с координатами x′, y′, z′, t′, где K′ движется со скоростью V относительно K вдоль оси Ox, то преобразования Лоренца в этом случае имеют следующий вид:

$$x = \frac{x' + t' \cdot V}{\beta}, \quad t = \frac{t' + x' \cdot \frac{V}{c^2}}{\beta}, \quad y = y', \quad z = z',$$

где $\beta = \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$.

Если, например, даны два представления $A_K =_{Df} (a_1, a_2, a_3, ict_a)$ и $B_K =_{Df} (b_1, b_2, b_3, ict_b)$ событий A и B соответственно в системе отсчета K, то с переходом к их представлениям $A_{K'} =_{Df} (a_1', a_2', a_3', ict_a')$ и $B_{K'} =_{Df} (b_1', b_2', b_3', ict_b')$ в системе K′ в общем случае не сохранятся ни расстояние $\mathbf{r}_{AB} = (a_1–b_1, a_2–b_2, a_3–b_3)$, ни временной интервал $(t_a–t_b)$ между событиями. Сохранится (в смысле преобразований Лоренца) лишь четырехмерный вектор A-B пространственно-временного интервала между этими событиями. Здесь мы видим наглядный пример векторных ментальных многообразий, выражаемых 1V- и 2V-Онтологиями. Системы отсчета в лице векторов своего базиса, а также их подбазисы, связанные с пространственными и временными элементами, будут представлять собою 1V-модели, на которые будут образовывать проекции-моды 4-вектора. Если через K_s и K_t обозначить пространственную и временную части системы отсчета K (здесь систему отсчета я отождествляю с системой базисных векторов этой системы), то, например, мы могли бы получить в рамках соответствующей 1V-Онтологии следующие теоремы:

$Mod^{123467}(\mathbf{r}_A, A_K, K_s, \downarrow_{1V}, \uparrow_{1V}, 1V(K))$ — пространственный вектор $\mathbf{r}_A$ есть 1V-мода K-представления A_K события A в пространственной части K_s системы отсчета K как 1V-модели.

$Mod^{123467}(ict_a, A_K, K_t, \downarrow_{1V}, \uparrow_{1V}, 1V(K))$ — временная координата ict_a есть 1V-мода K-представления A_K события A во временной части K_t системы отсчета K как 1V-модели.

В рамках 2V-Онтологии можно доказать, например, следующие утверждения:

$Mod^{123467}(A_K, A, K, \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V)$ — представление A_K события A в системе K является 2V-модой A.

Таким образом, пространство и время оказываются в теории относительности модами, имеющими смысл лишь внутри конкретной системы отсчета (модели), в то время как инвариантными модусами, не привязанными к конкретным моделям, теперь выступают пространственно-временные 4-вектора. Их позитивы (объемы инвариантности) бесконечно превышают позитивы только пространственных или только временных представлений. В теории относительности достигается более мощный синтез, результатом которого являются более инвариантные объекты. По словам Германа Минковского на лекции 1908 г. по специальной теории относительности: «Отныне пространство и время, рассматриваемые отдельно и независимо, обращаются в тени и только их соединение сохраняет самостоятельность» [1].

Посмотрим теперь, как возрастает синтез с переходом от преобразований Галилея к преобразованиям Лоренца.

[1] Цит. по: *Грин Б.* Элегантная вселенная. М.: Эдиториал УРСС, 2004. С. 51.

§ 2. Преобразования Галилея и Лоренца

Как известно, исторически переход к преобразованиям Лоренца был связан с необходимостью выразить инвариантность скорости света и уравнений Максвелла. В преобразованиях Галилея такого рода инвариантность не выполнялась. В рамках СТО Эйнштейн предложил новую версию механики, которая согласовалась с преобразованиями Лоренца, а не Галилея. Тем не менее, как хорошо известно, преобразования Галилея могут быть получены из преобразований Лоренца как некоторый вырожденный случай, если положить соотношение V/c практически равным нулю. Эту ситуацию можно попытаться представить в терминах соответствующей Проективно Модальной Онтологии, используя, в частности, средства snx-Онтологии и поднимаясь в определении проективно-модальных конструкций от уровня отдельных термов, формул к уровню языка и физической теории в целом (подобно тому как рассматривался выше переход к частному случаю уравнений Максвелла для электростатического поля). В итоге мы должны будем получить приблизительно такое соотношение в рамках некоторой α-Онтологии:

$$Mod^{1237}(TR_G, TR_L, I_G, \alpha),$$

где TR_G — преобразования Галилея, TR_L — преобразования Лоренца, I_G — интервал «галилеевости» преобразований Лоренца, в рамках которого эти преобразования переходят в преобразования Галилея.

В этой α-Онтологии преобразования Лоренца выступят как α-модус, обладающий определенностью для любых значений относительной скорости $V/c \in \in [0, 1)$, в то время как α-мода этого модуса в виде преобразований Галилея будет определена только для случая $V/c = 0$. Наоборот, переход от преобразований Галилея к преобразованиям Лоренца выступит в этом случае как движение от α-моды к его α-модусу, т. е. как логический интеграл, возвышающий конструкцию преобразований до более синтетического состояния. Такого рода логическое интегрирование было реально совершено в свое время в сознании творцов теории относительности.

В отношениях преобразований Галилея и Лоренца мы видим пример *принципа соответствия*: новые преобразования строятся таким образом, чтобы они переходили в старые преобразования в рамках некоторых ограничивающих условий. Принцип соответствия может быть предельно обобщен в терминах Проективно Модальной Онтологии. Если дана некоторая α-Онтология, и y — некоторый α-модус, то принцип соответствия может быть сформулирован как требование при построении α-модуса x, для которого y является α-модой, использовать такой α-модус x, чтобы нашлась α-модель z, в которой x образует y в качестве своей моды. Такое условие является необходимым признаком отношения моды и модуса, что следует из теоремы α-Онтологии:

(PCoord1) $$Mod^{127}(y, x, \alpha) \supset \exists z Mod^{1237}(y, x, z, \alpha).$$

Эту теорему и можно рассматривать как наиболее общую формулировку «одноместного» принципа соответствия.

Поскольку модус x является логическим интегралом для модуса y, то принцип соответствия можно трактовать как одно из требований, накладываемых на синтетические процедуры вообще.

В случае многоместного синтеза можно доказать более общую («многоместную») формулировку принципа соответствия для множества синтезируемых начал:

(PCoord2) $$(x =^{\alpha} S[\{y_1, ..., y_n\}, e_1, ..., e_n, \uparrow_1, ..., \uparrow_n]) \supset$$
$$\supset \exists z_1 ... \exists z_n(Mod^{1237}(y_1, x, z_1, \alpha) \wedge ... \wedge Mod^{1237}(y_n, x, z_n, \alpha)) \text{ —}$$

при построении α-синтеза x, для которого $y_1, ..., y_n$ являются α-модами, следует использовать такой α-модус x, чтобы нашлись α-модели $z_1, ..., z_n$, в которых x образует $y_1, ..., y_n$ соответственно в качестве своих мод.

§ 3. R-сложение скоростей в специальной теории относительности

В общем случае инфинитные объекты могут приближаться теми или иными финитными структурами. Такого рода способность приближения заложена в природе самой реальности, выраженной системой галактик разных порядков. Например, как можно было видеть выше, аналитическая функция f в точке $(x + \Delta x)$ может быть представлена как элемент α из ${}^{0}F$, который $(-n)$-равен и $(-n)$-близок своей проекции $P_{-n}(\alpha)$, представляющей конечный отрезок ряда Тейлора $\sum_{K=0}^{n} \frac{f^{(K)}(x)}{K!} \Delta x^K$. Следовательно, в этой части аппарат аналитических функций может быть рассмотрен как выражение идей R-анализа в некотором предельном случае. Сама реальность может быть такова, что ее различающая способность будет ограничена пространством ${}^{0}_{-n}F$. В этом случае любые элементы α из ${}^{\infty}F$ могут быть заменены своими проекциями $P_{-n}(\alpha)$ из ${}^{0}_{-n}F$. Основанием такой замены будет отношение $(-n)$-равенства между α и $P_{-n}(\alpha)$. Переходя к общему случаю, мы можем допустить, что та или иная ситуация приближения должна предположить состояние реальности в форме пространства ${}^{n}_{m}F$, заданного вместе со своей $m(n, m)$-мерой и нормой. Образование верхней границы n в пространстве ${}^{n}_{m}F$ можно рассматривать как возможность представления элемента α из ${}^{\infty}F$ его проекцией $P^n(\alpha)$, где $P^n = P^n_{-\infty}$. В итоге мы можем заменить работу со всяким элементом α из ${}^{\infty}F$ работой с его проекцией $P^n_m(\alpha) = P_m(P^n(\alpha))$, причем, как следует из Теоремы 18, $P^n(\alpha)$ и $P^n_m(\alpha)$ будут m-равны и m-близки. Признаками определения реальности в форме пространства ${}^{n}_{m}F$ будут, например, 1) появление экстремальных величин, выражающих верхние границы галактик $G(n)$, $G(n - 1)$, ..., $G(m)$, 2) возникновение «искривленной» $m(n, m)$-метрики, 3) задание операций и предикатов, согласованных с этой метрикой.

Рассмотрим с этой точки зрения ряд структур специальной теории относительности.

В статье В. Л. Рвачева, А. Н. Шевченко, Т. И. Шейко «Исчисления с наибольшим числом»[1] авторы выводят эйнштейновские R(0)-функции, отправляясь от формулы сложения коллинеарных скоростей в СТО. Если v — скорость движения материальной точки вдоль оси X в неподвижной системе отсчета K, v′ — скорость движения той же точки в движущейся вдоль оси X системе K′, V — скорость движения K′, то, согласно известной формуле СТО, получим:

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{v'V}{c^2}} = v' \oplus V.$$

Если $M = c$ и $R^{-1}{}_M(x) = M\left(\frac{e^{\frac{x}{\gamma}} - 1}{e^{\frac{x}{\gamma}} + 1}\right), R_M(x) = \gamma \cdot \ln\left[\frac{1 + \frac{x}{M}}{1 - \frac{x}{M}}\right]$, где $\gamma = \frac{1}{\ln\left(\left|\frac{1 + \frac{1}{M}}{1 - \frac{1}{M}}\right|\right)}$,

тогда имеем: $v = v' \oplus V = R_M^{-1}(R_M(v') + R_M(V)) = v' \oplus^0 V$ — 0-сложение скоростей v′ и V как элементов базовой галактики G(0). В качестве верхней границы M этой галактики выступает величина c скорости света. В терминах R-анализа эта ситуация может быть представлена в следующем виде.

Пусть дано пространство ${}_0^0F$. Элементами его являются последовательности, у которых все координаты с ненулевыми индексами являются нулями. Рассмотрим в этом пространстве два элемента α и β, где $\alpha_0 = R_M(v')$ и $\beta_0 = R_M(V)$. Образуем третий элемент $\gamma = \alpha + \beta$, нулевая координата которого будет равна $\gamma_0 = R_M(v') + R_M(V)$. Рассмотрим теперь $\mu(0, 0)$-меры этих элементов. Получим:

$${}_0^0\mu(\alpha) = \underset{K=0}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha_{K+1})} = R_M^{-1}(\alpha_0) = R_M^{-1}(R_M(v')) = v',$$

$${}_0^0\mu(\beta) = \underset{K=0}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\beta_{K+1})} = R_M^{-1}(\beta_0) = R_M^{-1}(R_M(V)) = V,$$

$${}_0^0\mu(\gamma) = {}_0^0\mu(\alpha + \beta) = {}_0^0\mu(\alpha) + {}_0^0\mu\, {}_0^0\mu(\beta) = \underset{K=0}{\overset{K=0}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\gamma_{K+1})} = R_M^{-1}(\gamma_0) =$$
$$= R_M^{-1}(R_M(v') + R_M(V)) = v' \oplus V.$$

Таким образом, скорости в СТО ведут себя как $\mu(0, 0)$-меры элементов пространства ${}_0^0F$. Сложение скоростей может быть представлено как сложение $\mu(0, 0)$-мер соответствующих элементов пространства ${}_0^0F$.

Однако эйнштейновский вариант СТО построен таким образом, что «искривленный» характер отношений и определений из всех физических величин обнаруживают только скорости. Только для скоростей вводится процедура финитизации с верхней границей в качестве скорости света c, и величины скоро-

[1] *Рвачев В. Л., Шевченко А. Н., Шейко Т. И.* Исчисления с наибольшим числом // Кибернетика и системный анализ. 1995. № 3. С. 71—86.

стей принадлежат базовой галактике G(0). Естественно возникает вопрос о возможности подобного «искривления» для других физических величин, так или иначе связанных со скоростью.

§ 4. R-анализ и специальная теория относительности

В этом параграфе я пытаюсь применить средства R-анализа к структурам специальной теории относительности (СТО). Как уже отмечалось, ситуация в СТО такова, что в законе сложения скоростей скорости проявляют себя как R-величины, т. е. $v = v' \oplus V$, в то время как при своем дифференциальном представлении скорости выражаются через классические дифференциалы: $v = dx/dt$, $v' = dx'/dt'$, $V = dX/dt$. Такая ситуация кажется внутренне не вполне согласованной — если скорости являются R-величинами, то это должно быть выражено и на дифференциальном уровне.

В связи с этим возникает задача так переинтерпретировать конструкции СТО, чтобы 1) скорости имели R-представление и на дифференциальном уровне, 2) дифференциальное R-представление скоростей было согласовано с обычными структурами СТО.

В результате ряда попыток выполнить эти задачи у меня возникло такое возможное решение.

Как я уже отмечал, в ряде работ В. Л. Рвачева развивается идея неархимедова исчисления, средства которого можно попытаться применить к областям физики, где встречаются разного рода финитные экстремальные значения, в частности в специальной теории относительности. В одной из своих работ[1] Рвачев предлагает свернуть обратной R-функцией весь аппарат СТО, аргументируя это тем, что в этом случае остается инвариантность R-интервала относительно R-преобразований Лоренца. Это наталкивает на мысль, что такое сворачивание не является просто произвольным и у него есть инвариантное основание.

Но тогда если сворачивать обратным R-отображением R_M^{-1} аппарат СТО, то вместо скорости света c мы получим величину $R_M^{-1}(c)$. Пытаясь решить эту проблему, можно, например, предположить, что измерение скорости света в общем случае может происходить двумя видами «линеек» — в одном случае мы используем *внутреннюю* к R-функции R_M^{-1} шкалу, которая измеряет скорость света как c (в этой позиции и построена, по-видимому, СТО). В другом случае возможно использование *внешней* процедуры измерения, при которой измерительный процесс может выйти за границы области значений R_M^{-1}, и скорость света может быть измерена как величина $R_M^{-1}(c)$. Интересно, что такого рода возможность разных измерительных процедур напоминает возможность двоякого измерения длин («легкими» и «тяжелыми» струнами) в теории суперструн (см. ниже).

Итак, на СТО нужно подействовать обратным R-отображением, получая R-вариант СТО, который можно обозначить через $СТО_R = R_M^{-1}(СТО)$. Такая схе-

[1] *Рвачев В. Л.* Релятивистское и другие неархимедовы исчисления. Харьков, 1992.

ма образования $СТО_R$ позволяет сохранить скорость света как максимальную скорость, характер R-сложения для сложения скоростей и ввести верхние пороги M для расстояния и времени.

Следующий шаг состоит в том, чтобы ввести в $СТО_R$ монады. Это можно сделать уже в СТО — как области определения обратных R-функций, приводящих к $СТО_R$.

Более общей является система отсчета (СО) K′, движущаяся относительно СО K вдоль оси OX со скоростью V. Определим для нее R-дифференциалы расстояния и времени по следующему правилу (здесь монады выстраиваются для расстояния и времени, т. е. для величин в области определения обратной R-функции R^{-1}_M, в связи с чем в этом случае $R^{-1}_m = M^{-2}R^{-1}_M$):

$$d_R x' = R^{-1}_m(dx'/dt),$$
$$d_R t' = R^{-1}_m(dt'/dt).$$

Как видно, R-дифференциалы определяются в этом случае для производных от дифференциалов расстояния и времени системы K′ по дифференциалам времени системы K.

Отсюда скорость v′ процесса в системе K′ можно определить по правилу:

$$v' = R^{+1}_m \circ (d_R x' /^{-1} d_R t'),$$

$/^{-1}$ — (−1)-деление (деление в первой несравнимо малой галактике).

В самом деле, для скорости получаем:

$$v' = R^{+1}_m \circ (d_R x' /^{-1} d_R t') = R^{+1}_m \circ (R^{-1}_m(dx'/dt) /^{-1} R^{-1}_m(dt'/dt)) =$$
$$= R^{+1}_m \circ R^{-1}_m((dx'/dt)/(dt'/dt)) = (dx'/dt)/(dt'/dt) = dx'/dt' \text{ — верно.}$$

В частности, для R-дифференциалов системы K получим:

$$d_R x = R^{-1}_m(dx/dt) = R^{-1}_m(v),$$
$$d_R t = R^{-1}_m(dt/dt) = R^{-1}_m(1) = M^{-2}.$$

Замечу, что монады для скорости, R-дифференциалами в которых являются несравнимо малые обратные R-отображения производных скорости, должны строиться в области значения прямой R-функции R^{+1}_c, а не R^{+1}_M, так что здесь $R^{-1}_m = c^{-2}R^{-1}_c$. Чтобы отличать этот случай, лучше использовать запись $R^{-1}_{c(k)}$, где $k = -1, -2...$, для обратных R-отображений $|k|$-тых несравнимо малых галактик.

На этом примере мы видим использование нескольких обратных R-функций для получения аппарата $СТО_R$.

Следующая проблема — связь максимальной скорости и монадической структуры $СТО_R$.

Можно предположить, что максимальная скорость возникает тогда, когда за минимальный квант времени достигается максимальный квант пространства. Попробуем выразить эту интуицию средствами $СТО_R$.

Поскольку R-кванты пространства и времени имеют описанный выше вид, то постараемся использовать их для получения максимальной скорости c.

Для R-кванта пространства в системе К′ имеем:

$$d_R x' = R^{-1}_{m}(dx'/dt).$$

Поскольку все R-функции — возрастающие функции, то супремум R-кванта будет эквивалентен супремуму dx′/dt. Здесь имеем:

$$dx'/dt = (v' - V)/(1 + (v'V/c^2)).$$

Предполагая, что V фиксировано и неотрицательно (рассмотрение идет в рамках фиксированной СО К′), найдем производную по v′ функции dx′/dt. После ряда вычислений получим, что она равна

$$c^2(c^2 + V^2)/(c^2 + v'V)^2.$$

Отсюда видно, что производная больше нуля, т. е. супремум функции dx′/dt достигается как предел ее роста, т. е. при v′ = c.

Следовательно, максимальный R-дифференциал пространства в СО К′ будет равен:

$$d_R x'_{max} = R^{-1}_{m}(c(c - V)/(c + V)).$$

Теперь оценим инфимум R-дифференциала времени в СО К′.

Здесь имеем:

$$d_R t' = R^{-1}_{m}(dt'/dt) = R^{-1}_{m}((c^2 - vV)/(c^2 + v'V)).$$

Рассмотрим дробь

$$(c^2 - vV)/(c^2 + v'V).$$

Она тем меньше, чем меньше числитель и больше знаменатель. Уменьшение числителя связано с ростом скорости v, пределом чего будет равенство этой скорости c. Поскольку $v = v' \oplus V$, то стремление v к c будет сопровождаться аналогичным стремлением к c и скорости v′. Одновременно это стремление будет все более увеличивать знаменатель, так что минимальное значение дроби будет достигнуто при v′ = v = c.

В этом случае для R-дифференциала времени получим следующее минимальное значение:

$$d_R t'_{min} = R^{-1}_{m}((c - V)/(c + V)).$$

Найдем теперь максимальную скорость, исходя из R-отношения R-дифференциалов:

$$v'_{max} = R^{+1}_{m} \circ (d_R x'_{max} /^{-1} d_R t'_{min}) = [c(c - V)/(c + V)]/[(c - V)/(c + V)] = c.$$

Так мы получаем подтверждение связи максимальной скорости и монадической структуры $СТО_R$. Можно выразиться таким образом, что максимальная скорость потому и возникает, что есть кванты времени и пространства и за минимальный квант времени достигается максимальный квант расстояния.

Замечу только, что минимальный квант времени минимален в том смысле, что это некоторый «отсчетный квант времени», т. е. некоторый квант, который можно считать *нормативным* моментом времени в данной R-системе. В ином смысле мы конечно же можем предположить кванты времени, меньшие по величине такого нормативного кванта.

Посмотрим, чему будут равны экстремальные кванты в СО К, когда $v' = v$ и $V = 0$:

$$d_R x_{max} = R^{-1}_m(c(c - V)/(c + V)) = R^{-1}_m(c),$$
$$d_R t_{min} = R^{-1}_m(1) = M^{-2}.$$

Отсюда вновь получаем:

$$v_{max} = R^{+1}_m \circ (d_R x_{max} /^{-1} d_R t_{min}) = c.$$

§ 5. Физика с минимальной скоростью

Идеи R-анализа могут быть применены к различным физическим теориям, в первую очередь к механике. Появление константы скорости света — это уже выражение R-структуры количества (в данном случае величины скорости), которое имеет верхний конечный порог. Однако из идей R-анализа вытекает более симметричная финитизированная структура количества, где в некотором смысле можно говорить не только о верхней, но и о нижней границе количественных градаций. Было бы интересно рассмотреть такой вариант обобщения специальной теории относительности (СТО), в котором мог бы учитываться и нижний порог скоростей. Некоторому развитию этой идеи физики не только с максимальной, но и с минимальной скоростью движения будет посвящено последующее изложение [1].

В специальной теории относительности уже есть две фундаментальные константы скорости — это скорость света и *относительная нулевая* скорость движения. По поводу последней можно сделать следующее уточнение. Если в одной инерциальной системе отсчета К имеем две скорости v_1 и v_2, где $v_1 - v_2 = 0$, то в другой инерциальной системе отсчета К* также будет выполняться соотношение $v^*_1 - v^*_2 = 0$. Следовательно, пытаясь финитизировать нижнюю границу скорости, нужно брать случай не абсолютного минимума $v = \min$, а минимума относительного $v_1 - v_2 = \min$ — относительную минимальную скорость движения.

[1] Я хотел бы выразить благодарность участникам форума на сайте http://www.relativity.ru/forum/, особенно Алексею Морозову, открывшему на форуме тему «Минимальная скорость». Развитие высказанных ниже идей было во многом стимулировано моим участием в форуме.

С этой точки зрения, СТО должна быть изменена так, чтобы неравенство

$$v_1 - v_2 \le c^*$$

продолжало сохраняться и в любой другой инерциальной системе отсчета:

$$v_1' - v_2' \le c^*,$$

где c^* — минимальная скорость.

Максимальная скорость возникла в СТО как результат финитизации бесконечности. Минимальная скорость, если таковое возможно, должна будет возникнуть как результат финитизации нуля. Следовательно, прообразами максимального и минимального в данном случае являются бесконечность и нуль. Давайте посмотрим на их соотношения, чтобы понять, в чем их сходство и в чем различие.

Хотя между бесконечностью и нулем есть мультипликативная симметрия, $0 = 1/\infty$, но ноль оказывается гораздо более относительным, чем бесконечность, в иных случаях.

В частности, мы можем вводить разные нули (числовые системы отсчета ЧСО) преобразованием $x - a$. Пусть $x(a)$ — число x в системе с нулем a. В системе с нулем 0 оно будет обладать величиной $(x + a)$. Тогда $0(0)$ окажется $-a(a)$ в системе с нулем a, т. е. нули в общем случае не сохраняются с переходами между ЧСО, которые воспроизводятся в СТО как инерциальные системы отсчета (ИСО).

Таким образом, в отличие от бесконечности, нулей много, и ни один из них не является абсолютным. Поэтому и финитный аналог нуля нельзя ввести как величину абсолютную.

Исходя из этих замечаний, попробуем рассмотреть возможность построения СТО с минимальной ненулевой скоростью.

Положим, что физические величины, если они являются гладкими функциями, представляют собой пары

$$A^* = (A, A'),$$

где A — классическая физическая величина, A' — ее производная.

Сложение определим покоординатно. Для умножения пар примем правило:

$$(A, A')^*(B, B') = (AB, AB' + BA').$$

Отсюда получим:

$$\begin{aligned}
&(A + B)^* = A^* + B^*,\\
&(A - B)^* = A^* - B^*,\\
&(AB)^* = A^*B^*,\\
&A^*/B^* = (A/B)^*.
\end{aligned}$$

Отсюда получаем возможность изоморфно заменить выражения в СТО выражениями на парах, если эти выражения органичиваются сложением и умножением. В частности, можно распространить этот изоморфизм на преобразования Лоренца, рассматривая их для пар. Такие преобразования Лоренца я буду называть двуслойными.

Теперь главное — интерпретация пар.

Пара (A, A') интерпретируется как двуслойная величина, где A выражает классическую («стандартную») часть физической величины, а A' представляет финитный дифференциал этой величины, т. е. некоторую достаточно малую конечную величину, которая ведет себя подобно дифференциалам в математическом анализе.

Здесь хочу сразу заметить, что в реальности проявляется не сама пара (A, A'), но некоторая реализация этой пары

$$r(A, A') = f(A, A') \text{ — функция от величин } A \text{ и } A',$$

но операции на реализациях изоморфны операциям на парах, так что удобнее сначала рассматривать сами пары.

Как теперь этими средствами выразить идею минимальной скорости в СТО?

Скорости v в СТО мы должны будем сопоставить пару (v, v'). Это значит, что скорость складывается из финитной и дифференциальной частей. Дифференциальная скорость — это нечто вроде сверхмедленной скорости, которая может быть отождествлена с покоем в рамках описываемого расширения СТО.

Но здесь нужно быть аккуратным, чтобы отдавать себе отчет, в каком именно смысле это следует понимать.

Даже если в некоторой инерциальной системе отсчета (ИСО) мы получим пару (v, v'), где $v = 0$ и v' не равно нулю (при некотором значении аргумента), то в другой ИСО, движущейся относительно первой с ненулевой скоростью, такое соотношение в общем случае выполнено не будет (не будет равной нулю первая компонента скорости, и характер сверхмедленности исчезнет). Поэтому о сверхмедленной скорости в абсолютном смысле — как о паре $(0, v')$ — нельзя говорить в инвариантном смысле.

Но вполне можно говорить об относительной сверхмедленной скорости. Именно, если в одной ИСО даны две двуслойные скорости

$$v_1^* = (v_1, v_1'),$$
$$v_2^* = (v_2, v_2'),$$

где $v_1 = v_2$, то для разности

$$v_2^* - v_1^* = (0, v_2' - v_1')$$

мы получим инвариантное представление как сверхмедленной скорости (с нулевой стандартной частью) во всех ИСО.

Останется подобрать такие функции и аргументы, что из $v_1 = v_2$ не будет следовать $v_1' = v_2'$ для этих аргументов (равенство скоростей при неравенстве ускорений). Например, $v_1 = Ct$, $v_2 = C$, и при $t = 1$ $v_1 = v_2$, но v_1' не равно v_2', если C не равно нулю.

Замечу, что при описанном подходе величина сверхмедленной скорости связана с ускорением v′ — ненулевая сверхмедленная скорость возникает только при ускоренном движении (если отображение реализации r для второго элемента пары дает нуль только в нуле). Возможно, это некоторый частный случай, находящийся в отношении соответствия со СТО и классическим анализом, и мог бы быть развит более общий случай парных величин $A^* = (A_1, A_2)$, где A_1 и A_2 не были бы столь зависимы друг от друга, как при соотношении $A_2 = A_1'$?

Наконец, как связаны сверхмедленные скорости с минимальной скоростью?

Здесь можно предположить, что минимальная скорость представляет собой верхний предел для сверхмедленных скоростей, но это утверждение следует понимать с учетом реализации пар.

Стоит также заметить, что хотя введенные пары двуслойных величин напоминают комплексные числа, но речь в данном случае идет о другом объекте. В частности, правило для умножения пар не совпадает с комплексным умножением, если пару интерпретировать как пару на вещественной и мнимой части комплексного числа.

Речь скорее идет о технике, напоминающей конструкции математического анализа, где пара (A, A′) — это аналог суммы $A + dA = A + A'dt$, и dA — дифференциал A.

Но, в отличие от классического анализа, предполагается некоторый аппарат, где вторые элементы пар играют роль, подобную конечным дифференциалам. Такой аппарат имеет переклички с нестандартным анализом Абрахама Робинсона, где есть актуальные бесконечно малые, но в данном случае делается попытка сделать дифференциалы конечными, сохранив их неархимедовость.

Первоначально я так же пытался ввести минимальную скорость как абсолютную величину, но это приводило к абсолютности покоя, что явно противоречило его относительности в разных системах отсчета.

Иными словами, если минимальная скорость — такой же инвариант, как скорость света, то приближение к минимальной скорости (аналогу остановки) любого тела должно так же кардинально менять его физику, как в случае приближения к скорости света, чего мы не наблюдаем (нуль скорости не выделен так, как скорость света, хотя и здесь есть некоторые оговорки).

Если тело покоится относительно некоторой ИСО, оно движется относительно другой. Если минимальная скорость — такой же инвариант ИСО, как скорость света, то все большее приближение к минимальной скорости в одной ИСО должно все лучше воспроизводиться во всех ИСО, так что остановка на уровне минимальной скорости должна стать остановкой во всех ИСО (идея абсолютного покоя).

И остановка на уровне минимальной скорости в одной ИСО должна не отличаться от абсолютной остановки (когда у тела нулевая скорость) в этой ИСО.

Иными словами, стоит нам остановить катящийся мяч относительно себя, как он должен будет остановиться во всех ИСО. Ничего подобного в нашей физике мы не видим. Покой относителен, и остановка в одной ИСО не есть таковая в других.

Отсюда ясно, что нужно как-то совместить идею относительности покоя и наличия минимальной скорости.

Идея расслоенных величин и призвана решить указанную проблему. В простейшем случае пар нужно выделить стандартную часть и аналог дифференциальной части. Переходы между ИСО влияют на величины компонент пары, но оставляют инвариантной саму парность.

Но конечность минимальной скорости поставила проблему конечных дифференциалов.

Таким образом, главная моя идея состоит в том, что путь финитизации минимальной скорости нужно искать в направлении математического аппарата, где будет построена финитная версия дифференциалов, и вторые элементы пар — это «конечные дифференциалы», которые приблизительно так же не различаются стандартной частью физической реальности, как не различаются классические дифференциалы в соотношении с конечными величинами.

Что значит, что тело движется с парной скоростью (v_1, v_2)?

Это значит, что в каждый момент времени скорость тела разделена на две компоненты — конечную v_1 и дифференциальную v_2, и в рамках СТО последняя неразличима (пара сводится к $(v_1, 0)$), в то время как при предлагаемом расширении СТО дифференциальная компонента начинает так или иначе различаться.

Выше я называл конечные дифференциалы скоростей сверхмедленными скоростями, но это не вполне точно.

Выражаясь более точно, процесс обладает сверхмедленной скоростью, если за любой конечный промежуток времени он не может переместиться более чем на конечный дифференциал расстояния.

Дело в том, что конечные дифференциалы возникают не только у скоростей, но и у расстояний и времен.

Это означает, что скорость процесса является аналогом бесконечно малой, т. е. такая скорость будет иметь вид $(0, v)$ — скорость уйдет на второе место в паре.

Если $t = (t, 0)$ — любое конечное время, $(0, v)$ — сверхмедленная постоянная скорость процесса (в некоторой ИСО), то за t процесс пройдет расстояние

$$(t, 0)*(0, v) = (0, vt) = (0, x) \text{ — сверхмалое расстояние.}$$

Таким образом, если быть точным, то дифференциалы скоростей v' в паре (v, v') только соответствуют сверхмедленным скоростям $(0, w)$, если бы v' можно было представить без первой координаты v (т. е. $v' = w$).

Но для аналогов классических скоростей всегда выполнено представление (v, v'), т. е. сами скорости идут как первые элементы пар (и тождественное равенство v нулю влечет такое же равенство для v'), в то время как для сверхмедленных скоростей выполняется соотношение $(0, v)$, где скорость уходит на второе место пары, а первый элемент пары отсутствует, что выражается его равенством нулю.

Пара (v, v') является только аналогом классической скорости, и в более общем случае к этой скорости, где дифференциальная составляющая v' зависит от v, может быть добавлена вторая — независимая от v — составляющая w, так что более общее представление двуслойной скорости имеет вид:

$$(v, v' + w).$$

При полной классической остановке тела в некоторой ИСО, когда v тождественно нулю, откуда и v' тождественно равно нулю, может оставаться ненулевой независимая составляющая w, т. е. возникнет сверхмедленная скорость:

$$(0, w),$$

которая для классического случая будет неотличима от полного покоя $(0, 0)$.

Можно предположить, что материя, движущаяся в интервале между максимальной и минимальной скоростью, такова, что она не вполне останавливаема. Под этим я имею в виду, что если такую материю остановить, то она будет обладать всегда сверхмедленной скоростью больше некоторой величины, которую можно называть второй минимальной скоростью.

Таким образом, сверхмедленные скорости нашей материи лежат в интервале между первой и второй минимальными скоростями.

Чтобы «остановить» материю еще больше, нужно, по-видимому, совершить очень мощное преобразование, сравнимое с таковым при приближении к скорости света.

Возможные преобразования, которые могли бы вести к такой «остановленной» материи — падение температуры ниже абсолютного нуля или достижение сверхплотного состояния вещества.

Формально это выглядит так. Для сверхмедленных скоростей $(0, w)$ нашей материи можем ввести еще более подробное представление $(0, w, u)$, так что если даже происходит обнуление w, третья компонента u всегда остается максимальной U, так что наши сверхмедленные скорости всегда имеют вид $(0, w, U)$, минимум которых равен $(0, 0, U)$. Переход к еще более сверхмедленным скоростям связан с переходом от $(0, 0, U)$ к $(0, 0, u)$, где $u < U$. Такой переход требует уже значительного изменения типа материальности.

Хотя состояния $(0, 0, u)$ недостижимы внутренними ресурсами нашей материальности (как недостижима скорость света), но приближение к ним через уменьшение w в $(0, w, U)$ до некоторой степени намекает на природу состояния $(0, 0, u)$.

Как представляется, снижение w в сверхмедленной скорости $(0, w, U)$ должно быть связано с уменьшением «внутренней скорости» тела, например со снижением температуры и увеличением плотности вещества, если считать, что дифференциальные приращения расстояний проявляют себя в колебательных движениях атомов вещества, и сверхмедленная скорость покоящегося (в некоторой ИСО) твердого тела выражается в его сверхмалом дрейфе за счет колебательных движений его атомов.

Итак, в паре (v_1, v_2) вторая компонента v_2 может быть разделена на зависимую от v (это v′) и не зависящую (это некоторое w), так что в итоге получаем (v, v′ + w).

Можно выразиться и так. Сверхмедленные скорости, не зависящие от конечных скоростей, проявляются в агрегатных состояниях вещества. Для каждого агрегатного состояния определена своя структура пространства-времени вещества, где есть характерные размеры квантов пространства. У твердых тел такие кванты меньше, у жидких больше, у газообразных еще больше. Температура может менять агрегатные состояния, меняя структуру внутренней геометрии (идея геометризации температуры).

Выше я в основном касался проявления сверхмедленных скоростей w, не определенных как производные классических скоростей. И такие скорости проявляют себя в агрегатных состояниях вещества (в «остановленном движении»).

Но кинематические сверхмедленные скорости v′ в парах (v, v′) также могут себя проявить в макроэффектах.

Здесь надо коснуться глубокой проблемы, связанной с известными парадоксами Зенона о движении.

Если бы реальное движение полностью соответствовало структурам математического анализа, то такое движение было бы невозможно, поскольку оно совершалось бы бесконечно малыми приращениями, которые ни в какой сумме не могут дать конечную величину (например, такова ситуация в парадоксе Зенона «Дихотомия», направленном против континуалистов). В апории утверждается, что движение при бесконечной делимости пространства даже не сможет начаться — ведь для этого от начальной точки нужно перейти к ближайшей, каковой при бесконечно делимой протяженности просто нет.

Даже если полагать, что континуум описывает состояние, а не движение, то что же описывает движение в случае дифференциального исчисления? Что точка переходит от x к x + dx? Но планковская длина уже не позволит dx быть бесконечно малой. О каком же буквальном выполнении дифференциального исчисления в случае реального движения может идти речь?

Следовательно, реальное движение построено как-то так, что оно складывается конечными дифференциалами и в то же время имеет хорошие приближения к параметрам инфинитного движения, описываемого классическим математическим анализом. Точнее было бы говорить о некоторой модели совмещения дискретного и непрерывного, когда континуум представляет все пространство возможностей, а реальная конечно заквантованная протяженность «вырезает» из континуума некоторую возможность.

Опишу один механизм построения движения (я буду называть его «горизонтальным движением»), который вытекает из аппарата конечных дифференциалов.

Пусть дана пара (x_0, x_0') некоторого начального расстояния и его дифференциала. При реализации этой пары возникает величина $r(x_0, x_0') = x_1$, в которой величины реализаций x_0 и x_0' суммируются, что приблизительно соответствует классическому выражению $x_0 + dx_0$. Такая реализация становится первой координатой следующей пары, относительно которой формируется свой дифференциал, т. е. возникает пара (x_1, x_1'), и т. д.

При таком механизме построения движения может происходить все большее отклонение от классического движения, которое может проявить себя либо на больших расстояниях, либо в других ситуациях (см. ниже).

Первые величины пар я буду называть «медиалами», вторые, как и раньше, — дифференциалами. Огрубляя, можно сказать, что в горизонтальном движении медиалы образуются суммированием дифференциалов.

Но возможен еще один механизм движения, который я буду называть «вертикальным движением». В этом механизме медиалы прямо образуются как функция от аргумента: $x_i = x_i(t)$.

В вертикальном движении достигается максимальное приближение к классическому движению, но здесь не определены дифференциалы. И движение строится не как прибавление дифференциала к медиалу, а как прямая активация следующего медиала на основе следующего значения аргумента, $x_{i+1} = x(t_{i+1})$ (подобно тому как возникает иллюзия движения при последовательном зажигании лампочек).

В горизонтальном движении, наоборот, медиалы получаются как суммы дифференциалов, и здесь дифференциалы явно определены и определяют собою движение. Но плата за это — возможность заметного отклонения движения от классического аналога.

В общем случае механизм движения может быть суперпозицией вертикального и горизонтального движения.

В некоторых аномальных зонах (вблизи Земли или на границах солнечной системы) в общем механизме построения механического движения может усиливаться момент горизонтального движения, когда движение начинает строиться как суммирование конечных дифференциалов и возникает заметное отклонение от классического аналога. В остальных областях движение переходит на вертикальный механизм, и согласование с классикой восстанавливается.

Что может быть такого в аномальных зонах, что усиливает горизонтальное движение?

В конечном итоге это должны быть некоторые факторы, которые требуют измерения-определения дифференциалов движения, когда определены должны быть не только медиалы, но и дифференциалы движения.

Гипотеза: вблизи планет и в солнечной системе в целом находится свое малое пространство-время, в частности свое пространство. Преодоление границы этого пространства вводит механическое движение в своего рода «режим прорыва» пространства, что активирует аналогичные процессы «прорыва» малых пространств конечных дифференциалов. Это проявляется в активации дифференциальных параметров движения, что приводит к усилению горизонтального движения.

Хотел бы подчеркнуть, что скорости v' — это как раз зависимые от v составляющие сверхмедленных скоростей. Когда же речь заходит об агрегатных состояниях вещества, то имеются в виду составляющие w в паре $(v, v' + w)$, которые не зависят от v и могут оставаться ненулевыми, даже если v и v' равны нулю. Поэтому, например, у покоящейся в некоторой ИСО воды в разных фазовых состояниях будут разные составляющие w, а не v'.

Лучше использовать некоторую терминологию, например, называть сверхмедленные скорости v' кинематическими, а w — некинематическими. Агрегатные состояния определяются некинематическими сверхмедленными скоростями. Выше я привел возможные гипотезы, когда могут проявить себя и те, и другие сверхмедленные скорости. Кинематические сверхмедленные скорости могут проявить себя в отклонениях от классической кинематики, например в переходе от вертикального режима движения к горизонтальному. Некинематические сверхмедленные скорости проявляют себя в агрегатных состояниях вещества.

Что касается проблемы количественного измерения w, то пока можно предположить некоторые полуколичественные закономерности.

Некинематические сверхмедленные скорости w могут определяться множеством факторов, например температурой (w_T) и плотностью (w_ρ), так что

$$w = w_T + w_\rho.$$

Простейшая линейная зависимость от температуры могла бы выглядеть так:

$$w_T = (T - T_{min})/(T_{max} - T),$$

где T_{max} — максимальная температура, T_{min} — минимальная температура нашей материи.

Если T_{max} = бесконечности, то

$$w_T = T - T_{min}.$$

Для плотности можно предположить соотношение:

$$w_\rho = (\rho_{max} - \rho)/(\rho - \rho_{min}),$$

если есть конечная максимальная плотность.

Если же максимальная плотность бесконечна, то

$$w_\rho = 1/(\rho - \rho_{min}).$$

Среди всех факторов изменения плотности можно выделить кинематическую плотность ρ_k, которая связана с движением.

Например, полагая, что $\rho_k = m/V$, где m — масса, V — объем тела, движущегося вдоль оси OX, $V = SL$ — произведение длины L (вдоль оси OX) и площади S, и, согласно СТО,

$$L = L_0(1 - v^2/c^2)^{0.5},$$
$$m = m_0/(1 - v^2/c^2)^{0.5},$$

то отсюда получим (здесь $\rho_0 = m_0/V_0$ — плотность покоящегося тела, $V = SL = S_0L = S_0L_0(1 - v^2/c^2)^{0.5} = V_0(1 - v^2/c^2)^{0.5}$):

$\rho_k = m/V = \rho_0/(1 - v^2/c^2)$ стремится к бесконечности при v стремящейся к c.

Пусть $w_{\rho k}$ — некинематическая сверхмедленная скорость, определяемая кинематической плотностью ρ_k.

Полагая, что минимальная плотность в этом случае равна нулю, имеем $w_{\rho k} = 1/\rho_k$, откуда получим:

$w_{\rho k} = (1 - v^2/c^2)/\rho_0$ стремится к 0 при v, стремящейся к c.

Таким образом, с приближением скорости к скорости света плотность тела стремится к бесконечности, что можно рассматривать как все большую внутреннюю остановку тела ($w_{\rho k}$ стремится к 0).

Можно полагать, что при приближении к скорости света агрегатное состояние вещества меняется — в той мере, в какой оно становится бесконечно плотным (стремящаяся к бесконечности масса втискивается в сокращающийся объем).

Приведенные выше формулы зависимости некинематических сверхмедленных скоростей от температуры и плотности являются «кусочными» — разными для разных случаев. Вполне логично поставить вопрос об одной формуле, которая обнимала бы разные случаи. И если повозиться с математикой, то это несложно. Пока для меня было важным отметить основные тенденции изменения величин.

Точнее, думаю, было бы такое соотношение:

$$w_\rho = (1 - (\rho/\rho_{max}))/(\rho - \rho_{min}) = (1/\rho)((1 - \rho/\rho_{max})/(1 - \rho_{min}/\rho)).$$

Если бы возможны были и отрицательные значения таких скоростей, то уместнее было бы взять квадратичные зависимости, как в случае СТО:

$$w_\rho = (1/\rho)((1 - \rho^2/\rho_{max}{}^2)^{0.5}/(1 - \rho_{min}{}^2/\rho^2)^{0.5}),$$

в связи с чем появляется мультипликативная симметрия, но для некинематических сверхмедленных скоростей.

Для $w_{\rho k}$, как следует из СТО, ρ_{max} = бесконечности. Полагая $\rho_{min} = 0$, получим то же соотношение для $w_{\rho k}$, что и раньше.

Стоит заметить, что мультипликативная симметрия характерна для интенсивных величин (типа плотности), для которых не определены отрицательные значения (и нуль так же абсолютен, как бесконечность), в то время как экстенсивные величины (например, расстояние или скорость, где имеют смысл и отрицательные значения, и нуль является относительным) усложняют отношение нуля и бесконечности, как это я пытался показать ранее. Вот почему для плотности (и некинематических ρ-скоростей w_ρ) можно написать мультипликативно-симметричные преобразования (куда конечные верхняя и нижняя границы входят мультипликативно симметрично — как финитные аналоги бесконечности и нуля), а для кинематических скоростей — нет.

По поводу изменения агрегатных состояний вещества при изменении скорости движения можно заметить следующее. В СТО можно вывести, что при движении относительно Земли со скоростью, приближающейся к скорости света, плотность Земли будет стремиться к бесконечности. Это кажется не меньшей диковинкой, чем измененное агрегатное состояние Земли и ее составляющих. Что такое «бесконечно плотная Земля» и ее «бесконечно плотные океаны»? Причем при снижении скорости такая плотность вернется к плотности покоя, и океаны не испарятся (вот почему нужно отдельно выделять кинематическую (обратимую) составляющую $w_{\rho k}$ некинематических сверхмедленных скоростей w_ρ). И все это вопросы к СТО. Как она ответит на эти вопросы, приблизительно так же я согласую эти ответы со своей позицией в этом вопросе.

Если подводить первоначальный итог представленным выше идеям, то я бы выразил их формулой, в которой обсуждались следующие компоненты скоростей:

$$v^* = (v, v' + (w_T \circ (w_{\rho k} \circ w_{\rho nk}) \circ q), U),$$

где v — скорость движения тела (медиал скорости); v' — кинематическая сверхмедленная скорость; $w = w_T \circ (w_{\rho k} \circ w_{\rho nk}) \circ q$ — некинематическая сверхмедленная скорость; w_T — составляющая некинематической сверхмедленной скорости, зависящая от температуры T; $w_\rho = w_{\rho k} \circ w_{\rho nk}$ — составляющая некинематической сверхмедленной скорости, зависящая от плотности ρ; $w_{\rho k}$ — кинематическая составляющая w_ρ, зависящая от механической скорости движения тела; $w_{\rho nk}$ — некинематическая составляющая w_ρ, не зависящая от механической скорости движения тела (например, достигаемая за счет давления на покоящееся тело); q — иные компоненты некинематической сверхмедленной скорости; U — нижняя граница сверхмедленных скоростей нашего типа материальности.

Символом «o» обозначена операция композиции, которая может быть либо сложением, либо умножением. Если обнуление одной из компонент будет приводить к обнулению другой компоненты (зависимость компонент), то эти компоненты будут связаны операцией умножения. Если это будет не так, можно использовать сложение (независимые компоненты).

Например, падение температуры до нижней границы должно привести к обнулению не только w_T, но и w_ρ, поскольку в этом состоянии кванты внутреннего пространства тела будут минимальны. Аналогично можно рассуждать и для плотности — бесконечная плотность (как за счет кинематики, так и за счет сверхдавления, например) приводит к минимизации квантов внутреннего пространства. Отсюда можно предположить, что

$$w_T \circ (w_{\rho k} \circ w_{\rho nk}) = w_T * (w_{\rho k} * w_{\rho nk}),$$

т. е. композиция $\circ$ — это умножение * для температурных и плотностных компонент.

Итак, я предположил такую гипотезу, что тело и в покое обладает некоторой скоростью, которая столь мала, что кинематически (в перемещении) не проявляется. Чтобы не быть ей «вещью в себе», было сделано допущение, что такая некинематическая сверхмедленная скорость проявляет себя в величине квантов собственного пространства тела, т. е. у тела есть как бы свое малое пространство со своими квантами, величина которых выражается в агрегатном состоянии вещества. У твердых тел малые кванты, у жидких — больше, у газообразных — еще больше. Чем больше квант, тем больший конечный дифференциал проходится колеблющейся частицей тела за дифференциал времени, т. е. больше скорость движения частиц. В твердых телах атомы колеблятся у фиксированных центров, в жидкостях и газах дальний порядок исчезает, но «заквантованность» остается — за дифференциал времени все равно будет идти перемещение на дифференциал расстояния.

Замечательно, что если даже частицы тела колеблятся, но тело на макроуровне покоится, то никакие колебания частиц не приведут к заметному макродвижению. Это, по-видимому, говорит о том, что есть макроскорость (скорость макротела), и она не вполне обладает той же природой, что колебательные скорости частиц, образующих это тело.

Чтобы возникла макроскорость, нужно, чтобы на колебания частиц была наложена некоторая интегрально-ненулевая скорость, что можно рассматривать как ненулевую среднюю по всем микроскоростям. В покое такая средняя равна нулю.

Таким образом, макроскорость равна математическому ожиданию по всем микроскоростям.

Тогда размер квантов собственного пространства тела связан скорее с математическим ожиданием («средней») модуля микроскоростей.

Даже если среднее по микроскоростям равно нулю, среднее по модулям может быть отлично от нуля, что и выражает некинематическую сверхмедленную скорость.

В итоге предлагается рассматривать не материальную точку, а пару (точка, пространство), где «пространство» — это внутреннее пространство, сопоставленное точке. «Точка» выражает движение тела в целом, а «пространство» — состояние собственного пространства этого тела.

Постараюсь еще более четко выразить свою позицию:

1. Предполагается, что частицы тела находятся в постоянном движении (даже если тело покоится как целое).

2. За дифференциал времени dt каждая частица смещается на дифференциал расстояния dr, отношение чего дает скорость $q = dr/dt$.

3. Если тело движется как целое со скоростью v, то v является одной из компонент q для каждой частицы, т. е. $q = v + w$, где w — оставшаяся компонента, которая не вносит вклада в макродвижение после взятия среднего по всем q.

4. Это значит, что $M[v] = v$ — математическое ожидание v равно v, т. е. v не является случайной величиной, и $M[\xi_w] = 0$ — математическое ожидание случайной величины x_w, реализующейся в отдельных w, равно нулю. Таким образом, $M[v + \xi_w] = v$ — скорости w не проявляются на макроуровне (являются некинематическими скоростями).

5. Хотя $M[\xi_w] = 0$, но колебания частиц могут быть сильнее или слабее, что можно оценить, например, модулем $|w|$ скорости w, в том числе рассматривая математическое ожидание $M[|\xi_w|] > 0$ для материи с колеблющимися частицами.

6. Величину $M[|\xi_w|]$ можно рассматривать как среднюю величину квантов собственного пространства тела. Чем меньше (больше) $M[|\xi_w|]$, тем меньше (больше) кванты, тем меньший (больший) дифференциал расстояния $dh = wdt$ проходится частицей за дифференциал времени dt.

7. Далее предполагаем, что $M[|\xi_w|]$ уменьшается с уменьшением температуры и с увеличением плотности тела. В самом деле, с уменьшением температуры уменьшаются колебания частиц тела, т. е. за dt они проходят меньшие dh, стремясь минимизировать их при абсолютном нуле. С увеличением плотности частицы должны сближаться, что также должно уменьшать величину свободного пробега dh при колебаниях.

В идеале было бы хорошо вывести зависимости T и r от $M[|\xi_w|]$.

Попробуем использовать здесь следующие соображения.

Поскольку дисперсия D[x] случайной величины x равна

$$D[x] = M[x^2] - M[x]^2,$$

то отсюда получим:

$$M[x^2] = M[x]^2 + D[x].$$

Для нашего случая получим:

Если $T = M[\xi_K]$ — температура есть математическое ожидание кинетической энергии частиц, где $K = 1/2mw^2$ — кинетическая энергия одной частицы с массой m и скоростью w, и случайные величины массы (ξ_m) и скорости (ξ_w) независимы, то

$$T = 1/2M[\xi_m]M[|\xi_w|^2] = 1/2M[\xi_m](M[|\xi_w|]^2 + D[|\xi_w|]),$$

откуда имеем:

$$M[|\xi_w|] = ((2T - D[|\xi_w|]M[\xi_m])/M[\xi_m])^{0.5} -$$

по-прежнему средняя модуля некинематической скорости $|\xi_w|$ будет возрастающей функцией от температуры T, хотя и более сложного вида.

Если $T = 0$, то

$$M[|\xi_w|] = (-D[|\xi_w|])^{0.5}.$$

Поскольку $M[|\xi_w|]$ больше или равна нуля, то в этом случае $D[|\xi_w|] = 0$, т. е. при абсолютном нуле дисперсия случайной величины $|x_w|$ равна нулю и

$$M[|\xi_w|] = 0 \text{ —}$$

средняя по модулям скоростей колебаний частиц равна нулю, что влечет $|\xi_w| = 0$ для любой $|\xi_w|$ — частицы достигают минимума модуля скоростей колебаний (нужно еще помнить о третьей компоненте U, которая и при $M[|\xi_w|] = 0$ будет оставаться ненулевой — возможно, это связано с «нулевыми колебаниями» частиц (при $T = 0$), выводимыми в квантовой механике).

Согласно предложенной модели, остановиться частица не может даже при абсолютном нуле.

Здесь нужно помнить, что полная скорость частицы — это не только w, а вся тройка

$$v^* = (v, v' + w, U).$$

Даже если v, v′ и w обнулятся, составляющая U ненулевая, что не позволит остановиться ни одной частице.

Поэтому я и писал ранее, что наша материя не вполне останавливаема на уровне некинематических сверхмедленных скоростей.

Как быть с описанной моделью в случае одиночной частицы?

В этом случае, если ее скорость по-прежнему представлять тройкой

$$v^* = (v, v' + w, U),$$

то даже в покое, когда $v = v' = 0$, должна остаться ненулевая w, которая в среднем по времени не выразится в перемещении. Это значит, что и у одиночной частицы появляется некий некинематический колебательный режим («дрожание» элементарных частиц).

Прежде чем говорить в этом случае о нарушении законов Ньютона, мне кажется интересным предположить версию принципа неопределенности между медиальными и дифференциальными компонентами многослойных величин.

Это значит, что чем точнее определен медиал, тем неопределеннее оказывается дифференциал, и наоборот.

Тогда, если $v = 0$, т. е. медиал определен, то вся дифференциальная компонента $v' + w$ должна быть неопределенной, т. е. размазанной как случайная величина по некоторому интервалу (что касается величины U, то она для нашего типа материальности всегда предполагается фиксированной, т. е. определенной). Средние v′ и w должны быть в этом случае равны нулю, т. е. $M[v'] = 0$ и $M[w]=0$. Первая средняя равна нулю, так как рассматриваем случай покоя, где в классическом варианте $v = v' = 0$. Вторая средняя равна нулю, так как w — некинематическая скорость, которая в среднем не дает вклада в перемещение частицы. Тогда точнее говорить, что в этом состоянии частица не колеблется, а находится в смешанном состоянии, которое в квантовой механике выражается пси-функцией. Измерение приведет к редукции смешанного состояния и определению v' и w как некоторых реализаций, в согласии с вероятностным распределением v' и w.

Рассмотрим также с точки зрения предложенной модели многослойных величин некоторые парадоксы Зенона.

1. «Покоящаяся стрела»

Формулировка парадокса: Пусть пространство и время состоят из атомов-квантов. Рассмотрим при этих условиях летящую стрелу. В каждый атом времени каждый атом стрелы находится в некотором атоме пространства. Поскольку это атом, то он не имеет частей, и внутри атома невозможно движение (иначе произошло бы разделение атома). Таким образом, в каждый атом времени стрела покоится. Но во времени нет ничего кроме событий в атомах времени. Следовательно, стреле некогда двигаться. Она покоится.

Интерпретация и разрешение парадокса. Атом времени — это пара $(t, 1)$, атом пространства движущегося тела — пара $(x, x') = (x, v)$, где v — скорость движения тела. Назовем первые координаты пар «0-величинами», вторые — «(−1)-величинами», понимая здесь 0 и −1 как степени бесконечного и полагая, что бесконечность в степени нуль — это конечное, а бесконечность в степени −1 — это бесконечно малое. С точки зрения 0-величин (где учитывается только первая координата пары) в атом времени объект покоится, находясь в точке x, т. е. $st(x, x') = (x, 0)$ — стандартная часть пары (x, x'). Но при различении (−1)-величин (вторых элементов пары), в атоме пространства есть движение x', не равное нулю, которое может накопиться и дать 0-проявление в механизме горизонтального движения (см. выше). Таким образом, стрела 0-покоится (не изменяется на уровне первой координаты) и (−1)-движется (изменяется на уровне второй координаты) в атом времени. Но при накоплении атомов времени (t, n) может произойти и 0-движение стрелы (изменение первой координаты). Здесь 0-покой перейдет в 0-движение, и стрела все же сможет двигаться.

Такое решение оказывается возможным лишь на том основании, что возникают два статуса атомов — и их неделимость (при неразличении вторых элементов пар), и их делимость (при различении вторых элементов пар). Так что это не чистый атомизм, но «относительный атомизм» (R-атомизм, от relativistic).

2. «Дихотомия»

Формулировка парадокса: Пусть пространство делимо до бесконечности. Рассмотрим при этих условиях движение из точки A в точку B на отрезке AB. Поскольку при движении точка должна проходить все промежуточные места, то, прежде чем дойти до B, она должна пройти через C_1 — середину отрезка AB. Но, прежде чем пройти через C_1, точка должна пройти через C_2 — середину AC_1. Так продолжая и далее, придем к выводу, что прежде, чем дойти до любой сколь угодно близкой к A точке C_n, необходимо прежде пройти через C_{n+1} — середину AC_n. В итоге точка вообще не сможет выйти из A, и движение не сможет начаться (аналогично можно показать, что движение не сможет продолжаться или закончиться).

Интерпретация и разрешение парадокса: Коль скоро движение начинается и продолжается, происходит квантование протяженности, т. е. из точки (A, 0) происходит переход к ближайшей точке (A, D_1). Затем величина (A, D_1) становится новой точкой $(A + rD_1, 0)$, где rD_1 — реализация D_1. Правда, это описание движения только как горизонтального движения. При вертикальном механизме получим переход от (A, 0) к $(A_1, 0)$, где $A_1 = A(d_Rt)$ — значение A в первом дифференциале времени d_Rt. Таким образом, при горизонтальном движении $A_1 = A + rD_1$, а при вертикальном движении $A_1 = A(d_Rt)$. В любом случае для A возникает ближайшая точка A_1, которая 0-близка к A. Эта точка 0-совпадает с A и (−1)-отлична от A. Иными словами, в R-анализе возможны ближайшие к A и отличные от A точки, к которым можно перейти в следующий момент времени. В принципе, такой следующей точкой для A является любая точка, которая 0-близка к A, но для конкретного процесса из всех 0-близких точек выбирается какая-то одна A_1.

3. «Стадий»

Формулировка парадокса: Вновь полагаем, что пространство и время состоят из абсолютных атомов, далее неделимых. Положим, что из точек A и B, находящихся на расстоянии стадия друг от друга, начинают движение навстречу друг другу два тела — одно состоит из одного атома A (движется слева направо), второе — из атома B (движется справа налево). Рассмотрим моменты их встречи и прохождения мимо друг друга, считая, что в кажый атом времени тела сдвигаются на один атом пространства. Пусть момент t1 — момент встречи двух тел, когда на оси OX в место Xn проецируется положение атома A и атома B. В следующий момент времени t2 тела сдвигаются на один атом по оси OX, т. е. в место Xn + 1 проецируется атом A, а в место X_{n-1} — атом B. Если теперь рассмотреть движение тела B относительно тела A, то когда A переходит из Xn в место Xn + 1, атом B переходит из места Xn в место Xn − 1, что эквивалентно переходу на два атома пространства влево атома B относительно атома A (Xn − 1 отстоит на два атома пространства влево от Xn + 1). Следовательно, за один квант времени тело B переместилось относительно A на 2 атома пространства. Но тогда должен быть момент времени, за который произошло перемещение B относительно A на один атом пространства, что приведет к разделению атома времени на два, что невозможно.

Интерпретация и разрешение парадокса: Пусть в момент времени t имеются величины A(t) = B(t), затем в следующий момент времени $t + d_Rt$ получаем величины $A(t + d_Rt)$ и $B(t + d_Rt)$. Хотя эти величины 0-близки к A(t) и B(t) соответственно, но они могут уже перестать быть 0-близки между собой (отстоят больше чем на один атом). Тогда относительно A за момент времени d_Rt B перемещается более, чем на дифференциал расстояния. В этом случае непрерывное движение относительно OX оказывается разрывным в системе отсчета тела A.

Но это если мы имеем дело с режимом размыкания, где диференциалы становятся актуальными величинами. Если же дан режим замыкания, то $B(t + d_R t) = (b, b')$ в системе OX, и с переходом в систему A получим (ba, ba'), т. е. вновь величину в монаде предыдущего значения.

В механике Галилея имеем движение двух тел A и B вдоль оси OX со скоростями v и −v, что выразимо парами $(x_A, v) = x_A + R^{-1}_m(v)$ и $(x_B, -v) = x_B + R^{-1}_m(-v)$. Переходя к системе отсчета тела A, получим в ней движение тела B со скоростью −2v, что выразимо парой $(x_{BA}, -2v) = x_{BA} + R^{-1}_m(-2v)$. Этим выражен режим замыкания. Переходя к режиму размыкания, получим $(x_A + R^{-1}_m(v), 0)$ и $(x_B + R^{-1}_m(-v), 0)$ в общей системе отсчета (когда дифференциалы перешли в первые координаты, но еще не успели образоваться новые дифференциалы), и $(x_{BA} - 2R^{-1}_m(v), 0)$ в системе тела A.

Сравнивая два выражения:

— в режиме замыкания $(x_{BA}, -2v) = x_{BA} + R^{-1}_m(-2v)$;

— в режиме размыкания $(x_{BA} - 2R^{-1}_m(v), 0) = x_{BA} - 2R^{-1}_m(v)$,

видим, что в первом случае идет внутреннее сложение дифференциалов, а во втором — внешнее.

Получается, что переход от режима замыкания к режиму размыкания приведет к скачкообразному изменению значения от $x_{BA} - R^{-1}_m(2v)$ до $x_{BA} - 2R^{-1}_m(v)$.

В общем случае легко смоделировать ситуацию, где будет происходить скачок от $x_{BA} - R^{-1}_m(nv)$ до $x_{BA} - nR^{-1}_m(v)$. Здесь актуализация дифференциалов окажется процессом, несовместимым с непрерывностью движения тела B в системе отсчета тела A.

Отсюда можно сделать вывод, что непрерывность — это состояние, предполагающее виртуальность дифференциалов (режим замыкания) — см. выше параграф «Дискретные образы R-анализа» (наст. изд., т. I, кн. 2, с. 165 и далее).

Слоистость величин в описанной модели пытается выразить разницу состояния количества на разных масштабах, когда происходит качественный скачок и возникает количество нового качества — почти как в диалектике с переходом количества в качество, причем, качественные скачки связаны не с числом частиц, но с масштабом физических величин. Уменьшение x сначала представлено как (x, 0), а затем — при прохождении x минимального порога — происходит скачок к (0, x), если речь идет о переходе к микромасштабам.

Глава 6
Ментальные многообразия в квантовой механике

Квантовая теория представляет собой целую систему сложно взаимодействующих ментальных многообразий. Многие важные вопросы этой теории, например проблема измерения, тесно связаны с конструкциями ментальных многообразий. Возможно, повышенная сложность понимания квантовой механики не в последнюю очередь определяется тем, что логос этой теории существенно проникнут проективно-модальными конструкциями. Ниже я рассмотрю несколько примеров ментальных многообразий в квантовой механике.

§ 1. Математика квантовой механики

Давайте вначале вспомним основные моменты математики квантовой механики, например, в рамках подхода Шредингера.

Состояние квантовой системы при этом подходе представляется комплексной функцией y, эволюция которой во времени между измерениями определяется уравнением Шредингера. С каждой физической величиной (наблюдаемой), в значениях которой может проявить себя квантовая система, связывается эрмитов оператор, собственные вектора которого образуют полную ортонормированную систему в оснащенном гильбертовом пространстве B*, а собственные значения вещественны. Спектр собственных значений интерпретируется как область возможных значений наблюдаемой.

Пусть $\psi(\mu, t)$ — ψ-функция состояния квантовой системы в μ-представлении в момент t, $L(\mu)$ — эрмитов оператор L некоторой наблюдаемой в μ-представлении, $\psi_\lambda(\mu)$ — собственная функция оператора L в μ-представлении с собственным значением l (далее я буду использовать запись для непрерывных собственных значений). В этом случае вероятность обнаружения системой значения λ в измерении равна

$$|<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>|^2,$$

где $<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>$ — скалярное произведение функций $\psi_\lambda(\mu)$ и $\psi(\mu, t)$.

Замечательно, что вещественные числа μ также представляют собою значения спектра эрмитова оператора M некоторой наблюдаемой.

Если A — функция или оператор, то через A(μ) обозначим μ-представление A, где μ — собственные значения некоторого эрмитова оператора M. Для функций ψ(μ) основную роль играет соотношение, связывающее между собою μ-представление функции ψ и собственные функции ψ_μ оператора M:

(μ) $$\psi(\mu) = \langle\psi_\mu, \psi\rangle \text{ —}$$

значение функции ψ на аргументе μ есть скалярное произведение собственной функции ψ_μ и функции ψ.

Если A(μ) и A(λ) — μ и λ-представления объекта A, то, как известно, они связаны между собою унитарными преобразованиями U:

1. Если A — эрмитов оператор, то

$$A(\lambda) = U^{-1}(\lambda, \mu)A(\mu)U(\mu, \lambda),$$

где U^{-1} — оператор, обратный U.

2. Если мы имеем дело с функцией ψ(λ), то в этом случае преобразование определяется по правилу:

$$\psi(\lambda) = U^{-1}(\lambda, \mu)\psi(\mu).$$

Можно предположить, что еще одно ментальное многообразие в квантовой механике связано с процессом образования μ-представлений, где μ — собственные значения некоторого оператора M. В рамках соответствующей Онтологии, которую можно было бы выделять спецификатором Q, мы должны были бы получить теорему $Mod^{127}(A(\mu), A, Q)$, где A(μ) — μ-представление объекта A, т. е. μ-представление A(μ) объекта A является его Q-модой.

§ 2. Редукция волновой функции

В математике квантовой механики легко угадываются все необходимые конструкции V-Онтологии. Например, 1V-Онтология задается в этом случае в рамках ортонормированного базиса $\{\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ оператора L.

С точки зрения V-Онтологии в процессе квантового измерения можно выделить следующие проективно-модальные конструкции.

1. Во-первых, это процедура выражения волновой функции ψ(μ, t) своим представлением $\{\langle\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ в базисе $\{\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$, т. е.

$$Mod^{12467}(\{\langle\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda, \psi(\mu, t), \downarrow_{2V}, \uparrow_{2V}, 2V) \text{ —}$$

представление $\{\langle\psi_\lambda(\mu), y(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ является 2V-модой модуса y(μ, t).

2. Далее в процессе измерения представление $\{\langle\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ сужается до своей 1V-моды, т. е.

$$Mod^{123467}(\langle\psi_\lambda(\mu), y(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu), \{\langle\psi_\lambda(\mu), y(\mu, t)\rangle\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda, \psi_\lambda(\mu), \downarrow_{1V}, \uparrow_{1V}, 1V\{\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda).$$

Эту процедуру можно описать как результат действия векторного проектора:

$$P(\psi_\lambda(\mu), \psi_\lambda(\mu))\psi(\mu, t) = <\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu),$$

где $P(\psi_\lambda(\mu), \psi_\lambda(\mu)) = |\psi_\lambda(\mu)><\psi_\lambda(\mu)|$ — проектор (кет-бра оператор) на $\psi_\lambda(\mu)$-подпространство B*.

3. Наконец, в результате измерения образуется новое квантовое состояние $\psi_\lambda(\mu)$ действием векторного 3V-сюръектора:

$$\mathrm{Mod}^{124567}(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu), \psi_\lambda(\mu), \downarrow_{3V}, (<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>)^{-1}, \uparrow_{3V}, 3V).$$

В итоге редукция волновой функции $\psi(\mu, t)$ до «чистого» состояния $\psi_\lambda(\mu)$ может быть представлено как действие диффероинтеграла:

$${}^1d_{\psi_\lambda(\mu)}(\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda) =^V <\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu) \text{ —}$$

действие 1V-дифференциала (т. е. дифференциала, определяемого через 1V-проектор) как векторное проецирование представления $\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ состояния $\psi(\mu, t)$ на элемент базиса $\psi_\lambda(\mu)$.

$${}^3i_{(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>)^{-1}}(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)) =^V \psi_\lambda(\mu) \text{ —}$$

действие 3V-интеграла (т. е. интеграла, определяемого через 3V-сюръектор) как восстановление проекции $<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)$ до «чистого» состояния $\psi_\lambda(\mu)$.

$$\nabla_{(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>)^{-1}, \psi_\lambda(\mu)}(\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda) =^V \psi_\lambda(\mu) \text{ —}$$

действие диффероинтеграла как переход от «смешанного» состояния $\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ к «чистому» состоянию $\psi_\lambda(\mu)$ (редукция волновой функции $\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$),

где диффероинтеграл по определению представляет собою композицию дифференциала и интеграла:

$$\nabla_{(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>)^{-1}, \psi_\lambda(\mu)} =_{\mathrm{Df}} {}^3i_{(<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>)^{-1}} \circ {}^1d_{\psi_\lambda(\mu)}.$$

Замечу, что с точки зрения копенгагенской интерпретации квантовой механики не существует детерминистически единой ψ-функции, изменение которой переходят через отдельные измерения и закон изменения которой мог бы быть теоретически выражен квантовой механикой. Переход от λ-представления $\{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ к проекции $<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu, t)>\psi_\lambda(\mu)$ рассматривается в этой интерпретации как *онтологически* случайный процесс, не имеющий причины в самой реальности, а не просто результат нашего незнания каких-то более тонких, «скрытых параметров» этого процесса. Кроме того, и сама онтология в этом случае определяется как лишь относительное — модальное — бытие, рождающееся лишь в отношении к средствам измерения, которые играют роль проективных моделей, не столько вырезая, сколько одновременно создавая моду-модус $\psi_\lambda(\mu)$. Законы теории распространяются лишь на состояния ψ-функции между ближайшими измерениями, так что здесь нет модусов, дающих моды в разных процедурах измерения. Каждая ψ-функция-модус как решение уравнения Шредингера — это лишь иерархически невысокий модус, охватывающий свои определения только в интервале бытия между ближайшими измерениями. Так квантовая теория в копенгагенской интерпретации возрождает идеи онтологического плюрализма и релятивизма.

§ 3. Квантовые шкалы

Существует представление, что математический аппарат квантовой механики — это аппарат линейных операторов в оснащенном гильбертовом пространстве B*. В то же время можно предположить, что в квантовой теории мы имеем дело с некоторой более богатой математической структурой, чем только линейное пространство. Речь пойдет о многообразии «квантовых шкал», сочетающем в себе конструкции линейного пространства и числовых шкал.

Пусть M — эрмитов оператор. Назовем *квантовой* M-*шкалой* пару (sM, basM), где sM — спектр оператора M, basM — множество его собственных векторов, образующих базис пространства B*. Спектр оператора M — это подмножество вещественных чисел, т. е. некоторое линейно упорядоченное множество, образующее своего рода шкалу, на которой может принимать значения та наблюдаемая, которая связана с оператором M. Замечательно, однако, что с этой линейной шкалой связано множество векторов, образующих базис векторного пространства. С каждым элементом шкалы μ связано не менее одного собственного вектора ψ_μ. Можно предположить, что собственные значения и вектора образуют некоторое единство, условно обозначаемое термином «квантовая шкала». Это единство выражается в образовании некоторого состояния многообразия, которое соединяет в себе элементы линейной шкалы и векторного пространства. Момент линейности квантовой M-шкалы, выраженный спектром sM, представляет аспект полной соизмеримости и зависимости элементов квантовой шкалы. Наоборот, момент векторной структуры, заключенный в basM, выражает аспект максимальной независимости элементов шкалы. В целом мы должны получить какое-то промежуточное, «зависимо-независимое», состояние многообразия элементов квантовой шкалы. Это как бы множество «непричесанных точек», которые частично «разлохматились» и начали торчать в разные стороны, хотя в них еще угадывается прежний порядок. Эрмитовы операторы как раз выражают такое «квантовое» состояние многообразия.

Можно предположить связь квантовых шкал с образованием финитных галактик в R-анализе, поскольку финитизированное количество галактик вообще характеризуется как моментом *соизмерения ранее несоизмеримого*, так и дополнительным моментом *несоизмерения ранее соизмеримого*. Эти два момента оказываются двумя сторонами одного процесса более фин-инфинитной трансформации количества, где более сильно уподобляются друг другу полюса финитного и инфинитного. В квантовых шкалах, где возникает момент несоизмеримости между элементами шкалы (как векторная составляющая квантовой шкалы), выражен именно этот второй момент финитизированного количества. Надо лишь заметить, что образы финитизации также могут быть разными, выражаясь, например, не только в возникновении верхнего конечного порога галактики M, но и в образовании квантовой шкалы. Даже если скалярная часть квантовой шкалы будет представлена в некотором аппарате инфинитно, как вся вещественная ось, то все же векторная компонента квантовой шкалы будет сигнализировать о существующем процессе финитизации данной количественной системы, который в ином представлении мог бы быть согласован с определением верхнего порога скалярной части квантовой шкалы.

С этой точки зрения под *элементом* квантовой шкалы (sM, basM) следует скорее понимать пару (μ, ψ_μ) из собственного значения μ и собственной функции ψ_μ оператора M.

Следующий вопрос — что измеряется на квантовых шкалах? Можно предположить, что это также парный объект (ω, ψ), где ψ — функция состояния квантового объекта, ω — вещественная случайная величина, связанная с y соотношением: $p_\omega(\mu) = |<\psi_\mu, \psi>|^2$ — плотность вероятности $p_\omega(\mu)$ величины ω в точке μ равна квадрату модуля скалярного произведения $<\psi_\mu, \psi>$.

Примем для пары объектов (a, b) следующие обозначения:

$(a, b)_1 = a$ — 1-я координата пары,

$(a, b)_2 = b$ — 2-я координата пары.

Тогда можем записать:

$$p_\omega((\mu, \psi_\mu)_1) = |<(\mu, \psi_\mu)_2, (\omega, \psi)_2>|^2.$$

Пара (ω, ψ) измеряется на квантовой шкале (sL, basL) таким образом, что случайная величина ω образует распределение плотности вероятности на спектре sL, и комплексная функция y дает свое представление в базисе basL. Это можно записать в форме следующей операции:

$$(\omega, \psi)\downarrow^Q_1(sL, basL) = (\omega\downarrow^Q_1 L, \psi\downarrow^Q_1 L),$$

где $\omega\downarrow^Q_1 L =_{Df} \{p_\omega(\lambda): \lambda \in sL\}$ — множество плотностей вероятности величины ω по всем значениям λ, $\psi\downarrow^Q_1 L =_{Df} \{<\psi_\lambda, \psi>\psi_\lambda\}_\lambda$ — 2V-представление функции ψ в basL, $\downarrow^Q_1$ — некоторый проектор в Q-Онтологии.

Выдерживая большую точность, вернее было бы использовать следующую запись: $(\omega, \psi)\downarrow^Q_1(sL, basL) = (\omega\downarrow^Q_{11} L, \psi\downarrow^Q_{12} L)$, где $\downarrow^Q_1$, $\downarrow^Q_{11}$, $\downarrow^Q_{12}$ — в общем случае разные проекторы в Q-Онтологии. Но далее, подразумевая эту более верную систему обозначений, я буду для упрощения записей сокращать все обозначения Q-проекторов через символы только двух Q-проекторов — «измерительного» проектора $\downarrow^Q_1$ и «представительного» проектора $\downarrow^Q_2$ (см. ниже).

Пара (ω, ψ) может не только измеряться, но и *представляться* через квантовую шкалу (sM, basM). В этом случае функция y определяется относительно спектра sM как своего аргумента. Эту процедуру также можно выразить как некоторый квантовый проектор:

$$(\omega, \psi)\downarrow^Q_2(sM, basM) = (\omega, \psi\downarrow^Q_2 M),$$

где $y{\downarrow}^{Q}_{2}M =_{Df} \psi(\mu) = <\psi_\mu, \psi>$ — μ-представление функции ψ, ${\downarrow}^{Q}_{2}$ — некоторый «представительный» Q-проектор.

Через шкалу (sM, basM) можно представлять и другую квантовую шкалу:

$$(sL, basL){\downarrow}^{Q}_{2}(sM, basM) = (sL, basL{\downarrow}^{Q}_{2}M),$$

где $basL{\downarrow}^{Q}_{2}M = \{\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ — множество собственных функций оператора L в μ-представлении.

Равенство $\psi(\mu) = <\psi_\mu, \psi>$ — это, пожалуй, основное равенство квантовых шкал, которое можно записать в следующей форме:

$$\psi((\mu, \psi_\mu)_1) = <(\mu, \psi_\mu)_2, \psi>.$$

Из этого равенства видно, что первые координаты парных элементов квантовых шкал участвуют в роли аргумента у именно тогда, когда вторые координаты этих элементов задействованы в скалярном произведении с представляемой функцией состояния ψ.

Соединяя процедуры измерения и представления, получим следующее более полное квантовомеханическое состояние:

$$[(\omega, \psi){\downarrow}^{Q}_{1}(sL, basL)]{\downarrow}^{Q}_{2}(sM, basM)) =$$
$$((\omega, \psi){\downarrow}^{Q}_{2}(sM, basM)){\downarrow}^{Q}_{1}((sL, basL){\downarrow}^{Q}_{2}(sM, basM)) =$$
$$(\omega, \psi{\downarrow}^{Q}_{2}M){\downarrow}^{Q}_{1}(sL, basL{\downarrow}^{Q}_{2}M) = (\omega, \psi(\mu)){\downarrow}^{Q}_{1}(sL, basL{\downarrow}^{Q}_{2}M) =$$
$$(\omega{\downarrow}^{Q}_{1}L, \psi(\mu){\downarrow}^{Q}_{1}(L{\downarrow}^{Q}_{2}M)),$$

где $\psi(\mu){\downarrow}^{Q}_{1}(L{\downarrow}^{Q}_{2}M) =_{Df} \{<\psi_\lambda(\mu), \psi(\mu)>\psi_\lambda(\mu)\}_\lambda$ — 2V-представление функции ψ(μ) в $basL{\downarrow}^{Q}_{2}M$.

Здесь функция состояния ψ *представляется* в спектре квантовой шкалы наблюдаемой M, *измеряясь* на квантовой шкале наблюдаемой L.

В парах (ω, ψ) и (μ, ψ_μ) первые элементы выражают скорее классический уровень микромира, на котором исчезают квантовые суперпозиции и возникают вероятности. Наоборот, вторые элементы принадлежат квантовой реальности амплитуд вероятностей. С этой точки зрения редукция волновой функции может быть представлена как переход от элемента второго уровня y к элементу m первого уровня.

Итак, в математике квантовой механики ментальные многообразия связаны с процедурами представления и измерения. Основную роль в этих процедурах играют квантовые шкалы. Оснащенное гильбертово пространство B* должно быть в этом случае погружено в некоторое «многообразие квантовых шкал» QSc, в котором каждая из шкал играет роль, подобную базису в векторном пространстве. Элементами в QSc, по-видимому, должны быть пары (μ, ψ_μ), на которых могли бы быть определены некоторые операции и предикаты.

Отмечу также возможную связь квантовых шкал и онтологической топики. Вещественная часть sL квантовой шкалы (sL, basL) могла бы в общем случае быть связана с областью определения некоторой онтологической топики. В частности, если спектр sL дискретен, то с отдельными собственными значениями $\lambda \in sL$ можно было бы связать границы галактик $[pM^k, (p \pm 1)M^k)$ для некоторых p и k, образующих данное квантование.

§ 4. Неквантовые шкалы

Можно предположить, что квантовая шкала — это некоторое состояние количества, элементы которого пронизаны моментом дополнительности и несоизмеримости. В случае приближения к классическому случаю квантовая шкала должна все более стремиться к обычной линейной вещественной шкале, в которой все элементы соизмеримы между собою и линейно упорядочены. Если в квантовой шкале дано множество векторов базиса, для каждого из которых существует единственное число, то в «неквантовой шкале», наоборот, задан один вектор (направление шкалы), которому соответствует множество чисел. Такая инверсия позволяет предположить, что неквантовые шкалы можно пытаться представить в некоторой обратной манере в отношении к средствам определения квантовых шкал. Если квантовая шкала (sL, basL) задается уравнением $Lx = \alpha x$ на собственные значения оператора L, то можно предположить, что неквантовая шкала могла бы задаваться уравнением $f(\alpha) = x \,\Theta\, \alpha$, где f — вещественная функция, Θ — некоторая операция «внешнего умножения» вектора на число, в результате вновь дающая число. Для этой операции должны выполняться те же аксиомы, что и для внешнего умножения числа на вектор, но с учетом двойственности. Таким образом, если V — некоторое векторное пространство, R — множество вещественных чисел, то должны выполняться следующие аксиомы:

1. $(x + y)\,\Theta\,\alpha = x\,\Theta\,\alpha + y\,\Theta\,\alpha$ — левая дистрибутивность,
2. $x\,\Theta\,(\alpha + \beta) = x\,\Theta\,\alpha + x\,\Theta\,\beta$ — правая дистрибутивность,
3. $0_\Theta\ \Theta\,\alpha = 0$, где 0_Θ — Θ-нулевой вектор,
4. $1_\Theta\ \Theta\,\alpha = \alpha$, где 1_Θ — Θ-единичныйй вектор,
5. $x\,\Theta\,(y\,\Theta\,\alpha) = y\,\Theta\,(x\,\Theta\,\alpha)$ — внешняя коммутативность.

Определим теперь операцию $\otimes$ на векторах по правилу:

$$(\otimes) \qquad (x \otimes y)\,\Theta\,\alpha = x\,\Theta\,(y\,\Theta\,\alpha).$$

Отсюда можно показать, что выполнены следующие свойства:

Теорема 1

$$(x \otimes y)\,\Theta\,\alpha = (y \otimes x)\,\Theta\,\alpha.$$

Теорема 2

$$(x \otimes (y \otimes z))\,\Theta\,\alpha = ((x \otimes y) \otimes z)\,\Theta\,\alpha.$$

Далее я сразу же предложу одну интерпретацию внешнего умножения Θ.

Пусть a — ненулевой вектор из V и на V определено вещественное скалярное произведение (x, y). Положим по определению:

(Θ_a) $$x \,\Theta\, \alpha =_{Df} (x, a)\alpha.$$

Такое умножение, связанное с вектором a, я буду далее обозначать символом Q_a. Легко проверить, что в этом случае будут выполнены аксиомы 1—5, если в качестве вектора 0_Θ принять нулевой вектор, а в качестве вектора 1_Θ — вектор a/(a, a). Операцию умножения Θ, определенную на основе операции Θ_a, я буду обозначать символом $\otimes_a$. Здесь имеем:

(Θ_a) $$(x \otimes_a y)\, \Theta_a\, a = x\, \Theta_a\, (y\, \Theta_a\, a) = (x, a)(y, a)\alpha.$$

Отсюда получаем: $((x \otimes_a y), a)\alpha = (x, a)(y, a)\alpha$ — для любого α и при фиксированном a. В частности, приравняв α единице, имеем: $((x \otimes_a y), a) = (x, a)(y, a)$.

Используя описанную структуру, вернемся вновь к нашей проблеме построения неквантовой шкалы. Такие шкалы должны получаться из уравнения

(1) $$f(\alpha) = x\, \Theta\, \alpha.$$

Для операции Θ_a получим:

(2) $$f(\alpha) = x\, \Theta_a\, \alpha = (x, a)\alpha.$$

В случае построения квантовых шкал в согласии с операторным уравнением $Lx = \alpha x$ на операторы L в квантовой механике накладываются дополнительные условия эрмитовости операторов и вещественности собственных значений. Аналогично мы могли бы потребовать выполнения некоторых дополнительных условий от функции f, вектора a и множества собственных векторов x в случае уравнения (2).

Потребуем, во-первых, чтобы функция f была однородным отображением, т. е. $f(\alpha) = k\alpha$, где k — масштабный коэффициент неквантовой шкалы. Тогда получим:

(3) $$f(\alpha) = k\alpha = (x, a)\alpha.$$

Далее потребуем, чтобы вектор a был единичным вектором, т. е. $(a, a) = 1$. Тогда скалярное произведение (x, a) будет равно проекции $pr_a(x)$ вектора x на вектор a. Отсюда $k\alpha = pr_a(x)\alpha$ для любого α, т. е. $k = pr_a(x)$ — собственными векторами являются такие x, что их проекция на вектор a равна коэффициенту k. Наконец, потребуем, чтобы все собственные вектора x принадлежали множеству $V_a = \{y : (y = \beta a) \wedge (\beta \in R)\}$ — это требование сродни требованию вещественности собственных значений в квантовом случае. Окончательно получаем: $k = pr_a(x) = pr_a(\beta a) = \beta$, откуда $\beta = k$, т. е. собственный вектор x единственный и равен ka. При этих условиях α может быть любым, пробегая все множество R. Следовательно, в качестве решения уравнения (3) мы получаем в качестве собственного вектора единственный вектор ka, в качестве собственных значений — все вещественные числа (напомню, что в этом случае роль собственных векторов и значений перевернута относительно квантового случая). Такого рода решение можно рассматривать как условие задания одномерной вещественной шкалы, совпадающей с множеством V_a.

Переход к неквантовым шкалам должен быть каким-то образом связан с обнулением параметра дополнительности, представленного постоянной Планка в случае квантовой механики. Пока параметр дополнительности ненулевой, наблюдаемые представлены операторами и квантовыми шкалами. Как только параметр дополнительности достигает нулевого значения, собственные вектора и собственные значения меняются местами, и мы получаем выражение наблюдаемых однородными отображениями и неквантовыми шкалами.

§ 5. Проблема измерения

Как известно, одна из наиболее дискутируемых проблем квантовой механики — проблема измерения параметров («наблюдаемых») квантовой системы, в результате которого происходит редукция («коллапс») волновой функции и нарушение ее непрерывной эволюции («декогеренция»), согласно уравнениям Шредингера. С этой точки зрения, хотя процедура измерения сегодня представляется как часть квантовой теории, она несет в себе оттенок некоторого внешнего компонента, не вполне органично внедренного в структуру теории.

Попытки преодолеть такого рода положение дел стали приводить в последнее время к схемам измерения, в которых в состав объединяющей ψ-функции начали включать не только измеряемый объект, но и измеряющий прибор и даже физическое тело наблюдателя. Однако в связи с непрерывной эволюцией ψ-функции как решения уравнения Шредингера, в этом случае квантовомеханическая суперпозиция смешанного квантового состояния не может достигнуть редукционного скачка, когда амплитуды вероятности переходят в сами вероятности (в состояние «смеси»).

В связи с этим возникает своеобразный парадокс — чем более неограниченными делаются средства квантового подхода, регулируемого уравнением Шредингера, тем более непонятным становится возможность редукции; и наоборот — реальность квантовомеханической редукции требует введения некоторого внешнего элемента в отношении к когерентно эволюционирующей квантовой системе. Введением измерения в состав квантовой теории достигается полнота этой теории, но само измерение носит некоторый внешний характер в отношении к остальным конструкциям теории. Возможно, редукция выражает собой некоторую идею *неспецифического дополнения* непрерывного аппарата, которая в общем случае может в дальнейшем раскрываться по-разному.

На этом фоне вполне понятно, что при описанной структуре теоретического знания внимание начинает направляться на поиск разного рода внешних элементов по отношению к квантовой реальности. Поскольку последняя сегодня одновременно рассматривается как совпадающая с материальной реальностью вообще, то не удивительно, что на роль подобного внешнего элемента к квантововй структуре начинает претендовать внешний элемент материального мира вообще, то есть сознание.

Например, М. Б. Менский развивает сегодня многомировую интерпретацию квантовой механики Эверетта—Уилера, в рамках которой источником редукции Менский полагает сознание наблюдателя. Активность сознания начинает проявлять себя в этой схеме как описанный выше оператор диффероинтеграла, который осуществляет редукцию волновой функции.

Менский, например, пишет: «В этой схеме квантовый мир объективен, потому что он не зависит от сознания. Он существует в форме параллельных миров, каждый из которых не менее реален, чем все остальные. Что же касается классического мира, то он возникает лишь после того, как сознание выбирает один из параллельных миров. При этом остальные миры вовсе не перестают существовать, поэтому то, что лишь один, выбранный мир, реален, — это лишь иллюзия, возникающая в сознании наблюдателя. Такие взаимоотношения можно проиллюстрировать рисунком, на котором квантовый мир символически изображен как некоторая сложная объемная фигура, а то, что мы называем “классической реальностью”, является лишь одной из проекций этой фигуры. Работа сознания состоит в том, чтобы выбрать одну из возможных проекций, однако ни в каком случае эта проекция не отобразит всей сложности объективно существующего квантового мира» [1].

Замечательно, что Менский отмечает здесь проективно-модальную работу сознания, сравнивая его активность с образованием проекции более многомерного образования. Как уже отмечалось выше, в диффероинтеграле редукции волновой функции главную роль играет дифференциал, который как раз и выступает как случай проектора с фиксированным параметром.

В общем случае, конечно, работа сознания включает в себя и другие операторы, кроме диффероинтеграла (см. параграф о содержательно-иерархической модели мышления; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 632 и далее). Примечательно, однако, что в самых разных областях мы находим примеры прорыва интуиции тех или иных мыслителей в область более глубокой теории сознания, в основании которой лежат существенно проективно-модальные конструкции. Пример Менского кажется мне в этом смысле достаточно симптоматичным.

В конце хотелось бы отметить, что кроме работы диффероинтеграла в процедуре редукции волновой функции (как перехода от суперпозиции к смеси) важную роль играет и смена онтологических экранов. От экрана, на котором могла представляться вся суперпозиция, в процессе редукции происходит переход к суженному онтологическому экрану, на котором теперь может представляться только одна из проекций-мод суперпозиции (с таким экранным преобразованием должна быть связана процедура перехода от амплитуд вероятности к самим вероятностям). Онтологическая сила сознания проявляется в данном случае в работе с онтологическими экранами, что вполне соответствует основным интуициям экранной теории онтологии и сознания.

---

[1] *Менский М. Б.* Квантовая механика: новые эксперименты, новые приложения и новые формулировки старых вопросов // Успехи физических наук. 2000. Т. 170. № 6. С. 631—648.

§ 6. Проблема квантования и R-анализ

В квантовой теории, пожалуй, самое специфическое — это возникновение разного рода квантований, например квантование энергии в случае связанного в атоме движения электрона. Ниже я попытаюсь взглянуть на эту проблему через призму понятий R-анализа.

Квантовые эффекты, как известно, особенно специфицируются постоянной Планка h (или постоянной Дирака $\hbar = h/2\pi$), имеющей размерность действия ML^2/T. В рамках квантовой теории постоянная Планка фигурирует в ряде фундаментальных соотношений:

$p = \hbar k$ — импульс p пропорционален волновому вектору k,

$E = \hbar\omega$ — энергия E пропорциональна частоте ω,

$S = \hbar\varphi$ — действие S пропорционально фазе волны φ.

В этих трех соотношениях связываются классические (слева) и квантовые (справа) величины, и постоянная Планка выступает своеобразной квантовой мерой, соизмеряющей их между собой.

Размерность постоянной Планка может быть представлена и как размерность действия (ML^2/T как размерность произведения энергии на время), и как размерность момента импульса (ML^2/T как размерность момента импульса $r \times p$). С этой точки зрения постоянная Планка выступает своего рода *квантом* действия и квантом момента импульса.

Если S — действие, P — момент импульса физической системы, то в качестве своего рода условия применимости понятий классической механики рассматривают обычно соотношения:

$S/h \gg 1$ — отношение действия S к постоянной Планка h много больше единицы,

$P/h \gg 1$ — отношение момента импульса P к постоянной Планка h много больше единицы.

В этом смысле постоянная h выступает своего рода квантовой мерой, типичным масштабом квантовых процессов — своего рода единицей квантовых размеров.

Отношение «много больше» $\gg$ имеет явный смысл несоизмеримости, который можно попытаться выразить понятиями R-анализа. Можно предположить, что отношение $B \gg A$ подразумевает, что A является элементом некоторой галактики с верхней границей M, в отношении к которой величина B больше или равна M. Таким образом, можем записать:

$$B \gg A \equiv \exists k(A \in G(k) \wedge B \geq \sup G(k)),$$

где $G(k)$ — галактика порядка k, $\sup G(k)$ — верхняя граница (супремум) $G(k)$.

Применяя эти определения к постоянной Планка, получим следующие характеристические соотношения:

$$S \gg h \equiv \exists k(h \in G(k) \wedge S \geq \sup G(k)),$$
$$P \gg h \equiv \exists k(h \in G(k) \wedge P \geq \sup G(k)).$$

Используя описанную выше идею иерархии галактик, играющую центральную роль в R-анализе, можно предположить, что $k = -1$, т. е. возникновение квантовых эффектов связано с первыми несравнимо малыми галактиками («монадами»), которые образуют новое состояние количества вокруг каждой (или некоторых) точек базовой галактики. В этом случае $\sup G(-1) = m$ — верхняя граница первой несравнимо малой галактики. Здесь, правда, нужно учитывать чистые поличисла и их реализации. Мы можем максимально упростить задачу, рассматривая реализацию величин из подпространства ${}_{-1}^{0}F$ вида:

$${}_{-1}^{0}r(\alpha) = {}_{-1}^{0}r(a, b) = a + R_m^{-1}(b).$$

Из этих условий окончательно получим:

$$S \gg h \equiv (h \in G(-1) \wedge S \geq \sup G(-1)),$$
$$P \gg h \equiv (h \in G(-1) \wedge P \geq \sup G(-1)).$$

Полагая h в качестве своего рода единицы микромировых масштабов, можно положить, что

$$h = R_m^{-1}(1).$$

Итак, можно предположить, что *возникновение квантовых эффектов связано с возникновением галактик действия S или момента импульса P, в которых есть конечные монады, и реализацией единицы последних выступает постоянная Планка.*

Если вспомнить возможности образования финитных континуумов в базовой галактике (см. параграф «Дискретные образы R-анализа»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 165 и далее), в которых роль единицы играет верхняя граница m первой несравнимо малой галактики, то с этим квантованием может быть согласовано квантование самих монад их внешними заквантованными натуральными рядами $nR_m^{-1}(1) = nh$, в которых роль единицы играет постоянная Планка. Так квантования в квантовой механике могли бы быть принципиально скоординированы со структурой базового финитного континуума в базовой галактике.

Согласуя разные квантования, можно, как и ранее, предположить, что $m = M^{-1}$ — верхняя граница первой несравнимо малой галактики, равная обратной величине верхней границы M базовой галактики. Тогда в общем случае $R_m^{-1}(x) = M^{-2}R_M^{-1}(x)$ — обратная R-функция первой несравнимо малой галактики получается из обратной базовой R-функции сжатием последней в M^2 раз. Отсюда получим, что $R_m^{-1}(1) = M^{-2}R_M^{-1}(1) = M^{-2}$ (следует иметь в виду, что здесь предполагаются действия над безразмерными составляющими величин). Так мы получаем связь верхней границы M галактики момента импульса и постоянной Планка:

$$h = M^{-2},$$

откуда получаем:

$$M = h^{-0.5} \approx 0.388483 \times 10^{17} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Для верхней границы m первой несравнимо малой галактики получаем величину:

$$m = M^{-1} = h^{0.5} \approx 2.574115 \times 10^{-17} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Эта величина размерности действия, если следовать представленной выше логике, является границей между квантовым и классическим миром.

Рассмотрим простейший пример возникновения квантования при описании поведения электрона в атоме водорода.

Здесь уравнение Шредингера примет вид:

$$\Delta\psi + 8\pi^2 m/h^2(E + e^2/r)\psi = 0,$$

где Δ — оператор Лапласа,

m, e — масса и заряд электрона,

r — расстояние от электрона до ядра.

Решая это уравнение, находим, что энергия принимает дискретные значения (квантуется):

$$E_n = -K/n^2, \text{ где } K = 2\pi^2 me^4/h^2.$$

«При n = 1 энергия минимальна, электрон находится в наиболее устойчивом из всех стационарных состояний (основное состояние) <...> при $n = \infty$ полная энергия $E = 0$ в сосответствии с принятым нулем отсчета для потенциальной энергии (имеется в виду, что на бесконечности потенциальная энергия равна нулю. — *В. М.*). Полная энергия электрона при всех $n \neq \infty$ отрицательна. Положительные значения энергии ($E > 0$) отвечают электрону, движущемуся свободно вне атома. В этом случае энергия электрона не квантуется: в области положительных E имеется непрерывный спектр значений энергии» [1].

Это задача на собственные значения $H\psi = E\psi$ оператора (гамильтониана) H.

Квантование некоторой величины λ является результатом решения задачи на поиск собственных значений $L\varphi = \lambda\varphi$ некоторого оператора L. В случае квантования оператор L обладает дискретным спектром $\{\lambda_n: n \in A \subseteq Z\}$, где Z — множество целых чисел. В общем случае *квантованием* можно называть инъективное отображение $Q: A \to R$, где $A \subseteq Z$, т. е. отображение из подмножества A целых чисел в множество вещественных чисел R.

Возникает ли квантование в R-анализе и при каких условиях? Выше были рассмотрены случаи возникновения финитного (заквантованного) натурального ряда и финитных континуумов в R-анализе (см. также параграф «Дискретные образы R-анализа»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 165 и далее). Каждый такой континуум (базовый, определяющий, функциональный) представляет собой некоторое квантование. Таким образом, можно предположить, что в общем случае возникновение разного рода квантований в квантовой механике может быть связано с возникновением M-статуса некоторой галактики, в связи с чем проявляются финитные структуры этой галактики — финитный натуральный ряд и финитные континуумы.

[1] *Краснов К. С.* Молекулы и химическая связь. М.: Высшая школа, 1984. С. 19.

Финитный континуум вполне может заместить собою инфинитный континуум в рамках рецептивной способности галактики. Феномен квантования в галактике $G(0)$ обязан своим возникновением существованию ненулевого верхнего порога M^{-1} у первой несравнимо малой галактики $G(-1)$. Замечу, что ненулевое значение M^{-1} равносильно конечному значению величины M — верхнего порога базовой галактики $G(0)$. Если $M \to \infty$, то $M^{-1} \to 0$, и R-континуум для интервала (a, b) стремится к самому интервалу, т. е. квантование исчезает. В то же время возникновение квантований в квантовой теории связано обычно с наложением некоторых финитных ограничений на движение системы. Вспомним хотя бы приведенный выше пример движения электрона в атоме. Для инфинитного движения энергия электрона перестает квантоваться и начинает принимать непрерывные значения. Таким образом, можно предположить близость физической и математической ситуации возникновения квантований.

Рассмотрим с этой точки зрения все тот же пример энергетического квантования.

Нахождение электрона на конечном расстоянии от ядра можно рассмотреть как ситуацию определения в M-статусе энергетической R-системы, когда возникает некоторая верхняя граница M и разного рода финитные структуры. Предположим, что *энергетические уровни электрона в атоме водорода могут быть представлены как элементы заквантованного инфинитного натурального ряда* (см. параграф «Дискретные образы R-анализа»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 165 и далее). Рассмотрим случай, когда первая несравнимо малая галактика с верхней границей $m = M^{-1}$ сдвинута влево на m, т. е. даны величины

$$R^{-1}_{m}(x) - m.$$

В качестве такой «смещенной» галактики можно рассмотреть энергетическую галактику в случае нахождения электрона в атоме, когда максимум энергии оказывается равным нулю, а все немаксимальные величины оказываются отрицательными.

В рамках этой галактики возникает ряд дискретных значений:

$$E_n = -K/n^2,\ n = 1, 2, 3...$$
$$R^{-1}_{m}(\infty) - m = m - m = 0 = E_\infty.$$

Предполагая, что E_n — это элементы заквантованного инфинитного ряда в смещенной первой несравнимо малой галактике, получим следующее представление:

$$R^{-1}_{m}(n) = m - K/n^2.$$

Далее можно предположить, что эта формула верна при $n \geq 1$, и здесь может быть обобщена как формула $R^{-1}_{m}(x) = m - K/x^2$. Будем достраивать эту функцию до полной обратной R-функции участком линейной функции $y(x)=ax + b$ на интервале $x \in (-1, 1)$. Тогда должны выполняться соотношения:

$$y(1) = a+b = R^{-1}_{m}(1) = m - K,$$
$$y(0) = b = -m.$$

Отсюда получаем: $a = 2m - K$.

Таким образом, линейная функция приобретает вид:

$$y(x) = (2m - K)x - m.$$

Далее учтем согласование производных при $x = 1$:

$$y'(x) = a = 2m - K,$$
$$R_m^{-1}(x)' = 2Kx^{-3}.$$

Приравнивая их при $x = 1$, имеем:

$$y'(1) = R_m^{-1}(1)' = 2m - K = 2K,$$

откуда получаем значение m:

$$2m = 3K, \text{ т. е. } m = 3K/2.$$

Так можно определить верхнюю границу первой несравнимо малой энергетической галактики (следует иметь в виду, что в данном случае речь идет об *энергетической* галактике, а не о галактике момента импульса (действия), как это было рассмотрено выше).

Учитывая симметрию обратной R-функции относительно нуля (ее нечетность), можно предположить следующий ее итоговый вид:

$$R_{3K/2}^{-1}(x) = K(3/2 - 1/x^2) \text{ при } x \geq 1,$$
$$R_{3K/2}^{-1}(x) = K(2x - 3/2) \text{ при } x \in (-1, 1),$$
$$R_{3K/2}^{-1}(x) = -K(3/2 - 1/x^2) \text{ при } x \leq 1.$$

Таким образом, энергетическая галактика в случае описания движения электрона в атоме водорода может быть описана на основе смещенной R-функции

$$R_{3K/2}^{-1}(x) - 3K/2.$$

Если же электрон отрывается от ядра, то энергетическая галактика преобразуется таким образом, что верхнее значение энергии оказывается бесконечным, т. е. галактика переходит в L-статус, в связи с чем заквантованный инфинитный натуральный ряд (как макроконтинуум) трансформируется в обычный натуральный ряд, между соседними элементами которого возникает бесконечная различимость в виде классического инфинитного континуума, и спектр энергии оказывается непрерывным. Точнее говоря, переход в свободное движение сопровождается следующим преобразованием T энергетической галактики:

$$T(R_{3K/2}^{-1}(x) - 3K/2) = x,$$

т. е. смещенная галактика $R_{3K/2}^{-1}(x) - 3K/2$ вначале центрируется относительно нуля прибавлением $3K/2$:

$$(R_{3K/2}^{-1}(x) - 3K/2) + 3K/2 = R^{-1}{}_{3K/2}(x),$$

а затем верхняя граница конечной галактики становится бесконечной — от $R_{3K/2}^{-1}(x)$ происходит переход к $R_\infty^{-1}(x) = x$ (т. е. галактика переходит в L-статус), и энергия принимает свои значения в положительной части бесконечной галактики.

Таким образом, связанное в атоме и свободное движение электрона соответствует двум разным статусам энергетических галактик, в которых формируются разные — финитные и инфинитные — состояния количества. Так можно было бы интерпретировать рассмотренные физические факты.

§ 7. Дополнительность и R-анализ

Можно предположить, что в общем случае дополнительность также является определенным выражением нового состояния количества, связанного с конструкциями R-анализа. Ниже я попытаюсь в некоторой мере обосновать эту идею и рассмотреть возможные примеры дополнительности как *R-дополнительности* — дополнительности, связанной с конструкциями R-анализа.

Попробую дать с этой точки зрения ряд важных определений.

1. Проблема полиидентичности. Возможны ситуации, когда одна величина оказывается представленной множественно, например, величина может быть дана и в рамках некоторого класса эквивалентности, и вне него. Такое состояние можно называть *полиидентичностью* величины. Допустим, как было рассмотрено в параграфе «Физика с минимальной скоростью», одна и та же скорость движения тела B в системе отсчета тела A может принять разные значения до и после актуализации дифференциалов, в частности после актуализации выходя за границы монады, т. е. выходя за границы монадического класса эквивалентности. Аналогичная ситуация полиидентичности возникает, когда медиал $f(t + d_R t)$ выходит за границы монады с центром $f(t)$ — здесь $f(t + d_R t)$ раздваивается (полиидентичность), выступая и как $f(t + d_R t)$, и в то же время будучи определенным внутри монады с центром $f(t)$ для сохранения непрерывности.

2. Полиидентичность и случайность. Случайная величина одновременно может быть рассмотрена как полиидентичная величина, выражающая себя во множестве своих реализаций. Но верно ли обратное? Можно ли полагать, что полиидентичная величина одновременно оказывается случайной? В общем случае на этот вопрос возможны разные ответы, но я приму положительный ответ, оформив его как

Тезис вероятностной полиидентичности. Величина является полиидентичной если только если она является случайной величиной.

Здесь нетривиальным является условие достаточности, т. е. переход от полиидентичности к случайности. Оправдание такого перехода может быть связано с той идеей, что реализации полиидентичной величины — это сама величина в разных своих копиях-клонах, так что ее бытие оказывается умноженным, что как раз выражается конструкцией случайной величины.

3. Если какая-то величина оказывается полиидентичной, то ее крайние реализации образуют границы области определения этой величины как случайной величины (*постулат граничности полиидентичных реализаций*).

4. Математическое ожидание лежит где-то внутри области определения, т. е. между граничными реализациями полиидентичной величины (*постулат медиальности математического ожидания*).

5. Выделим еще такие понятия, как область операциональности и область эквивалентности. *Область операциональности* — это множество, в рамках которого проводятся те или иные операции. *Область эквивалентности* — это множество, составляющее элементы некоторого класса эквивалентности (например, внутренность монады или галактики).

6. Выход за границы класса эквивалентности возможен только тогда, когда область операциональности превышает область эквивалентности этого класса (*тезис операционального размыкания*). Например, если мы проводим операции в рамках базовой галактики, то выход за границы галактики здесь невозможен, а выход за границы монад этой галактики возможен.

7. Отсюда ясно, что если область операциональности совпадает с внутренностью базовой галактики, то образование полиидентичности за счет выхода реализаций за границы базовой галактики (*трансгалактическая полиидентичность*) невозможно, в то время как полиидентичность с выходом за рамки монад вполне возможна (*трансмонадическая полиидентичность*).

8. Особый случай представляет *дополнительная полиидентичность*. Ее условия:

- существует некоторая интегральная (модусная) полиидентичная величина A;
- для нее определены по крайней мере две полиидентичные подвеличины B и C, которые являются модами A;
- меры неопределенности величин B и C связаны обратным соотношением, сохраняя неизменной меру неопределенности величины A.

Но в таком виде еще недостаточно четкими остаются критерии определения тех или иных величин как дополнительных. Во-первых, они должны быть модами одной модусной величины. Во-вторых, модусная величина должна быть полиидентичной. В-третьих, модальные величины также должны быть полиидентичными. В-четвертых, их меры неопределенности должны быть сопряженно связаны между собой и с мерой модусной величины. Последнее представляет собой самое непонятное. Возможно, дополнительность связана с межгалактической полиидентичностью модусной величины, когда ее моды реализуют себя как полиидентичные варианты в рамках одной галактики (*гипотеза межгалактической дополнительности*).

Рассмотрим классический пример квантовомеханической дополнительности координаты и импульса.

Оператор импульса по координате x имеет вид $-i\hbar^{-1}\partial/\partial x$. Отсюда уравнение на собственные значения в x-представлении принимает вид:

$$-i\hbar^{-1}\partial\varphi_{px}(x)/\partial x = p_x\varphi_{px}(x),$$

откуда получаем:

$$\varphi_{px}(x) = C\exp(ixp_x/\hbar).$$

Оператор координаты x* имеет вид:

$$x^*\varphi_{x0}(x) = x_0\varphi_{x0}(x),$$

что дает дельта-функцию $\delta(x - x_0)$ для собственного значения x_0.

Интересно, что оба спектра x и p_x в этом случае непрерывны, так что дополнительность кажется не связанной в этом случае с финитизацией галактик координаты и импульса.

С чем же она связана?

Как утверждает квантовая механика, дополнительность связана с несовпадением множеств собственных векторов некоммутирующих операторов, т. е. с различием векторных составляющих квантовых шкал дополнительных наблюдаемых.

Такое отличие квантовых шкал друг относительно друга может не проявляться в скалярной составляющей шкалы, но обязательно проявится в ее векторной части. В качестве меры отличия векторных составляющих двух квантовых шкал можно рассматривать коммутатор соответствующих операторов.

Однако векторная составляющая квантовой шкалы — также результат R-преобразования количества, как это было предположено в параграфе «Квантовые шкалы». В связи с этим, феномен дополнительности оказывается выражением нового состояния количества в R-анализе.

Дополнительность возникает в случае замены вещественных величин операторами, для которых возможна некоммутативность. Переход к операторам выражается в переходе количественного представления в рамках скалярных шкал к представлению в рамках квантовых шкал. Следовательно, операторное представление наблюдаемых также можно связывать с фин-инфинитным состоянием количества в R-анализе. В итоге *обратное R-отображение должно сопоставлять числовой алгебре соответствующую операторную алгебру, выступая как квантование числовой алгебраической структуры*. В таком представлении R-отображения должны пониматься более широко, чем только R-функции.

Принимая данную выше логику связи дополнительности и полиидентичности, следует предположить, что дополнительные величины в некотором смысле тождественны. С этой точки зрения дополнительность есть одновременно указатель на (поли)идентичность как своеобразный вид тождественности. В классическом состоянии количества дополнительные величины теряют тождественность, превращаясь просто в разные наблюдаемые. При финитизации количества часть просто-разных величин (например, координата и импульс) оказывается разными сторонами одной полиидентичной величины, начиная проявлять момент тождественности в отношениях друг с другом. Этот момент и выражается, как ни странно, в возникновении дополнительности. Если этот процесс более адекватно выражает операторная алгебра, то следует признать связь областей отождествления с некоммутирующими операторами.

В более широком смысле мы здесь сталкиваемся с проникновением булевой алгебры в область числовой алгебры, поскольку феномен дополнительности тесно связан с несовместимостью (например, дисперсий дополнительных величин), и тогда несовместимость, как ни странно, должна быть также связана с феноменом полиидентичности. Иными словами, несовместимым с данным может быть только достаточно тождественное данному. Эту логику можно было бы выразить, привлекая идеи актики и топики (см. параграф «Актика и топика»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 575 и далее). Чем более тождественны два актоса, тем более они несовместимы, если есть только один топос, который может быть ими заполнен. Такое впечатление, что с переходом к квантовому состоянию ряд классических наблюдаемых приближаются к статусу разных актосов, призванных заполнять один топос, в то время как в классическом состоянии они заполняют разные топосы, оставаясь разными актосами. В итоге *в движении к квантовому состоянию нарастает топическая теснота*, и часть разных актосов начинают относиться к одному топосу, оформляясь как дополнительные величины. Но в этой трансформации такие актосы приобретают и повышенную тождественность, выступая как разные актосы *одного* топоса. Так можно было бы провести связь с тождественностью для случая любой несовместимости, в том числе для несовместимости дополнительных величин. По крайней мере некоторые некоммутирующие операторы могли бы представлять разные актосы одного топоса. Возможно, на этом пути следует искать специфику дополнительности как вида полиидентичности.

Попытаемся далее применить идеи полиидентичности к выражению отношений дополнительности между медиалами и дифференциалами R-движения (см. параграф «Физика с минимальной скоростью»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 330 и далее), иллюстрируя возможные решения проблемы R-дополнительности.

Если принимать гипотезу межгалактической дополнительности, то пару (A, B) медиала и дифференциала можно рассматривать как единую величину («медиодифференциал»), которая является межгалактической, реализуя свои моды — медиал A в базовой галактике, а дифференциал B — в первой несравнимо малой галактике (возможно, здесь можно провести аналогию с медиалом как координатой и дифференциалом как импульсом). Но почему пара (A, B) должна быть полиидентичной величиной? Возможно, это опять можно связать с межгалактичностью, считая, что сопряженные величины из разных галактик не могут быть одновременно моноидентичными. Отсюда полиидентичность наводится со стороны мод A и B и на пару (A, B).

Как теперь выглядит механизм движения? Имеем дополнительность между вертикальным[1] медиалом и дифференциалом. Возможно, интервал неопределенности медиала — вся внутренность базовой галактики, а интервал неопределенности дифференциала — внутренность его монады. Средняя вертикального

[1] Напоминаю, что *вертикальным медиалом* называется величина f(t), получаемая на основе прямого определения функции f относительно некоторого значения аргумента t. *Горизонтальный медиал* — величина, получаемая как сумма R-дифференциалов.

медиала — величина f(t) четкого вертикального медиала. Средняя дифференциала — четкая величина $d_R f(t)$. Случай полной неопределенности (равенство дисперсии бесконечности) можно расценивать как виртуальность величины, когда она уже не актуализируется. Когда дифференциал полностью неопределенен, он остается виртуальным и актуален только четкий вертикальный медиал. Когда же, наоборот, полностью неопределенен медиал, то он оказывается полностью виртуальным и актуальны только дифференциалы и их суммы, т. е. горизонтальный медиал.

Но в этом случае опять остается две реализации медиала — вертикальный и горизонтальный медиал. Поэтому нужно как-то соединить две полиидентичности — медиальную и медиально-дифференциальную дополнительность.

Отдельно нужно ввести медиальную полиидентичность и согласовать ее с медиально-дифференциальной дополнительностью.

Медиальная полиидентичность выражается в интервале неопределенности медиала между горизонтальным и вертикальным медиалами с некоторым промежуточным средним $<f(t)>$.

Когда растет определенность вертикального медиала (медиальная дисперсия уменьшается), то и медиальное среднее $<f(t)>$ должно приближаться к вертикальному медиалу.

Когда же дисперсия вертикального медиала растет, то среднее смещается к горизонтальному медиалу и его дисперсия уменьшается. Отсюда вытекает, что должны быть две дисперсии — вертикального и горизонтального медиала, и они дополнительны, так что можно положить, что дисперсия горизонтального медиала — это та же дисперсия дифференциала.

Но как такое может быть? Ведь между горизонтальным и вертикальным медиалом распределена одна случайная величина, у которой должна быть одна дисперсия и одно среднее.

Приходится признать, что на интервале между двумя медиалами задаются две случайные величины с одним средним, но разными дисперсиями.

Назовем эти случайные величины (с. в.) случайными величинами вертикального и горизонтального медиалов. Их средние равны, а дисперсии дополнительны, и дисперсия случайной величины горизонтального медиала равна дисперсии случайной величины дифференциала (но первая реализуется в интервале между горизонтальным и вертикальным медиалами, а вторая — во внутренности монады).

Здесь можно принять простые зависимости.

Если $<f(t)>$ — средние случайных величин (с. в.) медиалов, $[f_H(t_i), f_V(t_i)]$ — интервал неопределенности медиалов (здесь $f_H(t_i)$ — четкий горизонтальный медиал в момент t_i, $f_V(t_i)$ — четкий вертикальный медиал в момент t_i), то $<f(t)>$ можно представить как суперпозицию границ интервала:

$$<f(t)> = r^{+1}(\alpha f_H(t_i) + (1 - \alpha) f_V(t_i)),$$

где $\alpha \in [0, 1]$, r^{+1} — биективное отображение из интервала $(f_H(t_i), f_V(t_i))$ в вещественную ось.

Пусть $\xi^H{}_i$ — с.в. горизонтального медиала в момент t_i, $\xi^V{}_i$ — с. в. вертикального медиала в момент t_i, $\xi'{}_i$ — с. в. дифференциала в момент t_i, $<\xi_i>$ — среднее с. в. ξ в момент времени t_i, $\Delta\xi_i$ — дисперсия с. в. ξ в момент времени t_i. Тогда имеем:

$$<\xi^V_i> = <\xi^H_i> = <f(t)>,$$
$$\Delta\xi^V_i = k/D\xi^H_i,$$
$$\Delta\xi^H_i = D\xi'_i = (1-\alpha)/\alpha,$$
$$\Delta\xi^V_i = k\alpha/(1-\alpha),$$

где k — коэффициент дополнительности с. в. вертикального медиала и дифференциала.

Из этих соотношений получим:

$$\alpha = 1/(1 + \Delta\xi^H_i) = \Delta x^V_i/(k + \Delta\xi^V_i).$$

Если $\Delta\xi^V_i \to 0$, то $\Delta\xi^H_i \to \infty$, и $\alpha \to 0$, $<\xi^V_i> = <\xi^H_i> \to r^{+1}(f_V(t_i))$ — получаем определения режима замыкания монад и полного определения вертикального медиала (при полной неопределенности-виртуальности горизонтального медиала и дифференциала).

Если $\Delta\xi^H_i \to 0$, то $\Delta\xi^V_i \to \infty$, и $\alpha \to 1$, $<\xi^V_i> = <\xi^H_i> \to r^{+1}(f_H(t_i))$ — получаем определения режима размыкания монад и полного определения горизонтального медиала и дифференциала (при полной неопределенности-виртуальности вертикального медиала).

При однородном распределении среднее — это середина области определения случайной величины, так что хотя при $\alpha \to 1$ среднее с. в. вертикального медиала смещается все ближе к точному значению горизонтального медиала ($<\xi^V_i> \to r^{+1}(f_H(t_i))$), но дисперсия стремится к бесконечности ($\Delta\xi^V_i \to \infty$), и в пределе средним будет 0 — середина множества вещественных чисел.

Если вертикальный медиал $f(t + d_R t)$ выходит за границы монады $f(t)$, то медиал оказывается полиидентичным еще в этом смысле, имея интервал неопределенности $[f(t) \pm m,\ f(t + d_R t)]$ от ближайшей к $f(t + d_R t)$ границы монады $f(t) \pm m$ до $f(t + d_R t)$ со средним в этом интервале. Положение среднего можно всегда выразить величиной $a(f(t) \pm m) + (1 - a)f(t + d_R t)$, где $\alpha \in [0, 1]$. Тогда можно говорить о смешанном режиме, на α являющимся режимом замыкания, и на $(1 - \alpha)$ — режимом размыкания (это α-*режим замыкания*).

Эту же идею можно обобщить и на другие случаи полиидентичности — если дан конечный интервал неопределенности [a, b], и среднее M на нем, то положение среднего можно выразить величиной $\alpha a + (1 - \alpha)b$, где $\alpha \in [0, 1]$, что соответствует на α состоянию a как случаю максимальной определенности соответствующей дополнительной величины.

Глава 7
Физика на пути к Великому Синтезу

Каждая наука проходит в своем развитии более аналитические и синтетические периоды, когда вслед за накоплением отдельных фрагментов знания возникают растущие синтезы, наконец заканчивающиеся построением целостной системы знания в некоторой относительно законченной области. История физики — это вообще история физических синтезов. Каждый факт, модель или закон, научная теория представляют собою примеры существенно синтетической деятельности разума. Но и в такой насквозь синтетической истории существуют периоды, особенно проникнутые духом синтеза. Таким периодом несомненно является XX в., и, думаю, мало кто уже сомневается, еще более проникнута духом синтеза будет физика XXI в. Создание квантовой теории и теории относительности, сведение бесконечного многообразия физических сил к четырем фундаментальным взаимодействиям, синтез трех негравитационных взаимодействий в квантовой теории поля, наконец, приближение к включению в этот синтез гравитации — вот далеко не полный список все более обширных синтезов в физике XX—XXI вв.

Современная физика близка сегодня к созданию теории, впервые способной охватить с единой синтетической точки зрения бесконечное многообразие нашего материального мира. Не думаю, что это будет «теория всего», как иногда называют этот великий синтез. Но несомненно, что это будет единая теория «большого куска бытия», который к тому же относительно закончен и выделен в структуре реальности как высоко самодостаточное целое. По моему убеждению, с построением Физического Синтеза будет завершена эпоха материалистической науки и человечество вплотную подойдет к научной формулировке и решению проблемы души и сознания. Попытка сформулировать теорию материи в целом с неизбежностью приведет человеческий разум к рефлексии над физической материей, что впервые обнажит края материи и обнаружит ее укорененность в некоторой превышающей физическую материальность полноте. Эта полнота и выразит себя как некоторое сверхфизическое начало. Такова общая логика развития знания, которая рано или поздно должна будет повести физику к образу мира, первоначальный набросок которого могла бы до некоторой степени выразить Теория Life.

По мнению многих влиятельных физиков, одним из наиболее вероятных кандидатов на «теорию всего» сегодня является активно развивающаяся область физического знания, которая носит название теория суперструн, или М-теория. Сегодня здесь активно формируются все более крупные синтезы физического знания, и хотя сама эта область, в силу своей рыхлости и множества нерешенных проблем, еще не вполне может быть названа теорией, но потенциал развития и уже полученные теоретические результаты заставляют, по-видимому, все большее число физиков обратить внимание и связать свои надежды с этим направлением исследований. Глобальные синтезы этой теории делают ее интереснейшим объектом исследования и с точки зрения общей методологии и логики синтеза. Ниже я постараюсь коснуться некоторых общеметодологических аспектов этой теории, интересных в первую очередь с точки зрения развиваемой здесь логики синтеза. Но сразу хотел бы предупредить читателя, что подобное исследование конечно же заслуживает того, чтобы стать темой отдельной работы, потребовав для своего проведения той огромной физической эрудиции, которой я, к сожалению, на сегодняшний момент не обладаю. Потому свою скромную задачу в приводимых ниже соображениях вижу лишь в изложении некоторых отдельных наблюдений и замыслов, связанных с этим огромным синтетическим проектом современности.

§ 1. Краткий обзор теории суперструн

На русском языке имеется прекрасная книга Брайана Грина «Элегантная Вселенная» [1], в которой дан очень доступный обзор основных идей теории суперструн. Отсылая заинтересованного читателя к этой книге, ниже я постараюсь ограничиться ее кратким изложением и обсуждением.

Согласно теории суперструн, фундаментальными «кирпичиками» физического мира являются некоторые линейные элементы — струны. Они могут быть открытыми и замкнутыми, перемещаться в пространстве и колебаться. Размеры их как правило чрезвычайно малы, порядка так называемой планковской длины 10^{-33} см. Струны существуют в 10-мерном пространстве-времени (9 измерений пространства и 1 измерение времени), в котором 6 пространственных измерений свернуты в каждой точке в сложную геометрическую структуру (*пространство Калаби-Яу*) размером порядка планковской длины. Поскольку струны так же малы, то их колебания осуществляются во всех девяти измерениях пространства. Резонансные колебания струн определяют различные константы взаимодействия — массы, заряды, так что струны с тем или иным набором колебаний проявляют себя как соответствующие элементарные частицы.

---

[1] *Грин Б.* Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: Эдиториал УРСС, 2004.

Приставка «супер» связана с тем, что современный вариант теории струн включает в себя так называемую *суперсимметрию* — симметрию в некотором квантово-механическом расширении пространства-времени, содержащем, кроме обычных сдвигов и вращений, спин как квантовый аналог вращения. В рамках теории суперструн сделано существенное продвижение к синтезу квантовой теории, общей теории относительности и калибровочной теории элементарных частиц. В теории суперструн решена знаменитая проблема расходимостей в квантовой теории поля, которая долгие годы была в центре внимания физиков-теоретиков. В то же время в этой теории остается еще много нерешенных проблем. Для точного расчета взаимодействия струн требуется учесть вклады бесконечного числа всех n-петлевых диаграмм, описывающих рождение и аннигиляцию виртуальных струн в процессе взаимодействия. В связи с этим приходится использовать так называемую *теорию возмущений*, в рамках которой предполагается рост порядка малости последующих поправок («возмущений») для первоначального грубого решения. Это допущение верно только при достаточной малости так называемой *константы связи струны*, которая определяет вероятность возникновения виртуальных струн в процессе взаимодействия.

Одним из наиболее важных достижений теории струн в последние годы стало теоретическое обоснование результата Хокинга о существовании излучения, температуры и энтропии черных дыр.

Пока еще не ясно, какого рода симметрия лежит в основании теории струн. В последнее время появляется все больше работ, разрабатывающих так называемый *голографический принцип* как принцип струнной симметрии. Под голографичностью в этом случае понимается свойство кодирования информации о более многомерных объектах и событиях средствами более маломерных образований.

В XX в. теория струн развивалась в предположении уже существующего пространства-времени. Очевидно, что это не вполне последовательная позиция для «теории всего», и, возможно, в будущем теория струн окончательно сможет представить пространство-время как организованный массив струн, вибрирующий в одном колебании (так называемое «когерентное состояние струн»).

§ 2. Теория струн и R-анализ

Замечательно, что теория струн предполагает некоторую специальную геометрию («квантовую геометрию»), в рамках которой существует нижний предел расстояния, равный планковской длине $l_\hbar = (\hbar G/c^3)^{1/2} = 1.616 \cdot 10^{-33}$ см, где $\hbar = h/2\pi$, и h — постоянная Планка, G — гравитационная постоянная, c — скорость света. Нижний предел расстояния проявляется в теории струн в первую очередь в свойствах самих струн. Каждая струна выступает как своего рода сенсорная система, обладающая собственным порогом чувствительности. Если начать повышать энергию струны, то до планковской длины длина волны колебаний струны уменьшается, и такой струной можно «диагносцировать» все меньшие расстояния. Но по достижении планковской длины энергия струны начинает переходить в увеличение размеров струны, и пространственная «чувствительность» струны падает. Таким образом, именно планковская длина оказывается минимальным расстоянием в квантовой геометрии. В силу того что мировые поверхности струн при их взаимодействии оказываются именно поверхностями, место встречи двух струн начинает зависеть от движения наблюдателя, что означает «размазывание» места встречи струн до некоторой конечной области («монады» в терминах R-анализа) порядка планковской длины. Именно такого рода «размазывание» позволяет достичь совместимости между квантовой теорией и общей теорией относительности.

Дело в том, что в согласии с квантовомеханическим принципом неопределенности на субпланковских масштабах должны возникать квантовые флуктуации гравитационного поля, проявляющиеся в хаотических искривлениях пространства-времени. Джон Уилер предложил термин «квантовая пена» для обозначения этого состояния. Напротив, общая теория относительности предполагает гладкую структуру пространства-времени на любых масштабах. Несовместимость этих представлений выражается в возникновении бесконечностей в расчетах при совместном использовании квантовой механики и общей теории относительности. В то же время планковский порог различимости струн позволяет «сгладить» квантовую пену и согласовать между собою эти теории. Так, Б. Грин пишет по этому поводу: «Субпланковские детали, которые были бы доступны для изучения с помощью точечных частиц, в теории струн смазываются и предстают в безобидном виде. Это подобно тому, что происходит, если смотреть на мир через слишком слабые или слишком сильные очки. Однако, если теория струн представляет собой окончательное описание мироздания, то в отличие от случая плохого зрения здесь уже не существует никаких “корректирующих линз”, через которые смогли бы отчетливо проявиться предполагаемые субпланковские флуктуации. Несовместимости общей теории относительности и квантовой механики, проявляющейся только в масштабе субпланковских расстояний, можно избежать во Вселенной, где есть нижний предел для расстояний, которые доступны для исследований или которые существуют в обычном смысле этого слова. Такова Вселенная, описываемая теорией струн...»[1] Как R-анализ, так и теория струн одинаково предполагают наличие некоторой «различающей способности» у фундаментальных физических объектов, которая одновременно наделяется онтологическим значением. «Различать» совпадает здесь с «быть», подобно знаменитому esse percipi Дж. Беркли. Физическое бытие оказывается одновременно областью различимости струнных рецептивных систем (R-систем), задающих пороги физической различимости-бытия. С этой точки зрения струны обладают некоторым эквивалентом различающей способности, напоминающей элементарную способность сознания. Система физических процессов и состояний оказывается одновременно системой «изображений», определяемой струнными R-системами. Именно физическое бытие как

[1] *Грин Б.* Элегантная Вселенная. С. 114.

система изображений на общем экране онтологии предполагается конструкциями Теории Life, что в какой-то мере позволяет говорить об определенном возможном согласовании положений этой теории и теории струн.

Не менее замечательно, что в теории струн оказываются тесно связанными между собою обратным отношением верхний и нижний пределы расстояния. В теории струн предполагается возможность существования, если так можно выразиться, «намотанных» на свернутые измерения замкнутых струн. Такие струны обладают рядом дуальных характеристик по отношению к свободным («ненамотанным») струнам. В теории струн предполагается возможность измерения расстояния намотанными и свободными струнами. Результаты этих измерений окажутся взаимно обратными. Пусть R — радиус свернутых («циклических») измерений, выраженный числом планковских длин. По определению, R может меняться от нуля до бесконечности. Тогда свободные струны, локализуясь в пространстве порядка R, оказываются «чувствительными» к расстояниям именно этого порядка. Энергия таких струн, в согласии с принципом неопределенности (так как энергия пропорциональна импульсу), окажется, наоборот, пропорциональной величине 1/R. Наоборот, энергия намотанных струн будет пропорциональна R, так как такой пропорциональностью обладает масса этих струн, зависящая от радиуса циклического измерения и числа витков вокруг него, а, как известно, в согласии с формулой $E = mc^2$, энергия пропорциональна массе. Следовательно, намотанные струны, наоборот, окажутся «чувствительными» к расстояниям порядка 1/R. Согласно теории струн, если измерять одно и то же расстояние намотанными и свободными струнами, то эти измерения дадут обратные результаты. Более того, можно предположить, что несвернутые измерения пространства также оказываются замкнутыми, но только на больших расстояниях. В этом случае все измерения пространства окажутся циклическими, но имеющими разный радиус замыкания. Для ясности будем употреблять далее два разных термина, понимая под «цикличностью» замкнутость измерения, под «свернутостью» — малость замкнутого измерения с точки зрения некоторой фиксированной процедуры измерения расстояния. Положим, что такой фиксированной процедурой будет обычный способ определения расстояния, используемый в физике. Если под R понимать радиус циклических несвернутых измерений, то R велико, в связи с чем свободные струны для такого измерения окажутся малоэнергетическими, а значит и обладающими малой массой («легкие струны»). Например, это фотоны, использующиеся в качестве световых сигналов для измерения расстояний. Обычные процедуры измерения расстояний как раз основаны на использовании легких струн, которые дадут в результате расстояние R как радиус нашей Вселенной. Наоборот, намотанные струны в этом случае окажутся обладающими высокой энергией/массой, в связи с чем понадобятся соответствующие энергии для их приготовления, и процедура измерения, использующая тяжелые струны, будет нетривиальной. Но если бы такая процедура была проведена, то ее результатом был бы радиус 1/R, т. е. субпланковские размеры нашей Вселенной. Получается, что при измерении легкими струнами мы обитаем в огромной Вселенной, при измерении тяжелыми струнами — в исчезающе малой вселенной. Самое удивительное, что для системы физических процессов оба результата измерения окажутся неразличимыми. В физике, вытекающей из теории струн, важна в первую очередь полная энергия струны, которая складывается из суммы вкладов энергии свободной и намотанной струны, точнее говоря, из величины $v/R + \omega R + \Delta$, где v, ω и Δ — некоторые параметры струны, не зависящие от R. Отсюда видно, что энергия будет иметь минимум при $R = 1$, возрастая во всех остальных случаях. Следовательно, физика мира будет той же самой как при больших, так и при малых значениях R. Если начать уменьшать R как радиус циклических несвернутых измерений, то легкие струны начнут тяжелеть, тяжелые — облегчаться, но до $R = 1$, т. е. до планковского расстояния легкие струны будут по-прежнему более легкими и естественное измерение расстояния, использующее более легкие струны, будет давать уменьшение радиуса R. С уменьшением R ниже единицы более тяжелыми окажутся свободные струны, и естественным станет способ измерения расстояний на основе более легких намотанных струн, который начнет показывать возрастание величины $1/R$, т. е. возрастание расстояний. В любом случае планковская длина окажется минимально возможным расстоянием, выразимым струнными R-системами.

Наконец, стоит отметить, что методы теории возмущений, используемые в теории струн, предполагают *слоистость* процесса взаимодействия, в котором каждая n-петлевая диаграмма выражает собою уровень взаимодействия n-го порядка малости. В целом мера взаимодействия должна выражаться как *полимера* (поличисло или поливектор). Эти конструкции будут иметь много общего с другими методами приближения, например с рассмотренным выше примером приближения аналитической функции рядом Тейлора. Как и другие методы приближения, теория возмущений, по-видимому, может быть выражена средствами R-анализа.

§ 3. Теория струн и двуполюсное количество

Как уже было замечено, в теории суперструн возникает идея двух расстояний, которые измеряются намотанными и свободными струнами. Причем, результаты измерения в этом случае оказываются обратными: если измерение свободными струнами даст величину R, то измерение намотанными струнами — величину $1/R$. В то же время в теории тетрад, выражающих двуполюсное количество, также возникают два расстояния — растущее от нуля и от бесконечности. Возникает вопрос: не связаны ли эти два вида метрики с двумя видами расстояний в теории суперструн? Далее я выдвину гипотезу, предполагающую положительный ответ на этот вопрос.

Гипотеза двуполюсного характера струн: Намотанные струны (топологические моды струн) выражают расстояние, растущее от бесконечности, в то время как свободные струны (однородные колебательные моды струн) определяют расстояние, растущее от нуля.

Понять эту идею можно на основе следующих рассуждений. Положим, что в качестве измерений пространства рассматриваются циклические, но несвернутые измерения, которые нами воспринимаются как бесконечно большие пространственные измерения. Если струна намотана на измерение, то она выражает собою размеры порядка размера измерения. Размер измерения имеет величину, выражающую масштабы пространственной бесконечности. Следовательно, намотка струны на измерение может быть проинтерпретирована как такой параметр струны, который делает ее соизмеримой с величиной измерения, т. е. с бесконечностью. Следовательно, величины, которые получаются в результате измерения намотанными струнами, точнее было бы выражать числами, растущими от бесконечности, т. е. как бичисла x_∞ (интересно, что топологическое число, выражающее число витков намотки струны вокруг циклического измерения, должно в этом случае выражать какой-то дополнительный параметр ∞-числа, в связи с чем более полной характеристикой такой величины было бы, возможно, представление $(x, n)_\infty$, где n — число намотки ∞-числа вокруг циклического измерения, а x — тот нецелый остаток, которого либо не хватило, либо хватило с избытком от целого числа намоток). Для каждого ∞-числа введем его 0-*проекцию* $\pi_0(x_\infty) = (1/x)_0$. В самом деле, число $(1/x)_0$ в 0-операциях играет ту же роль, что x_∞ в ∞-операциях (аналогично для 0-чисел можно ввести их ∞-*проекцию*: $\pi_\infty(x_0) = (1/x)_\infty$). Предположим далее, что *в математике теории суперструн имеют дело не с самими ∞-величинами, но с их 0-проекциями*. Тогда, например, утверждение, что намотанной струной измерено расстояние $(1/R)$ следует трактовать как условие:

Существует такое ∞-число x_∞, что $\pi_0(x_\infty) = (1/R)_0$.

Отсюда получим: $x = R$, т. е. намотанная струна будет давать в процессе измерения величину R_∞. Измерение того же расстояния свободной струной будет давать величину R_0. Следовательно, в своих собственных системах отсчета результаты этих измерений будут одними и теми же. Разница будет возникать только при внешнем пересчете одной из величин в терминах системы количества с противоположным полюсом.

Заметим далее вторую аналогию теории струн и теории тетрад. Если рассматривать не сами тетрады, но их R-реализации в базовой галактике G(0) с верхним параметром M, то, как отмечалось выше, с базовой галактикой связана двуполюсная R-окружность радиуса $r_2 = (M/\pi)$, причем эта R-окружность представляет свернутое в цикл R-измерение базовой галактики. Это очень напоминает конструкцию циклического измерения в теории струн, в связи с чем я выдвину еще одну гипотезу.

Гипотеза цикличности: Циклическим измерениям в теории струн соответствуют R-окружности в R-анализе.

Теперь попытаемся собрать вместе все эти предположения, объединив конструкции теории струн, R-анализа и двуполюсного количества в представлении проблемы двух видов расстояния в теории струн.

Пусть в теории струн рассматривается циклическое измерение радиуса r_0. Мы можем измерить это расстояние свободными струнами, получив величину r_0, и намотанными на измерение струнами, получив величину r_∞, что в проекции на 0-величины даст число $(1/r)_0$. Свяжем с циклическим измерением базовую галактику G(0) с верхним параметром $M > 1$. В этом случае циклическое измерение можно представить как двуполюсную R-окружность базовой галактики с радиусом $r_2 = (M/\pi)$. R-числа во внутренности галактики и на R-окружности рассматриваем как коэффициенты, на которые домножается планковская длина l_h для получения расстояния (например, единица базовой галактики соответствует в этом случае планковской длине). Положим также, что результат измерения свободными струнами радиуса циклического измерения $r = \deg(r_0)$ — величина, выражающая коэффициент, на который нужно домножить число π^{-1}, чтобы получить радиус R-окружности r_2. Отсюда получаем равенство $\pi^{-1}r = r_2 = \pi^{-1}M$, т. е. $M = r$. Следовательно, R-окружность не вполне совпадает с циклическим измерением — первая имеет радиус r_2, второе — радиус $r = \pi r_2$.

Измерение длины окружности циклического измерения намотанными струнами дает результат r_∞. В 0-проекции получается результат $(1/r)_0 = (1/M)_0$. Величина $1/M$ представляет собой коэффициент, домножение на который величины π^{-1} даст радиус окружности длины $2/M$. Такую окружность можно рассмотреть как R-окружность для первой несравнимо малой галактики G(−1) с верхним порогом M^{-1}.

Таким образом, 0-проецирование результатов измерения намотанными струнами приводит к представлению этих результатов измерения в рамках первой несравнимо малой галактики. Возникает эффект несравнимой малости результатов такого измерения. Двуполюсная R-окружность галактики G(−1) обратна R-окружности базовой галактики G(0) по верхнему порогу галактики, представляя протяженность центральной монады как свернутое циклическое измерение. Поскольку единица базовой галактики соответствует планковской длине и верхний порог несравнимо малой галактики $M^{-1} < 1$, то этот порог принадлежит субпланковским длинам.

Наконец, в теории струн появляется идея «смешанного» расстояния, которое выступает в качестве суперпозиции расстояний, измеренных разными типами струн. Введем расстояние вида

$$r^{\alpha\beta} = \alpha\deg(r_0) + \beta\deg(\pi_0 r_\infty).$$

Поскольку $\deg(r_0) = r$, и $\deg(\pi_0 r_\infty) = (1/r)$, то расстояние $r^{\alpha\beta}$ можно представить в виде

$$r^{\alpha\beta} = \alpha r + \beta(1/r).$$

Принимаемое в теории струн правило измерять расстояние легкими струнами означает следующее определение коэффициентов α и β:

$$\alpha = 1 \text{ и } \beta = 0 \text{ при } M > 1,$$
$$\alpha = 0 \text{ и } \beta = 1 \text{ при } M < 1.$$

При M = 1 возникает некоторое сингулярное состояние, когда оба вида измерения оказываются одинаково сложными.

Следовательно, «смешанное» расстояние $r^{\alpha\beta}$ не может принимать значения, меньше единицы (т. е. планковской длины), и так в геометрии струн обеспечивается нижний порог расстояния.

При уменьшении верхнего порога M базовой галактики R-окружность этой галактики также начнет уменьшаться. Наоборот, R-окружность первой несравнимо малой галактики начнет расти. При M = 1 обе окружности совпадут, и состояние сингулярности будет характеризоваться совпадением размеров монад и базовой галактики (несравнимо малых и конечных величин). Если же M станет меньше единицы, то галактики поменяются местами — базовая галактика начнет играть роль первой несравнимо малой галактики (которая начнет характеризовать 0-проекции ∞-величин), и наоборот. Если же принимать во внимание только «смешанное» расстояние, то геометрия в этом случае останется той же самой.

Столь разительные соответствия, которые наблюдаются в теории суперструн и R-анализе, заставляют предположить тесную связь конструкций R-анализа с геометрией и физикой теории струн.

§ 4. Синтезы внутри теории струн

До недавнего времени не существовало теории струн как одной теоретической системы. Вместо этого, кандидатами на роль такой системы выступали пять различных теорий: 1) теория типа , 2) теории типа A и 3) B, 4) теория гетеротических струн O (32) и 5) теория гетеротических струн $E_8 \times E_8$. Однако ко второй половине 90-х гг. XX в. было показано, что все эти теории связаны между собою так называемыми *преобразованиями дуальности*. В 1995 г. один из лидеров теории струн Эдвард Виттен показал, что с увеличением константы связи в теории A физические свойства ряда состояний в низкоэнергетическом пределе будут соответствовать свойствам теории 11-мерной супергравитации. Эту 11-мерную теорию при высоких энергиях Виттен назвал M-*теорией*. Позднее было показано, что на высоких энергиях в M-теорию переходит теория гетеротических струн $E_8 \times E_8$. С ростом констант связи возникает дополнительное, 10-е измерение пространства, и струны из этих теорий переходят в двумерные многообразия за счет нового измерения. Позднее было показано, что в M-теории возникают n-мерные объекты, где $n \leq 9$, обобщающие струны. Такие объекты были названы n-*бранами*. Струны оказались лишь 1-бранами, но играющими, по-видимому, основную роль при малых константах связи. В последнее время стали исследоваться 0-браны — новые объекты M-теории, позволяющие выявлять субпланковскую структуру пространства-времени. На этих масштабах, когда достигается различимость внутренней структуры «монад», возникает *некоммутативная геометрия*, в которой привычная система геометрических понятий заменяется совершенно новой системой понятий — лишь на расстояниях, больших планковской длины, она восстанавливает стандартное представление о пространстве-времени.

Так постепенно наметились контуры синтеза отдельных теорий суперструн в рамках некоторой единственной теории, которая переходит в М-теорию, одну из пяти частных теорий струн или 11-мерную супергравитацию, в зависимости от того или иного значения своих параметров (величин констант связи, некоторых характеристических расстояний и т. д.). Эту итоговую теорию, впрочем, также часто называют М-теорией. Здесь мы имеем еще один пример ментального многообразия на теориях, в котором частные теории струн оказываются модами формирующейся М-теории.

Глава 8
Валентный анализ

§ 1. Валентный анализ: первые понятия и примеры

Развиваемая мной до сих пор модель субъекта опиралась на идею субъектной меры («степени себя») как в том числе некоторой нормированной величины $\psi \in [0, 1]$. В таком виде могут быть представлены меры, имеющие верхний и нижний пороги. Возможны, однако, ситуации, когда субъектная мера могла бы меняться неограниченно — от минус до плюс бесконечности. Такую субъектную меру, по-прежнему выражающую ценностные предпочтения субъекта, но меняющуюся неограниченно, я буду называть *позитивностью*, обозначая латинской буквой p. Договоримся о следующих соглашениях в этом случае. Положительные значения $p > 0$ выражают положительную ценность того или иного фактора, значения $p < 0$ — отрицательную ценность, $p = 0$ — нейтральное определение того или иного оцениваемого фактора. Величину $-p$ можно называть *негативностью в отношении к* p. Со своей собственной точки зрения $-p$ есть некоторая новая позитивность. Будем предполагать далее, что позитивности — это вещественные гладкие функции, т. е. они дифференцируемы, имеют производную в каждой точке своей области определения. Ниже я предлагаю набросать эскиз некоторого более математизированного подхода в теории субъектных онтологий, который можно называть *валентным анализом*, т. е. анализом валентностей — позитивностей, негативностей и нейтральностей, а также связанных с ними различных факторов.

В рамках валентного анализа каждый субъект может быть представлен своей позитивностью. Для использовавшегося ранее определения субъектной онтологии мы начинаем применять запись $S = \langle U, B, p \rangle$, где p — позитивность субъекта. Если для субъекта S с позитивностью p определены различные подсубъекты $S_1, ..., S_n$ со своими позитивностями $p_1, ..., p_n$, то p может быть представлена как функция $p = p(p_1, ..., p_n)$ от частных позитивностей. Положим, что под-

---

Я хотел бы выразить благодарность Б. М. Даринскому за плодотворное обсуждение приведенной в этой главе системы идей.

субъекты S_1, ..., S_n являются *атомарными* подсубъектами субъекта S, т. е. далее неделимыми на подсубъекты в рамках рассматриваемой формализации задачи. В достаточно общем случае можно говорить о следующей модели субъектной онтологии с точки зрения позитивностей.

1. Все множество частных (*атомарных*) позитивностей p_1, ..., p_n может быть разбито на классы так называемых *совместимых* позитивностей, т. е. таких ценностных мер, которые могут одновременно определяться в деятельности субъекта. Например, человек может одновременно идти и думать. Здесь возникнут две позитивности, связанные с ходьбой и мышлением, и они могут сосуществовать одновременно в совокупной деятельности субъекта. С другой стороны, человек не может идти и одновременно плыть. Это две несовместимые деятельности, позитивности которых также должны быть несовместимыми. В общем случае отношение совместимости может быть условным, меняясь по степени в разных ситуациях. Но в каждом конкретном случае можно предположить задание отношения совместимости между позитивностями достаточно однозначным.

2. Для каждого класса p_1^k, ..., p_{mk}^k совместимых атомарных позитивностей можно ввести интегральную (*молекулярную*) совместимость p_k, являющуюся функцией от частных совместимостей: $p_k = p_k(p_1^k, ..., p_{mk}^k)$.

3. Каждая атомарная позитивность является функцией от k-содержания C^k некоторого характеристического процесса, т. е. $p_i^k = p_i^k(C^k)$. Содержание C^k выражает меру *собственного времени* осуществления деятельности того атомарного подсубъекта S_i^k, которому сопоставлена позитивность p_i^k (имеется в виду, что время процесса отсчитывается в производстве характеристического для данного процесса содержания). Следовательно, и молекулярная позитивность также является функцией характеристического k-содержания. Содержание C^k является функцией времени $C^k = C^k(t)$, так что все позитивности также оказываются функциями от времени.

4. В приложении к описанной модели Закон субъектности может быть сформулирован в следующем виде:

$$\frac{dp^k}{dt} \geq 0,$$

т. е. во времени каждая молекулярная k-позитивность субъекта, выражающая направление его собственной активности, не может убывать. Тем самым позитивности выражаются как меры времени субъектного процесса (см. параграф «Степень себя как мера времени»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 275 и далее).

Описанные условия составляют некоторую самую первоначальную модель субъектной активности, которую в дальнейшем можно обогащать и развивать в различных направлениях. Методы, идеи и следствия, развиваемые в рамках описанных конструкций, можно обозначать совокупным термином «валентный анализ». Ниже я постараюсь привести некоторые примеры первоначального его применения.

Средствами системы позитивностей и их динамики можно описывать отдельные подсубъекты, позднее «собирая» их в более полную систему *молекулярного субъекта*. Приведу здесь некоторые примеры.

1. *Трофический субъект*.

Положим, что принятие пищи человеком определяется следующими пятью позитивностями:

1.1. *Чувственным удовольствием*, наслаждением от пищи. Обозначим эту позитивность через p_{T1}. Здесь следует заметить, что в качестве аргумента, на котором определяются трофические позитивности, можно рассматривать количество пищи $C^T = N$. Величину N можно одновременно рассматривать как меру собственного времени t процесса питания. Время процесса идет, пока происходит поглощение пищи. Такое время можно называть «трофическим временем». Скорость поглощения пищи можно рассматривать как темп трофического времени. Все трофические позитивности, в том числе и чувственную позитивность p_{T1}, можно определять относительно трофического времени N как своего аргумента. Что касается характера изменения чувственной позитивности с ростом N, то здесь можно предположить некоторый *инверсный закон*, когда до некоторого верхнего предела насыщения N_1^+ позитивность p_{T1} растет, а затем начинает падать. Такой тип позитивности я далее буду называть *инверсной позитивностью*.

1.2. Величина *сытости* p_{T2}. Эта позитивность в норме растет с возрастанием N, выходя при некотором верхнем пороге N_2^+ на стадию насыщения. Такие позитивности я буду называть *позитивностями с насыщением*.

1.3. *Позитивность* p_{T3} *как забота о весе*. У субъекта может быть представление об эталоне своей массы m_e и своей текущей массе m. Если $m_e > m$, то у субъекта возникнет дополнительное побуждение поглощать пищу, наращивая вес. Если же $m_e < m$, то, наоборот, субъект может пытаться сдерживать себя в питании. В простейшем случае $p_{T3}(t) = a(m_e - m)N$, т. е. эта позитивность может быть представлена как линейная функция от N, угловой коэффициент которой пропорционален разности эталонной и текущей массы субъекта. В общем случае вес m может быть представлен как функция среднего количества поглощенной пищи. Если $N(\Delta_i t) = \int_{t_{i0}}^{t_{ik}} N_i(t)dt$ — количество пищи, поглощенное за i-тый прием и интервал времени $\Delta_i t = t_{ik} - t_{i0}$, то текущую массу m можно представить как возрастающую функцию от средней $< N(\Delta_i t) > = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N(\Delta_i t)$ по числу приемов пищи за некоторый промежуток времени (такой промежуток можно было бы назвать *интервалом аккумуляции*, поскольку он представляет собою минимальное время, за которое суммируемые акты питания впервые выражают себя в изменении массы тела). Замечу, что p_3 представляет собой пример *глобальной позитивности*, т. е. позитивности, зависящей от глобальных во времени или пространстве параметров. В данном случае глобальность проявляется в определении текущей массы как функции средней по интервалу кумулятивности. Такой параметр требует выхода за границы сиюминутной ситуации и принятия во внимание некоторого более глобального образа определенности. Все остальные позитивности, как это будет видно и из дальнейшего, будут *локальными позитивностями*, характеризуемыми только сиюминутными и пространственно-локальными параметрами.

1.4. *Позитивность* p_{T4} *желудочно-кишечного комфорта*. Возможно, эта позитивность до некоторого порога N^{+}_{4} остается постоянной или несколько возрастает, а затем начинает падать. Чем больше человек продолжает есть в этом случае, тем больше набит желудок, чаще отрыжка, распирает живот, труднее дышать, скапливаются кишечные газы и т. д. Таким образом, позитивность p_4 имеет характер либо инверсной, либо *невозрастающей позитивности* (последняя может быть либо *убывающей*, либо сначала постоянной, а затем убывающей позитивностью).

1.5. *Психотрофическая позитивность* p_{T5}, выражающаяся, например, в чувстве растущей психологической защищенности по мере поглощения пищи. Такая позитивность будет возрастающей по N.

Полная *трофическая позитивность* p_T могла бы представлять собою аддитивную суперпозицию представленных пяти позитивностей. Надо отметить, что эти позитивности являются совместимыми, т. е. относятся к одному набору совместимости. Они представляют собою атомарные позитивности, а трофическая позитивность p_T — молекулярную позитивность. С возникновением процесса поглощения пищи все позитивности начинают меняться, внося свой вклад в изменение p_T. Здесь нужно заметить, что вообще начало и хотя бы некоторое продолжение процесса питания возможно только при том условии, что трофическая позитивность будет возрастать. Из пяти позитивностей вначале будут в любом случае расти чувственная позитивность p_{T1} и сытость p_{T2}. Остальные позитивности могут либо помогать, либо мешать этому росту, но даже при их снижении итоговая позитивность p_T будет возрастать. Когда же величина поглощенной пищи достигнет верхних порогов N_1^{+} и N_2^{+}, чувственная позитивность p_{T1} начнет падать, а сытость p_{T2} выйдет на максимум. С этого момента возможны различные ситуации, определяемые весовыми коэффициентами и характером изменения остальных позитивностей. Например, если человек считает себя излишне худым и переживает прием пищи как форму психологической защиты, то он может продолжать есть, несмотря на падение остальных трех позитивностей. Однако в норме рано или поздно трофическая позитивность перестанет расти, и человек не сможет по своей воле продолжать есть. Произойдет прерывание активности трофического субъекта, и процесс питания завершится. Трофический субъект инактивируется до следующего раза.

Трофический субъект инактивируется своими внутренними средствами, когда впервые выполняется «уравнение внутреннего выключения»

$$\frac{dP_T}{dt} = 0.$$

В этом случае вероятность нового «включения» трофического субъекта оказывается равной или близкой нулю, но со временем эта вероятность, после некоторого *периода рефрактерности*, начинает постепенно возрастать. Кроме того, скорость роста этой вероятности зависит не только от времени, но и от совершаемой субъектом физической работы в любых активных подсубъектах.

2. *Мыслительный субъект.*

Деятельность этого субъекта выражается в решении разного рода проблем. Предположим, что его активность включает в себя следующие позитивности, соответствующие основным подсубъектам этого субъекта.

2.1. *Фактическая позитивность* p_{TH1}, рост которой выражается в выделении, проверке и накоплении разного рода фактов-мод, имеющих отношение к решению проблемы. Вновь в качестве аргумента позитивностей можно в этом случае, подобно примеру с трофическим субъектом, рассмотреть величину C^{TH} — величину содержания (content) процесса как меру продвижения в решении мыслительной задачи. Предполагая, что в нашем примере решение задачи начинается со сбора фактов, выделим на оси содержания процесса решения отрезок $[C^{TH}_{01}, C^{TH}_{k1}]$, соответствующий этапу выделения, проверки и сбора фактов-мод решаемой проблемы. На этом отрезке позитивность p_{TH1} является возрастающей, в связи с чем этот отрезок можно называть *областью роста* фактической позитивности. То же будет относиться и к остальным позитивностям мыслительного субъекта, рассмотренным ниже. Их характер будет выражать степень продвижения в пространстве содержания, т. е. они будут расти вместе с величиной C^{TH} на своих областях роста. Вне области роста позитивности будут оставаться постоянными.

2.2. *Индуктивная (синтетическая) позитивность* p_{TH2}. Ее рост выражает приращение индуктивного содержания в решении задачи, т. е. обобщение полученных фактов-мод в виде гипотезы-модуса. Область роста этой позитивности обозначим через $[C^{TH}_{02}, C^{TH}_{k2}]$.

2.3. *Дедуктивная (аналитическая) позитивность* p_{TH3}. Ее область роста — отрезок $[C^{TH}_{03}, C^{TH}_{k3}]$. Дедуктивная позитивность выражает продвижение решения задачи в направлении вывода фактов-мод из индуктивной гипотезы-модуса.

2.4. *Объясняюще-предсказывающая позитивность* p_{TH4}. Этот вид позитивности может быть разделен на две более частных позитивности:

2.4.1. *Объясняющая позитивность* $p_{TH4.1}$. Ее область роста — отрезок $[C^{TH}_{04.1}, C^{TH}_{k4.1}]$. Выражает собою процесс представления по крайней мере части фактов-мод в виде следствий из гипотезы-модуса. Тем самым факты получают объяснение на основе гипотезы.

2.4.2. *Предсказывающая позитивность* $p_{TH4.2}$. Ее область роста — отрезок $[C^{TH}_{04.2}, C^{TH}_{k4.2}]$. Выражает собою процесс проверки *новых* фактов-мод на фактическом уровне. Тем самым подтвержденные новые факты оказываются предсказаниями, сделанными на основе гипотезы.

Если все старые факты объяснены и все новые факты оказались истинными, рост p_{TH4} выражается в повышении вероятности истинности гипотезы. Если же хотя бы один из новых фактов оказался ложным, то рост p_{TH4} выражается в отбрасывании гипотезы. Ее итоговая область роста $[C_{04}^{TH}, C_{k4}^{TH}]$.

В процессе решения задачи различные позитивности могут по-разному упорядочиваться между собой. Например, за областью роста фактической позитивности может идти область роста индуктивной позитивности, за ней область роста дедуктивной позитивности. После области роста дедуктивной позитивности траектория познания может возвратить нас в область роста фактической позитивности, которая растет по мере определения истинностных значений новых фактов. Аналогично после области роста p_{TH4} мы можем вернуться к области роста либо индуктивной позитивности p_{TH2} (если гипотеза была фальсифицирована, можно попытаться выдвинуть новую гипотезу), либо к фактической позитивности p_{TH1} (если гипотеза получила подкрепление, и нужны новые факты), либо к дедуктивной позитивности p_{TH3} (если субъект пытается вывести новые следствия из подкрепленной гипотезы).

В первом приближении все познание можно описать как различные последовательности областей роста приведенных выше четырех позитивностей. Любая из таких цепочек рано или поздно 1) сменит область роста одной позитивности на область роста другой позитивности и 2) вернется к области роста уже встретившейся раньше позитивности. Такие возвраты определяют топологию познания как некоторый вид спирального движения. В связи с этим, нам нужны еще индексы для обозначения не только вида позитивности, но и *порядка* позитивности одного и того же вида. Если, например, познание началось с области роста фактической позитивности p_{TH1}, а позднее, через несколько промежуточных областей роста других позитивностей, вновь возвращается к фактической позитивности, то нам нужно различать более раннюю и более позднюю фактические позитивности как хотя и сходные, но все же не вполне тождественные позитивности. Введем порядковые индексы для позитивностей, выражающие порядок их появления в процессе познания. Например, можно говорить о фактических позитивностях p_{THk}^1 и p_{THk+1}^1, где p_{THk}^1 — более ранняя фактическая позитивность, p_{THk+1}^1 — следующая за ней более поздняя фактическая позитивность. В общем случае область роста позитивности p_{THj}^i можно обозначать через $[C_{0ij}, C_{kij}]$.

Когда заканчивается область роста одной позитивности, начинается область роста другой позитивности. Такие позитивности выражают последовательные подсубъекты, деятельность одного из которых (более раннего) является условием совершения деятельности второго (более позднего) субъекта. Поэтому и позитивности этих подсубъектов можно называть *последовательными позитивностями*. Более того, это не просто последовательные, но *смежные позитивности*, области роста которых вплотную прилегают друг к другу, т. е. конец деятельности более раннего субъекта является началом деятельности более позднего субъекта. Договоримся, что для смежных позитивностей выполнено следующее соотношение. Пусть последующая позитивность начинает расти ровно с той точки, в которой закончила свой рост предшествующая позитивность. Для случая позитивностей p_j^i и p_s^r это можно выразить равенством: $p_j^i(C_{kij}) = p_s^r(C_{0rs})$. В течение области роста следующей позитивности предшествующая позитивность будет сохранять свое последнее значение $p_j^i(C_{kij})$, так что молекулярная позитивность p_{TH} мыслительного субъекта будет всегда возрастать в процессе продвижения в решении задачи.

§ 2. Позитивности и каузальные сети

Описанные примеры позитивностей и их отношений можно выразить средствами еще одной конструкции, которая будет описана ниже.

Пусть u(t) — текущее положение дел, содержащее в себе информацию об основных параметрах той ситуации, в которой в данный момент обнаруживает себя субъект. Например, u(t) — вектор-функция. Введем для такой функции специальный класс сопутствующих функций вида $\alpha_A(u(t)...)$, зависящих от u(t) и, возможно, еще от ряда параметров, где A — некоторая формула, интерпретируемая на аргументе α_A. Это означает, что может быть определено истинностное значение формулы A на аргументе α_A, что можно обозначить в виде $|A|^x$, где x — аргумент α_A. В общем случае такие истинностные значения могут быть непрерывными, принимая значения в отрезке от нуля до единицы. Величина $\alpha_A(x)$ — это и есть такое истинностное значение, т. е. выполнено равенство

$$\alpha_A(x) = |A|^x.$$

Понятно, что $|A|^x = 1$ если только если семантика формулы A выполнена на x.

Такие функции $\alpha_A(u(t), ...)$ я буду далее называть *идентификаторами*, так как они как бы идентифицируют текущую ситуацию с точки зрения некоторого условия.

Поскольку идентификаторы выражают истинностные значения, то на них можно определить булевы операции отрицания $\rceil$, конъюнкции $\wedge$, дизъюнкции $\vee$ и т. д. Например:

$$\rceil\alpha_A(x) = 1 - \alpha_A(x) = \alpha_{\rceil A}(x),$$
$$\alpha_{A_1}(x) \wedge \alpha_{A_2}(x) = \min\{\alpha_{A_1}(x), \alpha_{A_2}(x)\} = \alpha_{A_1 \wedge A_2}(x),$$
$$\alpha_{A_1}(x) \vee \alpha_{A_2}(x) = \max\{\alpha_{A_1}(x), \alpha_{A_2}(x)\} = \alpha_{A_1 \vee A_2}(x).$$

Кроме того, будем использовать запись

$$\alpha_B(x)\downarrow\alpha_A(y) -$$

идентификатор $\alpha_B(x)$ принимает значение при условии предварительно определенного идентификатора $\alpha_A(y)$. Определим эту операцию как конъюнкцию $\alpha_B(x) \wedge \alpha_A(y)$.

Положим, что среди всех идентификаторов есть некоторые *атомарные идентификаторы* $\alpha_A(x)$, которые нельзя разложить на более простые идентификаторы. Дадим теперь индуктивное определение идентификатора:

1. *Базис индукции*: любой атомарный идентификатор — идентификатор.

2. *Индуктивное предположение*: если α, β — идентификаторы, то $\urcorner\alpha$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$ — идентификаторы.

3. *Индуктивное замыкание*: иных идентификаторов нет.

Для отношения операций дизъюнкции и $\downarrow$ будет выполнена дистрибутивность (в силу определения $\downarrow$ как конъюнкции):

Если α, β, γ — идентификаторы,
то $\alpha\downarrow\gamma \vee \beta\downarrow\gamma = (\alpha \vee \beta)\downarrow\gamma$ и $\gamma\downarrow\alpha \vee \gamma\downarrow\beta = \gamma\downarrow(\alpha \vee \beta)$.

Допустим, существует субъект S = <U, B, p> с позитивностью p. Этот субъект может активироваться при выполнении некоторого условия A на положении дел u(t). Такого рода ситуацию теперь можно было бы выразить в виде функции $p\downarrow\alpha_A(u(t))$.

Здесь запись p$\downarrow$a означает, что значимость субъекта S равна α. Если $\alpha = 0$, то субъект S переживается как совершенно незначимый, и не будет активирован. Если $\alpha = 1$, то, наоборот, субъект S переживается как максимально значимый, что связано с высокой вероятностью его активации.

Пусть $S_1 = <U_1, B_1, p_1>$ и $S_2 = <U_2, B_2, p_2>$ — два субъекта. В этом случае запись $p_2\downarrow p_1$ можно понимать таким образом, что субъект S_2 активируется сразу после того, как достигает максимума позитивность p_1, причем активность второго субъекта начинается ровно с того положения дел, на котором закончилась активность первого субъекта.

Определим теперь множество *каузальных термов* (C-термов):

1. *Базис индукции*: любой идентификатор или позитивность — (атомарный) C-терм.

2. *Индуктивное предположение*: если α, β — C-термы, то $\alpha\downarrow\beta$, $\alpha + \beta$ — C-термы.

3. *Индуктивное замыкание*: иных C-термов нет.

Неатомарные C-термы я еще буду называть C-*сетями*.

C-терм $\alpha + \beta$ означает лишь тот факт, что C-термы α и β даны вместе (как и в случае, например, числовых рядов знак «+» означает здесь лишь упорядоченное соположение элементов, и формула $\alpha + \beta$ могла бы быть заменена парой (α, β)). Для операций + и $\downarrow$ я также приму дистрибутивность:

Если α, β, γ — C-термы, то $\alpha\downarrow\gamma + \beta\downarrow\gamma =_{Df} (\alpha + \beta)\downarrow\gamma$ и $\gamma\downarrow\alpha + \gamma\downarrow\beta =_{Df} \gamma\downarrow(\alpha + \beta)$.

Запись $p_2\downarrow p_1$ практически означает C-терм $p_2\downarrow\alpha_2\downarrow p_1$, где $\alpha_2 = \mathrm{fin}(p_1)$ — финал (максимум) первой позитивности как идентификатор активации субъекта второй позитивности.

Теперь структура мыслительного субъекта может быть представлена в виде следующей C-сети N^i_{TH} (читается справа налево):

$$N^i_{TH} = (p^i_{TH4.2} + p^i_{TH4.1})\downarrow p^i_{TH3}\downarrow p^i_{TH2}\downarrow p^i_{TH1}\downarrow\alpha^i_{TH},$$

где $\alpha^i_{ТН}$ — идентификатор «есть i-проблема как вид некоторой i-реальности»; $p^i_{ТН1}$ — фактическая i-позитивность, т. е. позитивность подсубъекта $S^i_{ТН1}$, который выделяет факты-моды из i-реальности; $p^i_{ТН2}$ — индуктивная i-позитивность, т. е. позитивность подсубъекта $S^i_{ТН2}$, который синтезирует выделенные i-факты в некоторую i-гипотезу-модус; $p^i_{ТН3}$ — дедуктивная i-позитивность, т. е. позитивность подсубъекта $S^i_{ТН3}$, который выводит i-факты-моды из i-гипотезы-модуса; $p^i_{ТН4.1}$ — объясняющая i-позитивность, т. е. позитивность подсубъекта $S^i_{ТН4.1}$, который представляет часть выведенных i-фактов-мод как выделенные подсубъектом $S_{ТН1}$ i-факты; $p^i_{ТН4.2}$ — предсказывающая i-позитивность, т. е. позитивность подсубъекта $S^i_{ТН4.2}$, который проверяет выведенные новые i-факты-моды, отличные от выделенных подсубъектом $S^i_{ТН1}$ i-фактов,

Здесь имеется в виду циклическая работа мыслительного субъекта, каждый i-тый цикл которого выделяется индексом «i» для всех подсубъектов, позитивностей и идентификаторов. После проведения одного цикла работы в качестве выделенных фактов оказываются старые факты, выделенные подсубъектом $S^i_{ТН1}$, и новые факты, подтвержденные подсубъектом $S^i_{ТН4.2}$.

Цикл мышления может начинаться не только с выделения фактов-мод, но и, например, с выдвижения гипотезы-модуса, которая затем начнет обрабатываться по логике гносеологического цикла. В этом случае процесс мышления начнется с $p^i_{ТН2}$. Но все же и в этом случае гипотеза, скорее всего, есть ответ на вызов интеграции некоторого фактического многообразия, которое может быть лишь неявно дано. Поэтому представленный выше вариант цикла познания кажется наиболее естественным.

Что же касается трофического субъекта, то его деятельность может быть представлена в виде чрезвычайно простой С-сети:

$$N^i_Т = p^i_Т \downarrow \alpha^i_Т,$$

где $p^i_Т = p^i_Т(p^i_{Т1}, p^i_{Т2}, p^i_{Т3}, p^i_{Т4}, p^i_{Т5})$ — трофическая i-позитивность как функция более частных трофических позитивностей, $\alpha^i_Т$ — i-идентификатор, определяющий значимость трофического i-субъекта, например, выражающий степень голода. После того как произошло внутреннее выключение трофического субъекта, т. е. $\frac{dP_Т}{dt} = 0$, этот субъект еще мог бы быть активирован. Это значит, что новый прием пищи должен бы был изображаться в этом случае как приращение не от нуля, а от последнего значения суммарного принятого количества пищи. Если же трофический субъект окажется выключенным достаточно долго, то в свои права вступит следующий образ трофического субъекта, активность которого должна изображаться как приращение количества пищи от нулевого значения. Запуск этого субъекта определяется идентификатором $\alpha^{i+1}_Т$. Подобные рассуждения верны для любого периодически активируемого субъекта. У каждого такого субъекта есть своя «ночь», в течение которой предшествующий образ субъекта заменяется на последующий. Между внутренним выключением субъекта и началом замены на следующий его образ может существовать некоторый *интервал обратимого выключения*, в течение которого еще можно активировать предшествующий образ субъекта. В С-сети $\alpha^{i+1}{}_T \downarrow p^i_T \downarrow \alpha^i_T$ такой интервал предполагается на переходе от позитивности p^i_T, которая символизирует активацию i-того образа трофического субъекта S^i_T, к включению идентификатора α^{i+1}_T, который начнет определять значимость следующего образа S^{i+1}_T трофического субъекта.

§ 3. Основное уравнение валентного анализа

Представим, что то содержание процесса C, относительно которого определена некоторая молекулярная позитивность p(C), есть длина траектории $[u_0, u_k]$ деятельности субъекта S = <U, B, p> в онтологии U со скалярным полем p(u), где $u \in U$. В этом случае движение по траектории происходит по градиенту p-поля, т. е.

$$du = \mathrm{grad}p(u)\ dt,$$

где du — элементарное приращение вдоль кривой $[u_0, u_k]$.

Элементарное приращение dp вдоль приращения dv в p-поле равно скалярному произведению

$$dp = (\mathrm{grad}p, dv).$$

Приравняв приращение dv к приращению вдоль кривой du, получим:

$$dp = (\mathrm{grad}p, \mathrm{grad}p\ dt) = (\mathrm{grad}p, \mathrm{grad}p)dt = |\mathrm{grad}p|^2 dt.$$

Полагая, что норма элементарного приращения вдоль кривой $[u_0, u_k]$ равна элементарному приращению содержания деятельности субъекта S, т. е.

$$|du| = dC,$$

получим:

$$dC = |\mathrm{grad}p(u)|\ dt.$$

Используя эти предположения, найдем выражение, характеризующее изменение позитивности p(C) в зависимости от содержания деятельности C. Получим:

$$p'_C = = |\mathrm{grad}p|^2 dt \ / \ |\mathrm{grad}p(u)|\ dt = |\mathrm{grad}p(u)| = \frac{dC}{dt} = \dot{C}.$$

Соединяя первое и последнее, получим:

$$p'_C = \dot{C},$$

или

(1) $$\frac{dp}{dC} = \frac{dC}{dt} -$$

производная позитивности по содержанию равна скорости изменения содержания субъектной деятельности.

Что же касается функции p(t), то здесь имеем:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{dp}{dC}\frac{dC}{dt} = \left(\frac{dp}{dC}\right)^2 = \left(\frac{dC}{dt}\right)^2. \tag{2}$$

Используя это уравнение, можно определить зависимости p(C) и p(t), зная зависимость C(t). Например, определив функцию N(t) потребления пищи во времени для конкретного субъекта, мы можем отсюда определить зависимость $p_T(N)$ — зависимость трофической позитивности от количества съеденной пищи N. Особенно простым является случай линейной зависимости. Если, например, $C(t) = at + b$, то можно положить, что $p(C) = aC + b^*$, откуда $p(t) = p(C(t)) = a(at + b) + b^* = a^2t + (ab + b^*)$. В самом деле, в этом случае получим:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{dp}{dC} = a, \text{ и } \frac{dp}{dt} = a^2 = \left(\frac{dp}{dC}\right)^2 = \left(\frac{dC}{dt}\right)^2,$$

т. е. основные уравнения (1) и (2) валентного анализа будут выполнены.

Уравнения (1) и (2) позволяют также связать определения объектного и субъектного времен. Выше уже обсуждалась проблема траекторных степеней себя как мер субъектного времени (см. параграф «Степень себя как мера времени»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 275 и далее). Теперь мы могли бы понимать траекторные степени себя как позитивности p, а содержание процесса C — как длину фазовой траектории при описании активности субъекта в фазовом пространстве. Длина фазовой траектории одновременно может быть рассмотрена как мера субъектного пространства, которое необратимо растет в локальном пространстве-времени, данном в L-статусе.

Известно, что субъектное время идет быстро, когда все хорошо, и, наоборот, долго тянется, когда приходится терпеть что-то не вполне приятное. Объектное (внешнее) время представлено переменной t, а субъектное (внутреннее) время, как уже отмечалось, мы можем связать с содержанием субъектной (+)деятельности C. Степень приятного выражается позитивностью p. Уравнения (1) и (2) как раз связывают между собою все эти три параметра. Пусть, например, субъект совершает какое-то приятное действие. Тогда он движется по траектории, где позитивность быстро растет, т. е. $\frac{dp}{dt}$ велика. Но в этом случае окажется большой и величина $\frac{dp}{dt} = \sqrt{\frac{dp}{dt}}$, т. е. скорость внутреннего времени относительно внешнего времени, так что субъект начнет воспринимать свое внутреннее время C как идущее быстро относительно внешнего времени t. Наоборот, если $\frac{dp}{dt}$ мала, то окажется малой и величина $\frac{dC}{dt}$, т. е. внутреннее время будет идти медленно. Интересно, что когда величина $\frac{dp}{dt}$ отрицательна, т. е. совершается некоторое (−)действие, то в этом случае величина $\frac{dC}{dt} = \sqrt{-\left|\frac{dp}{dt}\right|} = i\sqrt{\left|\frac{dp}{dt}\right|}$ окажется мнимой.

Если сравнивать определения субъектной динамики с ньютоновой динамикой, то можно предположить следующее силовое уравнение в данном случае:

(3) $$F = m\frac{d^2C}{dt^2} \text{ —}$$

величина субъектной силы пропорциональна второй производной содержания субъектной активности по времени. Коэффициент пропорциональности m, по аналогии с механикой, может быть назван *субъектной массой*.

Переходя к общему случаю и не предполагая обязательно, что траектория субъектной активности может быть представлена как результат движения по градиенту в p-поле (например, траектория $[u_0, u_k]$ может исчерпывать собой онтологию U, когда, допустим, субъект может есть только однородную пищу, не имея возможности «свернуть» с этой траектории в сторону того или иного вида пищи), можно все же оставить уравнение (1) и для более общего случая. Кажется вполне логичным, что и в общем случае скорость осуществления субъектной активности будет равна скорости изменения позитивности относительно содержания данной активности.

Из уравнения (2) видно, что $\frac{dp}{dt} = 0$ если только если $\frac{dp}{dC} = 0$ и если только если $\frac{dC}{dt} = 0$, т. е. прекращение роста содержания процесса эквивалентно прекращению роста позитивности, выраженной как относительно C, так и относительно времени t.

Уравнение (2), как окажется далее, представляет собой лишь одну сторону полного закона жизнедеятельности субъекта — так называемый *Закон реализации* (см. параграф «Законы реализации и реагирования»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 417 и далее).

§ 4. Валентный анализ: первое обобщение

Попробуем теперь описать так называемый *циркадный субъект*, т. е. субъект, C-сеть которого выглядит следующим образом:

$$N^i_C = p^i_N \downarrow p^i_D,$$

где p^i_D — i-*дневная* позитивность, т. е. позитивность подсубъекта, который обеспечивает i-активность (i-й день),

p^i_N — i-*ночная* позитивность, т. е. позитивность подсубъекта, который обеспечивает i-сон (i-я ночь). Замечу, что i-й день или ночь не обязательно должны совпадать с реальным днем или ночью.

Если эти позитивности изображать как функции *циркадного содержания* C_C, то для каждой из них нужно ввести свою область роста, для p^i_D — отрезок $[C^i_{D0}, C^i_{Dk}]$, для p^i_N — $[C^i_{N0}, C^i_{Nk}]$, где $C^i_{Dk} = C^i_{N0}$, и положить, что до своих областей роста позитивности равны нулю, а после — своему максимальному значению, достигаемому в конце области роста. Как и во всех циклически активируемых субъектах, между выключением предшествующего образа субъекта и активацией структур последующего образа может существовать ненулевой интервал обратимого выключения. В данном случае это будет либо *интервал обратимого* i-*засыпания* (когда еще можно проснуться) — в переходе от p^i_D к p^i_N, либо *интервал обратимого* (i + 1)-*просыпания* (когда еще можно заснуть) — в переходе от p^i_N к p^{i+1}_D.

Циркадная позитивность p_C может быть в этом случае представлена как сумма всех дневных и ночных позитивностей:

$$p_C(C_C) = \sum_{i=1}^{N} (p^i_D(C_C) + p^i_N(C_C)).$$

Уравнение

$$\dot{p}_C > 0 \tag{4}$$

в этом случае выражает факт продолжения жизни субъектом («уравнение жизни»). Соответственно, уравнение внутреннего выключения

$$\dot{p}_C = 0 \tag{5}$$

будет равносильно в данном случае наступлению смерти («уравнение смерти»).

Здесь возникает также такой интересный вопрос: что такое циркадное содержание C_C?

По общему определению, циркадное содержание — это величина либо дневного содержания, либо ночного. Можно считать, что это *обобщенная мера субъектного времени* — дневного или ночного. Оно может выражаться в разных темпах и длительностях, представляемых функциями $C_C(t)$. На дневном отрезке $[C^i_{D0}, C^i_{Dk}]$ определено некоторое дневное i-содержание C^i_D. Аналогично на ночном отрезке $[C^i_{N0}, C^i_{Nk}]$ определено некоторое ночное i-содержание C^i_N.

Кроме того, i-дневная позитивность может быть представлена как функция нескольких параллельных позитивностей, например:

p^i_{D1} — позитивность i-бодрости (это величина, противоположная i-усталости $-p^i_{D1}$),

p^i_{D2} — позитивность i-увлеченности, связанная с захваченностью субъекта какой-либо интересной проблемой, деятельностью,

p^i_{D3} — позитивность i-долга, выражающаяся в необходимости, независимо от личных симпатий-антипатий, осуществлять некоторую активность,

p^i_{D4} — позитивность вынужденной внешней i-активности (например, от шума, который не дает заснуть),

p^i_{D5} — позитивность i-расписания (когда, например, нужно встать в определенное время).

Итак, i-дневная позитивность p^i_D может быть представлена как функция от указанных пяти параллельных дневных позитивностей:

$$p^i_D = p^i_D(p^i_{D1}, p^i_{D2}, p^i_{D3}, p^i_{D4}, p^i_{D5}).$$

Последний вид позитивности p^{i}_{D5} представляет собой пример позитивностей часто встречающихся субъектов, которые можно было бы называть *субъектами по расписанию*.

Это субъекты, С-сеть которых может быть представлена в виде

$$p \downarrow \alpha^{+}(t) \wedge \alpha^{-}(t),$$

где p — позитивность субъекта по расписанию, область роста которой — некоторый отрезок содержания $[C_0, C_k]$; $\alpha^{+}(t)$ — идентификатор включения субъекта, который равен нулю до t^{+}, а при приближении к t^{+} возрастает и становится равным единице при $t = t^{+}$, оставаясь таким на все последующие времена; $\alpha^{-}(t)$ — идентификатор выключения субъекта, который равен единице до $t^{-} - \Delta$, а затем начинает падать, становясь при t^{-} и на все последующие времена равным нулю (предполагается, что $(t^{-} - \Delta) > t^{+}$).

Попробуем теперь набросать модель более сложного субъекта S, который объединяет в себе описанные выше три субъекта — трофический S_T, мыслительный S_{TH} и циркадный S_C. Следовательно, субъект S может спать-бодрствовать, мыслить и питаться (см. также параграф «Молекулярный субъект»).

Часто бывает так, что между субъектами S_1 и S_2 возникает несовместимость — когда активирован субъект S_2, то субъект S_1 инактивируется, и наоборот. Удобно такого рода отношения выразить через специальный вид атомарного идентификатора — *нормированную производную позитивности*. Пусть p — позитивность субъекта S, p'_x — ее производная по x. Обозначим через π'_x величину

$$\pi'_x = \begin{cases} 1, \text{ если } p'_x > 0, \\ 0, \text{ если } p'_x \le 0. \end{cases}$$

Пусть $\neg\pi'_x = 1 - \pi'_x$. Через $\dot{\pi}$ можно обозначать случай π'_t.

Тогда несовместимость субъекта S_1 с субъектом S_2 можно выразить в виде С-сети $p_1 \downarrow \alpha \wedge \neg\dot{\pi}_2$ — необходимым условием выключения позитивности p_1 субъекта S_1 является включение субъекта S_2 (в этом случае $\dot{\pi}_2 = 1$, т. е. $\neg\dot{\pi}_2 = 0$, и вся конъюнкция $\alpha \wedge \neg\dot{\pi}_2$ также будет равна нулю).

Каждый из трех субъектов S_T, S_{TH} и S_C представлен своей С-сетью N_T, N_{TH} и N_C соответственно. Для описания субъекта S нужно, по-видимому, составить более интегральную С-сеть, которая объединит в себе отдельные С-сети. Поскольку в течение одного дня может происходить несколько актов питания и мышления, то введем три индекса периодичности для этих трех субъектов:

$$N^{(k_i,\, n_i,\, i)} = N_T^{k_i} \downarrow \dot{\pi}^{i}_{D} + N_{TH}^{n_i} \downarrow \dot{\pi}^{i}_{D} + N^{i}_{C}.$$

Здесь:

$\dot{\pi}^{i}_{D}$ — нормированная производная позитивности субъекта i-го дня.

Идентификатор $\dot{\pi}^{i}_{D}$, фигурирующий в определении трофической и мыслительной С-сети, определяет зависимость активности этих субъектов от предварительно существующей активности субъекта бодрствования в течение одного дня.

Подставляя на место символов сетей их представленные выше структуры, получим:

$$N^{(k_i,\, n_i,\, i)} = \alpha_T^{k_{i+1}} \downarrow p_T^{k_i}(p_{T1}^{k_i}, p_{T2}^{k_i}, p_{T3}^{k_i}, p_{T4}^{k_i}, p_{T5}^{k_i}) \downarrow \alpha_T^{k_i} \downarrow \dot{\pi}_D^i + \\ + ((p_{TH4.2}^{n_i} + p_{TH4.1}^{n_i}) \downarrow p_{TH3}^{n_i} \downarrow p_{TH2}^{n_i} \downarrow p_{TH1}^{n_i} \downarrow \alpha_{TH}^{n_i} \downarrow \dot{\pi}_D^i + \\ + p_N^i \downarrow p_D^i(p_{D1}^i, p_{D2}^i, p_{D3}^i, p_{D4}^i, p_{D5}^i).$$

Попробуем набросать образ типичного дня этого субъекта.

В момент t_{D0}^i субъект просыпается, т. е. $\dot{\pi}_D^i = 1$, и блокировка снимается с идентификаторов мыслительного $\alpha_{TH}^{n_i}$ и трофического $\alpha_T^{k_i}$ подсубъектов. Время $[t_{D0}^i, t_{Dk}^i]$ — это время i-го дня, в течение которого растет позитивность $p_D^i(p_{D1}^i, p_{D2}^i, p_{D3}^i, p_{D4}^i, p_{D5}^i)$. Пусть трофический идентификатор выражает степень голода субъекта, и существует некоторая функция $\alpha_T(t)$, определяющая эволюцию этого идентификатора при $t \in [t_{D0}^i, t_{Dk}^i]$, если не будет включен трофический подсубъект. Вычислив время T_T, за которое $\alpha_T^{k_i}(t)$ вырастает от нуля до единицы, мы получим время высокой вероятности включения трофического подсубъекта. Пусть в этот момент трофический подсубъект в самом деле включается, и мы можем описать следующий участок времени $[t_{T0}^{1_i}, t_{Tk}^{1_i}]$, где $t_{T0}^{1_i} = t_{D0}^{1_i} + T_T$ (предполагается, что $\alpha_T(t_{D0}^i) = 1$), в течение которого активирован трофический подсубъект. В момент времени $t^{1i}{}_{Tk}$ достигается состояние насыщения, т. е. $\frac{dp_T^{1i}}{dt} = 0$, и трофический 1i-субъект выключается. Так может продолжаться несколько раз, если функция $\alpha_T(t)$ успевает достичь единицы до конца i-дня. Таков минимально определенный i-день жизни рассматриваемого молекулярного субъекта.

Кроме того, могут возникать случаи включения мыслительного субъекта, например, в интервалах, когда трофический идентификатор $\alpha_T(t)$ достаточно мал и субъект решает некоторую теоретическую задачу, или при возникновении контрпримеров. Для описания ситуации контрпримера можно соответствующим образом определить мыслительный идентификатор α_{TH}.

Если использовать правило «после вкусного обеда по закону Архимеда полагается поспать», то можно предположить, что после еды субъект снижает на некоторое время свою i-активность. В простейшем случае можно позитивность i-дня p_D^i отождествить с i-бодростью p_{D1}^i, кроме того, предположив зависимость i-бодрости от *посттрофического времени*, т. е. времени, прошедшего после приема пищи. На некотором интервале посттрофического времени, который можно называть *интервалом посттрофической рефрактерности*, можно предположить снижение роста i-бодрости («закон Архимеда»). По истечении этого интервала, когда скорость i-бодрости вновь возрастает, вполне может включаться мыслительный субъект, обдумывающий некоторый собственный замысел. Таким образом, мыслительный идентификатор α_{TH} можно было бы в простейшем случае представить как конъюнкцию $\rceil\alpha_T \wedge \mathrm{uni}(\dot{p}_{D1}^i)$ — отрицания трофического идентификатора (нет значимости еды) и некоторой функции uni от производной i-бодрости, где uni: $[0, +\infty) \to [0, 1)$ — изоморфизм вещественной полуоси $[0, +\infty)$ на единичный полуинтервал $[0, 1)$ (например, в качестве такой функции могла бы выступить функция $\frac{1}{M} R_M^{-1}(x)$, где R_M^{-1} — обратная R-функция).

Так можно будет полностью определить активность рассмотренного молекулярного субъекта на протяжении i-го дня. Это будут интервалы чередования еды, посттрофической рефрактерности и мышления. Мыслить субъект может, пока достаточно высока скорость роста бодрости и нет потребности в еде. Сон или потребность в еде рано или поздно выключают мыслительный субъект.

§ 5. Креативность и репродуктивность

Представленная выше модель субъекта может показаться слишком детерминированной и механистичной, что в какой-то степени справедливо. В общем случае в составе бытия всякого субъекта можно выделять более креативную и более репродуктивную части. Репродуктивная часть представляет собою некоторую устоявшуюся и наработанную часть субъектного состава, представленную, например, имеющейся у субъекта субъектной организацией в форме интегральной С-сети. Находясь в знакомых ситуациях, субъект живет во многом «на автопилоте», реагируя в рамках имеющейся С-сети и снижая уровень сознания при такого рода жизнедеятельности. Когда мы встаем утром, идем в туалет, умываемся, чистим зубы, завтракаем, мы во многом запускаем в действие наработанные системы реагирования и активности. Подобных фрагментов устойчивой детерминации достаточно много в жизни обычного взрослого человека. Но такого рода однозначность существует лишь до тех пор, пока С-сеть не столкнется с каким-либо контрпримером. Например, включив трофический подсубъект, субъект может обнаружить, что пищи недостаточно. В этом случае, начав повышать трофическую позитивность p_T^i и продвигаясь по трофическому содержанию N^i, субъект обнаружит внешнее препятствие к такого рода продвижению в виде небольшого реального количества пищи N_R^i. Достигнув N_R^i, субъект повысит p_T^i до величины $p_T^i(N_R^i)$, которое еще не будет соответствовать условию внутреннего выключения $\dot{p}_T^i = 0$, т. е. $\dot{p}_T^i(N_R^i) > 0$, но субъект уже вынужден будет прерваться в силу внешнего препятствия — отсутствия пищи $N^i > N_R^i$. Такого рода ситуация окажется контрпримером к имеющейся трофической С-сети $N_T^i = \alpha_T^{i+1}{\downarrow}p_T^i{\downarrow}\alpha_T^i$.

При возникновении подобных контрпримеров может активироваться мыслительный субъект, опознающий соответствующую проблему с контрпримером и пытающийся разрешить ее, собрав факты, выработав гипотезу решения, затем выводя из нее старые факты и т. д. Например, в нашем случае фактом будет существующая потребность в питании ($\dot{p}_T^i(N_R^i) > 0$) при отсутствии $N^i > N_R^i$. Проблемность будет проявляться в этом случае в существовании двух противоположных сил — желании увеличивать N^i сверх N^i_R и невозможности сделать это в сложившихся реальных условиях, что можно выразить величиной $-\dot{p}^i_T(N^i_R)$, символизирующей силу препятствия. Состояние проблемности в этом случае будет передаваться уравнением парализующего равновесия

$$\dot{p}^i_T(N^i_R) + (-\dot{p}^i_T(N^i_R)) = 0,$$

выражающего сложение сил желания и препятствия к его реализации (принцип удовольствия сталкивается с принципом реальности, если пользоваться терминологией Фрейда).

Возможной гипотезой для решения подобной проблемы могло бы быть поведение *поиска пищи*, т. е. формирование плана новой С-сети поискового субъекта S_{srch} (srch — от англ. search — поиск), например, в следующем виде:

$$N^i_{srch} = (p^{i+1}_{srch}\downarrow\urcorner\alpha^i_{\exists T} \vee p^i_T\downarrow\alpha^i_{\exists T})\downarrow p^i_{srch}\downarrow\alpha^i_{srch},$$

где α_{srch} — идентификатор запуска субъекта поиска пищи, например, выражающийся формулой «нет пищи в видимом пространстве и $\dot{p}^i_T(N^i_R) > 0$»; p^i_{srch} — позитивность субъекта поиска пищи, растущая по мере поиска пищи, например, в форме поворотов головы, перемещения тела — всех тех действий, которые увеличивают объем видимого пространства; $\alpha^i_{\exists T}$ — идентификатор «в видимом пространстве есть пища»; p^i_T — позитивность прерванного i-го трофического субъекта, которая продолжает свой рост с величины $p^i_T(N^i_R)$.

Видно, что субъект поиска работает периодично — он совершает i-порцию поиска, выражаемую ростом позитивности p^i_{srch}, затем оценивает новую ситуацию идентификаторами $\alpha^i_{\exists T}$ и $\urcorner\alpha^i_{\exists T}$. Если после i-поиска пища есть, т. е. $\alpha^i_{\exists T} = 1$, то активируется прерванный трофический субъект. Если же пищи нет, т. е. $\urcorner\alpha^i_{\exists T} = 1$, то включается новая (i+1)-порция поиска в форме позитивности p^{i+1}_{srch}, и цикл начинается заново.

Формируя гипотезу о С-сети N^i_{srch} поискового субъекта, мыслительный субъект S^k_{TH} объясняет на ее основе факт проблемности — как условие активации идентификатора α^i_{srch}, и предсказывает факт будущего снятия проблемности, т. е. исчезновения силы препятствия $(-\dot{p}^i_T(N^i_R))$, и дальнейший рост трофической позитивности $p^i_T(N^i)$ при $N^i > N^i_R$. В такого рода активностях мыслительного субъекта мы видим проявление его дедуктивного подсубъекта с позитивностью p^k_{TH3}. Наконец, мыслительный субъект включает финальные стадии позитивностей $p^k_{TH4.1}$ и $p^k_{TH4.2}$, проверяя в действии субъект поиска.

Описанная краткая схема может быть рассмотрена как символ общей креативной деятельности субъекта. Как только та или иная С-сеть сталкивается с контрпримерами, то такого рода проблемная ситуация может быть расценена как условие запуска соответствующего вида мыслительного подсубъекта, который рассматривает возникшую проблему как систему начальных фактов некоторой будущей гипотезы. В качестве таковой выступает гипотеза о некоторой новой С-сети, которая призвана ассимилировать в себя проблему как условие своего запуска и дать новое состояние субъекта, тем или иным способом разрешающее проблему.

С этой точки зрения мыслительный подсубъект является центром креативной части субъекта, всегда готовый включиться в работу при возникновении тех или иных проблемных ситуаций и попытаться предложить некоторое решение. Замечательно также то, что мыслительный субъект способен запускаться и при возникновении собственных контрпримеров. В этом случае блокировка деятельности мыслительного субъекта некоторого уровня активирует мыслительный субъект более высокого уровня, который выдвигает гипотезы о перестройке С-сети мыслительного субъекта более низкого уровня. Следовательно, мыслительный субъект является рефлексивным, способным обращаться на себя и перестраивать себя. Такую ситуацию можно выразить введением индексов не только порядка цикла, но и уровня организации субъекта. *Креативность выражается здесь в задании мыслительного субъекта как такой С-сети, которая способна создавать другие С-сети и обращаться на себя*.

§ 6. Координация разных ценностных мер

Рассматривая позитивности, я умножаю число ценностных мер. Впрочем, такое умножение уже встречалось и раньше. Например, кроме обычных степеней себя $\psi \in [0, 1]$ рассматривались условные степени себя $\psi{\downarrow_a}\psi' = (\psi - \psi') \in [-1, 1]$. В этом параграфе я попытаюсь показать, что различные ценностные меры могут быть скоординированы между собой. Общая идея такой координации состоит в следующем. Если даны две ценностные меры V_1 и V_2 с областями определения D_1 и D_2 соответственно, то их координация выражается в существовании некоторого инъективного отображения φ_{12}: $D_1 \to D_2$, позволяющего пересчитать меру V_1 в значениях меры V_2. По ходу обеспечения такой координации мы увидим, что это не просто формальная задача, но при ее решении требуется определенная интуиция в понимании конкретного вида координации тех или иных мер, и возникает множество интересных сопутствующих конструкций, которые позволяют лучше понять природу ценностных мер вообще.

Начнем с координации таких ценностных мер, как

- безусловная степень себя $\psi \in [0, 1]$,
- условная степень себя $\psi{\downarrow_a}\psi' = (\psi - \psi') \in [-1, 1]$,
- безусловная степень не-себя $1 - \psi \in [0, 1]$,
- условная степень не-себя $-(\psi{\downarrow_a}\psi') \in [-1, 1]$,
- позитивность $p \in R$.

Начнем с координации безусловных степеней себя и позитивностей (сразу же отмечу, предваряя работу по сближению этих ценностных мер, что одно из их различий состоит в том, что степени себя в большей мере предполагают соизмеримость между экстремальными (± 1) и неэкстремальными значениями, в то время как для позитивностей эти классы значений (конечные значения и $\pm\infty$) более несоизмеримы).

Безусловная степень себя $\psi \in [0, 1]$ определена только на неотрицательной части вещественной оси R и скорее имеет характер большей или меньшей положительности в оценке ситуации, полагая в качестве минимально ценностного состояния ситуацию дел с нулевой ценностью. В этом смысле безусловная степень себя явно согласуется с неотрицательными значениями позитивности, которые также интерпретируются как выражающие большую или меньшую меру положительной ценности.

Пусть дана некоторая позитивность p с областью определения R (вся вещественная ось). Разделим позитивность p на две подфункции — *положительную полупозитивность* p^+ и *отрицательную полупозитивность* p^-. Определим их следующим соглашением:

$$p^+(u) = \begin{cases} p(u), \text{ если } p(u) \geq 0, \\ 0, \text{ если } p(u) < 0. \end{cases}$$

$$p^-(u) = \begin{cases} p(u), \text{ если } p(u) \leq 0, \\ 0, \text{ если } p(u) > 0. \end{cases}$$

Отсюда видно, что $p(u) = p^+(u) + p^-(u)$, где u — положение дел. Если $n = -p$ — негативность, то $n^- = -p^+$ — *отрицательная полунегативность*, $n^+ = -p^-$ — *положительная полунегативность* для негативности n.

Теперь можно предположить, что безусловная степень себя $\psi \in [0, 1]$ соответствует положительной полупозитивности p^+. Например, можно допустить, что $\psi = \dfrac{1}{M} R_M^{-1}(p^+)$, где R_M^{-1} — некоторая базовая обратная R-функцией с верхним пределом $M > 1$. Наоборот, $p^+ = R_M(M\psi)$ — обратное отображение, переводящее безусловную степень себя в положительную полупозитивность (R_M — прямая базовая R-функция с параметром M). Таким образом, можно предположить тесную связь переходов между безусловной степенью себя и положительной полупозитивностью с R-функциями.

Отсюда ясно, что условная степень себя $\psi_1 \downarrow_a \psi_2 = (\psi_1 - \psi_2) \in [-1, 1]$ будет скоординирована теми же преобразованиями с некоторой позитивностью p: $\psi_1 \downarrow_a \psi_2 = \dfrac{1}{M} R_M^{-1}(p)$ и $p = R_M(M(\psi_1 \downarrow_a \psi_2))$. Поскольку условная степень себя $\psi_1 \downarrow_a \psi_2$ соединяет в себе две безусловные степени себя ψ_1 и ψ_2, то можно в этом случае установить координацию между полупозитивностями p_1^+ и p_2^+, соответствующим ψ_1 и ψ_2, и позитивностью p. Здесь имеем:

$$\psi_1 - \psi_2 = \frac{1}{M} R_M^{-1}(p_1^+) - R_M^{-1}(p_2^+) = \frac{1}{M} (R_M^{-1}(p_1^+) - R_M^{-1}(p_2^+)) = \frac{1}{M} R_M^{-1}(p),$$

откуда получаем:

$$p = R_M(R_M^{-1}(p_1^+) - R_M^{-1}(p_2^+)).$$

Вспомним теперь, что на вещественной оси могут быть представлены не только меры $(x)_0$, откладываемые от нуля, но и меры $(x)_\infty$, откладываемые от бесконечности. С этой точки зрения возможны два вида позитивностей $(p)_0$ и $(p)_\infty$. Попробуем выяснить смысл положительной полупозитивности $(p^+)_\infty$, откладываемой от бесконечности.

Когда на $(p^+)_\infty$ действует обратная R-функция, $R_M^{-1}((p^+)_\infty)$, то, как логично предположить, будет возникать мера, отложенная от M внутри базовой галактики, т. е. $R_M^{-1}((p^+)_\infty) = [R_M^{-1}(p^+)]_M$. Если теперь ее занормировать домножением на коэффициент $\frac{1}{M}$, то мы получим величину $[\frac{1}{M} R_M^{-1}(p^+)]_1$, т. е. некоторую величину между нулем и единицей, но отложенную не от нуля, а от единицы. Рассматривая аналогичные преобразования с отрицательной полупозитивностью $(p^-)_\infty$, мы можем получить величины $[R_M^{-1}(p^-)]_M$ и $[\frac{1}{M} R_M^{-1}(p^-)]_1$, откладываемые от $-M$ и -1 соответственно. Таким образом, вспоминая о структуре множества тетрад πR, мы могли бы подействовать на них сначала обратным R-отображением R_M^{-1}, получая R-*тетрады*, реализуемые на внутренности базовой галактики, а затем нормируя R-тетрады коэффициентом $\frac{1}{M}$, мы могли бы получить объекты, которые можно было бы называть *нормированными тетрадами*, координаты которых откладываются от 0 и ± 1. Поскольку отрезки $[0, 1]$ и $[-1, 1]$ связаны у нас с безусловной и условной ψ-функциями соответственно, то, кроме величин $(\psi)_0$ и $(\psi{\downarrow_a}\psi')_0$, откладываемых от нуля (напомню, что x и $(x)_0$ понимается как одно и то же), можно ввести у-функции $(\psi)_1$ и $(\psi{\downarrow_a}\psi')_1$, откладываемые от ± 1.

В качестве 0-*модуля* $|.|_0$ для нормированных 1-величин $(\psi)_1$ и $(\psi{\downarrow_a}\psi')_1$ введем следующее отображение.

Для условной ψ-функции (напомню, что безусловная ψ-функция у может быть представлена как частный случай условной ψ-функции $\psi{\downarrow_a}\psi'$ при $\psi' \equiv 0$):

$$\text{если } (\psi{\downarrow_a}\psi') > 0, \text{ то } |(\psi{\downarrow_a}\psi')_1|_0 = (1 - (\psi{\downarrow_a}\psi'))_0,$$
$$\text{если } (\psi{\downarrow_a}\psi') < 0, \text{ то } |(\psi{\downarrow_a}\psi')_1|_0 = (-1 - (\psi{\downarrow_a}\psi'))_0.$$

Аналогичный 0-модуль можно ввести для R-величин, отложенных от $\pm M$:

$$|(x)_M|_0 = (M - x)_0, \text{ если } x > 0,$$
$$|(x)_M|_0 = (-M - x)_0, \text{ если } x < 0.$$

Используя эти определения, можно ввести 0-модуль для обычных вещественных чисел:

$$|(x)_\infty|_0 = R_M(M - R_M^{-1}(x))_0, \text{ если } x > 0,$$
$$|(x)_\infty|_0 = R_M(-M - R_M^{-1}(x))_0, \text{ если } x < 0.$$

Напомню, что 0 играет для чисел, отложенных от $\pm\infty$, ту же роль, что и ∞ для чисел, отложенных от нуля. Вот почему везде выше при определении 0-модуля для чисел, отложенных не от нуля, исключен случай равенства нулю. Числа, отложенные от нуля, 0-модуль оставляет без изменений.

Аналогично 0-модулю, может быть введен модуль дополнительного числового полюса.

В качестве 1-*модуля* $|.|_1$ для нормированных 1-величин $(\psi)_0$ и $(\psi{\downarrow_a}\psi')_0$ введем следующее отображение.

Для условной ψ-функции:

$$\text{если } (\psi{\downarrow_a}\psi') > 0, \text{ то } |(\psi{\downarrow_a}\psi')_0|_1 = (1 - (\psi{\downarrow_a}\psi'))_1,$$
$$\text{если } (\psi{\downarrow_a}\psi') < 0, \text{ то } |(\psi{\downarrow_a}\psi')_0|_1 = (-1 - (\psi{\downarrow_a}\psi'))_1.$$

Аналогичный M-*модуль* можно ввести для R-величин, отложенных от M:

$$|(x)_0|_M = (M - x)_M, \text{ если } x > 0,$$
$$|(x)_0|_M = (-M - x)_M, \text{ если } x < 0.$$

И, используя эти определения, можно ввести ∞-модуль для обычных вещественных чисел:

$$|(x)_0|_\infty = [R_M(M - R_M^{-1}(x))]_\infty, \text{ если } x > 0,$$
$$|(x)_0|_\infty = [R_M(-M - R_M^{-1}(x))]_\infty, \text{ если } x < 0.$$

Числа, отложенные не от нуля, соответствующие модули оставляют без изменений, например $|(\psi)_1|_1 = (\psi)_1$.

Теперь можно предположить, что безусловная степень не-себя 1-ψ могла бы быть представлена как 0-модуль 1-степени себя $(\psi)_1$, откладываемой от единицы. Мне кажется в этой идее заключен глубокий смысл. Степени не-себя для субъекта образуют не просто перевернутое ψ-поле в отношении к его ψ-полю. Они приходят как бы из другой системы количества — как ценностные меры, растущие от противоположного числового полюса. 0-модуль служит в этом случае средством пересчета этих «антимер» на прямые меры субъекта. Рост степеней не-себя выразится при таком пересчете в падении степеней себя. В самом деле, чем больше будет $(\psi)_1$ в системе 1-количества, тем меньше будет ψ, и тем больше 1 – ψ. То же верно и для условных степеней не-себя $(\psi{\downarrow_a}\psi')_1$.

Пытаясь представить степень не-себя не через ее 0-представление, а как 1-меру $(\psi{\downarrow_a}\psi')_1$, мы должны будем сопоставить ей соответствующие меры в других количественных системах — в R-системе и на шкале позитивностей. Здесь примем следующие соглашения:

$$M((\psi{\downarrow_a}\psi')_1) = [M(\psi{\downarrow_a}\psi')]_M,$$
$$R_M((x)_M) = |R_M(|(x)_M|_0)|_\infty = [R_M(M - x)]_\infty, \text{ если } x > 0,$$
$$R_M((x)_M) = |R_M(|(x)_M|_0)|_\infty = [R_M(-M - x)]_\infty, \text{ если } x < 0.$$

Что же теперь можно сказать о положительной полупозитивности $(p^+)_\infty$, откладываемой от бесконечности?

Здесь имеем:

$$R_M^{-1}((p^+)_\infty) = [R_M^{-1}(p^+)]_M \text{ —}$$

обратным R-отображением эта полупозитивность переводится в свой R-аналог, отложенный от M,

$$\frac{1}{M}[R_M^{-1}(p^+)]_M = [\frac{1}{M}R_M^{-1}(p^+)]_1 \text{ —}$$

нормировкой при домножении на коэффициент $\frac{1}{M}$ R-аналог переводится в нормированную величину, отложенную от единицы.

Теперь вспомним, что $\frac{1}{M}R_M^{-1}(p^+) = \psi$, т. е. величина $\frac{1}{M}R_M^{-1}(p^+)$ — это некоторая безусловная степень себя ψ, сопоставленная положительной полупозитивности p^+. Таким образом, окончательно получаем:

$$\frac{1}{M}R_M^{-1}((p^+)_\infty) = (\psi)_1 \text{ –}$$

положительная полупозитивность, отложенная от бесконечности, переходит в степень себя ψ, отложенную от единицы, т. е. в 1-степень не-себя. Таким образом, положительная полупозитивность $(p^+)_\infty$, откладываемая от бесконечности, выражает идеи 1-степеней не-себя, спроецированные на шкалу позитивностей, что можно интерпретировать как ∞-негативность. В самом деле, возрастание $(p^+)_\infty$ в своей системе количества будет выражаться в уменьшении p^+. Тогда положительные ∞-числа должны иметь связь с отрицательными числами, а положительная полупозитивность $(p^+)_\infty$, откладываемая от бесконечности, — с отрицательной полунегативностью. Эту связь можно установить, используя R-величины.

Положим, что, кроме 0-модуля, существует также *инвертированный 0-модуль* $|.|^-_0$, где

$$|x_M|_0^- = (-M + x)_0 \text{ для R-чисел } x \in (0, M],$$
$$|x_M|_0^- = (M + x)_0 \text{ для R-чисел } x \in [-M, 0).$$

Тогда для обычных вещественных чисел получим:

$$|x_\infty|_0^- = [R_M((-M + R_M^{-1}(x)))]_0 = [-R_M(M - R_M^{-1}(x))]_0 \text{ для } x \in (0, \infty],$$
$$|x_\infty|_0^- = [R_M((M + R_M^{-1}(x)))]_0 = [-R_M(-M - R_M^{-1}(x))]_0 \text{ для } x \in [-\infty, 0).$$

Отсюда

$$|(p^+)_\infty|_0^- = [-R_M(M - R_M^{-1}(p^+))]_0.$$

Если $R_M(M - R_M^{-1}(p^+))$ обозначить через *сопряженную положительную полупозитивность* p^{*+}, то $-p^{*+} = n^{*-}$ — *сопряженная отрицательная полунегативность*. Таким образом, окончательно получим:

$$|(p^+)\infty|_0^- = (n^{*-})_0 \text{ —}$$

инвертированный 0-модуль положительной полупозитивности, отложенной от бесконечности, равен сопряженной отрицательной полунегативности, отложенной от нуля.

Из представленных выше преобразований видно, что пересчет 0-чисел в ∞-числа (0∞-отображение) и обратно ($\infty 0$-отображение) осуществляется с привлечением R-функций. В частности, положительное 0-число $(x)_0$ перейдет в этом случае в положительное ∞-число $|(x)_0|_\infty = [R_M(M - R_M^{-1}(x))]_\infty$. Найдем неподвижную точку x, для которой выполняется условие $x = R_M(M - R_M^{-1}(x))$. Здесь получим: $R_M^{-1}(x) = M - R_M^{-1}(x)$, т. е. $M = 2R_M^{-1}(x)$, т. е. $x = R_M(0.5M)$. Таким образом, неподвижной точкой 0∞-отображения будет образ центра галактики 0.5M, полученный прямым R-отображением. Только для него 0∞-отображение приведет к смене полюса $(x)_0 \to (x)\infty$ при неизменной степени x. Для всех остальных неотрицательных чисел 0∞-отображение будет вместе со сменой полюса еще менять и степень числа. Возможно, при построении операции отрицания на тетрадах следует учитывать этот момент. Если M = 2, то центром галактики окажется число 1 и неподвижной точкой будет число $R_2(1) = 1$.

Представленный выше фрагмент пересчета ценностных мер друг в друга может, по-видимому, развиваться и дальше. Здесь я ставил себе задачу высказать первые идеи этого направления исследований и проиллюстрировать их некоторыми первоначальными конструкциями.

Учитывая возможность пересчета разных ценностных мер друг на друга, модель субъекта теперь можно записывать в общем виде S = <U, B, V>, понимая под V уже не обязательно степень себя, но любую ценностную меру — степень себя, позитивность, R-меры и т. д.

Представленные выше идеи дают некоторый первоначальный эскиз нового подхода к моделированию естественной субъектной активности, в частности, — деятельности естественного интеллекта. В рамках такого подхода можно сформулировать условие отличия естественного интеллекта от разного рода его машинных имитаций. Как видно, в основе естественного интеллекта лежит базовая переживательная способность позитивностей — ценностных мер, являющихся центральной частью любой субъектной активности. Субъект совсем не обязательно осознает подобные меры или рассчитывает их (хотя и это возможно на высоких уровнях развития мыслительной деятельности), но он всегда чувствует их и непосредственно переживает их падение, рост и остановку. Именно динамика позитивностей непосредственно выражает себя в переживаниях субъекта, оказывая существенное управляющее воздействие на его поведение. Машины, как известно, не чувствуют и не переживают, лишь имитируя внешние проявления субъектной активности. Валентный анализ говорит нам, что первичная способность чувствовать лежит в основании даже такой рациональной деятельности, как деятельность естественного мышления и интеллекта. Это мышление «горячее», в отличие от его «холодных» машинных имитаций.

Глава 9
Позитивность и необратимая фазовая динамика

В этой главе я представлю первые соображения о возможностях построения необратимой физики с использованием понятия позитивности, которое было рассмотрено в главе «Валентный анализ».

§ 1. Фазовая динамика и позитивность

В параграфе «Степень себя как мера времени» и главе «Валентный анализ» было высказано предположение о существовании скалярной ценностной меры субъектных процессов — *позитивности* (здесь и далее я буду обозначать ее большой буквой P, чтобы не путать с импульсом p). Позитивность рассматривалась как траекторная степень себя, которая постоянно возрастает на протяжении реального физического процесса, достигая максимума в его финале. Таким образом, было предположено, что позитивность может играть роль некоторой меры необратимости физического процесса, подобной энтропии, но определенной для одной фазовой траектории. Исходя из обобщения модели движения по градиенту в скалярном поле, в главе «Валентный анализ» было выведено *основное уравнение валентного анализа*, согласно которому производная позитивности по времени $\dot{P}$ равна квадрату модуля фазовой скорости $\dot{C}$, т. е. квадрату скорости движения по фазовой траектории в фазовом пространстве $\dot{P} = \dot{C}^2$. Используя это уравнение, в данной главе я приведу примеры конкретных значений позитивностей некоторых физических процессов и еще раз вернусь к проблеме позитивности как необратимой времениподобной меры физического процесса.

Производную позитивности по времени $\dot{P}$ я буду называть *пассионарностью*, используя известный термин Л. Н. Гумилева [1]. Обоснованию этой связи должно быть посвящено отдельное исследование. Здесь я только отмечаю множество соответствий между понятием пассионарности у Гумилева и величиной $\dot{P}$. В первую очередь, если моделировать этногенез движением по инерции в среде с со-

[1] *Гумилев Л. Н.* Этногенез и биосфера Земли. М.: Рольф, 2001.

противлением после первоначального разгона («пассионарного толчка»), то в этом процессе величина $\dot{P}$ будет иметь близкий вид к известной «кривой пассионарности» Л. Н. Гумилева.

Поскольку позитивность определяется в фазовом пространстве, то ниже я рассмотрю идею построения динамики фазового пространства (ф-динамики).

Из физики известно, что с работой тесно связана кинетическая энергия. Производная кинетической энергии по времени равна произведению силы на скорость, т. е.

$$\frac{d}{dt}\frac{m\dot{s}^2}{2} = m\ddot{s}\dot{s} = F\dot{s}, \text{ и } dK = Fds = \delta A \text{ —}$$

дифференциал кинетической энергии равен элементарной работе, откуда, интегрируя по времени, получим, что $\Delta K = \Delta A$ — изменение кинетической энергии равно изменению работы. Можно предположить, что кинетическая энергия, которая представима как величина, пропорциональная квадрату скорости $K(t) = \alpha v(t)^2$, где $\alpha = m/2$, обобщается в пассионарности (или в величине, пропорциональной пассионарности с некоторым постоянным коэффициентом), которая соединяет в себе как квадрат скорости, так и квадрат силы ($\dot{P} = v^2 + f^2$). Подобно тому как кинетическая энергия пропорциональна скалярному произведению скорости, т. е. $K(t) = \alpha(\mathbf{v}(t), \mathbf{v}(t)) = \alpha|\mathbf{v}(t)|^2 = \alpha v(t)^2$, пассионарность пропорциональна скалярному произведению фазовой скорости физического процесса, т. е. $\dot{P} = (W, W) = |W|^2$. Отсюда можно предположить, что понятие пассионарности связано с обобщенной в некотором смысле кинетической энергией. Полагая, что $\dot{C} = |W|$ — длина вектора фазовой скорости равна производной длины фазовой кривой $C(t)$, мы могли бы записать соотношение, аналогичное приведенному выше (здесь γ — некоторый коэффициент пропорциональности):

$$\frac{d}{dt}\gamma\dot{C}^2 = 2\gamma\ddot{C}\dot{C} = F_\phi\dot{C}, \text{ и } \gamma d\dot{P} = F_\phi dC = \delta A_\phi.$$

Используемые здесь понятия можно было бы называть по аналогии:

$F_\phi = 2\gamma\ddot{C}$ — (*траекторная*) *фазовая сила*,
A_ϕ — (*траекторная*) *фазовая работа.*

Аналогично тому как дифференциал кинетической энергии равен элементарной работе, дифференциал пассионарности (умноженный на коэффициент γ) оказывается равным элементарной фазовой работе.

Здесь возникает возможность интересного обобщения. Можно говорить о трех динамиках — координатной, импульсной и фазовой. *Координатная динамика* (*q-динамика*) — это привычная нам динамика с обычными понятиями расстояния, скорости, силы, энергии и т. д. *Импульсная динамика* (*p-динамика*) могла бы оперировать аналогичными понятиями, но с импульсом как эквива-

Таблица 24

Виды динамики и их основные понятия

Понятие	q-динамика	p-динамика	ф-динамика
Расстояние	обычное расстояние $s(t)$ (q-расстояние $s_q(t)$)	q-импульс $p(t) = mv(t)$ (p-расстояние $s_p(t)$)	длина фазовой траектории $C(t)$ (ф-расстояние $s_\phi(t)$)
Скорость	обычная скорость $v(t)$ (q-скорость $v_q(t)$)	q-сила $F(t)$ (p-скорость $v_p(t)$)	величина фазовой скорости $\lvert W\rvert = \dot{C}(t)$ (ф-скорость $v_\phi(t)$)
Сила	обычная сила $F(t)$ (q-сила $F_q(t)$)	величина, пропорциональная производной q-силы $F_p(t) = \beta\dot{F}(t)$ (p-сила $F_p(t)$)	величина $2\gamma\ddot{C}$ (ф-сила $F_\phi(t)$)
Масса	обычная масса m (q-масса m_q)	коэффициент пропорциональности β, фигурирующий в выражении для p-силы (p-масса m_p)	величина 2γ, фигурирующая в выражении для ф-силы (ф-масса m_ϕ)
Кинетическая энергия	обычная кинетическая энергия $K(t) = mv(t)^2/2$ (q-кинетическая энергия $K_q(t)$)	величина, пропорциональная квадрату q-силы $K_p(t) = \alpha F(t)^2$ (p-кинетическая энергия)	пассионарность, умноженная на коэффициент γ, т. е. $\gamma P(t) = \gamma\dot{C}(t)^2$ (ф-кинетическая энергия $K_\phi(t)$)
Элементарная работа	обычная элементарная работа $\delta A = F(t)ds$ (q-работа)	величина $\delta A_p = F_p(t)ds_p = \beta\dot{F}(t)dp$ (p-работа)	величина $\delta A_\phi = F_\phi(t)ds_\phi = 2g\gamma\ddot{C}dC$ (ф-работа)

лентом расстояния. Тогда производная импульса, т. е. сила, будет p-импульсом, а производная силы — p-силой. Наконец, можно говорить о *фазовой динамике* (*ф-динамике*), где, как мы теперь выясняем, ф-расстояние — это длина фазовой траектории C, ф-скорость — производная $\dot{C}$ и т. д. Здесь можно было бы составить такую таблицу соответствий (см. табл. 24).

Используя эти соотношения, можно вывести ряд интересных представлений фазовых величин через соответствующие q- и p-величины. Например:

$$K_\phi(t) = \frac{m_\Phi}{m_q} K_q(t) + \frac{\gamma}{\alpha} K_p(t),$$

откуда можно предположить, что $\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{2\gamma}{2\alpha} = \frac{m_\Phi}{m_p}$, т. е. $\alpha = \frac{m_p}{2} = \frac{\beta}{2}$, и тогда выражение для ф-кинетической энергии получает следующий более унифицированный вид:

$$K_\phi(t) = \frac{m_\Phi}{m_q} K_q(t) + \frac{m_\Phi}{m_p} K_p(t).$$

Аналогично получаем соотношения для силы и работы:

$$F_\phi(t) = \frac{m_\Phi v_q(t)}{m_q v_\phi(t)} F_q(t) + \frac{m_\Phi v_p(t)}{m_p v_\phi(t)} F_p(t),$$

$$\delta A_\phi = \frac{m_\Phi}{m_q} \delta A_q + \frac{m_\Phi}{m_p} \delta A_p.$$

Таким образом, ф-кинетическая энергия предстает суперпозицией q- и p-кинетических энергий. То же можно сказать о силе и работе. Наконец, подобный параллелизм переносится и на выражение работы через кинетическую энергию. Мы можем записать:

$$dK_\phi(t) = F_\phi(t) ds_\phi = \delta A_\phi \text{ —}$$

дифференциал фазовой кинетической энергии будет равен произведению фазовой работы на дифференциал фазового перемещения, т. е. элементарной фазовой работе.

Такое соотношение будет сопровождаться параллельными соотношениями в q- и p-динамиках. Таким образом, наблюдается интересный феномен трех динамик, суперпозиционных представлений ряда ф-величин через соответствующие q- и p-величины и существующего параллелизма ряда динамических соотношений. Все это позволяет говорить о моменте обоснования реального существования динамик, отличных от q-динамики, т. е. о p-динамике и о фазовой динамике, как они были представлены выше.

Используя представленные выше размышления, мы могли бы предположить, что пассионарность играет в фазовом пространстве роль, близкую к роли обычной кинетической энергии, в частности, она может расходоваться в виде фазовой работы, аналогично тому как обычная кинетическая энергия затрачивается на совершение q-работы. Таким образом, в рамках предложенной интерпретации пассионарности как величины $\dot{P}$ мы можем понять утверждение Гумилева о том, что «работа, выполняемая этническим коллективом, прямо пропорциональна уровню пассионарного напряжения», рассматривая здесь выражение $\delta A_\phi = \gamma d\dot{P}$ — пропорциональность элементарной фазовой работы дифференциалу пассионарности.

Так, используя в интерпретации физической динамики конструкции субъектных онтологий, мы должны в качестве онтологии использовать фазовое пространство как наиболее полное представление пространства свободы физической системы, а коль скоро это так, то именно по отношению к *фазовому пространству* мы должны рассматривать все основные динамические характеристики, в том числе понятия расстояния, скорости, силы, энергии и т. д. Так в конечном итоге возникает идея ф-динамики, которая, кроме того, пополняется конструкциями валентного анализа. Последний применим для субъектного описания динамических процессов, даже если нет глобальных ценностных мер (определенных на всей онтологии), так как валентный анализ обходится идеей движения вдоль траектории деятельности субъекта и траекторными ценностными мерами (позитивностями).

В физике заряды и силы задаются на уровне q-динамики, а позитивности — на уровне ф-динамики. Или надо как-то сближать эти уровни в самой физике, или и для субъектных онтологий нужно использовать нечто подобное.

Вот один возможный ход — задание ф-динамики как в том числе динамики зарядов и сил, и это нужно сделать так, чтобы она была согласована с q-динамикой.

Допустим, q-динамика дана как ньютонова динамика и в ней действуют законы Ньютона. Можно ли нечто подобное в этом случае сказать о ф-динамике?

Фазовая сила имеет вид $F_ф = m_ф W' = m_ф(a, F')$. Пусть $F = 0$. Тогда $a = 0$ и $F' = 0$, т. е. $W' = 0$ и $F_ф = 0$. Наоборот, пусть $F_ф = 0$. Тогда, в частности, $a = 0$, т. е. $F = 0$. Таким образом, $F_ф = 0$ если только если $F = 0$. Это означает, что мы можем перенести формулировку первого закона Ньютона с q-динамики на ф-динамику.

1-й закон ф-динамики

Система движется равномерно и прямолинейно если только если фазовая сила равна нулю.

Что такое равномерное и прямолинейное движение в терминах ф-динамики? Здесь $W' = 0$, т. е. $W = \text{const}$, в частности $v = \text{const}$. Тогда $a = 0$ и $p' = 0$. Таким образом, равномерное прямолинейное движение в ф-динамике — это движение, параллельное q-подпространству.

Далее, ф-сила $F_ф = m_ф W'$ пропорциональная фазовому ускорению W'.

2-й закон ф-динамики

Фазовая сила равна произведению фазовой массы на фазовое ускорение.

Далее, пусть даны две материальные точки m_A и m_B. Чем может быть фазовая сила $F_ф^{AB}$, действующая на A со стороны B?

Имеем $F_{AB} = -F_{BA}$, т. е. $p'_{AB} = -p'_{BA}$. Отсюда $p''_{AB} = -p''_{BA}$.

Для масс имеем соотношения:

$$\frac{\gamma}{\alpha} = \frac{m_ф}{m_p},$$

$$\alpha = \frac{m_p}{2}.$$

Положив, что $m_ф = m_р = m$, получим, что $\alpha = \gamma = m/2$.
Отсюда получаем:

$$F_ф^{AB} = m_A W'_{AB} = m_A(a_{AB}, F'_{AB}) = m_A(p'_{AB}/m_A, p''_{AB}/m_A) = (p'_{AB}, p''_{AB}),$$
$$F_ф^{BA} = m_B W'_{BA} = m_B(a_{BA}, F'_{BA}) = m_B(p'_{BA}/m_B, p''_{BA}/m_B) = (p'_{BA}, p''_{BA}).$$

Откуда окончательно имеем:

$$F_ф^{AB} + F_ф^{BA} = (p'_{AB}, p''_{AB}) + (p'_{BA}, p''_{BA}) = (p'_{AB} + p'_{BA}, p''_{AB} + p''_{BA}) = 0.$$

Итак, можем сформулировать

3-й закон ф-динамики

Сумма фазовых сил действия и противодействия равна нулю.

Таким образом, если q-динамика ньютонова, то ньютоновой является также ф-динамика, и мы можем на нее перенести идеи сил, масс, скоростей, ускорений и т. д. Важно в этом случае то, что только в ф-динамике может быть органично введено понятие позитивности, так что в рамках ф-динамики мы имеем возможность органичного соединения более объектных конструкций современной физики и более субъектного смысла понятия позитивности.

§ 2. Отступление о кинетической энергии

Здесь я хотел бы ненадолго отвлечься, сделав следующее замечание. Ранее я полагал, что аналогом кинетической энергии К в случае субъектных онтологий S = <U, B, V> со скалярными ценностными мерами V (степенями себя или позитивностями) является сама мера V или пропорциональная ей величина (например, для степеней себя в качестве К я рассматривал величину $E\psi$, где E была аналогом полной энергии ψ-поля). Но теперь, в связи с понятием пассионарности, возникает, как будто, иное решение этой проблемы. Аналогом кинетической энергии в субъектных онтологиях со скалярной дифференцируемой ценностной мерой следует рассматривать не столько саму эту меру (например, позитивность P или величину $E\psi$), но пассионарность $\dot{P}$ (или $E\dot{\psi}$). Как было показано выше, $K_ф = \gamma\dot{P}$ — фазовая кинетическая энергия пропорциональна именно пассионарности, а не позитивности. Как же быть? Выходит, что сделанные ранее предположения о пропорциональности $K = E\psi$ (или $K = P$) ошибочны? В общем случае да, но дело в том, что возможны ситуации, когда фазовая кинетическая энергия окажется пропорциональной и позитивности, и обычной q-кинетической энергии. Именно такие более частные ситуации лежали в основе моих предыдущих обобщений, которые теперь должны быть уточнены.

Приведу пример. Допустим, рассматривается свободное падение тела массой m с высоты h из первоначального состояния покоя. В этом случае на тело действует постоянная сила $F = mg$ и уравнение Ньютона приобретает вид $m\ddot{x} = mg$ (предполагаем такую систему координат, где ось OX начинается в точке первоначального положения тела и сонаправлена его падению). Решая уравнение, находим выражение для скорости $v(t) = Ft + C_1$ и расстояния $x(t) = Ft^2/2 + C_1t + C_2$. Полагая, что $x(0) = v(0) = 0$, получаем, что $C_1 = C_2 = 0$. Таким образом, $x(t) = Ft^2/2m = gt^2/2$ и $v(t) = Ft/m = gt$. Отсюда пассионарность равна

$$\dot{P} = v(t)^2 + F^2 = g^2t^2 + m^2g^2 = g^2(m^2 + t^2).$$

Интегрируя по t, находим и выражение для позитивности:

$$P(t) = \int \dot{P}dt = \int (g^2t^2 + m^2g^2)dt = g^2t^3/3 + m^2g^2t + D.$$

Полагая, что $P(0) = 0$, находим, что $D = 0$ и окончательно получаем:

$$P(t) = g^2t^3/3 + m^2g^2t.$$

Замечу, что время здесь входит в выражение для позитивности в нечетных степенях (еще ряд примеров см. ниже), что обеспечивает смену знака позитивности при обращении времени.

Кинетическая энергия равна $K = mv(t)^2/2$, потенциальная энергия $V(x) = mgh - mgx$, и выполнен закон сохранения механической энергии $E = K + V = mgh = const$.

Для подобных случаев я ранее рассматривал *механическую степень себя* $\psi = K/E$, равную отношению кинетической энергии к полной. Тогда и наоборот, кинетическая энергия $K = E\psi$ равна произведению полной энергии на механическую степень себя. Посмотрим теперь, насколько были оправданны подобные определения.

Для степени себя ψ можно записать соотношение:

$$\psi = (E - V)/E = (mgh - (mgh - mgx))/mgh = x/h = gt^2/2h =$$
$$= \frac{1}{2gh}((g^2t^2 + g^2m^2) - g^2m^2) = \frac{1}{2gh}(\dot{P} - g^2m^2) = \frac{1}{2gh}(\dot{P} - F^2) = \frac{1}{2gh}\dot{P} - \frac{gm^2}{2h}.$$

Так окончательно получим: $\psi(t) = \alpha\dot{P} + \beta$, где $\alpha = \frac{1}{2gh}$, $\beta = -\frac{gm^2}{2h}$, т. е. механическая степень себя оказывается линейным преобразованием от пассионарности. Подобное же соотношение мы можем получить и для фазовой $K_ф$ и обычной кинетической энергии K в этом случае:

$$K = E\psi = \frac{E}{2gh}(\dot{P} - F^2) = \frac{E}{2g\gamma h}(\gamma\dot{P} - \gamma F^2) = \frac{E}{2g\gamma h}(K_ф - \gamma F^2) =$$
$$= \frac{E}{2g\gamma h}K_ф - \frac{E}{2gh}F^2.$$

Таким образом, имеем:

$$K = \eta K_ф + \mu,$$

где $\eta = \frac{m}{2\gamma}$, $\mu = -\frac{m^3g^2}{2}$, т. е. q-кинетическая энергия K является линейным преобразованием от фазовой кинетической энергии $K_ф$.

Вот почему в такого рода случаях можно заменить пассионарность степенью себя, а фазовую кинетическую энергию — обычной кинетической энергией. Но в общем случае, как теперь понятно, мы должны опираться все же на саму пассионарность и фазовую кинетическую энергию при выражении *энерго-силовых* параметров субъектной активности в рамках тех или иных физических динамик.

§ 3. Закон сохранения в кинетически замкнутой системе

В этом параграфе я приведу короткую зарисовку, как можно переносить на субъектные онтологии структуры ф-динамики, полученные в физике. С этой точки зрения *ф-динамика с мерами позитивности и пассионарности носит характер динамики, максимально приближенной к аналогии физической и субъектной активности*. Конструкции ф-динамики во многом можно переносить на конструкции субъектных онтологий вообще.

Рассмотрим множество возможных (+)действий субъекта (или схем таких действий) $\Delta u_i = [u_i(t_0), u_i(t_k)]$, на каждом из которых задана позитивность P_i, растущая от t_0 до t_k. Через K_i обозначим кинетическую энергию действия Δu_i, через P'_i — пассионарность, производную позитивности P_i *по содержательному времени* $t^* \in [t_0, t_k]$. Это время внутреннее в том смысле, что оно отсчитывает рост содержаний действий Δu_i, хотя в отношении к самому этому содержанию выступает как внешнее время.

Исходя из аналогии с фазовой динамикой, положим, что $K_i = 0.5m_iP'_i$ — кинетическая энергия равна произведению пассионарности на коэффициент $0.5m_i$, где m_i — субъектная масса (мера субъектной инерции), характерная для i-го действия Δu_i.

Пусть все величины могут меняться и в *ортосодержательном времени* t, так что $K_i = K_i(t, t^*)$, $P'_i = P'_i(t, t^*)$, $P_i = P_i(t, t^*)$. В ортовремени t мы переходим от одних приращений кинетических энергий $\Delta K_i = K_i(t, t^*) - K_i(t, t_0)$ к другим, меняя «кинетизацию» действий Δu_i на момент t^*. Когда идет движение по содержательному времени, фиксирован один метамомент времени. Наоборот, когда мы движемся в ортовремени, то фиксирован один момент содержательного времени t^*. Вот в каком смысле время t — ортовремя для содержательного времени t^*.

Положим, что в ортовремени выполнен закон сохранения для приращений по внутреннему времени кинетических энергий:

$$(*) \qquad \Sigma\Delta K_i(t, t^*) = C(t^*) = \mathrm{const} \text{ при изменении по } t,$$

где $\Delta K_i(t, t^*) = K_i(t, t^*) - K_i(t, t_0)$ — приращение кинетической энергии в ортомомент t и содержательный момент t^* для действия Δu_i. Соотношением (*) предполагается, что $\Delta K_i(t, t^*)$ зависит только от ортовремени t и закон сохранения записан именно для этого времени. Более точно закон (*) можно переписать в виде:

$$(**) \qquad \Sigma\Delta K_i(t, t^*)'_t = 0,$$

где $\Delta K_i(t, t^*)'_t = K_i(t, t^*)'_t - K_i(t, t_0)'_t$ — производная приращения кинетической энергии по ортовремени.

В частности, закон сохранения (*) выполнен и для случая $t^* = t_k$, т. е. для полных приращений кинетической энергии.

Таким образом, предполагается, что в ортовремени возможны разные величины приращений кинетических энергий для действий, но сумма этих приращений всегда будет оставаться постоянной на один момент содержательного времени t^*. Такую систему действий можно называть *кинетически замкнутой*.

Посмотрим теперь, какие из закона (*) вытекают следствия для приращений пассионарности и позитивности.

Используя соотношение $K_i = 0.5m_iP'_i$, получим: $\Delta K_i = 0.5m_i\Delta P'_i$, где $\Delta P'_i = DP'_i(t, t^*) = P'_i(t, t^*) - P'_i(t, t_0)$. Отсюда имеем:

$$0.5\Sigma m_i\Delta P'_i(t, t^*) = B(t^*) = \text{const},$$

т. е.

$$(***) \qquad \Sigma m_i\Delta P'_i(t, t^*) = 2B(t^*) = \text{const при изменении по } t,$$

т. е. сумма произведений приращений пассионарностей на субъектные массы остается постоянной в ортовремени. В частности, закон сохранения выполнен и для полных приращений пассионарности, т. е. для случая $t^* = t_k$.

Теперь проинтегрируем последнее равенство по содержательному времени t^*, предполагая, что ортомомент времени t фиксирован:

$$\begin{aligned}\int\Sigma m_i\Delta P'_i(t)dt^* &= \Sigma m_i\int\Delta P'_i(t)dt^* = \Sigma m_i\int(P'_i(t, t^*) - P'_i(t, t_0))dt^* = \\ &= \Sigma m_i(\int P'_i(t, t^*)dt^* - P'_i(t, t_0))\int dt^*) = \Sigma m_i((P_i(t, t^*) + C_i) - \\ &- (P'_i(t, t_0)t^* + D_i)) = 2\int B(t^*)dt^*.\end{aligned}$$

Отсюда получаем:

$$\Sigma m_iP_i(t, t^*) + \Sigma m_iC_i - \Sigma m_iP'_i(t, t_0)t^* - \Sigma m_iD_i = 2\int B(t^*)dt^*,$$

т. е. $\Sigma m_iP_i(t, t^*) = 2\int B(t^*)dt^* - \Sigma m_iC_i + \Sigma m_iP'_i(t, t_0)t^* + \Sigma m_iD_i$.

Зафиксировав $t^* = t^+$, мы получим константу

$$A(t^+) = (2\int B(t^*)dt^*)|_{t^*=t+} - \Sigma m_iC_i + \Sigma m_iP'_i(t, t_0)t^+ + \Sigma m_iD_i.$$

Таким образом, окончательно имеем:

$$(+) \qquad \Sigma m_iP_i(t, t^+) = A(t^+) = \text{const},$$

и это верно для каждого ортомомента времени t, если положить, что $P'_i(t, t_0) = P'_i(t_0)$ — начальные значения пассионарности не зависят от ортовремени t.

В частности, при $t^+ = t_k$ получим закон сохранения вида:

$$(++) \qquad \Sigma m_iP_i(t, t_k) = A(t_k) = \text{const}.$$

Если также предположить, что $P_i(t, t_0) = 0$ — начальные позитивности равны нулю для всех действий, то $P_i(t, t_k) = P_i(t, t_k) - P_i(t, t_0) = \Delta P_i(t)$.

Таким образом, можем записать:

(+++) $$\Sigma m_i DP_i(t) = A(t_k) = \text{const при изменении по } t,$$

т. е. сумма произведений полных приращений позитивностей на субъектные массы будет оставаться постоянной в ортовремени для кинетически замкнутой субъектной системы.

§ 4. Плерональное движение

Выше (см. параграф «Степень себя как мера времени»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 275 и далее), когда речь шла о траекторных степенях себя (позитивностях), уже затрагивался вопрос полной системы определения, которая требуется такой траекторной мерой, — это начальное и конечное положение дел, фазовая траектория, длина фазовой траектории и направление движения по траектории. В конечном итоге вся эта система приводит к наиболее полному определению движения, разворачивающемуся от начала до конца, так что исчерпывается своего рода вся полнота определения процесса. Такие процессы я буду далее называть *плерональными процессами*, рассматривая их как своего рода «порции полноты» совокупного движения. Такие «порции» подобны полному движению, реализуя в своих малых масштабах определения полной активности, которая сама начинает, разворачивает и в конечном итоге завершает себя.

Более точно параметры *плеронального движения* могли бы быть выражены в следующем виде:

1) движение начинается с состояния покоя $W_0 = 0$, где W_0 — начальная скорость движения системы по фазовой траектории (начальная фазовая скорость),

2) движение заканчивается состоянием покоя $W_K = 0$, где W_K — конечная фазовая скорость движения,

3) между началом и концом движение является ненулевым, т. е. $W \neq 0$ при $W \in (W_0, W_K)$,

4) граничные условия движения (граничные положения и скорости) выводятся из закона движения системы,

5) на протяжении всего движения позитивность процесса растет от нуля (в начале движения) до максимума (в конце процесса), так что производная позитивности равна нулю в финале движения,

6) траектория движения системы может быть взаимно однозначно сопоставлена с неотрицательной половиной R-галактики, где начало движения соотнесено с 0, конец движения — с верхней границей галактики M. Замечу, что это условие соотносит плерональное движение с однополюсной R-окружностью, угол в которой выступает мерой плерональности (полноты) процесса.

В этом случае позитивность P также задана в рамках неотрицательной половины некоторой галактики с верхней границей M_P, так что в начале движения начальная позитивность $P_0 = \min$, в конце движения конечная позитивность $P_K = \max = M_P$, и $dP/dt > 0$ при $P \in (P_0, P_K)$, и $dP_K/dt = 0$.

Первый простейший пример плеронального движения, который приходит в голову, — это прямолинейное равномерное движение, составляющее своего рода точку отсчета в ньютоновой динамике. Однако его еще нужно представить в соответствии с приведенными выше требованиями, чтобы удовлетворить идее плеронального движения.

Будем полагать, что тело массой m движется прямолинейно и равномерно вдоль оси 0x со скоростью v. Чтобы представить равномерное прямолинейное движение как плерональное, свернем ось 0x обратной R-функцией во внутренность (−M, M) некоторой галактики с верхней границей M. Далее сопоставим этот интервал неотрицательной половине [0, 2M) галактики с верхней границей 2M по правилу $y^* = M + R_M^{-1}(x)$.

При таком преобразовании внутренне равномерное движение окажется внешне неравномерным. Можно оценить *внешнюю скорость* v* равномерного прямолинейного движения. Здесь получим:

$$v^*(t) = \lim_{\Delta t\to 0} ((M + R_M^{-1}(x(t + \Delta t))) - (M + R_M^{-1}(x(t)))/\Delta t) =$$
$$= \lim_{\Delta t\to 0} (R_M^{-1}(x(t + \Delta t)) - R_M^{-1}(x(t)))/\Delta t) = \lim_{\Delta t\to 0} (R_M^{-1}(x(t + \Delta t)) -$$
$$- R_M^{-1}(x(t)))/\Delta x * \Delta x/\Delta t) = v(t)dR_M^{-1}(x(t))/dx = dR_M^{-1}(x(t))/dt,$$

$$v^* = vR_M^{-1\prime}(x).$$

Для случая, когда обратное R-отображение равно тождественному отображению, имеем $dR_M^{-1}(x(t))/dx = 1$, и $v^*(t) = v(t)$ — внешняя скорость равна внутренней скорости.

График первой производной имеет приблизительно такой вид: она лежит в положительной области, стремится к нулю при $x \to \pm\infty$ и имеет максимум в нуле (см. рис. 44).

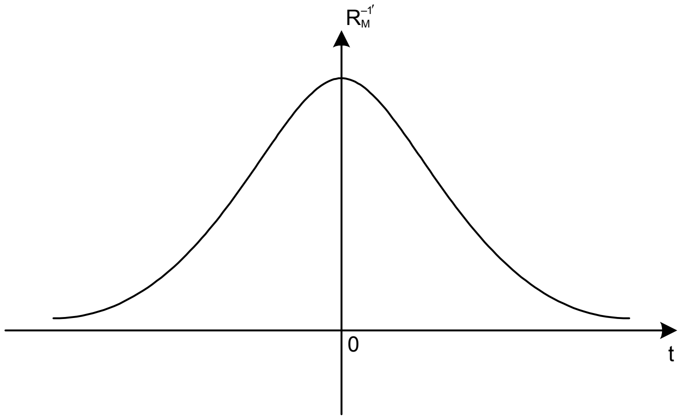

Рис. 44. График первой производной обратной R-функции

Если обратное R-отображение нетождественно, то возникает замечательная вещь, а именно: внешняя скорость оказывается переменной даже для случая внутренне равномерного прямолинейного движения. В самом деле, здесь получим:

Пусть $x(t_0) = -\infty$, $x(t_K) = \infty$. Тогда

$$dR_M^{-1}(x(t_0))/dx = dR_M^{-1}(x(t_K))/dx = 0,$$

т. е. $v^*_0 = v^*(t_0) = v^*(t_K) = v^*_K = 0$.

На интервале $t \in (t_0, t_K)$ $dR_M^{-1}(x(t_0))/dx > 0$, т. е. $v^*(t) > 0$.

Посмотрим далее на внешнюю силу $F^* = mdv^*/dt$ в этом движении.

$$F^*(t) = mdv^*(t)/dt = mv(t)\ d^2R_M^{-1}(x(t))/dx^2 = pR_M^{-1\prime\prime}(x).$$

Для обратного R-отображения как тождественного получим $d^2R_M^{-1}(x(t))/dx^2 = 0$, и сила окажется равной нулю при равномерном прямолинейном движении. Если же обратное отображение не тождественно, то внешняя сила для равномерного прямолинейного движения оказывается в общем случае ненулевой.

График второй производной обратной R-функции $d^2R_M^{-1}(x(t))/dx^2$ имеет приблизительно такой вид: на бесконечностях идет стремление к нулю, в отрицательной части имеется максимум, в положительной — минимум, и в нуле функция пересекает нуль (см. рис. 45).

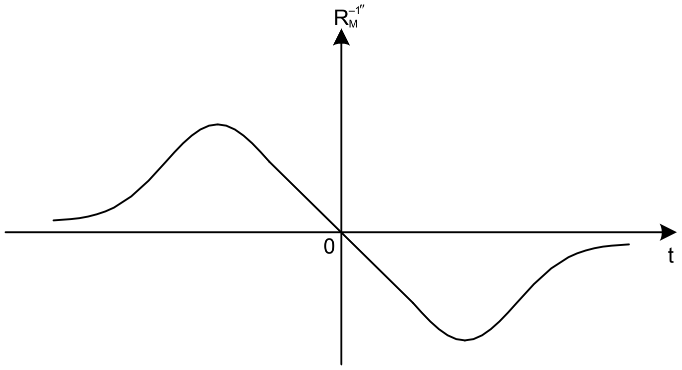

Рис. 45. График второй производной обратной R-функции

Это означает, что внешняя сила задана таким образом, что она сама порождает движение из состояния покоя в начальном моменте времени t_0, затем сама останавливает движение в конце своего времени t_K.

Отсюда возникает более тесная связь граничных условий и вида внешней силы.

Если переходить к представлению движения в фазовом пространстве (x, p), то имеем

$$x(t) = vt,$$
$$p = mv,$$

откуда внутренняя фазовая скорость равна

$$W = (v, 0).$$

Для внешнего представления получим, что

$$x^*(t) = M + R_M^{-1}(x(t)) = M + R_M^{-1}(vt),$$
$$p^* = mv^* = mv(t)\ dR_M^{-1}(x(t))/dx,$$

откуда внешняя фазовая скорость равна

$$W = (v^*, F^*) = (v(t)\ dR_M^{-1}(x(t))/dx,\ mv(t)\ d^2R_M^{-1}(x(t))/dx^2) =$$
$$= (vR_M^{-1'}(x),\ pR_M^{-1''}(x)).$$

Из уравнений валентного анализа имеем:

$$\frac{dP}{dt} = |W|^2 -$$

скорость позитивности равна квадрату модуля фазовой скорости.

В нашем случае для *внутренней позитивности* P получим:

$$\frac{dP}{dt} = v^2,$$
$$P = \int v^2 dt = v^2 t + C.$$

Полагая, что при $t_0 = -\infty$ $P = 0$, мы вынуждены будем считать, что $C = \infty$.

Для финитного выражения позитивности перейдем к ее R-аналогу $P^\#$:

$$P^\# = R_{MP/2}^{-1}(P) = R_{MP/2}^{-1}(v^2 t + \infty) =_{Df} M_P/2 + R_{MP/2}^{-1}(v^2 t).$$

Пусть $P_C = v^2 t$ — *центрированная внутренняя позитивность*.

Кроме того, можно ввести *внешнюю позитивность* по правилу:

$$\frac{dP^*}{dt} = |W^*|^2,$$

откуда имеем:

$$P^* = \int (v^*(t)^2 + F^*(t)^2 dt.$$

Здесь $v^{*2} = v^2 R_M^{-1x'}(x)^2$, $F^{*2} = p^2 R_M^{-1x''}(x)^2$, где $R_M^{-1x'}(x)$ — производная $R_M^{-1}(x)$ по x.

Посмотрим на производные R-позитивности:

$$dP^\#/dt = v^2 R_{MP/2}^{-1t'}(v^2 t) = v^2 R_{MP/2}^{-1t'}(P_C),$$
$$d^2P^\#/dt^2 = v^4 R_{MP/2}^{-1t''}(v^2 t) = v^4 R_{MP/2}^{-1t''}(P_C).$$

Учитывая, что $x = vt$, получим:

$$dP^\#/dx = vR_{MP/2}^{-1x'}(vx) = vR_{MP/2}^{-1x'}(P_C),$$
$$d^2P^\#/dx^2 = v^2 R_{MP/2}^{-1x''}(vx) = v^2 R_{MP/2}^{-1x''}(P_C).$$

При $x \to \pm\infty$ получим, что $R^{-1}_{MP/2}(vx) \to \pm M_P/2$, и $R^{-1x'}_{MP/2}(vx) \to 0$. Таким образом,

$$P^{\#}(t_0) = M_P/2 + R^{-1}_{MP/2}(-\infty) = M_P/2 - M_P/2 = 0,$$
$$dP^{\#}(t_0)/dx = 0.$$

Что же касается $t = t_K$, то здесь

$$P^{\#}(t_K) = M_P/2 + R^{-1}_{MP/2}(+\infty) = M_P/2 + M_P/2 = M_P,$$
$$dP^{\#}(t_K)/dx = vR^{-1x'}_{MP/2}(+\infty) = 0.$$

Мы получаем достаточную характеристику равномерного прямолинейного движения как плеронального движения, в котором выполнены практически все приведенные выше условия и позитивность (по крайней мере R-позитивность $P^{\#}$) растет от нуля до максимума от начала до конца процесса.

Остается еще проблема 4-го пункта — выведения граничных условий из закона движения системы.

Представляется, что это условие связано с 6-м условием, т. е. с представлением траектории движения как области галактики.

Пусть закон движения задан посредством внешней силы F*. Но у этой величины нет направленности, которая представляет собой момент граничного условия. Подлинно направленной величиной является позитивность, например R-позитивность $P^{\#}$. Точнее было бы говорить о *модусной позитивности* $P^{\sim}$, которая в L-статусе представлена внутренней позитивностью P, в M-статусе — R-позитивностью $P^{\#}$, т. е.

$$P^{\sim}\downarrow_L = P,$$
$$P^{\sim}\downarrow_M = P^{\#}.$$

На все определения плеронального движения можно посмотреть как на разные стороны задания в конечном итоге позитивности этого процесса. Например, чтобы задать позитивность, нужно найти фазовую траекторию, определить ее начало и конец, соотнести их с началом и концом некоторой галактики, вычислить скорость и силу и т. д. Таким образом, можно предположить, что именно *позитивность является наиболее интегральной характеристикой плеронального процесса*, вбирающей в себя все его определения — и обратимые, и граничные, и R-определения.

Коль скоро с плерональным процессом связывается область определения галактики, то существует позиция, в которой любой плерональный процесс дан в L-статусе как некоторая замкнутая в себе автономная активность, разворачивающаяся по своим внутренним определениям. Отсюда связь плерональных процессов с законами автономности в обобщенных ньютоновых субъектных онтологиях. Например, тело, на которое действует сила согласно второму закону Ньютона, всегда может быть дополнено до системы тел, для центра масс которой вновь выполнен закон инерции. Тогда в качестве плерональной системы нужно будет представлять именно эту систему тел, и для нее возникнет плерональное обеспечение, рассмотренное выше.

В общем случае я хотел бы еще раз выразить основные идеи плеронального движения.

У реальных процессов есть необратимо растущий параметр, который я называю позитивностью. Этот параметр требует: 1) выбора фазовой траектории, 2) необратимости этой траектории, 3) выделения начала и конца движения, 4) выделения направления движения. Только при этих условиях может возникнуть позитивность процесса, которая растет от нуля до максимума, так что весь участок движения сопоставляется неотрицательной части некоторой галактики.

Такова структура реального процесса, взятого во всей полноте от начала до конца. Такой полный процесс можно назвать плерональным процессом.

Если плерональный процесс предоставлен самому себе, то он разворачивается спонтанно от начала и до конца.

Но плерональный процесс может быть прерван извне, сталкиваясь с другим плерональным процессом. Тогда свойство плерональности исчезает для этих процессов, и они входят в состав более полного плеронального процесса.

§ 5. Позитивность как мера времени

В этом параграфе я хотел бы еще раз вернуться к смыслу позитивности как меры необратимо растущего времени.

В конечном итоге, согласно идее времени как роста пространства (см. параграф «Пространство и время»; наст. изд., т. I, кн. 1, с. 317 и далее), чтобы обладать свойством необратимости, необходимо в каждый момент времени представлять максимальное пространство, быть своего рода *пространствоподобным*, для того чтобы необратимо расти во времени, выступать как *времениподобный* процесс. Иными словами, только максимальное пространство необратимо растет во времени — только пространствоподобные сущности могут меняться времениподобно.

Отсюда возникает задача понять, как позитивность, коль скоро она претендует на выражение меры времени, может нести в себе параметры пространствоподобия.

Допустим, что T — некоторый необратимо растущий во времени параметр, который в будущей физике объединит в себе все более частные параметры необратимости, например энтропию или некоторые еще неизвестные необратимые параметры, связанные с феноменом жизни. Какие бы ни происходили процессы, для системы в целом T всегда возрастает. Если бы мы захотели уменьшить T в некоторой части системы, то для этого нам пришлось бы использовать другую часть системы, и для системы в целом значение T опять бы возросло. Отсюда видна связь параметра T с максимальным пространством — только на уровне всей мировой системы в целом обеспечен рост T. Для определения характера изменения T мы должны в конечном итоге обратиться к максимальному пространству системы в данный момент времени. Так параметр T оказывается своего рода количественным выражением максимального пространства. Отсюда видна четкая связь между времениподобным характером изменения параметра T и его пространствоподобием. Только та мера, которая растет на уровне пространства в целом, может быть подлинной времениподобной мерой, выражающей ход самого времени.

Для времениподобной меры T могут существовать разного рода более частные меры T*, которые будут представлять малые пространства-времена, выражая малое время как рост соответствующего малого пространства. Такие меры будут обладать подобием глобальной мере T, но в более локальных границах своего пространства-времени. Условием подобия меры T* мере T будет подобие малого пространства-времени глобальному пространству-времени, когда, например, малое пространство тем или иным способом могло бы представлять на своем уровне глобальное пространство.

В общем случае можно предположить два вида подобия малого пространства x и большого пространства X:

1) *проективное* подобие, когда малое пространство x дается в такой модели m в рамках некоторой Проективно Модальной Онтологии, где выполнено равенство

$(x = X)\downarrow m$ – x равно X в рамках модели m, что означает, что $x\downarrow m = x = X\downarrow m$.

2) второй вид отождествления мог бы быть назван *сюръективным*, поскольку его можно было бы изобразить как равенство вида

$(x = X)\uparrow m^*$ — x равно X в рамках модуля m*, т. е. $x\uparrow m^* = X = X\uparrow m^*$.

Таким образом, в проективном уподоблении большое сужается до малого, в то время как в сюръективном, наоборот, малое расширяется до большого.

В случае энтропии кажутся работающими оба вида уподобления. Если речь идет о локальной изолированной термодинамической системе, то именно в силу ее замкнутости она ведет себя подобно мировой системе, и здесь происходит рост малой энтропии синхронно с ростом энтропии всей мировой системы. Изолированность системы выступает тем фактором, который уподобляет малое большому на уровне самого малого — это проективный вид уподобления. С другой стороны, говорится, что локальная система никогда не является окончательно изолированной, и только рассмотрение процесса в контексте всей мировой системы может дать окончательную оценку изменения энтропии в локальной системе — здесь звучат мотивы возведения локальной системы к глобальной, т. е. сюръективный вид уподобления.

Возвращаясь к позитивности, мы должны будем заключить, что времениподобный характер этой меры должен быть связан с ее пространствоподобием, т. е. с определением ее на малых пространствах, так что вся фазовая траектория должна будет выступить как малое пространство-время, подобное тем или иным способом (проективным или сюръективным) мировому пространству-времени. В частности, позитивность P должна в этом случае выступить как одна из времениподобных подмер меры T. Идея плеронального процесса выражает, по-видимому, именно это направление представления малого процесса как малого пространства-времени, откуда становится ясной связь позитивности и плеронального движения, отмеченная выше. По большому счету позитивность может быть определена только для плерональных процессов, которые представляют собой малое время как рост малого пространства, тем или иным способом уподобленного мировому пространству.

§ 6. Законы реализации и реагирования

В параграфе «Основное уравнение валентного анализа» было приведено уравнение, которое можно рассмотреть как закон построения фазовой траектории (последовательности событий) некоторым субъектом. Фазовая траектория строится в этом случае под действием позитивности — так, чтобы скорость позитивности по длине кривой была равна скорости самой траектории. Такой закон субъектной активности, когда субъект реализует себя в собственной активности, можно было бы называть *законом реализации*.

Но субъекты не только реализуют себя, они еще *реагируют* на совокупное положение дел (как внутреннее, так и внешнее). Подобное реагирование может привести к тому, что один подсубъект может смениться другим, так что приращение фазовой траектории приведет в этом случае к смене подсубъектов. Такой закон смены активностей субъекта в зависимости от возникающих новых событий можно было бы назвать *законом реагирования*.

Полнота жизни субъекта складывается из единства этих двух законов — субъект реагирует на среду, активируя некоторый свой подсубъект, который затем начинает влиять на мир, реализуя свою активность. Далее цикл реагирования-реализации повторяется (сохранение активированным прежнего подсубъекта в ответ на новые условия является здесь частным случаем). Интересно, что в момент реализации субъект отождествляет себя с активированным подсубъектом, в то время как в момент реагирования субъект должен возвыситься над таким сужающим отождествлением, выйти в более полное пространство возможностей, чтобы выбрать из него подходящего подсубъекта для следующей активации.

Таким образом, чтобы математически выразить интегральный закон жизнедеятельности субъекта, необходимо записать два уравнения — уравнение для закона реализации и уравнение для закона реагирования. Основную проблему здесь представляет последний закон, поскольку первый был выражен ранее как основное уравнение валентного анализа.

Представим, что в субъекте есть несколько атомарных (далее недифференцируемых на более простые) подсубъектов, как это было описано в главе «Валентный анализ», и каждый атомарный подсубъект реализуется на некотором участке фазовой траектории, что проявляется в росте его позитивности на этом участке. В то же время позитивность каждого субъекта определена на всей фазовой траектории — до участка роста она равна нулю, после него — своему максимальному значению, которого она достигает на участке роста (такие позитивности можно называть *монофазными позитивностями*). Отсюда следует, что в каждой точке фазовой траектории определены все позитивности всех подсубъектов, но, положим, что любая точка фазовой траектории — это либо точка, в которой растет только одна из позитивностей, либо точка, в которой все позитивности или имеют нулевые производные, или имеют разрыв (это точка смены одной атомарной позитивности на другую).

Будем задавать точки фазовой траектории через длину s фазовой траектории от начального до текущего положения дел. В этом случае мы можем ввести отображение вида $P(s, s^*)$, которое при каждом фиксированном s представляет собой некоторую монофазную позитивность, определенную на s^*. Переменные s и s^* пробегают длину фазовой траектории, и точка s выражает текущее положение дел на фазовой траектории, а точка s^* — любую точку фазовой кривой, в которой определена позитивность подсубъекта, активированного в s, т. е. $\partial P(s, s)/\partial s^* > 0$. В выражении $\partial P(s, s)/\partial s^*$ точка s фиксирована, так что мы получаем функцию только от переменной s^*, и мы берем ее производную в точке $s^* = s$. Таким образом, $\partial P(s, s)/\partial s^* = \partial P(s, s^*)/\partial s^*|_{s^*=s}$.

В этом случае закон реализации будет выглядеть так:

(1) $$\text{Если } \partial P(s, s)/\partial s^* > 0, \text{ то } \partial P(s, s)/\partial s^* = ds/dt.$$

Здесь условие больше нуля выбрано в связи с тем, что при $\partial P(s, s)/\partial s^* = 0$ мы получали бы $ds/dt = 0$ вне области роста позитивности $P(s, s^*)$, т. е. множество значений s оказывалось бы ограниченным только областью роста позитивности $P(s, s^*)$, в то время как s пробегает всю фазовую траекторию. И в самом деле, закон реализации имеет смысл практически только там, где он выражается в росте фазовой траектории.

Что касается закона реагирования, то здесь можно использовать следующую его форму:

(2) $$\partial P(s, s^*)/\partial s = g(ds/dt, s, s^*).$$

Это значит, что частная производная позитивности $P(s, s^*)$ по s есть функция от ds/dt, s и s^* (в том числе от части этих параметров). Частная производная берется потому, что со сменой s происходит переход от одной позитивности $P(s, s^*)$, распределенной по всей фазовой кривой, к другой такой же позитивности.

Если теперь вспомнить, что s — функция от времени, то можно использовать следующие темпоральные представления:

Закон реализации

(1*) $$\text{Если } \partial P(t, t)/\partial t^* > 0, \text{ то } \partial P(t, t)/\partial t^* = (ds/dt)^2.$$

Закон реагирования

(2*) $$\partial P(t, t^*)/\partial t = g^*(ds/dt, t, t^*).$$

Здесь t* — *ортовремя*, которое есть время определения каждой атомарной позитивности по всей фазовой траектории. Но «пробивается» оно в *прямое время* t только на участках роста данной атомарной позитивности.

Например, если некоторый участок фазовой траектории выглядит так, что там заданы две монофазные позитивности $P_к$ и $P_{к+1}$ со своими участками роста (t_A, t_B) и (t_B, t_C) соответственно, то для каждого участка роста действует свой закон реализации, в то время как частные производные по s здесь тождественно равны нулю, так как на каждом участке роста продолжает расти одна и та же атомарная позитивность. Что же касается точки смены позитивностей t_B, то здесь не работает закон реализации ни для одной из атомарных позитивностей, так как они все здесь имеют нулевые производные, но работает закон реагирования, который в этой точке скачком меняет позитивность $P_к$ на позитивность $P_{к+1}$.

Нужно также заметить, что представление роста фазовой кривой средствами атомарных позитивностей приведет к другой скорости роста ds/dt фазовой кривой, чем на основе молекулярной позитивности, которая растет на протяжении всей фазовой траектории. Можно считать, что использование атомарных позитивностей выразится также и в кусочном характере фазовой траектории, когда она будет представлена как последовательность отрезков фазовой траектории каждого атомарного субъекта. Такое представление фазовой траектории можно называть *атомарным представлением*.

Однако представленная выше модель законов реализации и реагирования есть некоторый частный случай, связанный с функцией P(t, t*) и описанными выше условиями. В то же время полезно иметь в виду наиболее общие представления указанных законов. Ниже я в некоторой степени коснусь этой проблемы.

Пусть по-прежнему дан некоторый субъект S с множеством своих атомарных подсубъектов S_α. Когда подсубъект применяет свою активность к стартовому положению дел, он меняет его некоторым типичным образом. Такое положение дел в общем случае есть *часть* полного положения дел, и подсубъект строит траекторию в рамках некоторого подпространства фазового пространства. Таким образом, подсубъект S_α можно представить как фазовую подтраекторию $\Gamma_\alpha(t_\alpha)$, где $t_\alpha \in [t_{\alpha 0}, t_{\alpha K}]$ — внутреннее время субъекта S_α, или как оператор $Q_\alpha(\Delta t_\alpha, \Gamma_\alpha(t_\alpha)) = \Gamma_\alpha(t_\alpha + \Delta t_\alpha)$, где $t_\alpha + \Delta t_\alpha \in [t_{\alpha 0}, t_{\alpha K}]$. Так в более общем виде может быть представлен закон реализации.

В каждый момент времени t есть меры *напряжения* T(t) для каждого атомарного подсубъекта. T(t) — это своего рода «температура» данного подсубъекта, и чем он «горячее», тем с большей вероятностью будет реализован. Если позитивность подсубъекта растет во время его актуализации, то напряжение этого подсубъекта падает. Напряжения могут зависеть как от времени, так и от других параметров субъектной онтологии.

Когда строится реальная траектория жизни субъекта $\Gamma(t)$, то каждое новое возможное положение дел $\Gamma(t + dt) = \Gamma(t) + d\Gamma(t)$ определяет напряжение $T(\Gamma(t + dt), S_\alpha) = T_\alpha(t + dt)$ для каждого атомарного подсубъекта S_α. В этом случае определена функция выбора $C\{T_\alpha(t + dt)\}_\alpha = T_{\alpha 0}$, которая выбирает одно напряжение $T_{\alpha 0}$ из каждого набора несовместимых подсубъектов, что означает активацию субъекта $S_{\alpha 0}(t + dt)$ в момент $t + dt$. В простейшем случае функция выбора — это взятие максимума. Так может быть представлен закон реагирования с использованием идеи напряжений.

В еще более общем случае закон реагирования есть отображение $S(\Gamma(t + dt))$, которое сопоставляет состоянию $\Gamma(t + dt)$ фазовой траектории некоторый атомарный подсубъект. Определение подсубъекта на основе максимального напряжения — это уже один из более частных способов задания отображения $S(\Gamma(t + dt))$.

Итак, в момент времени t дано положение дел $\Gamma(t)$ фазовой траектории Γ, и субъект $S_\alpha(t)$ увеличивает траекторию на дифференциал $Q_\alpha(dt_\alpha, \Gamma_\alpha(t_\alpha)) = \Gamma_\alpha(t_\alpha + dt_\alpha)$. Точнее под $S_\alpha(t)$ можно понимать множество всех совместимых атомарных подсубъектов субъекта S, активированных в момент t. Оставшаяся активность в момент t может быть обозначена как $S^*_\alpha(t)$ — сюда могут входить активированные атомарные подсубъекты других субъектов и закон внешней среды. Эта совокупная активность действует на свою часть положения дел $\Gamma(t)$, которую можно обозначить через Γ^*_α. Здесь $\Gamma_\alpha(t) \cup \Gamma^*_\alpha(t) = \Gamma(t)$ и $\Gamma_\alpha(t) \cap \Gamma^*_\alpha(t) = 0$ — подположения дел $\Gamma_\alpha(t)$ и $\Gamma_\alpha{}^*(t)$ образуют разбиение полного положения дел $\Gamma(t)$ в момент t. В итоге возникает дифференциал всей траектории:

$$(Q_\alpha, Q^*_\alpha)((dt_\alpha, dt^*_\alpha), (\Gamma_\alpha(t_\alpha), \Gamma^*_\alpha(t^*_\alpha))) = (\Gamma(t_\alpha + dt_\alpha), \Gamma(t^*_\alpha + dt^*_\alpha)) = \Gamma(t + dt).$$

Здесь моменты времени t_α и t^*_α могут быть разные, поскольку в момент t один подсубъект может находиться в одном моменте внутреннего времени, другой субъект — в другом.

С образованием положения дел $\Gamma(t + dt)$ задаются напряжения $T(\Gamma(t + dt), S_\alpha) = T_\alpha(t + dt)$ для всех атомарных подсубъектов нашего субъекта и происходит выбор одного из них из каждого несовместимого набора подсубъектов.

Далее описанный цикл повторяется.

Субъект S является *замкнутым* если только если $S^*_\alpha = 0$. Это значит, что S_α исчерпывает собой все активности в любой момент времени.

В противном случае субъект может быть назван *открытым*.

Так в более общем виде может быть представлен закон жизнедеятельности субъекта, и в каждом конкретном случае он может иметь более специальные выражения, подобные (1) и (2).

Глава 10
Система обеспечения неорганического бытия

Как ни странно, но с феноменом неорганической материи связан один из самых больших парадоксов, который как-то совершенно не замечается. С одной стороны (тезис), неорганическая материя понимается как начало, совершенно лишенное разума. Такого рода лишенность мыслится как гораздо большее состояние, чем, например, неразумность и бессознательность живых организмов. Материя в своем философском звучании выражает максимальность косности, инертности и антиразумности. На некоторой шкале степеней разума и сознания неорганическая материя занимает крайне противоположное состояние по отношению к миру живых организмов и человека. И в то же время (антитезис) физика открывает в основе всех материальных процессов все большие проявления высочайшего разума и целесообразности. Физические законы, гармония структур и процессов физической Вселенной, высочайшая математика, лежащая в основании физики, — такова реальность известного нам материального мира, исследуемого наукой. Эти две стороны — философская и научная — образа материи в современной культуре кажутся несовместимыми. И в то же время можно найти множество сильных аргументов в защиту как тезиса (неразумность материи), так и антитезиса (ее высочайшая разумность) указанного *парадокса материи*. Ниже я хотел бы предложить возможное решение этого парадокса, используя средства экранной теории сознания и материи. Главная идея парадокса материи состоит в том, чтобы выделить в самой физической материи две стороны, которые хотя и глубоко проникают друг друга, но в то же время вполне различимы. Итак, в основе феномена физической материи лежит ее *двусоставность*, ее укорененность в двух разных принципах, которые тесно соединяются в итоговом результате, являющемся нам как физический мир. Эти два принципа следующие.

1. *Принцип неразумной инертности (Хаоса)*. В истоках материи есть некое материальное сырье, некоторая материальная основа, которая сама по себе крайне бессознательна и интертна. Возможно, физическая материя приближается к этой своей стороне в состояниях максимального господства хаоса и поте-

ри структурно-функциональной целостности. В таких состояниях материя стремится к распылению в мириады все более малых и независимых элементов, так что принцип материальной точки (*протоатома*), замкнутой в себе, не способной к сообщению с другими такими точками и хранящей в себе абсолютный покой первоначального состояния, — вот, по-видимому, символ первого принципа физической материи. Возможно, к этому состоянию приближаются физические атомы, если усилить в их бытии момент автономности и замкнутости от внешних влияний (на уровнях ниже и выше атомарного степени взаимосвязи физических сущностей вновь возрастают).

2. *Принцип разумной активности (Космоса)*. В то же время материя пронизана действием разного рода связей, начал гармонии, числа и порядка. Частицы охватываются полями, сквозь которые реализуют себя силы, в свою очередь выражающие разного рода высшие принципы экстремальности, симметрии и инвариантности. Каждая физическая система погружается в векторные поля фазовых скоростей в фазовых пространствах, устремляясь к наиболее оптимальному и целесообразному осуществлению целостного и гармоничного принципа бытия физического Космоса. Следовательно сквозь инертное начало первого принципа материального бытия постоянно пробивается некоторое идущее извне начало гармонии и порядка, законосообразности и всеединой организации. Носителем подобного принципа материи-космоса является, по-видимому, некоторая инстанция физической целостности, которая более всего проявляет себя в целостности физической формы, сверхпространственном единстве физического закона, трансматериальной природе числа. Все это разные проявления некоторых физических гештальтов, для обозначения которых я буду использовать древнее слово «логос». Еще у Гераклита и стоиков мы находим интуиции деятельно-огнеподобных и мироустрояющих начал бытия — «сперматических логосов», прорастающих в материи-гилэ законами, формами, числами и порядком. Я буду называть эти инстанции физической активности и порядка *физиологосами* (или просто *логосами*).

Теперь решение парадокса материи начинает выглядеть следующим образом. Физическая материя есть результат соединения принципов хаоса и космоса. Принцип хаоса выражает себя в огромном скоплении внешних, изначально замкнутых в себе и независимых точкоподобных сущностей (протоатомов), несущих в себе максимальную бессознательность, неразумность и инертность. Только в таком виде это скопление протоатомов являет собой предел материального хаоса, в реальности практически ненаблюдаемого. Реально известная нам материя образуется проявлением второго принципа материи — принципа космоса — через темное море инертных протоатомов. Мириады физиологосов несут с собой острова разума, порядка и гармонии, реализуясь через скопления протоатомов как через свой пассивный и пластичный материал в совокупной сложнейшей системе гармонически обустроенной физической Вселенной. Протоатомы неразумны, но пассивны и ощутительны. Физиологосы разумны, но сами по себе абстрактны в сфере физической материальности. Проявляя свою номологическую активность через материальность протоатомов, физиологосы получают возможность своего выражения в физическом бытии. Так сливаются воедино силы ощутительной материальности и целесообразности, образуя в итоге образ той материи, который все более открывается нам в современной физике. Так тезис и антитезис материи разводятся по разным носителям, сливаясь в разрешающем синтезе в итоговом образе физического бытия. Материя одновременно оказывается и максимально неразумной, если иметь в виду бытие протоатомов, лишенных влияний физиологосов; и необыкновенно разумной и целесообразной, если связывать ее образ с бытием чистых физиологосов. Реальная материя, соединяющая силы физиологосов с материалом протоатомов, отчасти слепа и неразумна, отчасти — целесообразна, но все же второе начало разумности и гармонии неизмеримо господствует над хаосом по всей обширности физического универсума. Можно предположить, что физиологосы практически не встречают сопротивления со стороны избыточно пассивных и страдательных из-за своей глубокой бессознательности протоатомов. Системы протоатомов повсюду послушно следуют по предначертанным им путям физиологосов, лишь в вероятностной природе физических законов отчасти проявляя момент своей слепой автономии.

В таком представлении физика оказывается близка идее жизни. Подобно тому как логос живого организма воплощает себя в материальности физического тела, разного рода физические законы реализуют себя в инертном материале протоматерии.

ЧАСТЬ 2. СИНТЕЗЫ В БИОЛОГИИ

В этой части я приведу ряд примеров применения развиваемых здесь конструкций синтетического логоса в приложении к биологическому знанию. Эта часть невелика, поскольку я уже достаточно написал на эту тему и здесь не хотел бы повторяться. Основная часть моих медико-биологических текстов собрана в учебнике «Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины» [1].

Глава 1
Теория Life в биологии

§ 1. О положении в современной биологии

Самые глубокие теоретические единства опытного знания мы находим сегодня в физической науке. По мере удаления от физики, широта и глубина теоретического синтеза научного знания постепенно убывает. По-видимому, это не случайно. Такого рода асимметрия распределения достигнутого научного синтеза выражает, очевидно, тот факт, что используемый западным типом человека вид научного синтеза пока еще сам не вполне всеобъемлющ, но лучше всего применим к неорганическому миру. Это как бы «неорганикотропный» логос, наиболее адекватно и свободно выражающий себя в сфере неорганического бытия. Такой тип синтетических структур, наиболее полно выражаемый математическими структурами теории множеств, теории чисел, структурами векторных пространств, по-видимому, несет в себе некоторый объектный оттенок, затрудняющий свое применение в разного рода науках об органической природе. По большому счету, у нас нет теоретических конструкций, качественно отличающихся от физического типа теоретизирования. По-видимому, только постепенное развитие и расширение самого физического логоса со временем перейдет границы объектного бытия и даст начало некоторому более просторному и «органикотропному» типу научной рациональности.

---

[1] *Моисеев В. И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины.

Как представляется, синтезы в биологических науках пока еще ограничены преимущественно сферами эмпирического знания. Сейчас в биологии развивается очень важный этап накопления фактов, период первых обобщений этих фактов, построения эмпирических моделей, но собственного теоретического знания у современной биологии, отвечающего на вопрос о сущности жизни, до сих пор нет. Достаточно посмотреть на выдающиеся открытия в биологии в XX в., чтобы понять это. Открытие структуры белков и нуклеиновых кислот, расшифровка генетического кода, понимание механизмов биохимических процессов, расшифровка генома человека — все это чрезвычайно важные, но эмпирико-описательные данные, констатирующие, что видимая структура и функция земных форм живых организмов устроена вот таким определенным образом. Все такого рода открытия можно выразить через экзистенциальные суждения $\exists x P(x)$ — «существует такой x, что P», в то время как основу теоретического знания, как известно, составляют универсальные высказывания вида $\forall x P(x)$ — «для любого x верно P».

Рациональную ситуацию в современной биологии, с моей точки зрения, удачно выразил британский биолог Руперт Шелдрейк. В своей широко известной книге «Новая наука о жизни» [1] он выделяет три основных концептуальных подхода в формирующейся теоретической биологии: механицизм, витализм и органицизм.

Механицизм исходит из комбинативно-комплементарной модели биологической системы на молекулярном уровне, предполагая, что в ее основе лежат независимо комбинируемые элементы, которые самопроизвольно собираются в более сложные комплексы на основе комплементарных участков. Все иерархически более высокие биологические процессы организованы по типу алгоритмов (так называемых «каскадных механизмов», где инициирующее событие вызывает каскад четко сменяющих друг друга во времени изменений).

Витализм утверждает существование особых витальных факторов, лежащих вне пространственно-временных определений физического мира, но способных влиять на него.

Наконец, органицизм оперирует понятием морфогенетического поля, пытаясь конкретизировать идеи витализма.

В современной биологии господствует механицизм, но, полагает Шелдрейк, он встречает множество проблем. Например, в области морфогенетических процессов общеприняты факты эпигенетического характера биологической формы (т. е. возникновения формы заново), регуляции развития (эксперименты Г. Дриша по разделению зародыша с последующим возникновением полноценного организма из половины первоначального зародыша), регенерации (восстановления формы после ее частичного разрушения) и воспроизведения нового взрослого организма из эмбрионального состояния.

---

[1] *Шелдрейк Р.* Новая наука о жизни / Пер. с англ. Е. М. Егоровой. М.: РИПОЛ классик, 2005.

Все эти факты заставляют предположить существование некоторых причинных факторов биологического формообразования, которые больше суммы частей живой формы и определяют цели органического развития. Даже механицизм вынужден признавать подобные органические начала, оперируя понятием генетической программы. Идея такой программы содержит в себе нечто большее, чем только совокупность всей ДНК организма, которая одинакова у всех клеток, приобретающих, тем не менее, разную специализацию. Прямая аналогия с компьютерными программами в этом случае также не работает, поскольку известные нам компьютеры созданы людьми, а не являются самовоспроизводящимися системами. В итоге, полагает Шелдрейк, идея генетической программы играет у механицистов приблизительно ту же роль, что и витальные факторы у виталистов.

Подобным же образом в науке о поведении большие трудности представляет проблема чисто механистического объяснения инстинкта, регуляции поведения, обучения и разумного поведения живых организмов. Пропасть между этими феноменами и уровнем ДНК кажется практически непреодолимой в рамках чисто механистического подхода.

В области теории эволюции и происхождения жизни, считает Шелдрейк, еще слишком много произвола и возможностей для прямо противоположных интерпретаций.

Кроме того, сама физика неполна, предполагает возможность каузальной незамкнутости физического мира. В то время как механицизм утверждает замкнутость причинно-следственных связей только рамками физического мира, так называемый интеракционизм развивает идею взаимодействия между сознанием и телом как двумя самостоятельными уровнями реальности. Современная физика подходит к утверждению зависимости физики от бытия наблюдателя, что ведет к необъяснимости сознания на чисто физическом языке.

Переходя к психологии, Шелдрейк отмечает возможность небихевиористских подходов, например в теории коллективного бессознательного Юнга, трудности чисто механистических теорий памяти (известны случаи сохранения памяти при значительном исчезновении объема нервной ткани, что заставляет механицистов предположить возможность кодирования информации о целом в его частях, развивая голографические модели материального носителя памяти). Но здесь возможно и другое решение, развиваемое интеракционизмом, в рамках которого допускается нематериальный носитель памяти, лишь тем или иным образом взаимодействующий с веществом мозга.

Наконец, сегодня уже невозможно игнорировать все большее число фактов, выражающих разного рода парапсихологические феномены. Ответом на них может быть либо иная физика, либо признание нефизического характера подобных явлений.

Подводя итог, Шелдрейк полагает, что механицизм встречает сегодня много контрпримеров, хотя в то же время он обладает достаточно выраженной объяснительной силой. Вот почему большинство серьезных биологов все же придерживаются его позиции. Лучше иметь хоть какое-то объяснение, чем предаваться неопределенным рассуждениям о нефизических факторах. Следовательно, проблема сегодня состоит не столько в силе механицизма, сколько в отсутствии достаточно серьезной для него альтернативы. Интеракционизм и органицизм также не проясняют посредствующие механизмы взаимодействия между сознанием и телом, не могут дать удовлетворительных объяснений и предсказаний. Шелдрейк видит свою задачу в усилении антимеханицистской позиции, доведении ее до такой степени обоснованности и конкретности, которая позволила бы впервые сформировать удовлетворительные объяснительные механизмы и сделать экспериментально проверяемые предсказания.

Предлагаемая ниже версия постнеклассической онтологии («постонтологии») делает попытку продвижения в том же направлении рационализации более виталистических представлений и доведения их до операциональных схем и моделей.

§ 2. Проблема внутреннего: интенсивное и экстенсивное

Здравый смысл приписывает живым существам свой внутренний мир. Он может быть более или менее дифференцированным, но, кажется, что он есть. Обычно мы верим, что когда собака смотрит на объект, она видит его в своем внутреннем мире. С этой точки зрения, как уже отмечалось, определить живое можно было бы очень кратко — это начало со своим внутренним миром.

Внутреннее другой жизни не дано нам непосредственно. Мы можем пытаться судить о его наличии и его элементах только по внешним проявлениям в живом теле другого существа. Как определять структуру внутреннего мира живого существа, опираясь на внешние проявления тела? Здесь могут использоваться различные принципы, например:

a) *Принцип бытия*: некий X существует во внутреннем мире субъекта S, если S тем или иным образом *реагирует* на X.

b) *Принцип качества*: некое качество Q существует во внутреннем мире субъекта S, если субъект S *различает* это качество (здесь предполагается задание некоторой проверочной ситуации, позволяющей обосновать различение Q. Например, есть два объекта O_1 и O_2, во всем похожие друг на друга, кроме качества Q. Если субъект S различно реагирует на O_1 и O_2, то можно предположить, что S различает Q).

В подобном духе можно пытаться проводить реконструкцию внутреннего мира субъекта и дальше.

Вообще, по-видимому, можно ввести два критерия жизни: интенсивный и экстенсивный.

Интенсивный критерий

X есть жизнь если только если X обладает своим внутренним миром.

Экстенсивный критерий

X есть жизнь если только если X обладает живым телом.

Соединяя эти критерии, получим:

X обладает своим внутренним миром если только если
X обладает живым телом.

Кроме того, в теории жизни должна приниматься некоторая *интуиция жизни*, например отнесение к живым тел животных и растений в случае земных форм жизни. Именно такого рода интуиция позволяет как использовать различные признаки жизни, так и находить для них контрпримеры.

Обычно формулировку экстенсивного критерия жизни ищут на пути более сложной активности живого, сравнительно с неживыми системами (развитие этой темы см. в главе «Экстенсивный критерий жизни»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 513 и далее). Тем самым проблема диагностики внутреннего мира живого существа сводится к требованиям более сложной организации живого. Хотя в целом такая взаимосвязь вполне оправдана, но до некоторой степени сложность и обладание внутренним миром могут быть относительно независимыми признаками. Обладание внутренним миром в самом деле предъявляет более высокие требования к той физической телесности, за которой стоит внутренний мир, но бытие *изображений* внутреннего мира, которое может проявляться во внешней активности живого тела, может быть проще даже средних по сложности физических систем. Например, живое может совершать очень простую механическую деятельность, которую легко симитировать некоторой неживой искусственной системой, но даже и в этом случае живое существо будет совершать такую деятельность «по-живому», обладая внутренним миром в процессе этой деятельности. Уже в этом случае мы можем говорить о принципиальной разнице двух активностей, хотя внешне они могут осуществляться совершенно идентично, проходя известный тест Тьюринга. Даже механическая деятельность совершается живым в том числе во внутреннем мире, например, с испытанием переживаний и желаний, ощущениями и восприятиями, оценками и т. д. *Проблема не в том, чтобы сложнее осуществлять деятельность, обладая внутренним миром, но в том, чтобы вообще иметь возможность обладать внутренним миром, пускай и достаточно примитивным.* Такое обладание говорит о принципиально ином типе бытия, которое «смотрит» и «чувствует» и являет собою «душу живую», в то время как в сложнейшей неживой имитации живого не будет той самости, от лица которой возможны оценки и ощущения, но все здесь будет «для иного». В связи с этим на первый план выходит не столько *критерий сложности*, сколько *критерий данности* внутреннего мира.

В связи с этим можно говорить о двух видах экстенсивного критерия жизни — *диагностическом критерии*, просто удостоверяющем бытие внутреннего мира у данного материального тела, и *сложностном критерии*, выражающем некоторое преимущество от обладания внутренним миром сравнительно с неживыми системами. Ниже, в параграфе «К проблеме биологической аксиоматики», читатель сможет найти более подробные представления диагностического критерия — как системы своего рода онтологического кода, который должен так или иначе представлять основу живой телесности со своим собственным внутренним миром. Рассуждения о сложностном критерии читатель, как уже отмечалось, сможет найти в главе «Экстенсивный критерий жизни».

В целом, пытаясь более адекватно выразить теоретическими средствами феномен жизни, мы должны будем получить некоторую систему взглядов, которая напоминает представление о живом, используемое в повседневной практике. У нас есть интуиция жизни, есть в первом приближении (на уровне обыденного знания) экстенсивный и интенсивный критерии. В такой же манере, по-видимому, должен действовать и представитель научной мысли в будущей теоретической биологии. Теория должна не разрушать имеющуюся у каждого феноменологию живого [1], а быть согласованной с интуицией, тем или иным способом координируя между собой интенсивный и экстенсивный критерии жизни.

§ 3. Уровни-слои живого

Попытаемся несколько понять образ земной жизни, выражая средствами Теории Life основные типы земных форм жизни.

Еще со времен Платона и Аристотеля основными функциями «растительной души» считались питание, рост и размножение. Эти функции присущи всем живым организмам, так что момент своего «растения» присутствует в каждой жизни. Именно этот момент выражает идею жизни в нашей физической онтологии.

Далее я буду предполагать, что хотя бы в принципе можно допустить такие формы неорганического бытия, за физической материальностью которых также могут стоять свои Эго со своими персональными экранами. Такую форму неорганического бытия я буду называть *эгоидом (эгоидным бытием)*. Параллели подобной трактовки ряда физических целостностей мы можем встретить во множестве историко-философских систем, например в философии Лейбница, который различал физические объекты со своей монадой и без таковой.

Кроме эгоидного бытия, физическая материальность может проявлять более слабые формы своего обеспечения, например, выступая в качестве полиэкранных инвариант (в том числе и персональных экранов разных Эго), но не обладая своими собственными онтологическими экранами и не являясь в связи с этим Эго. Такой тип неорганического бытия я буду называть *анэгоидом (анэгоидным бытием)* [2].

---

[1] Это достаточно самостоятельное требование — «теория должна включать в себя феноменологию своей предметной области». С этой точки зрения феноменология — лишь самая первая теория («теория здравого смысла») данной области, которая должна входить как частный случай во все последующие теории этой предметной сферы. Если феноменология живого включает в себя интуицию внутреннего мира живых существ, то теоретическая биология уже не может не ассимилировать тем или иным образом этот феноменологический фрагмент «биологии здравого смысла».

[2] Можно предположить, что эгоидная неорганическая материя должна проявлять себя как более целостная и индивидуальная, чем анэгоидная, поскольку за нею стоит хотя и «спящее», но все же собственное Эго, которое вообще является принципом самости. Из известных нам форм

Здесь перед нами встает вопрос, в чем отличие бытия эгоидных сущностей от бытия живых организмов в рамках Теории Life.

Возможный ответ на этот вопрос предполагает введение качественных степеней (уровней, слоев) смутности-ясности изображений внутренних экранов, если следовать и в этом вопросе монадологии Лейбница. Эти изображения могут быть смутны и у эгоидов, и у растений, но степень смутности может быть разной. Ситуация похожа на введение степеней бесконечно малых. Можно выразиться так, что и у эгоидов, и у растений определенность изображений внутренних экранов бесконечно мала, но у растений это k-й порядок малости, в то время как у эгоидов — (k+1)-й порядок малости. Кстати говоря, Лейбниц в свое время вводил идею порядка бесконечных именно для того, чтобы выразить уровни смутности-ясности монад (как уже отмечалось, у Лейбница эгоидами были все те физические целостности, за которыми находились свои собственные монады, — например, физические атомы).

Далее я буду предполагать следующие постулаты Теории Life в приложении к объяснению земных форм бытия:

Постулат Царств

Есть четыре основных царства земного типа бытия — неорганическая материя, растительное царство, животное и человеческое [1].

Постулат типов

Для каждого из этих царств характерен свой глобальный тип материи-сознания, который можно символизировать как состояние ∞^k — бесконечность в степени k, где k — целое число.

Постулат единицы

Следующее царство обладает типом материи-сознания на единицу более мощным, т. е. если m-е царство обладает типом ∞^k, то (m + 1)-царство — типом ∞^{k+1}.

физической материи к такому типу более индивидуализированно-целостной материи приближаются, возможно, атомы, в то время как элементарные частицы и молекулы уже являются либо менее целостными, либо менее индивидуальными (вспомним хотя бы о тождественности элементарных частиц в случае так называемых «запутанных» (entangled) состояний, послуживших основой для формулировки ЭПР-парадокса).

[2] Конечно, современная биологическая таксономия предполагает гораздо более сложную картину организации биологического многообразия, в рамках которой становятся нечеткими и могут проблематизироваться границы различных царств природы. И все же, как представляется, принципиальное деление на отмеченные крупные царства этим еще не отменяется. Здесь можно использовать следующую аналогию. Граница между водой и сушей на побережье океана никогда не бывает четкой, особенно если все более приближаться к ней и видеть все более мелкие детали. И в то же время, взлетев достаточно высоко на самолете, вы увидите практически абсолютную линию, четко отделяющую две стихии. Таким образом, вопрос четкости и реальности — во многом вопрос масштаба. Но все уровни масштаба реальны, в том числе и самые глобальные. Микроскоп не отменяет телескопа, но каждый раскрывает свою сторону реальности.

Постулат животного типа

Впервые *конечной определенностью* начинают обладать изображения на персональных экранах у животных.

Последний постулат расшифровывается так, что конечность (конечная определенность) может быть представлена как нулевая степень бесконечного, т. е. ∞^0. Пояснить это можно таким образом, что, по-видимому, только у животных впервые возникают во внутреннем мире конечные изображения — конечное восприятие пространства и времени, конечного числа объектов и т. д. Животный разум впервые порождает различимую определенность внутренних миров, но эта определенность еще конечная, ограниченная малыми окрестностями состояния «здесь и сейчас».

Из приведенных выше постулатов можно вывести следующую шкалу типов материи-сознания для четырех земных царств: неорганической материи соответствует тип ∞^{-2}, растительному царству — тип ∞^{-1}, животному царству — тип ∞^0, и человеческому царству — тип ∞^1. Таким образом, у человека определенность достигает 1-й *бесконечно большой* степени, связанной, например, с возможностью образования *актуально бесконечных* изображений (идей) на своих экранах. Это же свойство должно быть связано, по-видимому, с обладанием собственным индивидуальным разумом, который впервые может начать самостоятельную деятельность.

Традиция выделения слоев-уровней развивающейся материи и жизни — также одна из достаточно распространенных тем в истории западной философии и науки. Достаточно упомянуть об эманациях неоплатоников, разных природах Эриугены, об уровнях синтезов все более высоких порядков в диалектической философии Гегеля, образующих ступени развивающегося абсолютного духа, и т. д. В современной философии и науке происходит своего рода возрождение этих уровневых конструкций с привлечением уже обширного эмпирического материала. Это, например, стадии развития интеллекта в генетической психологии Жана Пиаже, пирамида потребностей Абрахама Маслоу, уровни развития сознания в моделях спиральной динамики[1], идеи разных направлений холизма и системного подхода, опирающихся на принципы все более высоких уровней организации бытия, т. д. В своем интегральном подходе американский философ Кен Уилбер, работы которого уже были отмечены выше, обобщает

[1] См., напр.: *Graves Ch.* Human Nature Prepares for a Momentous Leap // The Futurist. 1974. April. P. 72—87; *Graves Ch.* Summary Statement. [Электронный ресурс]. URL: http://www.clarewgraves (дата обращения 21.01.2010); *Beck D. E., Cowan C. C.* Spiral Dynamics. Blackwell, 1966. В моделях спиральной динамики выделяются все более высокие уровни развития сознания, каждый из которых символизируется своим цветом. Например, «синий» уровень — это сознание, которое абсолютизирует какие-то групповые ценности; «оранжевый» символизирует научный и формально-рационалистический подход к миру, «зеленый» уровень характеризуется возникновением плюрализма, открытости на иное, но здесь недооценивается значение интегральных принципов и т. д.

и координирует все такого рода классические и современные теории уровневого развития в идее вертикальных уровней эволюции холонов.

Замечу, что для предшествующих утверждений Теории Life, когда речь шла о понимании жизни как Эго, обладающего *определенными* изображениями в своих экранах, теперь можно уточнить (в применении к земным формам жизни), что определенность следует понимать как мощность изображений внутренних экранов, начинающихся с типа ∞^{-1} и выше.

Итак, получаем такую таблицу (см. табл. 25).

Таблица 25

Типы изображений персональных экранов для разных уровней бытия

Уровень бытия	**Степень определенности изображений персональных экранов**
неорганическая материя (атомы)	2-я степень бесконечной малости
растения	1-я степень бесконечной малости
животные	конечная степень
человек	1-я бесконечно большая степень

Собственное живое тело появляется у растительных форм жизни, выражая таким образом 1-ю степень малости определенности изображений своих экранов. С этой точки зрения, хотя живое тело использует физическую материю для своего строительства, но само оно выражает принцип иного уровня бытия, чем уровень неорганической материи. Живое тело экстериоризирует 1-ю малость определенности внутренних изображений, в то время как физическая материя неживых тел (для эгоидов) экстериоризирует 2-ю степень малости определенности внутренних изображений.

В связи с этим, наряду с уровнями определенности внутренних изображений, можно предположить существование соответствующих *уровней материальности*, через которую проявляют себя на внешнем экране («экстериоризируют») соответствующие состояния внутренних изображений. *На каждый вид сознания приходится свой вид материи.*

Здесь можно ввести следующие обозначения. Материю, экстериоризирующую k-ю степень бесконечно большой определенности внутренних изображений, можно называть k-*материей*. Поскольку k-я степень бесконечно малого — это (−k)-я степень бесконечно большого, то в итоге получим следующие уровни материи для указанных уровней бытия (см. табл. 26).

(−2)-материя — это пока единственная известная современной физической науке материя (точнее говоря, физика работает с эгоидной и анэгоидной мате-

Таблица 26

Виды материи разных уровней бытия

Уровень бытия	Вид материи
неорганическая материя (эгоиды)	(−2)-материя
растения	(−1)-материя
животные	0-материя
человек	(+1)-материя

рией неорганического царства, но я пока для простоты оба этих случая буду обозначать символом (−2)-материальности), теория которой в рамках современных объединительных теорий физики, возможно, приближается сегодня к своему завершению.

Проблема живого тела уже простейших форм жизни ставит перед наукой одновременно проблему нового вида материальности, который выражает хотя и спящее, но не столь глубоко спящее, как у неорганических элементов, сознание [1].

Итак, возвращаясь к определениям растительной формы жизни, следует отметить, что живое тело этих форм во внешнем экране представлено некоторой «смешанной» материей, которое включает в себя и физические атомы, возможно, выражающие принцип (−2)-материи, а также элементы и целостности из (−1)-материи. Эти две материи некоторым образом должны быть скоординированы между собой, образуя единое живое и физически воплощенное тело. Такое тело должно иметь как структурную, так и функциональную специфику. В частности, это может быть «диагональная» природа живой телесности, способная всегда выйти за пределы имитируемости любого теста Тьюринга относительно (−2)-материи [2]. В то же время сам факт присутствия иного типа материальности должен выражаться и в моменте *полной неимитируемости* этого состояния средствами (−2)-материальности, возникающей в силу возникновения некоторых эмерджентных качеств (−1)-материи как принадлежащей более высокому уровню организации.

[1] Здесь я предполагаю ту достаточно очевидную вещь, что возникновение сна проявляется в уменьшении определенности изображений внутренних экранов живого существа — вот почему более неопределенные типы сознания можно было бы иллюстрировать состоянием сна. По-видимому, сон без сновидений — еще более неопределенное состояние сознания (система изображений внутреннего экрана спящего), чем сон со сновидениями. Если сон со сновидениями можно было бы сопоставить животному сознанию, то сон без сновидений — растительному и неорганическому эгоидному сознанию.

[2] См., напр.: *Моисеев В. И.* Интервал Тьюринга и имитация интеллекта // Новое в искусственном интеллекте: Методологические и теоретические вопросы / Под ред. Д. И. Дубровского и В. А. Лекторского. М.: ИинтеЛЛ, 2005. С. 216—218.

В физическом мире все виды материи если и присутствуют, то только в «смешанном» состоянии вместе с (−2)-материей. По-видимому, (−1)-материя «смешана» с этой материальностью в телах всех живых организмов, в том числе и растений. 0-материя должна в какой-то форме присутствовать только в телах живых организмов, обладающих восприятием, чувством и желанием как основными функциями «животной души». Поскольку эти функции в наибольшей мере выражаются специализированными афферентными органами чувств (глазами, ушами, языком, кожными покровами и т. д.), нервной системой, поперечно-полосатой мускулатурой, железами внутренней секреции, то, по-видимому, где-то здесь, «близко» к этим органам, должна находиться и 0-материя. Что же касается (+1)-материи, которая выражается в функциях «разумной души» — мышлении, речи и т. д., то она, как представляется, должна в первую очередь образовывать «смеси» с физическим веществом человеческого мозга. До некоторой степени состояние (−2)-материи должно выражать в своих не вполне обычных свойствах во всех этих областях живого тела природу иных видов материальности. Например, физическое вещество *живого* мозга должно быть смешанным с (−1)-, 0- и (+1)-материальностями, обнаруживая, по-видимому, одно из самых странных состояний физической материи в нашем мире.

Следовательно, физика жизни оказывается *физикой многоуровневой реальности*, в которой сосуществуют миры разных типов материальности, так что «приготовление» живого организма на нижних уровнях требует проявления на этом уровне материальности более высоких уровней. Вот почему теория жизни столь непроста и до сих пор не получила своего достаточного развития. Сначала, по-видимому, физическая наука должна выйти за границы изучения одного уровня материальности, прежде чем она станет физикой многослойной реальности — физикой жизни. Развитие современной физики, по-видимому, впервые подходит к реальной постановке этой задачи.

§ 4. Слои-уровни материи-сознания

Попытаемся кратко охарактеризовать разные виды материальности, имея в виду определение этих видов материи как способов экстериоризации на общем экране разных состояний сознания. Здесь следует иметь в виду следующую кажущуюся достаточно очевидной закономерность: *Чем более проясняется сознание, тем более активно и индивидуально оно себя проявляет*.

(−2)-*материя*. Поскольку этот вид материи выражает наиболее «спящее» состояние сознания, в котором определенные изображения представляют собою образования второго порядка малости, то чистая (−2)-материя должна быть выражением максимальной пассивности и обезличенности. По-видимому, именно такую материальность в наибольшей мере описывает ряд принципов классических разделов физики, — таких, например, как механика Ньютона и линейная равновесная термодинамика. В качестве стартовых законов в этих разделах выступают закон инерции и закон неубывания энтропии. Именно эти состояния — движение по инерции и невозрастание порядка — по-видимому, наиболее естественны для (–2)-материи, которая выражает собою «коматозное» сознание эгоидов. Эгоиды «спят» и потому без внешних воздействий склонны к инерции и хаосу.

Появление сил, упорядоченных структур и индивидуальных различий физической материи можно трактовать как результаты усилий внешнего эго по борьбе с небытием хаотически-обезличенной (ан)эгоидной[1] материи. Следовательно, внутри (–2)-материи появляется некоторый принцип, идущий от внешнего эго и не вполне выражающий пассивную природу этой материальности. Так рождается, например, трехэтажная динамика (–2)-материи: на первом уровне господствует принцип (ан)эгоидов как некоторая автономная активность (1-й закон Ньютона (закон инерции) и 2-й закон термодинамики для локальной изолированной системы), на втором уровне возникает активность как некоторый принцип силы, отклоняющий от автономной активности (2-й закон Ньютона в механике и законы неравновесной термодинамики для локальных открытых систем), и, наконец, на третьем уровне происходит возврат к закону автономности, но на большем масштабе физической ситуации (третий закон Ньютона в механике и 2-й закон термодинамики для среды в термодинамике). Такая динамика отражает двойную природу (–2)-материи, вклады в активность которой идут со стороны (ан)эгоидов и внешнего эго.

Наконец, и внешнее эго не везде одинаково проявляет свою природу. По-видимому, господство внешнего эго минимально в сфере действия классической статистической физики и нарастает по мере удаления от нее. В рамках описываемой модели можно предположить, что внешнее эго обладает очень развитой субъектной природой, выражаемой высокоопределенной системой изображений внешнего экрана. И там, где эта структура изображений проявляется как таковая, в наиболее чистом виде, там в большей мере проявляются субъектно-целесообразные основания (–2)-материи[2]. Наоборот, чем более проявляет себя природа замкнутых в себе (ан)эгоидов, тем более они «смазывают» четкие и упорядоченные изображения внешнего эго, погружая их в более смутное *статистическое* бытие[3]. На макроуровне, особенно в сфере применимости класси-

---

[1] Под выражением «(ан)эгоидный» я буду иметь в виду выражение «анэгоидный или эгоидный».

[2] Интересны с этой точки зрения разного рода принципы экстремальности, которые составляют в современной физике (наряду с теорией симметрии-инвариантности) наиболее высокие уровни теоретического аппарата. В период своей формулировки в XVII—XVIII вв. обсуждение этих принципов сопровождалось бурной полемикой по поводу их значения, и общее мнение складывалось таким образом, что эти принципы выражают высший разум природы, действующий всегда наиболее оптимальным образом. Позднее, с господством материализма, физики стали рассматривать эти принципы просто как удобную фикцию, не имеющую своих онтологических оснований.

[3] Здесь следует иметь в виду, что самость — как выражение природы эго — в большей мере выражает себя у эгоидов на уровне индивидов (например, отдельных атомов). Что же касается совокупностей эгоидов и анэгоидов, то на эти совокупности самость отдельных эго эгоидов распространить себя не в состоянии, и усилить самость совокупностей (ан)эгоидного бытия может только внешнее эго.

ческой статистики жидкостей и газов, (−2)-материя, по-видимому, в наибольшей степени выражает природу хаотического (ан)эгоидного бытия. Здесь максимум целостности по-прежнему принадлежит эгоидам (атомам?), в то время как их совокупности или части (анэгоиды) обладают преимущественно «рыхлой» природой ослабленной целостности-индивидуальности.

По мере продвижения к «краям» хаотического мира — в сторону классической механики, микромира и мегамира — возникают эффекты целостности, альтернативные (ан)эгоидной самости. На микроуровне атомы сами оказываются составными сущностями, и на первый план выходит принцип субатомных целостностей. На уровне мегамира, наоборот, атомы уже слишком далеко внизу, и также возникают некоторые надатомные целостности. Кроме того, и в самом макромире современная физика не ограничивается классическими разделами, открывая состояния материи, которые проявляются в специфических условиях и начинают до некоторой степени напоминать материю в составе тел живых организмов. Это разного рода диссипативные системы, изучаемые в синергетике. Принципы организации таких систем основаны на «кооперативных эффектах» с элементами дальнодействия, более адекватно выражаемые средствами нелинейной неравновесной термодинамики.

Можно предположить, что все такие «не-(ан)эгоидные» типы целостности имеют своим источником природу внешнего эго и потому обладают уже более субъектным характером. Так, на границах физического мира (−2)-материя начинает обнаруживать не столь пассивный и хаотический характер, в большей степени напоминая «витализированную» и организованную природу живой материи.

Интересно, что деление на классическое-неклассическое в физике оказывается не вполне совпадающим с вкладами атомов и внешнего эго в итоговую природу (−2)-материи. Вначале, в механике Ньютона, физика изучала скорее ту часть физической реальности, которая больше определялась активностью внешнего эго.

Разделы классической статистической физики появились позднее, но именно они в большей степени выражают объектно-хаотическую природу физического бытия. Правда, само статистическое знание также неоднородно. Природу (ан)эгоидного хаоса вообще трудно выразить теоретическими средствами. Он выражается скорее правилами интерпретации статистической теории, в то время как ее законы и структуры вновь выражают некоторые надатомарные целостности, идущие от внешнего эго.

Наконец, в неклассической физике субъектность вновь возвращается в физическое знание.

(−1)-*материя*. Эта материя наиболее ярко проявляет себя в живых телах растительных организмов. Принципы бытия растения — питание, рост, размножение, формообразование. Естественным для (−1)-материи является уже не закон инерции, но закон роста. (−1)-материя спонтанно и самопроизвольно стремится к росту, и нужно приложить силу, чтобы успокоить эту материю. Не покой, но движение оказывается первичным принципом этой материальности.

Растения — замечательные «химики». Они обладают удивительной способностью к распознаванию полезных и вредных веществ, к проведению виртуозных химических реакций. Вырастая из (−2)-материи, они преображают ее, поднимая до некоторого «витализированного» состояния. (−1)-материя должна обладать *возможностями* для осуществления подобной метаболической активности.

Замечательна роль полимеров, особенно белков, в строительстве и функционировании любого живого тела[1]. Например, ферменты представляют собою своего рода *химических операторов*, действующих на *химическом пространстве*. Метаболизм — это разветвленная система таких операторов, которые осуществляют практически недостижимые силами (−2)-материи преобразования. Следовательно, здесь мы имеем дело с некоторым метаболическим субъектом, определенном на химических положениях дел и использующим в качестве своих органов разного рода химические операторы[2].

(−1)-материя должна быть согласована с телесностью метаболического субъекта. Возможно, она представляет собою некоторый *метаболический метаоператор*, который может быть разложен в систему все более частных операторов, самые элементарные из которых уже могут быть реализованы на ферментах. Такой метаоператор в свою очередь окажется одной из реализаций метаболического пространства-времени. В любом случае мы стоим здесь перед проблемой некоторой «стратегической химии», которая оперирует не отдельными реакциями, но некоторыми целостностями («метареакциями», химическими «метаоператорами»), реализующимися целыми последовательностями и системами химических трансформаций.

Здесь можно провести аналогию с языком. Например, русский язык строится из букв, они объединяются в слова, слова — в предложения, предложения — в тексты. Чем отличаются в этом случае языковые пространства для человека, знающего и не знающего русский язык? Человек, не знающий язык, не сможет

---

[1] Здесь я хотел бы отметить тот факт, что в естественных условиях космоса органические полимеры встречаются в исчезающих количествах, и только живые тела (земных?) организмов накапливают их в огромных концентрациях. Это уже наводит на мысль, что органические полимеры хотя и могут быть получены из неорганических соединений, но сама (−2)-материя этого практически не делает. Эксперименты по синтезу здесь ничего не доказывают, поскольку сами эти эксперименты проведены были живыми существами (синтезировав мочевину, Вёлер лишь доказал, что живое существо может синтезировать органическое соединение из неорганических, но затем этот эксперимент стали трактовать так, словно органические соединения могут самопроизвольно (без участия живых существ) возникать из неживой материи в достаточных для формирования биосферы количествах). Таким образом, уже значительные запасы органических полимеров могли бы послужить примером (−1)-материи.

[2] О метаболическом субъекте см.: *Моисеев В. И.* Синергетика и проблема единства живой и неживой природы // Синергетика. Труды семинара. Том 4: Естественнонаучные, социальные и гуманитарные аспекты. М.: Изд-во МГУ, 2001. С. 187—209.

построить правильный текст на этом языке, хотя ему могут быть известны все буквы алфавита. Знающий язык сможет из букв составлять слова, из слов — предложения и т. д. У этого человека в его «внутреннем мире» будет находиться некоторое иное языковое пространство, чем у незнающего язык. Это пространство будет состоять из уровней (для букв, слов, предложений, текстов), и для каждого уровня будет определено некоторое языковое единое, аспектами которого будут только правильно построенные тексты этого уровня. Это будет многообразие не всех вообще возможных элементов этого уровня, но только «правильно построенных».

Теперь представим, что вместо букв мы имеем химические элементы, на которых может быть записан «текст» живого тела. Однако внешнее Эго не знает правил этого языка, и своими силами оно не в состоянии набрать какой-то текст этого языка, хотя все элементы будут в наличии. Растительный подсубъект любого живого организма, знающий язык, сможет, используя химические элементы, создать такой текст живого тела. Следовательно, он будет обладать некоторым иным, чем внешнее Эго, химическим пространством, в рамках которого будут заданы «правильно построенные» химические элементы разных уровней. Нижние элементы могут оставаться теми же, которые использует и внешнее Эго. Оно также может использовать некоторый химический язык на тех же буквах, но этот язык гораздо проще, например, он не поднимается выше коротких слов и предложений.

(−1)-материя должна будет каким-то образом выражать химическое пространство живого тела, в котором могут быть построены длинные слова, предложения и тексты на некотором биохимическом языке, использующем свои «правильно построенные» выражения. В качестве измерений этого пространства мог бы выступить некоторый базисный набор правил порождения биосинтаксиса на разных уровнях. (−1)-материя, среди прочего, должна была бы определяться в пространстве, состоящем из этих правил порождения как своих измерений.

Итак, можно предположить, что метаболизм мог бы выражаться средствами некоторого «биохимического пространства», и тогда (−1)-материя должна быть также определена в рамках этого пространства. Хотя биохимическое пространство надстраивается над химическим пространством, но полностью к нему не сводится. Например, биохимическое пространство обладает множеством уровней организации и предполагает возможность таких трансформаций, которые не реализуются в рамках (−2)-материи. Именно такие траектории требуют участия разного рода химических процессов сопряжения, идущих в живых организмах[1].

Как связан с определимостью в биохимическом пространстве тот факт, что (−1)-материя экстериоризирует на общем экране именно 1-ю степень малости

[1] О роли химических процессов сопряжения в живых системах см.: *Моисеев В. И.* Философия биологии и медицины. М.: Принтберри, 2007.

определенных изображений персонального экрана? Здесь можно заметить, что биохимическое пространство в некотором смысле «интегрирует» химическое пространство, надстраиваясь над ним как система более интегральных уровней организации. В этом смысле «биохимизм» представляет собой «интеграл» обычного химизма внешнего экрана, а интеграл от 2-й степени малости даст 1-ю степень малости.

Наблюдая за формой растений, мы повсюду видим древовидную структуру, выражающую самоподобие органической формы. Из всех органических форм особенно растительные формы таковы, что любая их часть потенциально содержит в себе целое, так что в пределе вегетативный морфогенез укоренен в некоторой фрактально-голографической среде, где все проникает во все, и только ограниченные ресурсы (−2)-материи сдерживают это буйство самоподобия органической формы. Следовательно, (−1)-материя должна обладать голографической природой.

Интересно, что в основе метаболизма лежит цикл [1], который может как выделять в себе подциклы, так и входить в состав более обширных метаболических циклов. В целом метаболизм предстает как многоуровневая система циклов, до некоторой степени также обладающая самоподобием. Работа этих циклов, по мнению ряда авторов [2], организована периодически и лежит в основании биологических ритмов и собственного времени организма. Таким образом, это скорее не циклы, а спирали, так что в организации метаболизма, возможно, заложена некоторая суперспиральная (спирали разных порядков) организация многообразия.

Наконец, органическая форма достаточно определенно выделена из окружающего пространства и представляет собою как бы некоторое малое пространство внутри пространства среды. А там, где свое пространство, там и свое время, и можно предположить, что живое тело строится не просто как множество элементов в общем пространстве среды, но как некоторое малое пространство-время, расположенное внутри физического пространства-времени. Ввод извне необходимых веществ оказывается одновременно определением этих соединений в своем пространстве-времени. Наоборот, вывод переработанных веществ наружу предстанет как их «прорыв» из внутреннего пространства-времени.

Так в органической форме должна будет возникнуть полярность «ввода-вывода». Та часть формы, которая будет обеспечивать «ввод», дает положительный рост формы, это как бы (+)-форма. Наоборот, часть формы, ответственная за «вывод», будет давать отрицательный рост формы и предстанет как (−)-форма полной формы. Так любая органическая форма окажется единством двух функциональных полюсов. Учитывая самоподобие органической формы, эта биполярность органической формы распространится на все ее части.

---

[1] *Игамбердиев А. У.* Логика организации живых систем. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1995. С. 27.

[2] *Гудвин Б.* Временная организация клетки. М., 1966; *Сельков Е. Е.* Анализ иерархической организации полиферментных систем // Методологические и теоретические проблемы биофизики. М.: Наука, 1987. С. 86—95.

Тело растения — это (−1)-материя в наиболее чистом виде. Вот почему форма растения в основе своей древовидна. Древовидность — это иерархический аспект выражения «спиральной» организации органической формы.

Здесь было бы интересно проанализировать конкретные формы растений[1].

В целом, (−1)-материя живого тела предстает как некоторое морфометаболическое малое пространство-время, обладающее свойствами самоподобия и суперспиральной организации. Такая структура (−1)-материальности является своего рода «интегралом» структурной организации (−2)-материальности.

О двух оставшихся видах материи судить пока довольно трудно. Гораздо легче здесь будет высказаться о соответствующих видах сознания. Виды сознания, кстати говоря, можно обозначать теми же степенями, что и виды материи: (−2)-сознание, (−1)-сознание, 0-сознание и (+1)-сознание. Возможно, характеристика структуры сознания вообще имеет смысл с 0-сознания, когда впервые возникают конечные определенные изображения персональных экранов.

0-*сознание и 0-материя*. В этом сознании впервые начинают возникать более или менее определенные изображения в форме восприятий и представлений. По-видимому, здесь все конечно: конечное пространство, конечное время, конечное число объектов.

Но хотя бы конечный синтез впервые позволяет *пережить* событие, сопоставив его прошлое (будущее) и настоящее состояние. Возникают разного рода эмоции и желания, которые недолго существуют, сменяясь новыми[2]. Возможно, пределом чистого 0-сознания является совершенно произвольная среда представления, в которой потенциально содержатся любые образы («пространство абсолютной фантазии»). Элементы этой среды выступают как условные субъектные заряды в отношении друг к другу, проявляясь силами симпатии и антипатии. Симпатия приводит к сближению зарядов, антипатия — к их отдалению друг от друга[3]. Так в этом пространстве-времени группируются близкие комплексы сущностей, способные образовывать относительно замкнутые подпространства-времена. При воплощении в физическом мире среда свободного 0-сознания, по-видимому, сильно ограничивается условиями «привязывания» генерации образов к работе афферентных органов чувств. Некоторый намек на былую свободу остается в способности представления и фантазии.

Трудно пока четко выразить, в какого рода материальности выражает себя 0-сознание. Например, это произвольная поперечно-полосатая мускулатура или нервная ткань. Или вообще *животная* телесность. Может быть, это некоторая стремительная способность к раздражению и возбуждению, некоторый

[1] См., напр.: *Моисеев В. И.* О некоторых принципах биологического многообразия // Философия биологии: вчера, сегодня, завтра. М.: ИФРАН, 1996. С. 135—147.

[2] О реконструкции ряда аффектов в рамках развиваемой мной модели субъекта см.: *Моисеев В. И.* Опыт реконструкции определения аффектов в «Этике» Спинозы // Философия науки. Вып. 8: Синергетика человекомерной реальности. М., 2002. С. 302—322.

[3] О концептах так называемой «субъектной динамики» см.: *Моисеев В. И.* Логика Добра. Нравственный логос Владимира Соловьева. С. 264—279.

разлитый в ткани быстрый отклик, когда волны бегут по всей массе живой ткани от места раздражения. Растительная телесность неспособна к быстрому макродвижению, а здесь в любой момент может образоваться быстрое и направленное изменение формы. Животная ткань, пронизанная нервами, возможно, в особой степени выражает 0-материю. Эта трепетность, чувствительность и волновая природа животной телесности экстериоризируют страстность, эмоциональную и образную насыщенность свободного 0-сознания.

(+1)-*сознание и* (+1)-*материя*. Это сознание нам наиболее близко, являясь типично человеческим сознанием. К ресурсам представления-переживания 0-сознания здесь добавляется бесконечность — способность *разума* как бесконечного обобщения, способность *высшей чувственности* как чистой гармонии, способность *нравственности* как идеальной жизни. Открывается в сознании платоновский мир идей и первообразов бытия, и среди всех идей особенно сияет идея «я». Рождается способность самосознания и рефлексии, а значит — разделения реальности на субъект и объект (я и не-я). Возможно, в наиболее чистом виде (+1)-материя была бы многоуровневой и многогранной реальностью, в которой были бы иерархии элементов все более высоких и низких порядков, венчаемые сверху и снизу своими пределами. И каждое состояние здесь было бы пронизано бесконечностью и антиномичностью. Так освобожденная природа (+1)-материи явила бы себя некоторым Абсолютным Ментальным Многообразием, выражаемым языком Абсолютной Проективно Модальной Онтологии[1].

И вот когда (+1)-сознание воплощается в физической реальности, то оно, по-видимому, реализует себя в материальности человеческого мозга. Наверное, в полушариях и извилинах, сером и белом веществе мозга следует искать выражение (+1)-материальности. Единицами этой материальности являются нейроны, главная особенность которых — огромное число отростков. Может быть, это простейшие источники синтеза с множеством своих аспектаций-мод, на многообразии которых образуется многоуровневая и многомерная сеть новых возможных модусных перекомбинаций? Так или иначе, но (+1)-материальность, выражая по возможности природу (+1)-сознания, должна представлять собою некоторую «протейную» среду, которая способна временами оформляться системой тех или иных определенностей и временами «расплавляться», растворяя в себе все выделенные формоострова. По-видимому, нечто подобное обеспечивает нейрональная среда человеческого мозга. Эта среда должна давать средства для чрезвычайно гибкого и обратимого конструирования бытия, когда в любой момент может возникнуть некоторая структурированность, и в любой момент она способна вновь «рассосаться» в безвидную неопределенность.

[1] О понятии ментального многообразия и Проективно Модальной Онтологии см.: *Моисеев В. И.* Логика всеединства. М.: ПЕР СЭ, 2002; *Моисеев В. И.* Логика Добра. Нравственный логос Владимира Соловьева. С. 295—300; *Моисеев В. И.* Проективно-модальные структуры диалога «Парменид» Платона // Credo New. СПб., 2007. № 2. С. 38—62.

В этих переходах мы видим движения между целым-неопределенностью и его аспектами-определениями. Так (+1)-материальность мозга должна обеспечить некоторый «код бытия», средствами которого можно записать и стереть имя любой определенности. Этот код должен выражаться средствами некоторого необыкновенно выразительного ментального многообразия, реализуемого на нейронах (гипотеза *проективно-модальной* природы мозга).

Пытаясь выдерживать идею порядка в отношениях видов сознания и материальности, необходимо будет помнить, что в некотором смысле 0-материя-сознание является *вторым*, а (+1)-материя-сознание — *третьим* «интегродифференциалом» физической (–2)-материи-сознания.

Если брать ряд состояний внутреннего мира, характерного для основных типов бытия — неорганических объектов, растений, животных и человека, то можно для них предположить следующие параметры персональных экранов:

эгоидная материя: изображения порядка M^{-4} во внутренности галактики с верхним параметром M^{-3};

растения: изображения порядка M^{-2} в галактике с верхним порогом M^{-1};

животные: изображения порядка 1 в галактике с M;

человек: изображения порядка M^2 в галактике с верхним порогом M^3.

Здесь величина M^2 играет роль бесконечности, степени которой рассматривались выше, при характеристике уровней сознания-материи. Благодаря такой структуре у человека возникает впервые возможность самоподобия, т. е. галактика с M^2 может моделировать галактику с M^3. M^2 выражает границу рефлексивного экрана. В принципе человек может и далее осуществлять рефлексии внутри галактики с M^2, но это не будет такой же рефлексией, как в случае некоего «сверхчеловеческого» сознания, когда могли бы возникнуть изображения порядка M^4 внутри галактики с верхней границей M^5. Здесь будут две рефлексии — первая с экраном M^2, вторая с экраном M^4. У человека по-настоящему обеспечена только первая рефлексия ($M^4 \to M^2$), вторая и последующие рефлексии носят уже более формальный характер.

Какие теперь категории бытия можно связать с этими состояниями сознания? Я предлагаю такой ряд.

Неэгоидная материя: *суммативность* физического бытия.

Эгоидная материя: *целостность* физического бытия.

Растения: *недифференцированная самость* внутреннего мира. Впервые самость появляется в растительной форме жизни как начало «своего» бытия, отличного от бытия среды, но пока эта самость еще дана как *недифференцированный внутри себя принцип*. Именно такая самость и выражается, по-видимому, в изображениях внутреннего мира *первой* степени малости. В связи с этим возникает потребность и в своем внутреннем, которое впервые сообщается с телом, требуя «тела жизни», которое несет психофизический код, изоморфный онтологическому коду (см. ниже параграф «К проблеме биологической аксиоматики»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 467 и далее).

нет главы «Субъектный логос в психологии»; есть параграф «Субъектный логос в психологии Юнга»!

Животные: *конечная дифференцированная самость*, т. е. самость впервые получает здесь дифференциацию, но только конечную, что выражается в конечных изображениях внутреннего мира.

Человек: *первая бесконечная дифференцированная самость*. Бесконечность выражает себя как рефлексивный экран галактики с верхней границей M^2.

Далее я хотел бы обратиться к идее чувства как типа бытия.

Согласно модели субъектных онтологий (см. выше параграф «Субъектные онтологии и Теория Life»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 256 и далее, и ниже главу «Субъектный логос в психологии»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 596 и далее), можно выделить такие основные виды чувства, как:

- восприятие (ощущение, впечатление) — выражается в данности положений дел и их многоединств Δu;
- переживание — выражается в аффектах переживания, где центральную роль играет переживание изменения степени себя $\Delta\psi$;
- желание — в идеале это вектор градиента ψ, т. е. $\mathrm{grad}\psi$;
- (не)одобрение — переживание самих степеней себя ψ и т. д.

В целом, пытаясь обобщить все эти формы чувства, я бы — вслед за Лосевым[1] — попытался бы дать такую формулу, что чувство — такой тип отношения я и не-я (в рамках сверх-я), когда я пронизывает собой не-я, так что не-я выступает как мера (число, количество) я. Это значит, что *не-я дается как мера я, что и составляет суть переживательности*. Ткань я вообще переживательна, и когда она проникает в не-я, то дается как опредмеченное переживание, через которое я постигает я-подобную природу не-я.

Итак:

чувство = не-я как *мера* я.

Под мерой можно понимать как скалярную меру, и тогда получаем $\Delta\psi$ и ψ, так и векторно направленную меру, получая $\mathrm{grad}\psi$.

Ощущение — выражение мысли в чувстве, и тогда возникает проблема, что есть мысль.

Вновь вспоминая Лосева, можно предположить, что мысль в большей мере подразумевает отделенность не-я от я[2], так что не-я дается в отношении к я более внешне и объектно (скорее как качество («наличное бытие»), чем как количество-мера). Таким образом, можно было бы принять, что

[1] Лосев, как известно, определяет чувство как выразительную форму интеллигенции, которая объемлет полюса самореферентного смысла (интеллигенции) и его а-смысловой выразительной среды, в которой оба полюса взаимопроникают друг друга, так что инобытие я порождается здесь самим я. С другой стороны, волю (стремление) Лосев определяет как момент становления я в не-я в чистой (довыразительной) стихии самой интеллигенции — см., напр.: *Лосев А. Ф.* Форма — Стиль — Выражение / Сост. А. А. Тахо-Годи; общ. ред. А. А. Тахо-Годи и И. И. Маханькова. М.: Мысль, 1995. С. 21—31. В обоих этих определениях мы видим повышенное взаимопроникновение полюсов я и не-я.

[2] См. определение познания у Лосева как гипостазированного полюса не-я, противопоставленного я в составе довыразительной интеллигенции (Там же. С. 23—25).

мысль = не-я как *объект* я.

Конечно, это определение необходимо соединять с идеей разума как бесконечных изображений внутреннего мира.

Соединяя определения чувства и животного сознания, можно было бы дать следующее определение животного чувства:

животное чувство = чувство + конечная дифференцированная самость =
= конечная дифференцированная я-мерность,

под чем можно понимать такую конечную среду самости, в которой полюс не-я представляет собой виды и формы меры я (скалярные и векторно направленные, становящиеся и ставшие и т. д.).

Конечно, представленный выше текст — это еще достаточно приблизительный набросок, который далее способен многоразлично уточняться и видоизменяться, выражая методологию открытого синтеза. И все же автор надеется, что уже и в этом наброске читатель сможет ощутить масштабность заявленной задачи формирования нового образа витомерной постнеклассической онтологии, в которой феномен жизни поднимается до уровня бытия, являя себя как жизнебытие. Решение, которое было предложено в сближении категорий жизни и бытия, основано на гипотезе онтологических экранов и представления бытия как системы «изображений» на таких экранах. Именно категория «онтологического изображения» на экране бытия позволяет как в некоторой мере «расплавить» формы объектного бытия, приблизив их к более текуче-субъективным определениям внутреннего мира живого существа, так и онтологизировать последний, придав ему более основательный онтологический статус картиномирового экрана и фона бытия. Таким образом, основой сближения полюсов внешнего и внутреннего миров оказывается идея *бытия-изображения*, согласно которой «быть» есть то же, что «быть изображенным» на великом холсте бытия[1]. Параллели с этой концепцией бытия-изображения мы можем найти как в древних традициях восточной философии, где бытие вообще склонно передаваться как система изображений мирового сознания, так и в разного рода традициях западного идеализма — от более объективных его версий у Гегеля и других представителей объективного идеализма до солипсизма Беркли, провозгласившего знаменитый принцип esse percipi («быть — значит быть ощущаемым»). Направление эволюции постнеклассической рациональности, как представляется, до некоторой степени возрождает эту линию, сближая полюса

[1] К сожалению, метафора экрана вызывает ассоциации только с некоторой плоской средой, плоскостью, как это мы видим в случае известных нам видов экранов — школьной доски, листа бумаги, экрана телевизора, дисплея, киноэкрана и т. д. В общем случае, однако, следует иметь в виду, что онтологический экран может быть многомерным (и даже бесконечномерным), воспроизводя многомерные изображения. В таком понимании экран есть вообще среда выразимости, например пространство зрительности или мыслимости в нашем сознании, проецируясь на которое, та или иная еще более многомерная сущность ограничивает и одновременно проявляет-воплощает себя.

субъектного и объектного типов бытия. Проблема в том, чтобы выйти за границы преимущественно гносеологических представлений этой идеи и наметить современными рациональными понятиями ее онтологические определения. Выше была сделана попытка наметить некоторые конструкции такого «постонтологического» проекта.

Хотелось бы также заметить, что конструкция онтологического экрана может быть рассмотрена как существенная онтологическая характеристика определения феномена субъектности-жизни. Живое существо есть такая онтологическая определенность-сила, которая изначально направлена на изобразимость бытия, на воспроизведение своих и иных форм бытия в некоторой среде онтологической изобразимости, в качестве каковой и выступает онтологический экран. Субъект воспроизводит и воспринимает бытие в своем внутреннем мире, для чего он раздваивается на некоторую источниковую и некоторую экранно-фоновую свою часть, где первое воспроизводит-воспринимает себя на втором — на своего рода онтологическом «планшете», если использовать терминологию В. А. Лефевра. С этой точки зрения субъект двуедин — сохраняя свое высшее единство, он удваивает себя на более самобытийный центр и более инобытийную среду, в которой первое способно воспроизвести себя и вернуться к себе, оттолкнувшись от второго и обогатившись некоторым «взглядом извне» на самое себя. Субъект концентрирует себя в одном полюсе, порождает среду своей инаковости внутри себя на другом полюсе и усиливает себя движением между этими полюсами. Онтологические экраны, представляя собой инобытийные стороны («иность») феномена субъектности-жизни, являют себя как «вывернутая наизнанку» собственно субъектная среда («самость»), как ограничивая ее извне, так и сообщая ей возможность своего последующего расширения-роста.

§ 5. Закон развития

Важная проблема теории жизни — проблема *законов*, которые лежат в основании активности живого. Существует ли некоторый Закон Жизни, по отношению к которому различные проявления живых форм являются его бесконечными вариациями? И если современная биология хранит по этому поводу почти полное молчание, то в обыденном сознании и по здравому смыслу вряд ли многие люди затруднятся с ответом на этот вопрос. Имея постоянно перед глазами самих себя, мы остро чувствуем тот высший принцип, который придает смысл каждому нашему шагу и явлению нашей жизни. Каков смысл жизни, зачем все это круговращение бесконечного числа форм?

Ответ, как представляется, таков. *Мы развиваемся, приобретаем опыт, мы растем в самом общем смысле этого слова, обогащая свой внутренний мир и совершенствуя самих себя*. Пускай этот опыт не всегда соответствует положительным оценкам с точки зрения некоторых идеалов. Неустанный поток жизни в конечном итоге находит оправдание и смысл всем взлетам и падениям живой души.

Насколько, однако, легко сформулировать Закон Жизни с позиции здравого смысла, настолько же трудно выразить его средствами научного познания. И все же попытаемся хотя бы несколько продвинуться в этом направлении, используя логику и философию экранной теории жизни.

Итак, предполагаем, что есть некоторый *закон развития* всех воплощенных в физическую онтологию форм жизни, который выражается, по-видимому, в некотором совершенствовании центров интеграции («самостей»), объединяющих в себе внутренние и внешние определения жизни. Это совершенствование, с одной стороны, «изображений» внутренних экранов, с другой — совершенствование физического тела на внешнем экране онтологии.

Закон развития может быть разделен на множество более частных законов, каждый из которых властвует в своей сфере или на своей стадии жизненного цикла. По крайней мере, как нам представляется, можно было бы выделить следующие законы—аспекты интегрального закона развития.

1. *Закон подготовки* определяет выражение формы жизни в физической материальности и внутреннем мире данной онтологии и достижение первого взрослого состояния (под формой (формой жизни) или живым существом здесь и далее в этом параграфе мы будем иметь в виду принцип единства живого тела и связанных с ним состояний внутреннего мира). Этот закон можно подразделить на два следующих друг за другом более частных стадиальных закона:

1.1. *Закон рождения* — определяет возникновение *первой стартовой формы* $Ф_0$ со своим выражением на внешнем экране онтологии, которое впервые является физическим представительством данного существа (например, зигота для живых организмов с половым размножением).

1.2. *Закон созревания* — определяет принципы и формы развития стартовой материальной формы $Ф_0$ до ее первого состояния $Ф_{01}$ (*первой зрелой формы*), способной вести первое существование во внешней среде (например, вылупившийся из яйца птенец или новорожденный у млекопитающих).

2. *Закон реализации* выражается в принципах зрелого существования, когда завершается подготовка к данной форме жизни и первая зрелая форма $Ф_{01}$ готова и начинает реализацию своей задачи, развиваясь в *зрелую форму* $Ф_1$, способную вести независимое существование во внешней среде.

Для жизни в среде организм выстраивает систему *афферентных* и *эфферентных органов*[1], позволяющих воспринимать и изменять среду.

В этом законе можно выделить два более частных закона, выражающих стратегии сохранения и развития в процессе жизнедеятельности взрослой формы:

[1] *Афферентные органы* — органы, позволяющие живому существу ощущать-воспринимать внешний мир, например глаза у человека. Наоборот, *эфферентные органы* — органы, позволяющие организму воздействовать на внешнюю среду, тем или иным образом изменяя ее (таковы, например, руки у человека).

2.1. *Закон сохранения* (*адаптации*) — выражается в способности оставаться живым, сохранять наиболее оптимальное существование в меняющихся условиях внешней среды.

2.2. *Закон цели* — определяет задачу и цель данного жизненного цикла, которую организм будет стремиться достигать на протяжении своей жизни (например, найти пару и оставить потомство).

3. *Закон удаления* диктует правила и принципы разрыва связи той или иной формы жизни с физическими определениями онтологии по завершении задачи жизненного цикла. Здесь зрелая форма Φ_1 переходит в состояние *финальной формы* Φ_2. Этот закон проявляется в земной биологии, например в существовании наследственных факторов старения и смерти.

Все эти законы определяют стадии и сферы жизненного цикла каждого живого существа в идеале, когда каждая из стадий возникает и достаточно осуществляется, перерастая в следующую стадию. Во всех формах жизни мы видим мириады вращений разного рода жизненных циклов, образующих сложные иерархические и переплетенные системы. Интегральный закон развития раскладывается в систему законов развития все более частных форм жизни и пытается реализовать через них свою полноту.

Кроме того, есть разного рода факторы искажения и ослабления индивидуального закона развития, которые с его точки зрения могут так или иначе нарушать логику идеального развития, представляя его как *закон эволюции*. Возможно, лишь с точки зрения Глобального закона развития некоторого интегрального существа эти искажения окажутся необходимыми следствиями «большого» закона.

При воплощении в физическом мире возникает ряд частных законов, выражающих специфику этого мира, в том числе в рамках земных условий существования. Здесь по крайней мере можно было бы выделить следующие законы.

1. *Закон внешней замкнутости* выражается в высокой степени замкнутости и изолированности физического мира (изображений внешнего экрана) от других областей реальности (например, от изображений внутренних экранов).

Закон внешней замкнутости выражается рядом более частных своих проявлений:

1.1. *Закон трудного рождения* (осложненная форма закона рождения) — выражается в повышенной трудности возникновения новых живых тел и сознаний в физической онтологии. По-видимому, эта трудность приводит к тому, что новые тела 1) появляются в повышенно малых и слабых формах (а новые сознания — в повышенно смутном состоянии), которые затем требуют более длительного периода созревания (осложнение закона созревания), и 2) новые живые тела рождаются через уже существующие живые тела материнских организмов, что, по-видимому, также облегчает рождение — не надо прилагать усилий по «витализации» неорганической материи будущего тела, так как в пределах материнского тела материя уже «оживлена».

1.2. *Закон сопряжения* (осложненная форма закона адаптации) — связан с повышенной сложностью прямого выражения активности внутреннего мира живого существа в физической онтологии. Ответом на эту проблему является решение использовать саму физическую энергию для отклонения от ее естественного направления реализации в разного рода *процессах сопряжения*[1].

1.3. *Закон абсурда* (утяжеление закона цели) — выражается в ослаблении момента целесообразности в земных формах жизни, повышенной сложности достижения каждого нового шага развития и легкости разрушения полученных достижений (асимметрия созидания и разрушения, уже выражаемая физическим законом неубывания энтропии).

1.4. *Закон смерти* (осложненный вариант закона удаления) — в силу высокой изоляции физической онтологии разрыв связей с нею выражается существенными потерями для живого существа, например полным разрушением физической составляющей живого тела и, возможно, кардинальной перестройкой (исчезновением?) изображений внутреннего экрана[2].

2. *Закон белкового тела* — одна из физически-земных форм закона реализации, которая выражается в необходимости строить физическую основу тел земных форм жизни на белковой основе. Одним из следствий этого закона является:

2.1. *Закон гомеостаза*, вызванный узким интервалом оптимального функционирования белковых форм (структурных белков и ферментов) и необходимостью поддерживать постоянство внутренней среды живого тела при более или менее значительных колебаниях внешней среды.

Другим следствием закона белкового тела является:

2.2. *Закон белковой наследственности*, реализуемой на основе нуклеиновых кислот.

Итак, согласно закону развития-эволюции, жизненная форма возникает в нашей физической онтологии, образуя свое белково-нуклеиновое тело и внутренний экран, достигает зрелой формы, стремится сохраниться и выполнить свою жизненную задачу, в итоге завершая жизненный цикл, что приводит к разрушению тела и, возможно, исчезновению внутреннего экрана и его изображений.

Столь очевидный образ живого до сих пор, однако, не может получить своего адекватного выражения в науке. Приведенные выше законы и их трактовка имеют своей целью приблизить нас к подобным формулировкам, вновь согласуя научное знание и феноменологию живого.

---

[1] См.: *Моисеев В. И.* Философия биологии и медицины. С. 34—39.

[2] Насколько любая форма жизни должна быть смертной? Возможны ли потенциально бессмертные формы жизни? Это непростые вопросы, на которые теоретическая биология так или иначе тоже должна дать свой ответ. Эмпирически смерть является практически повсеместным законом земных форм жизни, но сам факт, что человека всегда интересовала проблема бессмертия, и сегодня делаются новые попытки бороться со смертью и старением средствами современной науки, — все это позволяет подозревать в человеке глубинную веру в некоторую неабсолютность закона смерти.

Заметим, также, что разные вариации закона развития могут давать различные *возможные биомиры*, в которых разрешено было бы мыслить самые разные формы жизни и вариации закона развития (например, формы жизни с небелковыми телами или рождающиеся вне тел родительских организмов). С этой точки зрения, теоретическая биология должна быть наукой не об одном из возможных биомиров, как это во многом складывается в современной биологии, которая ограничена наблюдением только земных форм жизни, но некоторым универсальным теоретическим знанием, положения которого должны быть верными во всех возможных биомирах.

Глава 2
На пути к теоретической биологии

§ 1. Плерональные многообразия в биологии

В общем случае для выражения основных конструкций теоретической биологии нам нужна некоторая среда, что-то вроде биологического пространства-времени, в рамках которого можно было бы выразить основные активности живого. В силу того что эта активность охватывает как мир материальный (res extensa), так и мир состояний сознания (res cogitans), мы нуждаемся в некоторой синтетической структуре, которая позволила бы соединить в себе оба этих вида активности. В первом приближении основным проявлением материальной активности является *перемещение* в пространстве, в то время как наиболее специфический вид ментальной активности — «*мышление*» (в широком смысле изменения состояний «внутреннего мира»). Следовательно, биологическое пространство-время по крайней мере должно соединять в себе структуры векторного пространства и булевой алгебры. Не претендуя на окончательный вариант построения подобного рода структуры, попытаемся хотя бы первоначальный ее вариант выразить средствами *многополюсного количества* и вообще конструкциями *плеронального многообразия*, элементы теории которого уже приводились выше.

Для того чтобы приблизиться к построению подобной структуры, попытаемся вначале понять, каковы могут быть *принципы выражения* фундаментальных биологических активностей — метаболизма, эмбрионального развития, поведения, эволюции — средствами некоторых подходящих структур, включающих в себя структуры многополюсного количества и множества сопутствующих конструкций.

1. *Метаболизм*. Для описания метаболизма как системы химических трансформаций необходимо в первую очередь выразить в некотором обобщенном виде те или иные химические соединения. По-видимому, в общем случае любое такое соединение представляет собою некоторую комплексную многополярную систему. Например, атом водорода, состоящий из протона и электрона,

можно представить как некоторое двуполюсное количество, в котором полюса нуля и бесконечности представляют собою состояния протона и электрона. Ядра атомов, в которых существуют n протонов, связанных сильными взаимодействиями, можно представить как n-полярные количества. Кроме того, каждый из этих n полюсов входит в состав двуполюсного количества вместе с электронами. «Склеивая» между собою разные многополюсные количества в рамках определенной «архитектуры», будем получать более сложные комплексные многополярные системы, структурой которых можно передавать в общем случае те или иные виды определенностей, например различные химические соединения. Такие многополюсные комплексы, скоординированые со структурой R-окружности, я буду, как и ранее, называть *плеронами* — единицами полноты. В том числе разного рода 2n-ады — примеры простейших плеронов. В этом случае химические реакции можно представлять как *трансформации плеронов*, выражаемые, например, перестройкой архитектуры плерона, соединением нескольких отдельных плеронов в интегральный плерон (реакции синтеза) или, наоборот, распадом одного плерона на несколько более частных (реакции анализа). Следовательно, метаболизм можно пытаться описывать в рамках такого плеронального многообразия, средствами которого можно выразить любой плерон. Периодическая система химических элементов — это система базовых химических плеронов, на основе которых выстраивается архитектура («тектоника») все более сложных химических плерональных структур.

2. *Эмбриогенез*. Эмбриональное развитие органической формы также протекает в некотором комплексном пространстве, средствами которого необходимо выражать, например, число клеток, их расположение в пространстве, генетические связи между собою, качество дифференцировки и т. д. Базовыми плеронами в этом случае выступают, по-видимому, отдельные клетки. Пытаясь выразить тип дифференцировки отдельных клеток, возможно, придется выражать эти базовые плероны как комплексные многополюсные количества, подобные химическим атомам, но организованные на более высоком уровне биологических качеств. В каждый момент времени органическая форма предстанет как сложная система многоуровневых равновесий более простых плерональных структур. Развитие формы во времени выразится как трансформация такого сложного плерона, предполагающая, по-видимому, этапы де- и споляризаций более простых плерональных структур.

3. *Поведение*. Деятельность организма в среде можно в простейшем случае пытаться передать в форме траектории в некотором многомерном абстрактном пространстве степеней свободы. Поскольку, как уже отмечалось выше (см. параграф «Пространство как многополюсное количество»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 206 и далее), векторное пространство может быть представлено как один из способов организации многополюсного количества, то в этом случае мы также не выходим за границы плерonального многообразия, средствами которого можно описывать метаболизм или эмбриональное развитие. Кроме того, и в поведении возможна своя эстетика, связанная с элементами законченности и гар-

монии, циклами и полярностями. Следовательно, и при описании поведения достаточно будет выразительных средств плеронального многообразия.

4. *Эволюция*. Эволюция создает новые формы, и в этом смысле по средствам описания, по-видимому, подобна эмбриогенезу. Возможно, дополнительная сложность эволюционного развития связана с процессами организации форм крупных таксонов (макроэволюция), но и здесь форма может быть представлена как сложная система полярных начал, находящихся в состоянии многоуровневого равновесия.

Итак, можно предположить, что для выражения основных активностей живых организмов необходимо некоторое многообразие, средствами которого можно представлять различные определенности как более или менее сложные плерональные структуры (плероны).

Попытаемся более конкретно исследовать структуру этого плеронального многообразия.

§ 2. Плерональное описание деления клетки

Попробуем выразить средствами многополюсного количества процесс деления клетки. Положим, что вначале существует одна материнская клетка, а затем она делится на две дочерние клетки. В простейшем случае этот процесс можно представить как разделение одного плерона на два.

Поставим в соответствие материнской клетке трехмерное R-пространство $M_{11} = R^3_M$, образованное обратным R-отображением $y = R^{-1}_M(x)$, где x, y и M — 3-вектора, из обычного трехмерного пространства R^3. Каждому вектору $x = (x_1, x_2, x_3)$ будет поставлен в соответствие новый вектор $R^{-1}_M(x)$ с координатами $(R^{-1}_{M_1}(x_1), R^{-1}_{M_2}(x_2), R^{-1}_{M_3}(x_3))$ в некоторой криволинейной системе координат. В общем случае возможны выборы различных систем криволинейных координат при одних и тех же величинах $R^{-1}_{M_1}(x_1)$, $R^{-1}_{M_2}(x_2)$ и $R^{-1}_{M_3}(x_3)$, откладываемых по координатным линиям в этих системах. Возможно, это разноообразие отражает разноообразие форм симметрии органических форм. Например, в простейшем случае внешняя граница пространства R^3_M могла бы иметь форму сферы (т. е. $M_1 = M_2 = M_3$), а внутри пространства были бы выделены три центральных оси (горизонтальная, вертикальная и боковая), определяющие внутреннюю структуру формы. В центре R-пространства R^3_M находилась бы центральная выделенная точка C — начало системы координат. Вообще надо отметить, что конечные R-пространства, по-видимому, уже не являются однородными и изотропными (с внешней точки зрения). Однородность и изотропность пространства — вообще, по-видимому, результат данности его «изнутри», в L-статусе. Когда же мы сворачиваем пространство в R-пространство, то возникает вложение (M-статус) финитизированного образа пространства во внешнее пространство, относительно которого R-образ оказывается неоднородным и неизотропным. Так неоднородность и неизотропность можно рассматривать как признаки данности пространства в M-статусе. Относительно внешней геометрии появляются выделенные точки и направления. Таковы также полюса R-пространства, т. е. точки $(R^{-1}_{M_1}(x_1), R^{-1}_{M_2}(x_2), R^{-1}_{M_3}(x_3))$, где хотя бы одна координата x_i равна бесконечности. Хотя в трехмерном пространстве эти полюса могут быть не «склеены» между собою, но в некотором абстрактном пространстве многополюсного количества возможно именно такое их представление, в том числе в рамках однополюсной R-окружности. Следовательно, можно предположить существование некоторого *отождествления* между всеми полюсами R-пространства. При геометрической реализации все полюса расходятся, образуя внешнюю поверхность $\partial R^3_M = S^2_M$ R-пространства R^3_M. В некотором смысле эта поверхность дуальна *центру* R-пространства C = (0, 0, 0). Следовательно, в отношениях центра и внешней поверхности мы получаем отношение, напоминающее отношение нуля и бесконечности в двуполюсном количестве. Эту аналогию можно реализовать, рассмотрев расстояние r_A от точки A внутренней среды R-пространства до центра C. Такое расстояние изменяется от нуля до R-образа бесконечности, располагаясь на положительной половине двуполюсного количества. С этой точки зрения R-пространство может быть представлено как диада $(r_A, r_A) = (r_A, r_A, 0, M)$, образованная из двух первых координат тетрады. Расстояние r_A как первая координата диады выражает расстояние от центра R-пространства. Наоборот, расстояние $M-r_A$, символизируемое второй координатой диады, выражает ту же точку, но выраженную расстоянием от внешней поверхности R-пространства как обобщенного полюса R-бесконечности. Таково возможное описание пространства материнской клетки.

Деление материнской клетки на две дочерние клетки следует рассматривать как деление R-пространства. Попробуем описать возможный механизм подобного процесса.

С точки зрения двуполюсного количества, деление клетки выступит как деление этой количественной системы, в которой вместо имеющихся полюсов нуля и бесконечности постепенно выделятся новые полюса двух новых количеств. Наиболее обычной пространственной организацией процесса деления клетки является случай деления, когда новые центры образуются по разные стороны от центра материнской клетки. Следовательно, принципы пространственной организации процесса деления должны включать в себя идею «положительного» и «отрицательного» направлений, по которым организуются новые центры относительно старого центра. Тогда механизм процесса деления нужно описывать в терминах полного двуполюсного количества, включающего в себя как положительную, так и отрицательную свои половины. Следовательно, при делении пространство клетки должно выражаться не только расстоянием от центра клетки, но и *направлением* этого расстояния по некоторой выделенной оси. Так мы приходим к необходимости введения такого понятия, как «ось деления» l_D — отрезка R-прямой (длины 2M в случае сферического R-пространства), проходящего через центр C и оканчивающегося полюсами +M и −M на внешней поверхности R-пространства. Например, это может быть одна из центральных осей R-пространства. Математически такая организация R-пространства должна выражаться всей тетрадой, а не только ее половиной. Пусть C^+ и C^- — два новых центра, где C^+ лежит на расстоянии $+r$, а центр C^- — на расстоянии $-r$ от центра C клетки. Выделение этих центров в системе количества материнской клетки можно выразить тетрадой (r, M, r, M), если предположить, что новые центры отсчитываются только от центра C, или тетрадой (r, r, r, r), если отсчет этих центров ведется и от C, и от внешней поверхности R-пространства. Расстояние r должно в идеале делить надвое однознаковую протяженность материнского двуполюсного количества, в связи с чем наиболее естественно предположить, что $r=M/2$ — точке равновесия между прямым 0-количеством и обратным ∞-количеством.

С каждым новым центром оказывается связанным свое R-пространство и свое количество от $-\infty$ до $+\infty$, которое «упаковано» в количество между нулем и бесконечностью в системе материнского количества. Для выражения отношений двух количеств вновь введем *битетрады* $<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})>$, в которых первая тетрада (a_0, b_0, c_0, d_0) выражает материнское количество, вторая тетрада $(a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})$ — количество дочерних клеток. До деления дочерние количества «потенцированы» как самостоятельные системы, проявляясь как только части материнского количества. Обозначим через $\pm\exp(a, b, c, d) = (\pm\exp(a), \pm\exp(b), \pm\exp(c), \pm\exp(d))$ экспоненциальную тетраду, которая выражает двуполюсное количество, «сжатое» между нулем и бесконечностью. Ноль здесь играет роль плюс или минус бесконечности, плюс или минус единица — роль нуля. Первоначально дочерние количества даны в материнском количестве (a_0, b_0, c_0, d_0) как «свернутые» состояния $\exp(a^+_{-1}, b^+_{-1}, c^+_{-1}, d^+_{-1})$ — для положительного центра C^+, и $-\exp(a^-_{-1}, b^-_{-1}, c^-_{-1}, d^-_{-1})$ — для отрицательного центра C^-. Введем 1-*ю реализацию* битетрады $<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a_{-1}, b_{-1}, c_{-1}, d_{-1})>$ в виде

$$r_1<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a^+_{-1}, b^+_{-1}, c^+_{-1}, d^+_{-1})> = (R^{-1}_M(a_0), R^{-1}_M(b_0), R^{-1}_M(c_0), R^{-1}_M(d_0)),$$

где $r_1(a^+_{-1}, b^+_{-1}, c^+_{-1}, d^+_{-1}) = (R^{-1}_M(\exp(a^+_{-1})), R^{-1}_M(\exp(b^+_{-1})), R^{-1}_M(\exp(c^+_{-1})), R^{-1}_M(\exp(d^+_{-1})))$.

Это означает, что при такой реализации проявляется только материнское количество, в то время как «положительное» дочернее количество «свернуто» экспоненциальным отображением в положительную половину этого количества.

Аналогично для «отрицательного» дочернего количества получим следующие условия реализации:

$$r_1<(a_0, b_0, c_0, d_0), (a^-_{-1}, b^-_{-1}, c^-_{-1}, d^-_{-1})> = (R^{-1}_M(a_0), R^{-1}_M(b_0), R^{-1}_M(c_0), R^{-1}_M(d_0)),$$

где $r_1(a^-_{-1}, b^-_{-1}, c^-_{-1}, d^-_{-1}) = (R^{-1}_M(-\exp(a^-_{-1})), R^{-1}_M(-\exp(b^-_{-1})), R^{-1}_M(-\exp(c^-_{-1})), R^{-1}_M(-\exp(d^-_{-1})))$.

Деление можно выразить как постепенное «высвобождение» «потенцированных» дочерних количеств. По-видимому, вначале идет процесс «актуализации» дочерних количеств, когда они проявляются в экспоненциальном виде (это период дробления), и лишь затем каждое из дочерних количеств вполне «расправляется», становясь самостоятельной системой.

Период дробления можно выразить следующей 2-*й реализацией* битетрад:

$$r_2\langle(a_0, b_0, c_0, d_0), (a\pm_{-1}, b\pm_{-1}, c\pm_{-1}, d\pm_{-1})\rangle =$$
$$= (R^{-1}_M(\pm\exp(a\pm_{-1})), R^{-1}_M(\pm\exp(b\pm_{-1})), R^{-1}_M(\pm\exp(c\pm_{-1})), R^{-1}_M(\pm\exp(d\pm_{-1}))).$$

Такая запись означает, что «материнское» количество уже полностью потенциализировано, а «дочерние» тетрады проявляют себя в экспоненциальном виде.

Наконец, этап обретения полной независимости «дочерними» количествами можно выразить введением 3-*й реализации* битетрад:

$$r_3\langle(a_0, b_0, c_0, d_0), (a\pm_{-1}, b\pm_{-1}, c\pm_{-1}, d\pm_{-1})\rangle =$$
$$= (R^{-1}_M(a\pm_{-1}), R^{-1}_M(b\pm_{-1}), R^{-1}_M(c\pm_{-1}), R^{-1}_M(d\pm_{-1})).$$

В этой записи выражается полная потенциализация «материнской» тетрады при «развернутом» и «свободном» выражении «дочерних» тетрад. Интересно, что переход от 2-й реализации к 3-й можно выразить действием логарифмирования:

$$\ln_r(r_2\langle(a_0, b_0, c_0, d_0), (a\pm_{-1}, b\pm_{-1}, c\pm_{-1}, d\pm_{-1})\rangle) =$$
$$= \ln_r((R^{-1}_M(\pm\exp(a\pm_{-1})), R^{-1}_M(\pm\exp(b\pm_{-1})), R^{-1}_M(\pm\exp(c\pm_{-1})),$$
$$R^{-1}_M(\pm\exp(d\pm_{-1})))) = (R^{-1}_M(\ln(\exp(a\pm_{-1}))), R^{-1}_M(\ln(\exp(b\pm_{-1}))),$$
$$R^{-1}_M(\ln(\exp(c\pm_{-1}))), R^{-1}_M(\ln(\exp(d\pm_{-1})))) = (R^{-1}_M(a\pm_{-1}), R^{-1}_M(b\pm_{-1}),$$
$$R^{-1}_M(c\pm_{-1}), R^{-1}_M(d\pm_{-1})) = r_3\langle(a_0, b_0, c_0, d_0), (a\pm_{-1}, b\pm_{-1}, c\pm_{-1}, d\pm_{-1})\rangle.$$

С точки зрения геометрии процесс деления выражается в образовании двух «дочерних» R-пространств, которые выделяются внутри первоначального «материнского» R-пространства и имеют в качестве своих центров точки C^+ и C^-. На первоначальных этапах деления геометрия «дочерних» R-пространств скоординирована с геометрией «материнского» R-пространства (этап 1-й реализации), и эта координация продолжает сохраняться при постепенном исчезновении «материнского» R-пространства (2-я реализация). Наконец, «дочерние» R-пространства теряют свою координацию, приобретая равновесную геометрию «материнского» R-пространства, что выражает процедуру логарифмирования «дочерних» пространств.

Если «дочерние» клетки в свою очередь способны к делению, то в системе их количества также должны будут присутствовать экспоненциальные тетрады «2-дочерних» количеств. Интересно, что если эти количества попытаться выразить в «материнском» количестве, то мы получим биэкспоненциальные тетрады $\pm\exp(\pm\exp(a_{-2}, b_{-2}, c_{-2}, d_{-2}))$, которые будут еще более плотно «упакованы» в «материнском» количестве, чем «1-дочерние» тетрады. Области «упаковки» «2-дочерних» тетрад будут связаны с областями определения экспоненциальных отображений $\pm\exp(\pm\exp(x))$, которые мы встречали при описании сложений k-й степени (см. выше параграф «Операции сильнее и слабее сложения»;

наст. изд., т. I, кн. 2, с. 178 и далее). Продолжая эту идею и далее, можно будет говорить о «k-дочерних» количествах и R-пространствах, которые, возможно, будут присутствовать в «материнских» структурах во все более «свернутом» и потенцированном виде, одновременно будучи связаны с областями определений экспоненциальных отображений $\pm\exp(\ldots\pm\exp(x)\ldots)$. Так R-пространство живой формы обнаружит самоподобную организацию, потенциально скрывающуюся в ней и готовую высвободиться в процессах размножения.

В предложенном выше описании плерональное описание клетки было связано с введением R-пространства и выделением в нем оси деления. Клетка во многом может быть представлена в процессе деления как двуполюсное R-количество, организованное на оси деления. Плерон описывается в этом случае как двуполюсное R-количество. Деление оказывается рядом преобразований (реализация, логарифмирование) на парах плеронов, которые выражаются битетрадами. Пространство политетрад ${}^{\infty}F_2$, расширяющее множество поличисел, оказывается в этом случае одним из средств выражением плеронального многообразия. Кроме того, могут быть привлечены структуры спиральных пространств и топики. Например, вложение дочерних пространств в материнское можно описывать как некоторую топику (см. выше параграф «Онтологическая топика»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 218 и далее).

§ 3. Плерональное представление метаболизма

Основой метаболизма является цикл, когда существуют два направления превращений между соединениями A и B: A → B и B → A, и, как правило, каждое из направлений превращения обеспечивается собственными ферментами. Можно было бы предположить, что с метаболическим циклом A ↔ B связано свое двуполюсное количество, в котором соединениям A и B сопоставлены полюса 0 и ∞ этого количества. Иными словами, любой метаболический цикл можно рассматривать как плерон двуполюсного количества. Система метаболических реакций, организованная как сложная система циклов, может быть представлена в форме соответствующей системы многополюсных количеств. Рассмотрим здесь некоторые примеры для иллюстрации этой идеи.

Во-первых, в метаболических циклах прямое и обратное направление являются различными, что как раз придает такой системе циклическую организацию. Например, А. У. Игамбердиев пишет по этому поводу: «Если в отсутствие субстрата конформационные переходы фермента “туда и обратно” осуществлялись по одному пути, то при наличии субстрата они идут разными путями. В результате этого и возникает цикл. Направления AB и BA оказываются совершенно различными»[1].

Затем одна из половин цикла оказывается в идеале идущей по направлению естественного хода природных процессов (например, с падением свободной

[1] *Игамбердиев А. У.* Логика организации живых систем. С. 29.

энергии), а вторая половина должна будет выражать противоположное направление процесса, требующее для своего осуществления процесса сопряжения. Будем далее сопоставлять такому метаболическому циклу двуполюсную R-окружность. Например, модель простейшего метаболического цикла, в котором фермент E взаимодействует с субстратом S и образует продукт P, т. е. появляются два направления $S \to P$ и $P \to S$ и два основных реагента S и P, — может быть выражена двуполюсной R-окружностью с полюсами 0 и $\pm M$. Полюс 0 можно сопоставить с субстратом S, полюс $\pm M$ — с продуктом P. Но по какому направлению — правому или левому — нужно выразить переход от субстрата к продукту? Договоримся здесь о следующем правиле. Будем выражать естественное направление движения, сопровождающееся падением потенциала и возрастанием соответствующих степеней себя, положительным («правым») направлением обхода R-окружности, выражаемым направлением $-M \to 0 \to +M$ возрастания величин. Если в качестве такого направления рассматривать естественное направление природных процессов, то естественные для живого организма направления движений будут выражены противоположным («левым») направлением $+M \to 0 \to -M$. Но в «системе отсчета» самого организма все будет выглядеть прямо противоположным образом.

Итак, если, например, переход от субстрата S к продукту P требует процесса сопряжения, то это «левое» движение по циклу $0 \to -M$, и для его проведения потребуется другой цикл, в котором «правое» направление $0 \to +M$ будет «толкать» «левое» направление исходного цикла. Если указанные циклы выражать R-тетрадами $(R^{-1}_M(a), R^{-1}_M(b), R^{-1}_M(c), R^{-1}_M(d))$ — для цикла $S \leftrightarrow P$ и $(R^{-1}_{M^*}(a'), R^{-1}_{M^*}(b'), R^{-1}_{M^*}(c'), R^{-1}_{M^*}(d'))$ — для сопряженного с ним цикла, то протекание реакции $S \to P$ можно передать ростом третьей координаты от нуля до $-M$ в тетраде $(R^{-1}_M(a), R^{-1}_M(b), R^{-1}_M(c), R^{-1}_M(d))$, а сопряженный цикл задать соотношением

$$\begin{aligned}(R^{-1}_{M^*}(a'), R^{-1}_{M^*}(b'), R^{-1}_{M^*}(c'), R^{-1}_{M^*}(d')) &= -f(R^{-1}_M(a), R^{-1}_M(b), R^{-1}_M(c), R^{-1}_M(d)) = \\ &= -(f_1R^{-1}_M(a), f_2R^{-1}_M(b), f_3R^{-1}_M(c), f_4R^{-1}_M(d)) = \\ &= (f_3R^{-1}_M(c), f_4R^{-1}_M(d), f_1R^{-1}_M(a), f_2R^{-1}_M(b)),\end{aligned}$$

где $f = (f_1, f_2, f_3, f_4)$ — функция, действующая на тетрады по правилу: $f(a, b, c, d) = (f_1(a), f_2(b), f_3(c), f_4(d))$, все f_i — строго возрастающие функции.

В этом случае $R^{-1}_{M^*}(c') = f_1R^{-1}_M(a)$, т. е. рост третьей координаты в тетраде $(f_3R^{-1}_M(c), f_4R^{-1}_M(d), f_1R^{-1}_M(a), f_2R^{-1}_M(b))$ будет одновременно ростом первой координаты в сопряженной тетраде $(R^{-1}_{M^*}(a'), R^{-1}_{M^*}(b'), R^{-1}_{M^*}(c'), R^{-1}_{M^*}(d'))$, что выражает «правое» вращение сопряженного цикла. В частном случае $M^* = \infty$, и тогда «сопряженный» цикл размыкается в линию вещественной прямой, так как $R^{-1}_{M^*}(x) = x$ при $M^* = \infty$. Этот случай можно интерпретировать как необратимый (линейный) характер естественного направления природных процессов. Хотя организм может использовать участки естественных процессов для вращения своих циклов, но сами эти участки линейны и лишь сопряжены с циклическими «неестественными» метаболическими процессами. Здесь мы сталкиваемся с чрезвычайно интересной идеей.

Можно предположить, что химический процесс обладает своей «геометрией», в частности «кривизной». Пока можно отметить, что органические процессы как правило более «искривлены» по сравнению с неорганическими процессами. «Кривизна» живого химизма выражается в циклической организации метаболизма, циклы которого вращаются линейными (необратимыми) составляющими неорганических процессов. Особая ситуация возникает в том случае, когда линейные отрезки естественных процессов «погружаются» в состав искривленной геометрии метаболизма. Возможно, такого рода «искривление» линейных неорганических реакций выражается в их воспроизведении в форме ферментативных аналогов. Сам принцип фермента выражает идею разнообразных траекторий между одними и теми же точками химического пространства, что уже представляет конструкцию искривленности и возможной цикличности.

Если метаболический цикл имеет n промежуточных состояний (вместе с начальным и финальным состоянием), то его структуру следует выражать n-полюсной R-окружностью и 2n-адой, в рамках которой может быть уже более сложная организация отдельных двуполюсных количеств. Например, цикл Кребса (цикл лимонной кислоты или цикл трикарбоновых кислот) включает в себя 9 промежуточных состояний: цитрат (C), цис-аконитат (A), изоцитрат (I), α-кетоглутарат (K), сукцинил-CoA (S*), сукцинат (S), фумарат (F), 1-малат (M) и оксалоацетат (O). На примере этого цикла мы можем увидеть хорошую иллюстрацию множества естественных реакций, которые воспроизведены своими «органическими аналогами» в форме соответствующих ферментативных реакций. Дело в том, что в результате всех реакций цикла Кребса происходит полное окисление двух ацетильных углеродов до CO_2 и H_2O, и цикл на многих этапах содержит реакции, идущие с падением свободной энергии. За один оборот цикла генерируется 12 макроэргических фосфатных связей, причем одна из них образуется в самом цикле, а 11 — в результате окисления NADH и $FADH_2$.

В силу разделения прямой и обратной реакций, в метаболическом цикле возврат к одному соединению не обязательно сопровождается обнулением всех вкладов свободной энергии по всем реакциям цикла. Наряду со структурной цикличностью один оборот метаболического цикла может содержать ненулевой прирост свободной энергии, выступая в итоге в единстве циклического и линейного параметров как виток спирального изменения. Следовательно, пытаясь смоделировать эту спиральность средствами многополюсного количества, можно предположить существование не просто R-окружностей, но R-*спиралей*, построенных на R-окружностях как на своих циклических составляющих (не будет ли здесь аналогии с топологическими модами суперструн в физике, представляемых как результат спиральной намотки струны на циклическое измерение?).

Наконец, метаболические циклы способны к разного рода трансформациям, среди которых особо можно выделить 1) бифуркации, 2) шунтирования циклов и 3) образование гиперциклов. Рассмотрим вкратце эти процессы в терминах многополюсных количеств.

По поводу образования бифуркаций А. У. Игамбердиев, например, пишет: «Диссиметризация обратимой ферментативной реакции, разделение ее на две практически необратимые реакции, составляющие цикл, открывают возможность порождения бифуркаций. Для окислительно-восстановительного цикла это имеет место преимущественно в окислительной ветви. Оксидаза менее специфична, чем дегидрогеназа, и, следовательно, обычно работает быстрее. При усилении метаболического потока возможно его расщепление, но расщепление уже не только путей туда и обратно, но и разветвление пути в одну сторону <...> Очевидно, в процессах, характеризующихся снижением свободной энергии, возникают условия для появления очень маловероятных путей превращения, что создает предпосылки для бифуркаций» [1]. Следовательно, бифуркации более вероятны в «правых» направлениях R-окружностей, если интерпретировать эту идею средствами многополюсного количества. Попробуем выразить бифуркацию в этих терминах.

Пусть дана R-окружность, описываемая R-тетрадой ($R^{-1}_{M}(a)$, $R^{-1}_{M}(b)$, $R^{-1}_{M}(c)$, $R^{-1}_{M}(d)$). Если, например, бифуркация происходит на «правой» ветви R-окружности, описываемой первой координатой $R^{-1}_{M}(a)$, то ее можно выразить как образование двух «правых» половин, по каждой из которых может пойти рост количественного процесса. Надо отметить, что такого рода способность к бифуркации заложена вообще в природе R-количества. Например, уже тот факт, что точки из внутренности базовой галактики G(0) одновременно могут быть рассмотрены и как образы обратного R-отображения $y = R^{-1}_{M}(x)$, неспособные выйти за границы величин $\pm M$ и как элементы вещественной оси, способные выйти за любое конечное число. Уже эта двойственность точек базовой галактики выражает идею возможной бифуркации в поведении этих точек. Каждая точка оказывается одновременно принадлежащей множеству Q-систем и способна переходить из одних систем в другие. Такова, по-видимому, и природа точек бифуркации, которые соединяют в себе принадлежность множеству сценариев развития. Если, например, даны два R-отображения $y_1 = R^{-1}_{M_1}(x)$ и $y_2 = R^{-1}_{M_2}(x)$, то возможен случай одного образа $y = R^{-1}_{M_1}(x_1) = R^{-1}_{M_2}(x_2)$ при разности прообразов x_1 и x_2. В этом случае величина y может быть представлена и как $R^{-1}_{M_1}(x_1)$ из количества $\mathrm{rng}R^{-1}_{M_1}$, и как величина $R^{-1}_{M_2}(x_2)$ из количества $\mathrm{rng}R^{-1}_{M_2}$. Точнее говоря, здесь нужно было бы рассмотреть некоторое ментальное многообразие, в котором представления $R^{-1}_{M_1}(x_1)$ и $R^{-1}_{M_2}(x_2)$ оказались бы двумя модами некоторой модусной величины y. Благодаря этому возможны переходы от одной моды к другой, описываемые соответствующими интегродифференциалами. Итак, в R-анализе возможны переходы между разными R-системами при внешнем сохранении величины. На основе такого «межгалактического» перехода следует, по-видимому, описывать и процессы бифуркации.

---

[1] *Игамбердиев А. У.* Логика организации живых систем. С. 34—35.

Кроме бифуркаций, может возникать шунтирование метаболических циклов, т. е. замыкание в малый цикл части первоначального цикла. Такого рода процесс можно описать образованием m-полюсной R-окружности из n-полюсной R-окружности, где $m < n$. Например, если дана R-гексада, описывающая 3-полюсную R-окружность, то из нее можно выделить R-тетраду, которая будет описывать новую окружность, замкнувшую два соседних полюса 3-окружности. В этом случае произойдет перестройка соотношений двух из трех галактик, участвующих в построении 3-полюсной R-окружности. Наряду с шунтированием может быть описан обратный процесс — встраивания малой m-полюсной окружности в n-полюсную. При шунтировании будет происходить замыкание разомкнутой части, при обратном процессе — размыкание ранее замкнутого участка многополюсного количества.

В случае образования гиперциклов мы встречаемся с автокаталитическими циклами второго и более высоких порядков. «Когда некоторое подмножество множества субстратов каталитической системы начинает выполнять функцию матрицы, обуславливающей формирование и возобновление этой каталитической системы, возникает структура, названная гиперциклом[1]. Она является обобщенной структурой самовоспроизводящейся метаболической системы. Гиперцикл построен из автокатализаторов, или циклов воспроизведения, которые объединены посредством циклического катализа, т. е. посредством еще одного автокатализа, наложенного на систему. Таким образом, гиперцикл основан на нелинейном автокатализе (второго или более высокого порядка). Многие нуклеотиды являются косубстратами (коферментами) многих ферментов, но объединение нуклеотидов в нуклеиновые кислоты создает матрицы для возобновления самих ферментов»[2]. Пытаясь выразить гиперцикл средствами многополюсного количества, следует в первую очередь отметить идею двойного статуса катализатора — он может одновременно выступать и в роли продукта своего катализа. Если катализатор в нашей модели выражается интервалом, соединяющим полюса, а субстрат-продукт — полюсами многополюсного количества, то для выражения автокатализа следует ввести некоторое отношение *двойственности полюсов и межполюсных интервалов*. Для n-полюсной R-окружности C_n можно ввести двойственную ей n-полюсную R-окружность C_n^*. Обе окружности будут связаны тем соотношением, что полюса C_n соответствуют межполюсным интервалам C_n^* и межполюсные интервалы C_n полюсам C_n^*. Далее эту относительность можно расширить, предположив, что полюсам могут отвечать не только интервалы, но и целые R-окружности. Соединяя эти конструкции, мы, по-видимому, могли бы приблизиться к задаче выражения гиперциклов средствами многополюсных количеств. Гиперцикл первого порядка — это просто автокаталитический цикл, способный быть выраженным парой двойственных R-окружностей. В первой окружности C_2 катализатор, например, представлен

[1] См.: *Эйген М., Шустер П.* Гиперцикл. Принципы самоорганизации макромолекул. М.: Мир, 1982.

[2] *Игамбердиев А. У.* Логика организации живых систем. С. 43—44.

как межполюсный интервал, в то время как в двойственной окружности C_2^* — как полюс. Автокаталитический цикл должен будет соединять в себе определения этих двух R-окружностей в форме, например, отождествления одного из полюсов C_2 с тем полюсом двойственной окружности C_2^*, который представляет катализатор. Сопоставляя такую систему двойственных окружностей каждому полюсу n-полюсной R-окружности, мы могли бы моделировать автокаталитический цикл второго порядка.

Представленные выше интерпретации, конечно же, еще весьма далеки от подлинной теоретической модели метаболизма, но все же, как представляется, в конструкциях многополюсного количества можно найти возможные средства для выражения многоуровневой циклической организации метаболизма.

Отталкиваясь от представленных выше примеров, можно предположить, что плерональное многообразие должно обобщать пространство политетрад $^{\infty}F_2$. Простейшим элементом плеронального многообразия является 2n-ада, и в общем случае можно было бы рассматривать *полиады* $\pi\alpha = \{\pi\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\pi\alpha_i$ — $2n_i$-ада, т. е. n может варьировать с изменением i. Тем или иным образом для этих объектов могут определяться *реализации* $r\pi\alpha$. Как и в случае поличисел на полиадах могут быть определены аналогичные операции и отношения (за исключением порядка). Кроме того, на неотрицательные полиады, элементами которых являются 2n-ады с неотрицательными координатами, могут быть покоординатно перенесены логические операции. Такую структуру можно называть *пространством полиад*, обозначая ее символом $^{\infty}pF$. Оно может соотноситься со структурами спиральных пространств в рамках тех или иных топик и антитопик в составе некоторых плерональных многообразий.

§ 4. Закон сохранения энергии и феномен жизни

Попытаемся несколько развить ту мысль, что у живых организмов есть своя энергия. Ее индивидуальность выражается в том, что количество этой энергии, активируемое внешней энергией (например, раздражением), в общем случае не равно количеству внешней энергии. Пусть E_S — внешнее количество энергии (энергия стимула), E_R — внутреннее количество энергии (энергия реакции), вызываемое воздействием стимула. Тогда в общем случае $E_S \neq E_R$, т. е. в общем случае нет простого превращения энергии стимула в энергию реакции с сохранением общего количества энергии. Если, например, $E_S < E_R$, т. е. происходит гипервозбуждение организма под влиянием внешнего воздействия, то

$$E_R = E_S + \Delta,$$

где Δ — это добавляемая к внешней энергии величина внутренней энергии.

На это неравенство можно посмотреть с двух точек зрения.

Во-первых, можно утверждать, что закон сохранения энергии выполняется тривиальным образом, так как общее количество энергии, представленное во всех — пассивных и активных, внешних и внутренних — формах, остается неизменным.

Во-вторых, можно встать и на такую точку зрения, что закон сохранения энергии в данном случае выполнен несколько своеобразно. В самом деле, если бы живого организма не было, но была бы некоторая неорганическая система, то не произошло бы возникновение и той Δ, которая фигурировала в вышеприведенном уравнении. Было бы лишь равенство энергий реакции и стимула: $E_R = E_S$.

Но здесь все не так просто. Физик мог бы ответить: вы с самого начала неполно учли все вклады энергий, и если $E_R = E_S + \Delta$, то введем просто новые энергии стимула, $E_S^* = E_S + \Delta$, и реакции, $E_R^* = E_R$, с точки зрения которых вновь будет выполнен закон сохранения: $E_R^* = E_S^*$.

Чтобы точнее выразить эту ситуацию, можно было бы ввести понятие *трансформированной энергии*. Будем говорить, что энергия E есть *трансформированная энергия* за Δt в системе S, если за время Δt эта часть энергии претерпела превращение из одних форм энергии в другие формы. Оставшуюся часть энергии системы S будем называть *нетрансформированной энергией* за время Δt (далее система S и интервал времени Δt будут предполагаться фиксированными и явно не упоминаться в рамках одного контекста рассуждения).

Закон сохранения энергии предполагает в этом случае такую логику. Если в системе появляется, кроме первоначально учитываемой энергии E_0^1, некоторая новая энергия ΔE, то происходит пересмотр первоначальной энергии E_0^1, и она расширяется до новой первоначальной энергии $E_0^2 = E_0^1 + \Delta E$, чтобы вновь был обеспечен закон сохранения энергии.

При таком подходе закон сохранения оказывается нефальсифицируемым и абсолютным.

Фальсифицировать в этом случае можно только закон сохранения некоторого *вида энергии* E_α, который обладает качественной определенностью и по отношению к которому можно попытаться решать, относится ли ΔE к соответствующему виду энергии или нет.

Здесь можно выделить такие два понятия, как «собственная физическая энергия» и «индуцированная физическая энергия». *Собственная физическая энергия* — это часть трансформированной физической энергии, которая вызывается к превращению физической причиной. *Индуцированная физическая энергия* — это часть трансформированной физической энергии, которая вызывается (или не вызывается) к превращению нефизической (внешней к физической) активностью.

Так вот, для физических процессов, не испытывающих внешние влияния, по определению выполняется не только закон сохранения энергии вообще, но *закон полноты собственной физической энергии* — в превращениях энергии участвует только собственная физическая энергия (трансформированная энергия исчерпывается только собственной физической энергией).

В случае живой системы закон полноты собственной физической энергии мог бы нарушаться. Это могло бы обеспечиваться тем, что часть энергии Δ, которая активируется живой системой, может рассматриваться как вызванная к превращению некоторым нефизическим фактором.

При проверке закона полноты собственной физической энергии и обнаружении некоторой новой энергии ΔE, необходимо вначале обосновать, что эта прибавка также является собственной физической энергией. Только энергия ΔE как собственная физическая энергия может быть прибавлена к первоначальной собственной физической энергии E_0^1, чтобы перейти к новому представлению начальной собственной физической энергии $E_0^2 = E_0^1 + \Delta E$.

Как можно обосновать, что прибавка ΔE относится к тому или иному виду трансформированной физической энергии?

Если, например, удается показать, что прибавка ΔE может устойчиво порождаться только в рамках неестественной для физической онтологии системы связей, и самопроизвольно в этой онтологии прибавка не возникает, то можно повысить вероятность того, что прибавка ΔE принадлежит индуцированной физической энергии.

Итак, можно было бы предположить следующие уточнения.

Закон полноты. Для неорганических систем выполняется закон полноты собственной физической энергии.

Закон неполноты. Для живых систем в общем случае не выполняется закон полноты собственной физической энергии, т. е. не вся трансформированная энергия системы может быть собственной физической энергией.

Закон сохранения. Для неорганических и живых систем выполняется закон сохранения (трансформированной) физической энергии.

Эти положения можно выразить также в следующей терминологии.

Закон сохранения собственной физической энергии можно представить как единство двух принципов:

Принципа сохранения ***количества*** *трансформированной физической энергии*, утверждающего, что общее количество трансформированной физической энергии в системе остается неизменным, и

Принципа сохранения физической каузальности, утверждающего, что только физические факторы являются причинами превращения физической энергии в системе.

В этом случае Закон полноты представляет собой единство Принципа сохранения количества трансформированной физической энергии и Принципа сохранения физической каузальности, в то время как Закон неполноты, принимая Принцип сохранения количества трансформированной физической энергии, отвергает Принцип сохранения физической каузальности.

Не меняя общего количества физической энергии, внутреннее живого существа может извне вторгаться в план физического мира, оказываясь нефизической причиной превращения одних форм физической энергии в другие и таким образом меняя количество трансформированной энергии (в то же время не нарушая закона сохранения!) [1]. Без такого рода вторжения, силами только физической реальности, подобных превращений бы не произошло. Здесь речь идет об изменении количества трансформированной энергии в живой системе относительно количества трансформированной энергии в неживой системе, которая могла бы возникнуть на месте живой системы при ее исчезновении. Но в обеих системах предполагается выполнение закона сохранения трансформированной энергии.

Фактором, влияющим на величину энергии реакции в живой системе, могут быть ценности. Можно было бы записать, что $E_R = f(E_S, V_S)$ — энергия реакции живого организма E_R является функцией от энергии стимула E_S и ценности этого стимула V_S. Например, $E_R = V_S \cdot E_S$. Если ценность стимула мала, т. е. V_S близка к нулю, то даже при большом значении энергии стимула E_S величина энергии реагирования $E_R = V_S \cdot E_S$ будет мала. Или наоборот, если ценность стимула очень велика, то даже небольшие энергии стимула могут вызвать значительную энергию реагирования. Но ценности стимулов находятся во внутреннем мире живого существа, являясь образованиями его личного экрана сознания. Они и могли бы быть теми нефизическими причинами, которые изменяют количество трансформированной физической энергии.

§ 5. Закон роста

Для первых форм жизни — простейших, растений — рост представляет собою нечто центральное, лишь более сложные формы постепенно все более сдерживают закон роста, подчиняя его иным принципам жизни. Можно предположить какой-то общий закон — закон роста, который можно было бы выразить в первичном стремлении всякой живой формы расти, захватывая окружающее пространство. Более того, можно было бы предположить, что, чем больше мера живой формы, тем более она прирастает в своей мере. Это значит, что увеличение меры V подчиняется экспоненциальному закону:

(*) $$V(t) = V_0 \cdot e^{Kt},$$

где K — коэффициент роста.

[1] Подобное решение этой проблемы важно еще в связи с дискуссией об отношении сознания и тела (т. н. mind-body problem) в современной аналитической философии сознания. Здесь одинаково большое влияние играет и признание качественной своеобразности состояний внутреннего мира (т. н. qualia), и принятие закона сохранения энергии. Проблема состоит в совмещении этих двух положений. Я предлагаю разделить закон сохранения физической энергии и каузальную замкнутость физических процессов. Возможно первое без второго, когда активность внутреннего мира проявляется только в изменении величины трансформированной энергии и направлении ее по нефизическим каузальным цепочкам, но общее количество трансформированной энергии остается постоянным. Хотя живое существо создает новое физическое событие, но это событие возникает не из ничего, а как результат трансформации некоторого предшествующего физического состояния.

Закон (*) можно было бы рассматривать как выражение наиболее свободного и автономного режима роста живой формы, как своего рода аналог первого закона Ньютона для органических форм: «При отсутствии внешних сил форма растет по экспоненциальному закону».

Ниже я представлю законы роста как случай обобщенной Ньютоновой субъектной онтологии (см. выше параграф «Обобщенные Ньютоновы субъектные онтологии»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 271 и далее).

Теперь, используя закон (*) как своего рода точку отсчета, мы могли бы сформулировать и идею гетерономной силы роста — как той силы, действие которой выражается в отклонении от автономного роста.

Если мы находим живую форму $\Phi(t)$ в момент времени t с мерой $|\Phi(t)| = V(t)$, то в следующий момент времени $t + dt$, согласно закону (*), форма Φ должна прибавить в своем объеме величину $dV(t) = KV(t)dt$. В этом случае приращение $dV(t)$ можно расценивать как *автономное приращение* $d_AV(t)$.

Итак, точнее говоря, $d_AV(t) = KV(t)dt$. Пусть далее $dV(t)$ — полное приращение к $V(t)$. Тогда *гетерономное приращение* $d_GV(t)$ можно положить равным

$$d_GV(t) = dV(t) - d_AV(t) = dV(t) - KV(t)dt = V'(t)dt - KV(t)dt = \\ = (V'(t) - KV(t))dt.$$

Отсюда окончательно получаем:

$$\frac{d_GV(t)}{dt} = \frac{(V'(t) - K \cdot V(t))dt}{dt} = (V'(t) - KV(t)) = W(t) \text{ — \textit{гетерономная скорость}.}$$

Теперь можно было бы ввести *гетерономную силу* $F_G(t)$:

$$(**) \qquad F_G(t) = mW(t) = m(V'(t) - KV(t)),$$

равную произведению *ростовой инерции* m на гетерономную скорость $W(t)$. Ростовая инерция m выражает степень непроявления гетерономной силы в гетерономной скорости.

Можно было бы предположить такого рода закон в качестве аналога 2-го закона Ньютона для органических форм.

Далее предположим, что живые формы могут быть двух знаков — положительного и отрицательного. Формы положительного знака выражают свой рост в увеличении меры (для них $K > 0$). Формы отрицательного знака — в уменьшении меры ($K < 0$). Приведенные выше рассуждения остаются в силе для обоих видов форм. Нужно лишь допустить, что для (+)форм коэффициент роста $K > 0$, для (−)форм коэффициент роста $K < 0$.

Наконец, предположим, что живые формы разной полярности могут образовывать комплексы $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2)$, где Φ_1 — (−)форма Φ_1, вошедшая в состав Φ, и Φ_2 — (+)форма Φ_2, вошедшая в состав Φ. Предположим, что при образовании замкнутой комплексной формы $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2)$ сумма сил, действующих со стороны формы Φ_1 и Φ_2 друг на друга, становится равной нулю:

(***) $$f_{12} + f_{21} = m_1W_{12} + m_2W_{21} = m_1(V_1'(t) - K_1V_1(t)) + \\ + m_2(V_2'(t) - K_2V_2(t)) = 0,$$

где f_{12} — сила со стороны Φ_2, действующая на Φ_1, f_{21} — сила со стороны Φ_1, действующая на Φ_2. Поскольку Φ_1 — это (−)форма, то $K_1 < 0$. Наоборот, для Φ_2, как (+)формы, $K_2 > 0$.

Величина $f_{12} + f_{21}$ равна

$$(m_1V_1(t)+ m_2V_2(t))' - (m_1K_1V_1(t) + m_2K_2V_2(t)).$$

Пусть

$$m_1V_1(t) + m_2V_2(t) = (m_1 + m_2)V(t) \text{ и}$$
$$m_1K_1V_1(t) + m_2K_2V_2(t) = (m_1 + m_2)KV(t).$$

Отсюда получаем:

$$V(t) = (m_1V_1(t) + m_2V_2(t))/(m_1 + m_2) \text{ и}$$
$$K = (m_1K_1V_1(t) + m_2K_2V_2(t))/(m_1V_1(t) + m_2V_2(t)).$$

Тогда суммарная сила $f_{12} + f_{21}$ могла бы быть представлена в виде $(m_1 + m_2)(V'(t) - KV(t))$. Если бы величина K была константой, то V(t) можно было бы представить в виде $V(t) = V_0 \cdot e^{Kt}$, т. е. как меру $|\Phi|$ сложной формы Ф.

Условие (***) можно рассматривать как своего рода аналог 3-го закона Ньютона — закона равновесия — для случая органических форм.

Пытаясь проиллюстрировать закон роста на конкретных биологических примерах, можно обратиться, например, к кривой роста бактерий, которая может моделироваться так называемой логистической кривой, задаваемой уравнением:

$$V(t) = \frac{b}{1 + ae^{-kbt}},$$

где b — емкость среды, т. е. тот максимальный объем формы, который может допустить среда.

Для логистической кривой имеем уравнение производной $V'(t) = kV(b - V)$. Полагая, что автономный рост выражается в данном случае уравнением $V'(t) = kbV(t)$, получим для гетерономного приращения следующее выражение:

$$d_GV = dV - d_AV = (V' - kbV)dt = (kV(b - V) - kbV)dt = -kV^2dt,$$

откуда $W = -kV^2$ — величина гетерономной скорости, меняющейся на отрезке $[0, -kb^2]$. При V, близком к нулю, т. е. в начале роста, гетерономная скорость и сила близки к нулю, выражая возможность наиболее автономного роста. По мере дальнейшего роста и приближения V к емкости среды b, гетерономная скорость и сила нарастают по абсолютной величине, все более сдерживая автономный рост формы.

Другой иллюстрацией автономного закона роста (*), выражающего первичное стремление живой формы расти, захватывая окружающее пространство, является *опухолевый рост*. В норме клетки многоклеточных животных организмов подчинены очень жесткому контролю в форме разного рода гетерономных сил роста, действующих со стороны целостного организма. По сути многоклеточное существо — это социальная система, в которой каждая дифференцированная клетка выполняет строго определенную функцию. Дифференцированные соматические клетки (зрелые) в норме не делятся, а выработав свой ресурс, погибают и замещаются новыми. Главной отличительной чертой опухолевых клеток, наоборот, является неконтролируемый (автономный) рост и бессмертие.

§ 6. К проблеме биологической аксиоматики

В этом параграфе я хотел бы набросать эскиз возможного теоретического знания в биологии. Я буду пытаться сделать этот набросок в полуформальной аксиоматико-дедуктивной манере, полагая некоторые аксиомы и выводя из них теоремы. Моя задача будет состоять в том, чтобы попытаться показать *возможность* построения теоретической биологии. Как известно, подобные попытки предпринимались в истории биологии и философии неоднократно — достаточно вспомнить «Теоретическую биологию» Эрвина Бауэра [1] или «Аксиоматический метод в биологии» Джозефа Вуджера [2]. Однако эти попытки предпринимались на сугубо материалистической основе, когда живой организм понимался в единстве только его внешне-материальных выражений. Здесь будет сделана попытка использовать более интегративный философский подход, в рамках которого живое существо понимается как единство внутреннего мира и материального тела.

Определение живого

Живой является сущность, которая обладает собственным
внутренним миром.

Пояснение. Такое определение предполагает, что главным в феномене жизни является свойство обладания своим внутренним миром. Именно этот признак рассматривается как первичный и наиболее существенный в определении живого. Все прочие признаки предполагается вывести из него как некоторые следствия, чему и будет посвящен проект данной аксиоматики. Важность идеи внутреннего мира для определения жизни можно было бы подтвердить, например, следующим простым рассуждением. Если бы мы были совершенно уверены (я здесь не рассматриваю причины такой уверенности, являющиеся самостоя-

[1] *Бауэр Э. С.* Теоретическая биология. М.; Л.: Изд-во ВИЭМ, 1935.
[2] *Woodger J. H.* The Axiomatic Method // Biology. Cambridge: University Press, 1937.

тельной проблемой), что у некоторой сущности, например у стола, есть собственный внутренний мир, то этого уже было бы достаточно, чтобы считать эту сущность живой. С другой стороны, даже если бы перед нами была самая совершенная имитация живого, но мы также были бы абсолютно уверены, что у этой сущности нет собственного внутреннего мира, то этого, как представляется, также было бы достаточно, чтобы посчитать эту сущность не живой, а лишь совершенной имитацией живого. Подобное рассуждение можно было бы специально как-то обозначить, например, назвав его *естественной интуицией внутреннего мира*, составляющей интуиции жизни в рамках здравого смысла, не «испорченного» современным редукционистским медико-биологическим образованием. Если мы хотим строить проект теоретической биологии, нам нельзя игнорировать столь распространенную естественную интуицию о природе живого существа [1], но нужно лишь пытаться более рационально и неразрушимо выражать ее средствами того или иного рационального аппарата. Далее и делается такая попытка проекта теоретической биологии, которая бы была совместима с естественной интуицией внутреннего мира.

В качестве возможного дополнительного обоснования важности внутреннего мира для феномена жизни можно привести следующие соображения.

Аксиома я-внутреннего

Я обладаю внутренним миром.

Этой аксиомой выражается тот факт, что по крайней мере каждый человек уверен в существовании своего собственного внутреннего. Такое внутреннее дано в позиции первого лица, как «я-внутреннее». Оно наиболее очевидно из всех видов внутреннего.

Аксиома человекоподобия

Другие люди подобны мне.

Эта аксиома утверждает также достаточно очевидный факт подобия других людей мне самому, что позволяет распространять на других мои свойства и наоборот — на меня свойства других людей. В частности, отсюда можно вывести следующую теорему.

Теорема другого человековнутреннего

Другие люди обладают внутренним.

Если я обладаю внутренним, а другие люди подобны мне, то и другие люди обладают внутренним. Подобный ход рассуждения также типичен для всех людей, которые в обычной жизни вполне уверены, что у других людей есть свой внутренний мир. Таким образом, в этой теореме феномен внутреннего распространяется на всех людей.

[1] Здесь и далее живое существо понимается как синоним живой сущности.

Аксиома непрерывности

Новое качество никогда не возникает абсолютным скачком, но всегда есть ненулевые степени присутствия качества и до его выраженного проявления.

Эта аксиома выражает распределенный во времени характер всех реальных качеств, которые никогда не обладают абсолютной точечностью, полностью отсутствуя до некоторого момента, а затем вполне возникая после данного момента. В реальности всегда есть хотя бы ничтожные степени присутствия качества и до того, как оно вполне возникнет. Например, новое агрегатное состояние вещества возникает хотя и скачком, но не абсолютным прерыванием непрерывности. При закипании воды пузырьки пара возникают в жидкой воде и до ее кипения, при замерзании воды островки кристаллизации возникают, когда большая часть вещества еще жидкая, и т. д.

Используя эту аксиому, можно утверждать следующее.

Теорема животного внутреннего

Хотя бы часть животного мира обладает своим внутренним миром.

В самом деле, если все люди обладают собственным внутренним миром, то это качество, согласно Аксиоме непрерывности, не возникает абсолютным скачком, присутствуя только у людей и полностью отсутствуя у дочеловеческих живых существ, в первую очередь животных. Так можно предположить, что по крайней мере часть животных обладает также своим внутренним миром или какими-то его ненулевыми степенями присутствия. Область внутреннего мира расширяется до всех людей и хотя бы части животных. Отсюда уже можно сделать вывод, что теоретическая биология должна заниматься в том числе проблемой внутреннего мира живых существ.

Аксиома бесконечно малого

Отсутствие качества есть его бесконечно малое присутствие.

Этой аксиомой мы делаем еще один шаг по утверждению бытия внутреннего мира. Даже если внутренний мир отсутствует у других живых организмов, то, согласно аксиоме, он присутствует и у них в бесконечно малой степени. В итоге нам удается хотя бы в бесконечно малой степени расширить феномен внутреннего мира на все живые существа.

Наибольшей проблемой теперь оказывается не столько бытие внутреннего мира у хотя бы части живых существ, но именно *объем* его распространения. Одна крайняя позиция состоит здесь в том, что уже у животных внутренний мир существует в бесконечно малой степени, что можно было бы рассмотреть как соответствие и Аксиоме непрерывности, и Аксиоме бесконечно малого (если бесконечно малое присутствие рассматривать как вид ненулевого бытия). Другая крайность допускает существование собственного внутреннего мира у всех живых существ. Через представленное выше определение живого как сущности со своим внутренним миром может показаться, что принимается последнее крайнее решение.

Выше я уже касался более сложного решения, различая *бытие* внутреннего мира и его *определенность*. Внутренний мир может быть дан, но степень его внутренней дифференцированности и ясности может быть бесконечна мала. В определенном смысле о таком внутреннем мире можно говорить и как о бесконечно мало существующем, но скорее это напоминает состояние сна без сновидений, когда внутреннее бытие вполне дано, но именно как бессознательное и бесструктурное. Опираясь на ряд дополнительных соображений, приведенных более детально выше, я принимаю тот вариант, что у животных внутренний мир *конечно* дифференцирован, в то время как у растений он обладает только *бесконечно малой* дифференцированностью, подобной сну без сновидений. Говоря коротко, степень дифференциации внутреннего мира выражается в степени развитости внешнего поведения живого существа. В частности, только у животных впервые появляется эндогенный ритм смены сна и бодрствования. Животные впервые начинают засыпать. Это значит, что они и впервые начинают просыпаться. Следовательно, впервые у животных появляется состояние бодрствования, т. е. не бесконечно малая дифференцированность внутреннего мира. То положение, что это именно конечная мера изображений внутреннего мира, связана с тем, что сознание животных не обладает возможностью оперирования с бесконечностью — понятиями, законами, нормами, рефлексией и т. д.

На возражения о том, что внутренний мир другого живого существа является ненаблюдаемой сущностью, можно возразить так. Во-первых, в современной науке уже достаточно активно используются разного рода ненаблюдаемые сущности, например, свободные кварки, пси-функция, черные дыры, суперструны в современной физике. В отношении к таким объектам применяются совокупные методы теоретического знания, где ненаблюдаемые сущности встроены в некоторые целостности вместе с наблюдаемыми объектами. Во-вторых, можно использовать методы косвенного наблюдения тех или иных эффектов, которые, согласно теории, можно связать с бытием ненаблюдаемых сущностей. Та же методология может быть применена и к чужому внутреннему миру. Далее будут показаны — в рамках развиваемой здесь аксиоматики — возможные внешние проявления собственного внутреннего мира у живого существа, так что вариант косвенного наблюдения получит свое более конкретное выражение.

Определение воплощенной жизни

Воплощенным живым существом будем называть живую сущность,
которая обладает собственным физическим телом.

Пояснение. Здесь предполагается, что возможны, по крайней мере, два вида живых сущностей, т. е. сущностей, обладающих собственным внутренним миром. Первые — это живые сущности, которые обладают собственным внутренним миром, но не имеют выхода этого внутреннего мира куда-то вовне, в некий внешний физический мир. Такие живые сущности можно было бы называть *не-*

воплощенными (в физический мир). Это были бы чистые внутренние миры, которые не прорываются во внешний мир физических тел. Не известно, насколько такие живые сущности вообще могут быть реальными, но, по крайней мере, можно допустить их некоторую мыслимую возможность в рамках развиваемой здесь аксиоматики. Нас далее будет интересовать другой вид живых сущностей, которые «прорываются» во внешний физический мир через свое физическое тело. Такую жизнь можно называть *воплощенной* в физический мир через свое тело. Итак, воплощенная жизнь — это такая сущность, которая обладает собственным внутренним миром и своим физическим телом. Сама сущность представляет собой *единство*, которое обнимает своей целостностью как свой внутренний мир, так и в свое тело. Тем самым предполагается принципиальная возможность решения психофизической проблемы[1], поскольку живая воплощенная сущность выступает основанием психофизического единства своего внутреннего мира и своего тела.

Аксиома внутрицелостности

Внутренний мир воплощенной живой сущности проявляется
в повышенной целостности тела этой сущности.

Пояснение. Предполагается, что внутренний мир живой сущности — это тип бытия, обладающий колоссальной онтологической целостностью — ведь мы говорим о нем как о мире, т. е. такой части бытия, которая подобна бытию в целом, способна выступать целым миром, всем бытием. Таким образом, бытие внутреннего мира — особое. Это бытие не вещи, но бытие колоссальной онтологической интеграции, подобной по своим ресурсам интеграции целостности Большого Мира. Внутренние миры живых существ — это как бы «малые миры», соотнесенные с телами живых существ. Тела — это только части Большого Мира, в то время как внутренние миры живых существ — это такие огромные части Большого Мира, которые обладают сильно выраженным свойством *мироподобия* — подобия Большому Миру, что делает их такими частями Мира, которые являются малыми мирами, т. е. частями-мирами, в то время как тела — это части-не-миры Большого Мира. В этом и состоит главная загадка феномена жизни — это пара

(малый мир — часть мира),

так что каждая живая сущность — это тело со своим целым миром, который обнаруживает себя в отношении с бытием внешних тел как внутренний мир. И вот когда тело соединяется с малым миром живого существа, то оно начинает испытывать на себе влияние этого мира, приобретая до некоторой степени также мироподобие — правда, не в такой сильной степени, как это присуще самому

[1] Под психофизической проблемой я здесь имею в виду проблему связи внутреннего и внешнего мира. Психика — это уже достаточно развитый вариант внутреннего мира, поэтому термин «психофизический» не вполне удачен для выражения универсального внутренне-внешнего единства, но я использую его по традиции с учетом данной оговорки.

внутреннему миру, но в достаточной мере, чтобы и тела живых существ приобрели значительные отличия от неживых физических тел. Перенос мироподобия с внутреннего мира живого существа на его тело и выражается Аксиомой внутрицелостности. Тело живого существа приобретает характер повышенной целостности[1], что далее будет расшифровываться в более частных формах.

Аксиома пространства-времени

Пространство-время является мироподобной характеристикой.

Пояснение. Предполагается, что мироподобие далее может начать более конкретно выражаться рядом своих характеристик, которые можно называть *мироподобными характеристиками*. В Аксиоме пространства-времени утверждается, что такой мироподобной характеристикой является пространство-время, т. е. единство пространства и времени в третьем принципе, который их интегрирует.

Теорема своего пространства-времени

Живая воплощенная сущность обладает собственным пространством-временем.

Пояснение. Эта теорема может быть выведена из двух вышеприведенных аксиом — Аксиомы внутрицелостности и Аксиомы пространства-времени. В самом деле, Аксиому внутрицелостности более конкретно можно рассмотреть как утверждение о некоторой степени переноса мироподобных характеристик с внутреннего мира живого существа на его тело. Поскольку, согласно Аксиоме пространства-времени, последнее является мироподобной характеристикой, то оно переносится в некоторой мере на характеристики живого тела, сообщая ему характер собственного малого пространства-времени. Отсюда также вытекает, что живое тело (тело живой воплощенной сущности) следует понимать не только как часть физического вещества, которое образует структуру тела, но и как малое пространство-время живого существа, которое имеет свое начало (рождение) и конец (удаление). В таком понимании точнее говорить не просто о теле, но о *телесности* живого существа. Неживые сущности, за которыми не стоят свои внутренние миры, не обладают своим пространством-временем, но существуют только в общефизическом пространстве-времени, в то время как воплощенные живые сущности даны в *двух* пространствах-временах — в общем физическом и в своем малом пространстве-времени.

Аксиома самости

Самость является мироподобной характеристикой.

Теорема самости

Живая воплощенная сущность обладает самостью.

[1] Целостность в данном контексте понимается как синоним мироподобия живого тела.

Пояснение. Что мы имеем в виду, когда говорим в отношении к живому, что оно *само* двигается, *само* реагирует на внешний мир, *само* живет, *само*-стоятельно действует и т. д.? Как представляется, во всех этих и подобных случаях мы используем идею *самости*, выражая ее частицей «само-». Подобная самость выражает опять-таки высокую онтологическую концентрацию сущности — данности ее как некоторого центра бытия, который не только определяется извне иным, но и сам может определять собою иное. Причем в живом мы ощущаем такую силу самости, которая уравнивает его со статусом самости всего внешнего мира. Только живое выступает на равных — как бы «в равных весовых категориях» — со всем внешним миром, в то время как неживые сущности опять-таки растворены во внешней среде, не имея сил выделиться из нее так значительно и начать взаимодействовать с нею на равных. Но внешняя среда — это целый мир (внешний мир), и на равных может взаимодействовать с ним только такая же онтологически мощная сущность, т. е. сущность-мир, но именно таковой является живая сущность, которая обнимает собою свой малый мир, только и придающий ей способность начать на равных соотноситься с внешним миром. Таким образом, мироподобие выражает себя также в самости. Только миры способны обладать подлинной самостью, поскольку только в мирах возникает тот момент относительной самодостаточности, автономности и безусловности, который позволяет таким миро-бытиям быть собой, т. е. концентрировать в себе такую законченность бытия, что она уже перестает быть высокозависимой от внешнего-иного. Даже в чисто материалистическом подходе эта сила самости живого кодируется идеей «внутренней среды», которая в некоторой мере столь же такая среда, как и среда внешняя, равноправно разделяя бытие на внешнюю и внутреннюю среду. Неживое не способно так усиленно обнять собою часть внешней среды, чтобы превратить ее во внутреннюю среду — ему не хватает самости.

Теорема онтологической дивергенции

Живое тело находится в другом онтологическом статусе, чем неживое тело.

Пояснение. Развиваемая здесь теория в конечном итоге опирается на такое фундаментальное впечатление, что разница живого и неживого — это не просто разница материального состава или функции. Она лежит гораздо глубже, затрагивая разные *способы бытия*, как бы определяя разные *онтологические статусы* живого и неживого. Иными словами, живое и неживое обитают в разных *онтологических режимах* с разными онтомировыми характеристиками[1]. Когда мы видим и переживаем живое, мы не просто отмечаем особенность формы и пове-

[1] Как будет видно из дальнейшего, разные онтологические режимы определяются разными *состояниями категорий*, обеспечивающих бытие того или иного фрагмента реальности. Например, онтологически более слабые области реальности выражаются такими состояниями категориальной структуры, когда господствуют аналитические (тезис-антитезис) категории, и слабо проявляют себя синтетические категории. В онтологически сильных областях, наоборот, на первый план выходит действие синтетических категорий.

дения живого тела, наша интуиция активирует в нас гораздо более фундаментальное чувство *инаковости по бытию* этого типа существования, если сравнивать его, например, с лежащим рядом камнем. Это можно вывести из приведенных выше определений воплощенной жизни и Аксиомы внутрицелостности. Живое тело несет на себе разного рода перенесенные мироподобные характеристики, обнаруживая более высокий онтологический статус, более сильную онто-концентрацию бытия сравнительно с только частичным бытием неживого тела. Ряд последующих пояснений и теорем также позволят прояснить эту идею.

Аксиома причины-следствия

Причина-следствие является мироподобной характеристикой.

Пояснение. Аксиомой предполагается третья категория причины-следствия, которая так же синтезирует в некотором третьем начале отдельные категории причины и следствия, как в пространстве-времени синтезируются пространство отдельно и время отдельно. Такая категория вновь предполагает более концентрированное по силе интеграции бытие, где причина и следствие уже проникают-пронизывают друг друга, переходя друг в друга, обеспечивая возможности сетевой и циклической детерминации. Подобная детерминация опять-таки характерна для мироподобных уровней бытия, поскольку мир в целом не может детерминироваться извне, и для него возникает парадоксальная самодетерминация, когда и причина, и следствие лежат в нем самом.

Теорема собственной причины-следствия

Живая воплощенная сущность обладает собственной причиной-следствием.

Пояснение. Поскольку причина-следствие — это мироподобная характеристика, то она, согласно Аксиоме внутрицелостности, также переносится из внутреннего мира живого существа на характеристики его телесности. Причем, подобно тому как у каждой живой телесности есть *свое* малое пространство-время, по аналогии можно предположить, что и каждая живая телесность представляет собой *индивидуальную* категорию причины-следствия, характерную именно для данного живого существа. Это приводит к самодетерминации живого, когда оно оказывается способным определять *себя собою*, выступая для себя и причиной, и следствием. Отсюда, например, вытекает (имея в виду теорему онтологической дивергенции), что никакой неорганической имитацией, какой бы внешне совершенной она не была, мы не сможем воспроизвести даже живое перемещение в пространстве, поскольку в их основе будет лежать по-разному приготовленная категориальная онтологическая среда. В основе неживого лежит высокий *онтологический разрыв* причины и следствия, приводящий к принципам внешней детерминации, когда для активации одного нужно нечто внешнее, извне его активирующее. В то время как живая детерминация будем случаем *усиленной самости в каузальной сфере*, когда причина и следствие будут перетекать друг в друга в рамках единой онтосреды причины-следствия [1]. Более конкретно категория причина-следствие реализует себя в актах *поляризации*, в локальном определении некоторых областей живой телесности как причинных, а некоторых — как определяемых причинными, в то время как в другой момент времени и в другом контексте распределение этих каузальных областей может оказаться уже другим. Достаточно вспомнить о живой ходьбе, где опорные-причинные ноги постоянно сменяют друг друга. Подобный режим каузальности возможен только в принципиально иной онтологической среде, где обеспечивается повышенно интегративная среда бытия, позволяющая слить воедино причину и следствие, сменяя одни их локальные поляризации на другие в постоянных *переполяризациях* в единой онтоткани категории причины-следствия. Даже протяженная живая телесность уже являет себя как градиент причины-следствия в способности, например, коснуться самой себя собою. Когда живое тело касается себя собою, в нем выделяются полюса прикасающегося и чувствующего, где первый усилен в причинных определениях, а второй —в следственных, но ведь это два полюса одного единого бытия, которое в этот момент поляризовало себя таким градиентом, а в следующий момент способно переполяризовать себя иным причинно-следственным распределением, когда я, например, могу «переприкоснуться» к себе — касаясь ранее касаемым ранее прикасающегося.

Приведу еще один пример нового онтологического состояния живой телесности [2].

Аксиома целого-части

Целое-часть является мироподобной характеристикой.

Пояснение. Вновь используется та же методология третьей интегративной категории, но в данном случае это единство целого и части — категория целое-часть, которая позволяет целому становиться частями, а частям — целым.

---

[1] Интуицию подобной каузальной инаковости живого, выраженной в повышенной автономности, попытались представить авторы известной теории аутопоэза — У. Матурана и Ф. Варела (*Матурана У., Варела Ф.* Древо познания. М.: Прогресс-Традиция, 2001). Однако они вновь рассмотрели аутопоэтичность как только иной тип организации того же плана бытия, что и план неорганических систем (например, свою теорию они определяют как «системный механицизм»). У них нет явным образом выраженного понятия иного онтологического режима (где бытие обеспечивалось бы иными состояниями категорий), в котором находятся живые системы, хотя неявно, в области как бы «теоретического бессознательного» этой концепции, подобные намеки содержатся, что и порождает более глубокий эвристический потенциал теории аутопоэза, чем то, что явным образом выражено в самом теоретическом аппарате этой концепции.

[2] Таких примеров можно приводить гораздо больше, в конечном итоге переинтерпретируя в терминах мироподобных характеристик все основные известные нам определения живой телесности — особый характер органической формы, способность питания и размножения, порождение и уничтожение биологического движения, цель жизненного цикла воплощенной живой сущности и т. д. Некоторые дополнительные примеры см. в моей книге: *Моисеев В. И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины.

И вновь мы имеем здесь дело с концентрированной онтологической характеристикой, которая более присуща мирам, чем их немироподобным частям. Мир есть, во-первых, целое. Но если это будет целое, не проникающее в части, то такое целое не способно будет стать подлинным миром, который держит собою все свои части, проникая в каждую из них. Следовательно, мир — это особая распределенная онтологическая инварианта, которая продолжает быть и совпадать с собою в переходах между любыми частями мира и миром в целом (мир и мироподобие как *холомереологическая симметрия*[1]).

Теорема собственного целого-части

Живая воплощенная сущность обладает собственным целым-частью.

Пояснение. Особенно ярко категория целого-части проявляется в способности живой телесности делать часть тела новым целым телом (вспомним о гидре) или трансформировать целое тело в часть нового тела (например, слияние гамет с образованием зиготы). В той или иной мере любая живая телесность обладает этой холомереологической симметрией, но в определенных условиях она может быть более или менее выражена (например, известны ее ослабления с возрастом или у сложноорганизованных живых организмов).

Еще ряд выводов я хотел бы сделать в рамках развиваемой здесь теории воплощенной жизни в виду возможного решения психофизической проблемы.

Теорема психофизической связности

Внутренний мир живой воплощенной сущности и ее живое тело связаны между собой.

Пояснение. Подобная связность вытекает, как уже отмечалось, из бытия самой живой воплощенной сущности — как единства, обнимающего собой и свое тело, и свой внутренний мир.

Теорема трансмирового кода

Психофизический код носит трансмировой характер.

Пояснение. Если принимать Теорему психофизической связности, то подобная связность должна быть обеспечена некоторыми средствами — назовем эту систему средств пока условно *психофизическим кодом*. В теореме утверждается, что он носит трансмировой характер. Это ясно из развиваемого выше определения живой воплощенной сущности и понимания внутреннего мира как малого мира. Хотя тело живого существа и несет в себе мироподобные характеристики как отпечаток внутреннего мира, оно принадлежит другому миру. Это внешний физический мир, который пока только и изучается современной наукой. Внутренний мир — это другой мир. Тогда переход между телом и внутренним миром — это по сути переход между внешним и внутренним миром, т. е. межмиро-

[1] «Холомереологический» — составной термин, образованный от греческих holos — «целый» и meros — «часть». В данном контексте «холомереологический» понимается как «цело-частный», т. е. обнимающий собою определения целого и его частей.

вой переход, в связи с чем и средства этого перехода, т. е. психофизический код, должны носить трансмировой характер — характер «переносчика» бытия между мирами.

Теорема кодового мироподобия

Живое тело обладает кодовым мироподобием.

Пояснение. Если живое тело участвует в психофизической кодировке, а последняя выступает трансмировой кодировкой бытия, то организация живого тела, в частности, должна нести в себе способность выражения психофизического кода как трансмировой кодировки бытия. Поскольку такую кодировку на структуре живого тела можно рассматривать как еще одно выражение его мироподобия (такой вид мироподобия живого тела можно называть *кодовым мироподобием*), то можно утверждать, что живое тело должно обладать кодовым мироподобием. Возможно, именно *кодовое мироподобие в особенной мере является внешним критерием обладания внутренним миром*[1] — критерием того, что за данным живым телом находится свой собственный внутренний мир (тем самым дается *диагностический* вариант экстенсивного критерия жизни, т. е. критерий *простой данности* внутреннего мира, независимо от уровня его сложности, — см. параграф «Проблема внутреннего: интенсивное и экстенсивное»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 427 и далее). Это означает, что живая телесность должна обладать универсальной организацией, способной кодировать структуру мирового бытия и некоторым образом выражаться в структуре и функции живой телесности.

Теорема кодового изоморфизма

Психофизический код изоморфен онтологическому коду.

Пояснение. Если психофизический код — это трансмировой код, который позволяет структуры одного мира передать структурам другого мира, то этот код должен обладать способностью кодировать миры вообще, т. е. выступать *онтологическим кодом*, обнаруживая существенный изоморфизм последнему. Также предполагается, что если структуры разных миров взаимно переводимы, то существует некоторый универсальный онтологический код, и именно он должен применяться в организации психофизического кода. Отсюда путь к формулировке внешнего критерия живого лежит через расшифровку онтологического кода и его воспроизведения на организации живой телесности.

Теорема телесной кодировки

Живое тело само построено в соответствии с онтологическим кодом.

Пояснение. Если живое тело несет в себе организацию психофизического кода, а последний изоморфен онтологическому коду, выражая кодовое мироподобие живого тела, то последнее, обладая таким мироподобием, должно само

[1] Тем самым формулируется гипотеза *внешнего выражения внутреннего мира* живой воплощенной сущности — его тело должно обладать структурами кодового мироподобия, которые выражают психофизический код, изоморфный онтологическому коду (см. ниже).

быть не только мироподобной частью внешнего мира, но и воспроизведением мироподобных характеристик, т. е. обладать некоторой мерой воспроизведения малого мира в своих определениях. Поскольку онтологический код универсален, выражая онтологические определения любого мира, то в том числе и мироподобное представление живого тела должно кодироваться его определениями.

Выше я постарался привести некоторый первоначальный эскиз возможного проекта теоретической биологии, существенно опирающейся на интуицию живого существа как сущности, обладающей собственным внутренним миром. В рамках предложенной системы идей внутренний мир предстает как малый мир, связанный с телом живого существа. Это приводит к мироподобию самого живого тела, так что оно представляет собой иной онтологический режим, где господствуют определения синтетических категорий и состояние самости. Отношение внутреннего мира и тела оказывается частным случаем отношения разных миров, так что психофизический код должен быть одновременно онтологическим кодом, способным кодировать универсальную структуру мира и переводить ее на язык другого мира. Определение живого тела как носителя психофизического кода является внешним критерием наличия у этого тела своего внутреннего мира. Таковы, как представляется, главные принципы и положения возможной теоретической биологии, исходящей из интуиции внутреннего мира живого существа. Конечно, это только самый первоначальный проект, и он может развиваться дальше, проявляя все новые свои следствия. Перед исследователем, который решился бы встать на этот путь, встает интересная задача переинтерпретации идей современной биологии, особенно более гуманитарно ориентированных ее направлений (например, биополитики), на принципах представленной выше аксиоматики.

§ 7. Молекулярный субъект

В этом параграфе я постараюсь приблизиться к более строгим представлениям модели субъектных онтологий, объединяя многие описанные выше конструкции, в первую очередь структуры Теории Life.

Ниже я постараюсь построить модель некоторого формального субъекта, которого буду называть субъект-ловец, поскольку главное дело его жизни будет состоять в ловле некоторых «положительных» элементов, являющихся для него «пищей». Модель будет построена в манере искусственных субъектов, которые могут не находить столь прямых аналогов среди известных нам земных форм жизни, хотя все основные активности субъекта-ловца вполне интерпретируемы и на земной биологии. Модель субъекта-ловца будет построена как формальное представление животной формы жизни с конечными изображениями на персональных экранах субъекта, и именно на поведенческой активности, характерной для животных, здесь будет сделан акцент. Аналогичные модели можно было бы строить для растительных и разумных субъектов. Подобные модели позволят, как можно надеяться, уже вплотную подойти к новому образу теоретической биологии, в которой будет использоваться методология комплексного субъект-объектного бытия.

Вначале я вкратце опишу структуру субъектной онтологии субъекта-ловца. Она будет включать типичный мир, сущности этого мира, структуры внутреннего мира субъекта и активности его тела. В отличие от принятых сегодня кибернетических, когнитивных и других научных моделей, выстраиваемая здесь модель субъекта опирается на основные конструкции Теории Life, в первую очередь координируя структуры внешнего и внутреннего мира субъекта.

Положим, что мир, в котором живет субъект-ловец, — это плоское пространство R^2, в котором могут находиться разные плоские сущности. Тело субъекта-ловца представляет собой малый кружок радиуса r с выделенным направлением v, которое представляет направление «взгляда» этого субъекта. Положим, что субъект может видеть плоское пространство на угол $\pm\alpha^+$ от направления v и на расстоянии не более R от центра тела. В своем внутреннем мире (персональном экране) внешний мир дается субъекту-ловцу как одномерный интервал $(-l, +l)$, в котором с разной яркостью s могут выделяться те или иные точки, и они могут обладать цветами $c \in \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$.

Допустим, что субъект-ловец может двигаться в пространстве (поворачиваться вокруг центра тела и перемещаться всем телом), может совершать захват другого тела при соприкосновении с ним своим телом, способен поедать некоторые элементы, которые выступают для него пищей, и может вступать в таинственный акт соития с особью противоположного пола, порождая своих «детишек».

Среди всех объектов, способных встретиться субъекту-ловцу в пространстве, выделим тела других субъектов-ловцов разных полов. Положим, что каждый субъект-ловец обладает одним из двух полов ((+) и (–)), что выражается в разном цвете его тела. Например, c_1 — цвет (+)пола, c_2 — цвет (–)пола. При контакте и соитии субъектов двух разных полов возникает новый субъект-ловец одного из полов, тело которого меньше по размеру. Со временем он растет, достигая взрослых размеров.

Кроме того, из внешних объектов выделим P-элементы (цвета c_3), которые могут двигаться в пространстве и являются пищей для субъекта-ловца. Субъект-ловец может догонять их, вступать в контакт и поедать, после чего P-элемент исчезает, а энергия субъекта-ловца повышается.

Выделим еще один класс объектов цвета c_4, которые являются N-элементами для субъекта-ловца. Они также могут двигаться в пространстве, и при соприкосновении с ними тело субъекта-ловца разрушается и изображения его персонального экрана также исчезают и он перестает существовать.

Жизнь субъекта-ловца состоит в том, что он появляется в результате соития своих «родителей», растет, увеличивая свое тело, затем питается P-элементами, избегает N-элементов, сам оставляет потомство и затем его тело разрушается и он исчезает. Положим, что до обретения взрослой формы незрелый субъект-ловец не двигается и может не питаться, существуя на запасах энергии, полученной с рождением.

Поскольку субъект-ловец выражает животную форму жизни только с конечными изображениями на своем персональном экране, то с ним связан некоторый *коллективный субъект*, который способен прямо влиять на активность тела и изображения персонального экрана субъекта-ловца, одновременно имея возможность получать изображения на свой экран из его персонального экрана, восстанавливая их до образа всей плоскости.

Для более формального описания субъекта-ловца я буду использовать конструкции валентного анализа (см. главу «Валентный анализ»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378 и далее).

Жизнедеятельность субъекта-ловца может быть разбита на множество подсубъектов. Приведу здесь некоторые примеры.

1. Трофический подсубъект

Это подсубъект, который активируется, когда субъект-ловец голоден, т. е. мала его энергия и он переживает специфический (−)аффект («голод»), запускающий трофический подсубъект (об аффектах см. параграф «К определениям аффектов»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 561 и далее). Тот вначале ищет P-элементы, двигаясь в пространстве, а затем, найдя их, ловит и поедает. Таким образом, активность трофического субъекта разбивается на два вида: 1) *поисковую активность*, если в поле зрения субъекта-ловца нет P-элементов, и 2) *настигающую активность*, когда в поле зрения появляется P-элемент и субъект-ловец гонится за ним, ловит его и поедает. В терминах валентного анализа для трофического подсубъекта может быть построена следующая C-сеть:

$$N^i_T = (p^i_E{\downarrow}\alpha^+_p{\downarrow}p^i_h{\downarrow}\alpha_p + p^i_{Srch}{\downarrow}\rceil\alpha_p){\downarrow}\alpha_T,$$

где α_T — идентификатор голода (его можно связать с количеством энергии у субъекта — чем меньше энергии, тем больше α_T); α_p — идентификатор наличия P-элементов в поле зрения субъекта-ловца; p^i_{Srch} — позитивность i-го субъекта поиска P-элементов, чью активность можно выразить в некоторой порции случайного движения тела субъекта (вращении и перемещениях); p^i_h — позитивность i-го субъекта ловли P-элемента (например, субъект-ловец пытается так двигаться, чтобы изображение P-элемента в его поле зрения заняло центр и было максимально ярким, что и будет означать контакт с P-элементом); α^+_p — идентификатор контакта субъекта-ловца с P-элементом; p^i_E — позитивность i-го субъекта поедания P-элемента (приходя в контакт с P-элементом, субъект-ловец делает нечто, что приводит к исчезновению P-элемента, увеличению энергии субъекта-ловца и испытанию соответствующего аффекта удовольствия).

Приведенная форма трофической каузальной сети кодирует инвариант трофического поведения субъекта-ловца в рамках одного цикла деятельности. Когда он голоден ($\alpha_T = 1$), активируется некоторый i-й трофический подсубъект (индекс «i» обозначает номер цикла деятельности субъекта). В зависимости от того, есть в поле зрения субъекта-ловца P-элементы ($\alpha_p = 1$) или нет ($\rceil\alpha_p = 1$), субъект-ловец либо начинает преследовать их (растет позитивность p_h^i), либо начинает искать их (рост поисковой позитивности p_{Srch}^i). Таким образом, i-поиск P-элементов может закончиться либо удачей ($\alpha_p = 1$), либо неудачей ($\rceil\alpha_p = 1$), и в последнем случае субъект-ловец запускает субъект-поиск следующего цикла (p_{Srch}^{i+1} из N_T^{i+1}). В результате ловли субъекту-ловцу либо удается настигнуть P-элемент ($\alpha_p^+ = 1$), и тогда он поедает его (рост позитивности питания p_E^i), либо не удается настигнуть ($\rceil\alpha_p^+=1$), и тогда он заново запускает свой трофический подсубъект следующего цикла (N_T^{i+1}).

2. Подсубъект N-безопасности

Этот подсубъект обеспечивает избегание контакта с N-элементами. Если в поле зрения субъекта-ловца появляется хотя бы один N-элемент, то субъект пытается двигаться так, чтобы яркость N-элементов стала как можно меньше, что соответствует удалению от N-элементов. Кроме того, нужно постоянно осматриваться в пространстве, даже если в данный момент N-элементов нет в поле зрения, чтобы не столкнуться с N-элементами, не заметив их. Таким образом, каузальная сеть для этого случая могла бы иметь следующий вид:

$$N_N^i = p_{SN}^i \downarrow \rceil\alpha_N + p_N \downarrow \alpha_N,$$

где α_N — идентификатор наличия в поле зрения N-элементов; p_N — позитивность субъекта удаления от N-элементов (снижения яркости N-элемента в поле зрения); p_{SN}^i — позитивность i-го субъекта осматривания в пространстве, чтобы опознать N-элементы (что соответствует вращению тела субъекта-ловца вокруг своего центра).

3. Подсубъект размножения

Активация этого подсубъекта выражается в поиске особи противоположного пола и соитии с нею с образованием нового субъекта-ловца. Каузальная сеть в этом случае имеет вид:

$$N_{Sex}^i = (p_{ps}^i \downarrow \rceil\alpha_{pol} + p_{Sex} \downarrow \alpha_{pol}) \downarrow \alpha_{Sex},$$

где α_{Sex} — идентификатор сексуальной активности субъекта-ловца; α_{pol} — идентификатор наличия в поле зрения субъекта-ловца противоположного пола; p_{Sex} — позитивность субъекта, который сближается с субъектом противоположного пола и вступает с ним в соитие, рождая нового субъекта-ловца; p_{ps}^i — позитивность i-го субъекта поиска субъекта противоположного пола.

Допустим также, что субъект-ловец, как представитель животной формы жизни, впервые приобретает способность спать и бодрствовать, т. е. у него возникает циркадная каузальная сеть с циркадной позитивностью p_C, подобной той, что описана в главе «Валентный анализ».

Все описанные выше поведенческие активности субъекта осуществляются только в бодрствующем состоянии, т. е. каждая C-сеть N^{ki} должна быть представлена в виде

$$N^{ki}\downarrow\dot{\pi}^{i}_{D},$$

где $\dot{\pi}^{i}_{D}$ — нормированная производная i-й дневной позитивности p^{i}_{D} (см. главу «Валентный анализ»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378 и далее).

Здесь ki — индекс цикла в рамках i-го периода бодрствования.

Наконец, весь жизненный цикл субъекта-ловца может быть представлен каузальной сетью вида:

$$N = (p_4\downarrow p_3\downarrow\alpha_3 + p_2\downarrow\alpha_2)\downarrow p_1\downarrow\alpha_1,$$

где α_1 — идентификатор рождения субъекта-ловца; p_1 — позитивность *субъекта созревания*, который доводит субъектные онтологии субъекта-ловца до взрослого состояния (выражает *закон подготовки*); α_2 — идентификатор адаптации, который запускает адаптивные активности субъекта-ловца; p_2 — позитивность *субъекта адаптации*, который объединяет в качестве своих подсубъектов трофический подсубъект и подсубъект N-безопасности (выражает *закон адаптации*); α_3 — идентификатор размножения, запускающий подсубъект размножения субъекта-ловца; p_3 — позитивность *субъекта размножения*, который выражает задачу жизненного цикла субъекта-ловца (выражает *закон цели*); p_4 — позитивность *субъекта удаления*, который разрушает субъектные онтологии субъекта-ловца (в том числе его тело) после его размножения (выражает *закон удаления*).

Замечу, что в лице каузальной сети жизненного цикла N мы имеем дело с новым типом законов, характерных именно для субъектов (живых существ).

Интересно, что каузальные термы, по-видимому, можно дифференцировать, коль скоро позитивности, в них фигурирующие, предполагаются дифференцируемыми функциями. В этом случае можно предположить следующие простые правила дифференцирования C-термов:

$$d(\alpha + \beta) = d\alpha + d\beta,$$
$$d(\alpha\downarrow\beta) = d\alpha\downarrow d\beta,$$
$$d(p) = dp,$$

где p — позитивность, $d(\alpha) = \alpha$, в котором α — идентификатор (тем самым предположено, что идентификатор запуска позитивности p будет одновременно идентификатором запуска производной этой позитивности p').

Как уже отмечалось, для субъекта-ловца определен коллективный субъект, который обладает разумом и может быть отнесен к форме жизни с бесконечными изображениями на своем персональном экране. Положим, что он способен воссоздавать на своем экране те или иные области плоскости R^2, соотнося с ними изображения персонального экрана субъекта-ловца. В основе таких пересчетов могут лежать достаточно простые соотношения.

Если положение центра тела субъекта-ловца на плоскости определять вектором П, а направление вектора «взгляда» как вектор v, то полная характеристика положения тела на плоскости может быть передана парой векторов (П, v). С вектором v, отложенным от конца вектора П, свяжем полярную систему координат (ρ, φ), где ρ — расстояние до точки П, φ — угол, откладываемый от направления вектора v. Субъект-ловец может видеть только те точки, которые попадают в *область видимости* $r \le \rho < R$ и $\varphi \in (-\alpha^{+}, \alpha^{+})$. Для таких точек можно ввести соотношения:

$x = \varphi l/\alpha^{+}$ — расстояние от центра интервала $(-l, l)$ как поля зрения субъекта-ловца,
$s = K(e^{-(\rho-r)}\text{-}e^{-(R-r)})$ при $\rho \in [r, R]$,
$s = 0$ при $\rho > R$.

Здесь $K = 1/(1 - e^{-(R-r)})$, s — яркость точки, расположенной от центра тела субъекта-ловца на расстоянии r. Если $s = 0$, то субъект-ловец не видит точку с такой яркостью.

Коллективный субъект может воспринимать структуры плоскости, в частности положение тела субъекта-ловца (П, v), те или иные точки плоскости, в частности точки (ρ, φ) в области видимости. Что же касается субъекта-ловца, то зрительно ему даны лишь положения дел (x, s, c) из расположения точки x на интервале $(-l, +l)$, ее яркости s и цвета c.

Положение дел (x, s, c) из персонального экрана субъекта-ловца может быть воспринято и коллективным субъектом, на основании чего он может восстановить ту двумерную картину, которая могла бы реализовать себя в тройке (x, s, c). Цвет сохраняется без изменений, а на основе x и s восстанавливаются угол φ и расстояние ρ. Кроме того, коллективный субъект мог бы знать информацию о бивекторе (П, v), т. е. знать, где расположен центр тела П субъекта-ловца и куда направлен его взгляд v.

Владея такой более полной информацией, коллективный субъект мог бы помогать в построении активности субъекта-ловца. Например, при поступлении информации о данности Р-элемента в поле зрения субъекта-ловца, коллективный субъект может восстановить его положение на плоскости R^2 и использовать некоторую вычислительную схему для более оптимальной поимки Р-элемента относительно текущего положения тела субъекта-ловца. Эту схему, выраженную в движении тела субъекта-ловца, коллективный субъект мог бы внушить ему в формах схем его активности и переживания. Реализация такой схемы оказалась бы «родовым инстинктом» субъекта-ловца, поскольку такую же активность коллективный субъект мог бы внушать и всем другим субъектам-ловцам (принимается, что один коллективный субъект дан для всех индивидуальных субъектов некоторого вида).

Посмотрим далее на более ценностную структуру внутреннего мира субъекта-ловца.

Во-первых, какими чувствами обладает субъект-ловец?

Для ответа на этот вопрос следует иметь в виду, что чувства выражают переживания изменений степеней себя субъекта, т. е. связаны с теми активностями, которые субъекты способны совершать «по чувству», непосредственно переживая их. В нашем случае скалярными ценностными мерами выступают позитивности, следовательно, с каждой позитивностью связан свой класс аффектов субъекта — аффектов переживания и желания (последние строятся на переживании желания как производной по времени dp/dt позитивности p). Непосредственно субъектом должны переживаться и те составляющие положений дел, которые опознаются в идентификаторах.

Например, субъект-ловец должен обладать не только «зрением», которое выражается в построении изображений (x, s, c) на его личном экране, но также «осязанием» (чтобы опознать контакт с P-элементом или телом субъекта-ловца противоположного пола), «вкусом» (чтобы испытывать аффект удовольствия от поедания P-элемента) и «сексуальным удовольствием» (аффект удовольствия от контакта с телом субъекта противоположного пола и в момент соития).

Наконец, можно задать вопрос, что получает субъект-ловец от своего жизненного цикла?

Предположим более примитивный вариант субъекта-ловца, когда он не способен к обучению, но реализует лишь фиксированную C-сеть своих подсубъектов, в более трудных ситуациях имея возможность получить некоторые подсказки от коллективного субъекта. Даже в этом случае интегральное Эго этого субъекта принимает на себя в течение одного жизненного цикла все описанные выше определения, чем развивает себя. Даже если после смерти субъект-ловец полностью исчезает, опыт мог бы накапливать его коллективный субъект, используя его достижения при руководстве новых субъектов-ловцов.

В связи с этим в любом случае возникает проблема *опыта* жизненного цикла субъекта. В простейшем случае такой опыт можно выражать итоговым содержанием жизнедеятельности субъекта, рассматривая наиболее универсальную позитивность P субъекта-ловца, которая продолжает расти на протяжении всего жизненного цикла субъекта. В более инвариантном виде структуры опыта можно передавать инвариантами субъектных онтологий, например структурой тех C-сетей, которыми представлена оформленная часть субъектной активности. Здесь вообще следует заметить, что каждая субъектная C-сеть N представляет собой модус (инвариант) в некоторой ПМО.

Можно было бы принять следующие достаточно общие соотношения:

N↓st(p) = p — если в состав C-сети N входит некоторая позитивность p, то определение N в условиях идентификатора p (такой идентификатор в общем случае можно понимать как стартовую величину позитивности p, т. е. st(p)) выражается в активации подсубъекта с позитивностью p (это соответствует закону реагирования — см. параграф «Законы реализации и реагирования»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 417 и далее),

p(st(p)) = fin(p) — в процессе своей активации субъект с позитивностью p выступает в роли оператора, который переводит положение дел с начальным значением позитивности p (st(p)) в положение дел с конечным значением p (fin(p)), что соответствует закону реализации.

В таком виде С-сеть выступает в двух основных ролях. В первой роли С-сеть реагирует на некоторую ПМ-модель как идентификатор одной из своих субъектных мод — это *афферентная роль* С-сети, когда она детерминируется чем-то иным (момент *аккомодации*, если следовать терминологии Пиаже). Во второй роли С-сеть сама определяет собою (через свою субъектную моду $N\downarrow st(p)$) нечто иное (среду) — это *эфферентная роль* С-сети (момент *ассимиляции*). В жизни субъекта его интегральная С-сеть постоянно реализует себя то в афферентной, то в эфферентной роли, пытаясь достичь максимального согласования этих ролей, ассимилировать материал опыта, поступающий из жизнесреды субъекта, и воплотить свои собственные замыслы.

Когда С-сеть встречает контрпример, то его можно выразить как такой идентификатор а, для которого не находится соответствующей позитивности р, где бы выполнялось соотношение $\alpha = st(p)$. В терминах Проективно Модальной Онтологии идентификатор α можно представить в этом случае либо как несобственную модель модуса N, либо как модель, в которой N дает нулевую моду. В этом случае С-сеть N должна быть измененена до такой новой своей версии N*, чтобы в N* нашлась новая позитивность p*, где бы оказалось выполненным соотношение $N^*\downarrow st(p^*) = p^*$, т. е. идентификатор а оказался бы соответствующим $st(p^*)$, $\alpha = st(p^*)$, для новой позитивности p*. Такое расширение С-сети осуществляется активностью мыслительного подсубъекта (как это было описано в главе «Валентный анализ») на уровне коллективного или индивидуального субъекта (в последнем случае индивидуальный субъект обладает способностью обучаться).

Таким образом, высшие субъектные инварианты постоянно применяются к внешнему материалу жизни, локализуя себя некоторыми своими модальностями (этот момент выражен и в неорганических законах, когда их приложение к частной ситуации получается наложением на них некоторых начальных условий), но, применившись к внешнему, субъект-бытие тут же пытается менять «под себя» это внешнее, в итоге нарабатывая все более взаимообусловленную и сетевую целостность субъект-среды. В итоге, в отличие от объектных законов, субъектная номотетичность и применяется к частному, и меняет его. В последнем моменте выражена технологичность субъектных законов, реализуемая отдельно, в форме научных человеческих практик, в области объектного знания. В субъект-бытии эти два момента номотетичности слиты воедино и проникают друг друга.

Следует также заметить, что все активности в рамках каузальной сети субъекта должны быть *осмысленными*, т. е. они должны выступать как формы реализации основных модификаций закона развития — быть в состоянии подготовить субъект к жизни в определенной онтологии, обеспечивать его выживание и реализацию некоторого замысла, а затем и удаление субъекта. Замечу, что отнесение удаления к одной из активностей субъекта заставляет понимать последний как в достаточной мере способный стать выше ценностей только адаптации и цели.

Удобство описанной выше субъектной онтологии субъекта-ловца состоит в том, что — в силу своей искусственной модельности — такая онтология содержит конечное число сущностей, которые могли бы быть систематизированы. Далее я попытаюсь в некоторой мере проиллюстрировать эту идею.

Во-первых, может быть определена система пространственных сущностей в онтологии субъекта-ловца. Конечно, вполне отчетливо эта система дана, по-видимому, только для коллективного субъекта, и с его точки зрения может быть проведена следующая классификация.

Все объекты в плоском пространстве можно разделить на:

1) тела живых существ;
2) неживые тела.

Тела живых существ — это:

- 2.1) тело самого субъекта-ловца;
- 2.2) тела других субъектов-ловцов.

К неживым телам отнесем P- и N-элементы — хотя они двигаются, но по законам неорганической среды (физики).

В этом смысле мир субъекта-ловца достаточно спокойный — нужно лишь не столкнуться с N-элементами, а других «врагов» у субъекта-ловца нет (если не принимать во внимание возможное соперничество со стороны других субъектов-ловцов за особей противоположного пола или P-элементы).

Далее есть:

3) все пространство R^2.

На этом список пространственных сущностей заканчивается.

Можно ли упорядочить пространственные сущности с точки зрения онтологической инвариантности?

По-видимому, самым инвариантным будет сущность, которая соединяет в себе полярности локального — глобального, пустого — непустого и живого — неживого. Так возникает образ *материи*, которая:

- глоболокальна;
- протяженна;
- эпифизична соответственно.

Все остальные пространственные сущности — ее моды.

Будем понимать под «субстанцией» все сущности, которые являются в онтологии самостоятельными носителями предикаций — свойств, отношений и т. д. Все сущности делятся, во-первых, на:

1) субстанции;
2) предикации.

Субстанции онтологически сильнее предикаций, они могут вести относительно независимое существование. Среди всех субстанций самую инвариантную назовем универсальным эго. Далее идет эго коллективного субъекта (коллективное эго) и внешнее эго, интегрирующее все физические сущности. В начале онтологической шкалы находятся интегральные эго отдельных субъектов-ловцов и неживые субстанции.

Более сложный вопрос: кто «сильнее» — внешнее эго или коллективное эго? Важным кажется здесь тот момент, что внешнее эго могло бы быть и без субъектов, в то время как последние, в том числе коллективные субъекты, нуждаются в онтологическом пространстве внешнего эго. Отсюда можно пока предположить, что внешнее эго сильнее любого коллективного эго. Тогда получаем такую шкалу субстанций:

неживая субстанция < персональное эго < коллективное эго <
< внешнее эго < Универсальное эго.

Далее рассмотрим мир предикаций. Этот мир кажется более дифференцированным. Будем выделять основные предикации для соответствующих видов субстанций.

1. *Неживые субстанции:*

1.1. *P-элементы*: круглая форма, центр формы, периферия формы, радиус формы, материальный субстрат, цвет c_3, положение центра в пространстве П, перемещение в пространстве и т. д.

1.2. *N-элементы*: круглая форма, центр формы, периферия формы, радиус формы, материальный субстрат, цвет c_4, положение центра в пространстве П, перемещение в пространстве и т. д.

2. *Живые субстанции:*

2.1. *Субъект-ловец* (его интегральное эго):

2.1.1. *Тело субъекта-ловца*: круглая форма, центр формы, периферия формы, радиус формы, направление взгляда v, материальный субстрат, цвет c_1 или c_2, положение центра в пространстве П, перемещение в пространстве, вращение в пространстве, контакт с P-элементом, поедание P-элемента, контакт с телом субъекта противоположного пола, соитие и т. д.

2.1.2. *Внутреннее субъекта-ловца*: поле зрения $(-l, +l)$, области в нем, точки в нем, цвета $\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$, яркость s, вкус P-элемента, осязание P-элемента, осязание тела противоположного пола, аффекты переживания (голода, насыщения, обнаружения P-элемента, страха встречи с N-элементом, обнаружения субъекта-ловца другого пола и т. д.), аффекты желания (поиска P-элементов, поиска субъекта другого пола, поимки P-элемента, избегания контакта с N-элементом и т. д.), переживание движения (воля к изменению поля зрения) и т. д.

Для упорядочивания предикаций, нужно вначале выделить их основные классы, упорядочив между собой.

В качестве классов можно указать следующие:

1) подсубъекты;
2) предикации подсубъектов:
   2.1) сенсорные качества (цвет, яркость, вкус, осязание);
   2.2) отношения (далеко—близко, слева—справа, одного пола, противоположного пола);

2.3) изменения (перемещение, вращение, поедание, соитие, контакт);
2.4) аффекты;
3) предикации объектов:
3.1) пространственные предикации (форма, размеры, субстрат);
3.2) отношения объектов (одинаковые элементы, разные элементы, положение);
3.3) изменения (перемещение).

Здесь имеем:

предикации объектов < предикации подсубъектов < подсубъекты.

При упорядочивании я использую *Принцип раздельного упорядочивания*:

(*) $$A < B \supset \forall x \forall y (P(x, A) \wedge P(y, B) \supset x < y),$$

где «<» — отношение «быть онтологически слабее», P(x, y) — «x есть предикация y»,
предполагая линейную упорядоченность всех элементов. Этот принцип означает, в частности, что если субстанция A онтологически слабее субстанции B, то любая предикация A слабее любой предикации B. Отношение P будем рассматривать как отношение нестрогого порядка, т. е. любая сущность, в частности, является предикацией самой себя.

Если далее брать предикации объектов, то здесь онтологический градиент можно было бы выразить в следующем виде:

свойства < отношения < изменения.

Отношения сильнее свойств, поскольку отношения — это многоместные предикаты, а свойства — одноместные. Изменения могут быть предположены онтологически более сильными, чем отношения, если отношения рассматривать как определенности в рамках одного пространства, а изменения — как форму пространства-времени изменяемого.

Если переходить к свойствам объектов, то здесь можно было бы предположить следующую упорядоченность:

субстрат < форма.

Под «субстратом» понимается материя объекта, т. е. данность бытия объекта с преобладанием многого над единым, в то время как «форма» выражает некоторое многоединство элементов.

Размер — одна из предикаций формы, так что, учитывая (*), можем записать для нашего случая:

субстрат < размер < форма.

Для предикаций подсубъектов имеем аналогичные соотношения:

качества < отношения < изменения < аффекты.

Аффекты еще сильнее, чем просто изменения, поскольку в аффектах есть изменения (переход от одного к другому положению дел в аффектах переживания и желания), но аффекты — это еще более крупные фрагменты субъектного пространства-времени, включающие в себя дополнительные параметры изменения (позитивность, причинность, вероятность и т. д.).

Далее, упорядочивая сенсорные качества, можно предположить следующую шкалу:

осязание < вкус < яркость < цвет.

Осязание требует макроматериального контакта. Вкус также представляет собой род контакта, но более тонкого — на уровне молекул (я беру здесь аналогии с обычными сенсорностями в нашем мире). Свет (яркость) и цвет образуются на основе еще более тонкого материального носителя — электромагнитного поля. В цвете всегда есть яркость, т. е. яркость — предикация цвета.

Изменения можно упорядочить, например, выделяя — как более слабые — изменения только своего тела (изменения-свойства) и изменения своего отношения с другими телами (изменения-отношения):

изменения-свойства < изменения-отношения.

Под изменения-свойства подпадают перемещение и вращение своего тела. Что из них больше?

В чистом перемещении сохраняется одно направление, но меняются положения, в то время как во вращении сменяется множество направлений при фиксированном положении. Но все же положение — предикация направления (вектор положения — часть луча того же направления), и смена направлений кажется более сильным изменением. Отсюда можно предположить, что

перемещение < вращение.

Изменения-отношения можно упорядочить таким образом:

контакт < поедание < соитие.

В самом деле, контакт — предикация и поедания, и соития. Но соитие — это изменение-отношение субъекта с субъектом, в то время как поедание — субъект-объектное (онтологически более слабое) изменение-отношение.

Аффекты можно разделить в первую очередь на аффекты переживания и желания. Какие из них онтологически сильнее? Аффекты желания подразумевают более малое пространство-время (в пределе дифференциальное), в то время как аффекты переживания предполагают конечные порции пространства-времени, за которыми всегда предполагается и свое желание. С этой точки зрения получаем упорядочивание:

аффекты желания < аффекты переживания.

Среди аффектов разной валентности можно предположить обычное упорядочивание:

$$(-)\text{аффекты} < (0)\text{аффекты} < (+)\text{аффекты},$$

поскольку минус-аффекты предполагают отождествление субъекта с некоторой относительной ценностью (ограниченность которой и переживается в минус-аффекте), в то время как для плюс-аффектов такое определение не необходимо.

Так продвигаясь и далее, можно в конечном итоге попытаться ввести линейную упорядоченность на определенностях субъектной онтологии, согласованную с мерой онтологической инвариантности. Это позволит нам связать определенности онтологии с топосами («тезисами») в составе онтологической топики (см. параграф «Онтологическая топика»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 218 и далее), сопоставив каждой определенности своего рода онтокод.

Например, в поле зрения субъекта-ловца появляется Р-элемент. Для коллективного субъекта это появление неживой субстанции (T_9), которая обладает соответствующими предикациями (размер (T_1), форма (T_2), положение (T_3), осязание (T_4), вкус (T_5), цвет (T_6), поедание (T_7), плюс-аффект насыщения (T_8)), так что в онтологической топике этой определенности будет соответствовать последовательность все более крупных «тезисов», например:

$$\text{размер} < \text{форма} < \text{положение} < \text{осязание} < \text{вкус} < \text{цвет} < \text{поедание} <$$
$$< \text{плюс-аффект насыщения}.$$

Такая последовательность еще не является топосом Р-элемента в онтотопике, но ее можно использовать для получения такого топоса, например, по следующему правилу. Если Т — топос самой сильной предикации (или самой слабой субстанции), что по сути есть граница между топосами всех предикаций и субстанций, то топос Р-элемента T_P мог бы быть получен как сумма

$$T_P = T + t_8 + t_7 + t_6 + t_5 + t_4 + t_3 + t_2 + t_1 < T_9,$$

где t_i соответствует T_i, $i = 1, ..., 8$, например $t_i = k_i T_i$ — домножение топоса T_i на некоторый коэффициент k_i.

Топос T_P можно рассматривать как реализацию такого инфинитного поличисла α, в котором каждая координата α_i, $i \geq 1$, будет соответствовать приращению t_{9-i}:

$$T_P = {}^{n}_{m}r_{ex}\alpha = {}^{n}_{m}r_{ex}(\alpha_0, \alpha_1, ..., \alpha_8) = q_n R^{-1}_{M^n}(+\infty) + q_{n-1} R^{-1}_{M^{n-1}}(+\infty) + ...$$
$$+ q_m R^{-1}_{M^m}(+\infty) = \Sigma^{m}_{i=n} q_i M^i,$$

где $q_n R^{-1}_{M^n}(+\infty) = T,$

$q_{n-1} R^{-1}_{M^{n-1}}(+\infty) = t_8,$

...

$q_m R^{-1}_{M^m}(+\infty) = t_1.$

Переход от последовательности топосов T_i к сумме T_P напоминает процесс *интегрирования*, когда последовательные значения интегрируемой функции становятся суммируемыми дифференциалами первообразной.

Реализуя задачу представления онтологического кода в структурах живой телесности (см. параграф «К проблеме биологической аксиоматики»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 467 и далее), мы вынуждены будем предположить, что тело субъекта-ловца тем или иным образом должно быть связано со структурами онтологической топики, имея возможность кодировать основные сущности субъектной онтологии данного субъекта и переносить их внешние формы во внутренний мир субъекта или, наоборот, выражать структуры внутреннего мира в определениях внешней телесности. Дифференциация тела субъекта-ловца на афферентные органы зрения, осязания и вкуса, определение эфферентной телесности как способности движения в плоском пространстве, способности контакта и поедания Р-элементов и т. д., — это должны быть дифференциации уже живой телесности, связанные с выражением структуры онтотопики.

Интересно также было бы представить физические законы как разновидности каузальных сетей.

Пусть p — позитивность, которая выражает движение мировой системы по фазовой траектории под действием только физических законов в совокупном физическом фазовом пространстве. Позитивности p соответствует наиболее общая формулировка физического закона — как своего рода *Ф-закона*. В применении к разным более частным ситуациям, которые можно обозначать идентификаторами α_i, Ф-закон дифференцируется более частными i-законами, которые можно связать с i-позитивностями p_i. Если p_1, p_2, ..., p_n — такие более частные позитивности, то более дифференцированное представление Ф-закона можно выразить в виде следующей каузальной сети:

$$p_1{\downarrow}\alpha_1 + p_2{\downarrow}\alpha_2 + \ldots + p_n{\downarrow}\alpha_n,$$

где α_i — идентификатор запуска позитивности p_i.

Возможно также, что действие некоторых более частных дифференциаций Ф-закона будет организовано последовательно. Например, при переходе вещества из одного агрегатного состояния в другое изменение одного агрегатного состояния может регулироваться одним более частным законом, а изменение следующего агрегатного состояния — другим более частным законом. На уровне позитивностей это будет соответствовать последовательной связи $p_2{\downarrow}p_1$.

Таким образом, в целом Ф-закон может раскладываться в достаточно дифференцированную С-сеть своих более частных проявлений, так что язык С-сетей оказывается общим для описания как физических, так и субъектных законов.

Когда эти два типа законов встречаются, то в области несовместимости один закон может прерывать другой. Рассмотрим более подробно организацию такого прерывания на языке позитивностей.

Допустим, падает камень, и субъект перехватывает его падение (ловит его). В онтологии субъекта-ловца это соответствует поимке Р-элемента. Без субъекта камень продолжил бы свое падение и где-то бы остановился. Этому соответствует разворачивание некоторой физической позитивности $p^*_Ф$ от момента

t_0 до момента $t_К$. Но в некоторый промежуточный момент $t \in (t_0, t_К)$ рост позитивности $p^*_Ф$ прерывается ростом некоторой субъектной позитивности, которая разворачивается от момента t^*_0 до момента $t^*_К$, где $t \in (t^*_0, t^*_К)$. Падение камня останавливается физическим веществом живого тела субъекта, например тело субъекта-ловца хватает P-элемент и останавливает его. На тело субъекта также действует физический закон, но, кроме того, действует также субъектный закон, который заставляет субъект итогово передвигаться куда нужно субъекту. На живое тело действуют два закона — физический (объектный) и субъектный закон. Это можно выразить функциональной позитивностью $p(p_Ф, p^*)$, где $p_Ф$ — физическая позитивность, выражающая действие физического закона на живое тело, p^* — *поправочная* субъектная позитивность, которая должна быть добавлена к $p_Ф$, чтобы получилась нужная итоговая субъектная позитивность p. При росте p физическая позитивность $p_Ф$ может даже падать, если движение живого тела идет против направления действия физического закона.

Обладая таким живым телом, субъект может установить зависимость от него для некоторого другого фрагмента физической среды. Например, живое тело приходит в контакт с физическим телом и возникает связь между ними, так что движение физического тела становится функцией $f(p, p^*_Ф)$ от субъектной позитивности p и физической позитивности $p^*_Ф$, характеризующей действие физического закона на физическое тело. В итоге получаем новую позитивность $P = f(p(p_Ф, p^*), p^*_Ф)$, для которой теперь позитивность $p(p_Ф, p^*)$ играет роль поправочной позитивности. Прерывание в момент t физического закона, действующего на объект в виде роста позитивности $p^*_Ф$, может быть представлено как скачкообразный переход к новой позитивности $P = f(p(p_Ф, p^*), p^*_Ф)$, которая теперь начинает расти, а позитивность $p^*_Ф$ может начать даже падать (если субъект подбрасывает, например, пойманный камень вверх).

В терминах позитивности может быть описана и схема *процессов сопряжения*[1], когда субъекты могут использовать несущий физический процесс с позитивностью $P_Ф$ для того, чтобы образовать несомый процесс с позитивностью $p_Ф$, которая будет падать, так что возникнет новая позитивность $P^*_Ф = P_Ф + p'_Ф < P_Ф$, поскольку $p'_Ф < 0$. Все же падение несомой позитивности $p'_Ф$ будет таково, чтобы $P^*_Ф$ продолжало расти, хотя и медленнее, чем $P_Ф$. За несомой позитивностью $p'_Ф$ в этом случае будет находиться субъектная позитивность p, рост которой будет выражаться в падении $p'_Ф$, т. е. $p = -p'_Ф$. Обращая вспять рост физической позитивности на уровне несомого процесса (локально), субъекты будут лишь замедлять рост физической позитивности на уровне несущего процесса (глобально). Поправочная позитивность p^*, описанная выше в схеме прерывания $P = f(p(p_Ф, p^*), p^*_Ф)$, выступает одновременно как несомая позитивность $p'_Ф$ в соответствующем процессе сопряжения $P^*_Ф = P_Ф + p'_Ф$.

---

[1] О понятии «процесс сопряжения» см.: *Моисеев В. И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины. С. 289—298.

Так могут быть выражены основные принципы (прерывание и сопряжение) взаимодействия объектной и субъектной активности в рамках комплексной системы эпифизических процессов.

Хочу также заметить, что в любом С-терме, в котором есть параллельные С-термы вида $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n$, при реализации возникает новый С-терм, в котором все параллельные термы $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n$ заменяются на последовательные $\alpha_{i1}\downarrow\alpha_{i2}\downarrow ... \downarrow\alpha_{in}$, где $i_j = 1, ..., n$ и $i_{j1} \neq i_{j2}$ при $j_1 \neq j_2$. В таком последовательном С-терме, который уже точнее было бы называть С-*цепью*, все позитивности оказываются последовательными, реализуя свои фрагменты одной интегральной позитивности, растущей на протяжении всей цепи как мера субъектного времени.

С-термам позитивностей и идентификаторов могут быть сопоставлены С-термы законов и идентификаторов, когда каждую позитивность мы должны заменить на соответствующий закон, с которым связана данная позитивность (позитивность связана с необратимой фазовой траекторией, вдоль которой она растет, а закон определяет эту фазовую траекторию). Однако, в отличие от С-термов на позитивностях, С-термы на законах (*номотетические* С-термы) в общем случае не обладают свойством необратимости во времени, поскольку законы обычно обратимы во времени и могут определить только *форму* фазовой траектории, но не выделенное направление на ней и граничные условия. С-цепи на позитивностях обладают этими параметрами, реализуя идею субъектных мер как мер времени (см. параграф «Степень себя как мера времени»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 275 и далее).

Глава 3
Полярный анализ

Работая средствами плеронального многообразия с разного рода полярными системами, мы неоднократно встречались с примерами разных систем полярностей. До некоторой степени теория таких полярных систем может быть развита относительно автономно, независимо от того, в каком более конкретном виде выражаются структуры полярностей.

Ниже я предполагаю развить ряд положений о так называемом полярном анализе, т. е. некотором подходе, в основе которого лежит представление о полярности — системе начал, способных находиться в антагонизме, но в то же время образующих некоторую целостность, в рамках которой возможна гармонизация этих начал и их взаимоподдержка. Подобное представление близко к идеям классической немецкой философии Фихте, Шеллинга, Гегеля с его концепцией диалектической триады тезис—антитезис—синтез. Речь лишь пойдет о более строгом выражении подобной философской позиции и расширении системы полярностей за пределы только двух элементов. Полярный анализ предполагает, что в основе всякой определенности лежит более или менее разветвленная система полярностей, и главная задача такого анализа — научиться восстанавливать и более строго представлять полярную ткань бытия и даже измерять параметры ее развития и функционирования.

Мне представляется, что идеи полярного анализа важны во всякой органической дисциплине. Поскольку биология — первая из таковых в этом изложении, то я решил ввести главу о полярном анализе именно в биологическую часть «Логики Синтеза».

§ 1. Основные понятия и определения полярного анализа

Первое, с чего я попытаюсь начать, — дать более формальное определение полярностей.

В общем случае под полярностями я буду понимать следующие структуры, которые будут определены индуктивно.

Положим, что дано некоторое множество *сингулярных полярностей*, которые я буду обозначать символами a, b, c..., возможно, с индексами: a_1, a_2, a_3, ..., b_1, b_2... и т. д.

1. *Базис*. n-ка сингулярных полярностей $(a_1, a_2, ..., a_n)$, где $n \geq 1$, есть *атомарная полярность*.
2. *Индуктивное предположение*.
   2.1. Если $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ — полярности, и $(a_1, a_2, ..., a_n)$ — атомарная полярность, то $(a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n))$ — полярность.
   2.2. Если α_1, α_2 — полярности, то $(\alpha_1 \otimes \alpha_2)$ — полярность (как произведение полярностей α_1 и α_2).
3. *Индуктивное замыкание*. Никаких иных полярностей нет.

Например, $(a_1, a_2, ..., a_n)$, $(a_1(c_1, c_2), a_2(b_1, b_2, b_3))$, $(a_1, a_2, ..., a_n) \otimes (a_1(c_1, c_2), a_2(b_1, b_2, b_3))$ — примеры полярностей, если $a_1, a_2, ..., a_n, c_1, c_2, b_1, b_2, b_3$ — сингулярные полярности.

Равенство на полярностях задается покоординатно. Исходным является равенство на сингулярных полярностях, и $(a_1, a_2, ..., a_n) = (b_1, b_2, ..., b_n)$ если только если $a_1 = b_1$ и ... и $a_n = b_n$. Для случая $a(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ и $b(\beta_1, ..., \beta_m)$ имеем условие $a(\alpha_1, ..., \alpha_n) = b(\beta_1, ..., \beta_m)$ если только если $n = m$ и $a = b$ и $\alpha_1 = \beta_1$ и ... и $\alpha_n = \beta_n$. Для произведений $(\alpha_1 \otimes \alpha_2)$ и $(\beta_1 \otimes \beta_2)$ имеем: $\alpha_1 = \beta_1$ и $\alpha_2 = \beta_2$ влечет $(\alpha_1 \otimes \alpha_2) = (\beta_1 \otimes \beta_2)$.

Примем также следующие соглашения.

Положим, что для перемножения n-ок $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ действует своего рода закон дистрибутивности:

$$(\alpha_1, ..., \alpha_n) \otimes (\beta_1, ..., \beta_m) = \{\alpha_i\}_{i=1}^{n} \otimes \{\beta_j\}_{j=1}^{m} = \{\alpha_i \otimes \beta_j\}_{i,\, j=1}^{n,\, m},$$

где $\{\alpha_i\}_{i=1}^{n} = (\alpha_1, ..., \alpha_n)$.

Например, $(\alpha_1, \alpha_2) \otimes (\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (\alpha_1 \otimes \beta_1, \alpha_1 \otimes \beta_2, \alpha_1 \otimes \beta_3, \alpha_2 \otimes \beta_1, \alpha_2 \otimes \beta_2, \alpha_2 \otimes \beta_3)$.

В частности, $(\alpha_1, ..., \alpha_n) \otimes \beta = \{\alpha_i \otimes \beta\}_{i=1}^{n}$.

Для операции умножения $\otimes$ примем свойства булевского умножения, например коммутативность, ассоциативность, или свойство идемпотентности $\alpha \otimes \alpha = \alpha$. Введем нулевой элемент θ (как одну из сингулярных полярностей), где $\alpha \otimes \theta = \theta \otimes \alpha = \theta$ и

$$(\alpha_1, ..., \alpha_{k-1}, \theta, \alpha_k, ..., \alpha_n) = (\alpha_1, ..., \alpha_{k-1}, \alpha_k, ..., \alpha_n),$$
$$\theta(\alpha_1, ..., \alpha_n) = (\alpha_1, ..., \alpha_n).$$

Сингулярные полярности и их произведения я буду далее называть *простыми полярностями*.

Атомарную полярность $(a_1, a_2, ..., a_n)$ можно было бы связать с n-кой векторов $\bar{x}_1, ..., \bar{x}_n$ из некоторого векторного пространства V, где $\bar{e}_i = \bar{x}_i/|\bar{x}_i|$ — единичный вектор вектора $\bar{x}_i$, и $x_i = |\bar{x}_i|$ — длина вектора $\bar{x}_i$, и $\sum_{i=1}^{n} \bar{e}_i = 0$ — сумма единичных векторов равна нулю. В этом случае n-ка (x_1, x_2, ..., x_n) представляет собой своего рода диаграмму распределения длин векторов $\bar{x}_i$ по направлениям единичных векторов $\bar{e}_i$. Если все x_i равны, то мы имеем симметричную систему полярностей, когда все полярности взаимно уравновешивают друг друга. Если же, например, все x_i, кроме одного, равны нулю, то это крайне асимметричное состояние полярностей. Кроме атомарных векторных полярностей, возможны более сложные системы полярностей, когда, например, каждому вектору некоторого уровня соответствует еще своя система векторов более низкого уровня, и т. д. Такие состояния полярностей выражаются неатомарными полярностями.

Аналогично случаю с векторами, каждой сингулярной полярности a_i или произведению сингулярных полярностей ($a_1 \otimes ... \otimes a_n$) можно сопоставить некоторые их числовые представления $|a_i|$ и $|a_1 \otimes ... \otimes a_n|$ соответственно — как неотрицательные вещественные числа, выражающие своего рода меры полярностей.

Определим в связи с этим понятие *числового представления* $|\alpha|$ для полярности α, предполагая, что числовые представления заданы некоторым образом для простых полярностей:

1. *Базис.* $|(a_1, a_2, ..., a_n)| = (|a_1|, |a_2|, ..., |a_n|)$ для атомарной полярности (a_1, a_2, ..., a_n).
2. *Индуктивное предположение.*

Если $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ — полярности, определены их числовые представления $|\alpha_1|$, $|\alpha_2|$, ..., $|\alpha_n|$, и (a_1, a_2, ..., a_n) — атомарная полярность, то $|(a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n))| = (|a_1|(|\alpha_1|), |a_2|(|\alpha_2|), ..., |a_n|(|\alpha_n|))$.

§ 2. Пример полярной статики

Для иллюстрации применения идей полярного анализа давайте попытаемся провести полярный анализ некоторой определенности, например герба Ангильи[1] (см. рис. 6 на вклейке), на котором изображены три рыбы светло-коричневого цвета на белом фоне верхних двух третей плавнотреугольного щита. Рыбы закручиваются в спираль головами к центру. Нижняя треть щита — голубая. Попытаемся выделить здесь основные полярности.

Во-первых, нужно выделить основные атомарные полярности определенности, одновременно вводя сингулярные полярности. В нашем примере это полярности щита (Щ) в целом — левая (Л) и правая (П) половины (Л, П), затем — верхняя (В) и нижняя (Н) части щита (В, Н). Если брать верхнюю часть, то на ней образуются полярности (Р, Ф) рыб (Р) и фона (Ф). Полярность рыб Р разделяется на три отдельные рыбы $Р_1$, $Р_2$ и $Р_3$. Наконец, имеем полярности из трех

[1] Ангилья — владение Великобритании в восточной части Карибского моря, расположено в 320 км к востоку от Пуэрто-Рико на островах Ангилья (Ангуилла) и Сомбреро (северная часть Малых Антильских островов); общая площадь — 96 км^2 (155 км^2, включая мелкие острова и рифы).

цветов — белого цвета (Б) верхней части щита, голубого цвета (Г) нижней части и светло-коричневого цвета (К) рыб. Конечно, можно было бы выделять еще более тонкие полярности, например, глаза, рот, плавники и хвост каждой рыбы, вогнутости на верхней части и скругленный угол на нижней части щита и т. д., но остановимся пока на описанном выше уровне подробности.

Полагая элементы Щ, Л, П, В, Н, Р, Ф, $Р_1$, $Р_2$, $Р_3$, Б, Г, К в качестве сингулярных полярностей, всего получим в этом случае следующие атомарные полярности:

Щ — щит в целом,
(Л, П) — левая (Л) и правая (П) половины щита,
(В, Н) — верхняя (В) и нижняя (Н) части щита,
(Р, Ф) — рыбы (Р) и фон (Ф),
($Р_1$, $Р_2$, $Р_3$) — первая ($Р_1$), вторая ($Р_2$) и третья ($Р_3$) рыбы,
(Б, Г, К) — белый (Б), голубой (Г), коричневый (К) цвета.

Следующий шаг полярного анализа после выделения основных атомарных полярностей — организация атомарных полярностей между собой. Например, полярности (Л, П), (В, Н) и (Б, Г, К), выступая подполярностями Щ, т. е. как Щ(Л, П), Щ(В, Н) и Щ(Б, Г, К), одновременно являются независимыми и относятся ко всей определенности в целом (Щ). Мы можем их перемножить, образуя более тонкие мультипликативные полярности, но вначале согласуем с ними оставшиеся полярности. Полярность (Р, Ф) является подполярностью В, т. е. мы можем записать эту структуру в виде неатомарной полярности (В(Р, Ф), Н). Наконец, полярность ($Р_1$, $Р_2$, $Р_3$) еще более дифференцирует полярность Р, так что в итоге получаем полярность (В(Р($Р_1$, $Р_2$, $Р_3$), Ф), Н). Теперь эту полярность перемножим с полярностью (Л, П). Получим:

$$(\text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}), \text{Н}) \otimes (\text{Л}, \text{П}) = (\text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}) \otimes$$
$$\otimes \text{Л}, \text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}) \otimes \text{П}, \text{НДЛ}, \text{НДП}).$$

Здесь, например:

В(Р($Р_1$, $Р_2$, $Р_3$), Ф) $\otimes$ Л — левая верхняя часть щита, включающая в себя фон и рыб.

Отсюда видно, что умножение проникает во все подполярности:

$$\text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}) \otimes \text{Л} = \text{В} \otimes \text{Л}(\text{Р} \otimes \text{Л}(\text{Р}_1 \otimes \text{Л}, \text{Р}_2 \otimes \text{Л}, \text{Р}_3 \otimes \text{Л}), \text{Ф} \otimes \text{Л}),$$

где, например, $Р_1 \otimes Л$ — часть 1-й рыбы, попадающая в левую половину щита.

Перемножая все независимые полярности, мы получаем итоговую полярность, описывающую всю полноту определенности (в рамках принятого уровня подробности, который во многом задается принятым набором сингулярных полярностей и представленной структурой атомарных полярностей):

$$\text{Щ}(\text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}), \text{Н})) \otimes \text{Щ}(\text{Л}, \text{П}) \otimes \text{Щ}(\text{Б}, \text{Г}, \text{К})) =$$
$$= \text{Щ}((\text{В}(\text{Р}(\text{Р}_1, \text{Р}_2, \text{Р}_3), \text{Ф}), \text{Н}) \otimes (\text{Л}, \text{П}) \otimes (\text{Б}, \text{Г}, \text{К})) =$$

$$= Щ((В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes Л, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes П, Н \otimes Л, Н \otimes П) \otimes$$
$$\otimes (Б, Г, К)) = Щ((В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes Л \otimes Б, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes$$
$$\otimes Л \otimes Г, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes Л \otimes К, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes П \otimes$$
$$\otimes Б, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes П \otimes Г, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3), Ф) \otimes П \otimes К, Н \otimes Л \otimes Б,$$
$$Н \otimes Л \otimes Г, Н \otimes Л \otimes К, Н \otimes П \otimes Б, Н \otimes П \otimes Г, Н \otimes П \otimes К)).$$

Как правило, мы можем упростить итоговую полярность, поскольку часть ее элементов равна нулевому элементу θ. Например, коричневыми будут только рыбы, поэтому все остальные произведения с К окажутся равными θ. Аналогично в произведениях с Г останутся ненулевыми только элементы $Н \otimes Л \otimes Г$ — нижне-левая голубая часть, и $Н \otimes П \otimes Г$ — нижне-правая голубая часть.

В итоге останется только такая полярность:

$$Щ(В(Ф) \otimes Л \otimes Б, В(Ф) \otimes П \otimes Б, В(Р(Р_1, Р_2, Р_3)) \otimes Л \otimes К, В(Р(Р_1, Р_2,$$
$$Р_3)) \otimes П \otimes К, Н \otimes Л \otimes Г, Н \otimes П \otimes Г),$$

где $В(Ф) \otimes Л \otimes Б = В \otimes Л \otimes Б\ (Ф \otimes Л \otimes Б)$;

$В(Ф) \otimes П \otimes Б = В \otimes П \otimes Б\ (Ф \otimes П \otimes Б)$,

$В(Р(Р_1,\ Р_2,\ Р_3)) \otimes Л \otimes К = В \otimes Л \otimes К\ \ (Р \otimes Л \otimes К\ \ (Р_1 \otimes Л \otimes К,\ Р_2 \otimes Л \otimes К,$ $Р_3 \otimes Л \otimes К))$,

$В(Р(Р_1,\ Р_2,\ Р_3)) \otimes П \otimes К = В \otimes П \otimes К\ \ (Р \otimes П \otimes К\ \ (Р_1 \otimes П \otimes К,\ Р_2 \otimes П \otimes К,$ $Р_3 \otimes П \otimes К))$.

Окончательно получим:

$$Щ(В \otimes Л \otimes Б(Ф \otimes Л \otimes Б), В \otimes П \otimes Б(Ф \otimes П \otimes Б), В \otimes Л \otimes К$$
$$(Р \otimes Л \otimes К(Р_1 \otimes Л \otimes К, Р_2 \otimes Л \otimes К, Р_3 \otimes Л \otimes К)), В \otimes П \otimes К$$
$$(Р \otimes П \otimes К(Р_1 \otimes П \otimes К, Р_2 \otimes П \otimes К, Р_3 \otimes П \otimes К)), Н \otimes Л \otimes Г, Н \otimes П \otimes Г).$$

Эта полярность и будет полным «полярным портретом» (на принятом уровне подробности) герба Ангильи.

В качестве числовых представлений полярностей в этом примере рассмотрим величины площади сингулярных полярностей и их произведений. Например, для Щ примем величину 12 (например, щит занимает площадь 12 см^2 на некотором рисунке), т. е. $|Щ| = 12$. Тогда для числовых представлений других простых полярностей имеем, исходя из анализа рисунка, приблизительно такие величины:

$|В| = 8$,
$|Н| = |Г| = 4$,
$|П| = 6$,
$|Л| = 6$,
$|Р| = |К| = 3$,
$|Р_i| = 1$,
$|Ф| = |В| - |Р| = |Б| = 8 - 3 = 5$,
$|В \otimes Л \otimes Б| = |В \otimes П \otimes Б| = |В \otimes Б|/2 = |Ф|/2 = (|В| - |Р|)/2 = (8 - 3)/2 = 2.5$,

$$
\begin{aligned}
&|Ф \otimes Л \otimes Б| = |Ф \otimes П \otimes Б| = |Ф|/2 = 2.5,\\
&|В \otimes Л \otimes К| = |В \otimes П \otimes К| = |Р|/2 = 3/2 = 1.5,\\
&|Р \otimes Л \otimes К| = |Р \otimes П \otimes К| = |Р|/2 = 1.5,\\
&|Р_i \otimes Л \otimes К| = |Р_i \otimes П \otimes К| = |Р_i|/2 = 1/2 = 0.5,\\
&|Н \otimes Л \otimes Г| = |Н \otimes П \otimes Г| = |Н|/2 = 4/2 = 2.
\end{aligned}
$$

Числовое представление итоговой полярности будет выглядет таким образом (справа внизу от числа я буду ставить индекс соответствующей простой полярности):

$$
12_Щ(8_В(5_Ф) \otimes 6_Л \otimes 5_Б,\ 8_В(5_Ф) \otimes 6_П \otimes 5_Б,\ 8_В(3_Р(1_{Р_1}, 1_{Р_2}, 1_{Р_3})) \otimes 6_Л \otimes 3_К,\ 8_В(3_Р(1_{Р_1}, 1_{Р_2}, 1_{Р_3})) \otimes 6_П \otimes 3_К,\ 4_Н \otimes 6_Л \otimes 4_Г,\ 4_Н \otimes 6_П \otimes 4_Г),
$$

где

$$
\begin{aligned}
&8_В(5_Ф) \otimes 6_Л \otimes 5_Б = 8_В \otimes 6_Л \otimes 5_Б\ (5_Ф \otimes 6_Л \otimes 5_Б) = 2.5_{В\otimes Л\otimes Б}(2.5_{Ф\otimes Л\otimes Б}),\\
&8_В(5_Ф) \otimes 6_П \otimes 5_Б = 8_В \otimes 6_П \otimes 5_Б\ (5_Ф \otimes 6_П \otimes 5_Б) = 2.5_{В\otimes П\otimes Б}(2.5_{Ф\otimes П\otimes Б}),\\
&8_В(3_Р(1_{Р_1}, 1_{Р_2}, 1_{Р_3})) \otimes 6_Л \otimes 3_К = 8_В \otimes 6_Л \otimes 3_К(3_Р \otimes 6_Л \otimes 3_К(1_{Р_1} \otimes 6_Л \otimes 3_К,\\
&\quad 1_{Р_2} \otimes 6_Л \otimes 3_К,\ 1_{Р_3} \otimes 6_Л \otimes 3_К)) = 1.5_{В\otimes Л\otimes К}(1.5_{Р\otimes Л\otimes К}(0.5_{Р1\otimes Л\otimes К},\ 0.5_{Р2\otimes Л\otimes К},\ 0.5_{Р3\otimes Л\otimes К})),\\
&8_В(3_Р(1_{Р_1}, 1_{Р_2}, 1_{Р_3})) \otimes 6_П \otimes 3_К = 8_В \otimes 6_П \otimes 3_К(3_Р \otimes 6_П \otimes 3_К(1_{Р_1} \otimes 6_П \otimes 3_К,\\
&\quad 1_{Р_2} \otimes 6_П \otimes 3_К,\ 1_{Р_3} \otimes 6_П \otimes 3_К)) = 1.5_{В\otimes П\otimes К}(1.5_{Р\otimes П\otimes К}(0.5_{Р1\otimes П\otimes К},\ 0.5_{Р2\otimes П\otimes К},\ 0.5_{Р3\otimes П\otimes К})),\\
&4_Н \otimes 6_Л \otimes 4_Г = 2_{Н\otimes Л\otimes Г},\\
&4_Н \otimes 6_П \otimes 4_Г = 2_{Н\otimes П\otimes Г}.
\end{aligned}
$$

Числовое представление на уровне простых полярностей будет выглядеть так:

$$
12_Щ(2.5_{В\otimes Л\otimes Б}(2.5_{Ф\otimes Л\otimes Б}),\ 2.5_{В\otimes П\otimes Б}(2.5_{Ф\otimes П\otimes Б}),\ 1.5_{В\otimes Л\otimes К}(1.5_{Р\otimes Л\otimes К}(0.5_{Р1\otimes Л\otimes К},\ 0.5_{Р2\otimes Л\otimes К},\ 0.5_{Р3\otimes Л\otimes К})),\ 1.5_{В\otimes П\otimes К}(1.5_{Р\otimes П\otimes К}(0.5_{Р1\otimes П\otimes К},\ 0.5_{Р2\otimes П\otimes К},\ 0.5_{Р3\otimes П\otimes К})),\ 2_{Н\otimes Л\otimes Г},\ 2_{Н\otimes П\otimes Г})
$$

или, снимая индексы полярностей:

$$
12(2.5(2.5),\ 2.5(2.5),\ 1.5(1.5(0.5, 0.5, 0.5)),\ 1.5(1.5(0.5, 0.5, 0.5)),\ 2,\ 2).
$$

Но и в такого рода числовом представлении полярности еще сложно обозреть ее итоговое состояние. Хотелось бы ввести некоторую меру на полярностях, которая бы позволяла определять одно число, выражающее интегральную характеристику всего полярного комплекса определенности. Ниже я постараюсь высказать и развить в первом приближении ряд идей в этом направлении.

§ 3. Еще один пример полярного анализа

Попробуем проанализировать представленную фотографию (см. рис. 7 на вклейке) с точки зрения систем полярностей.

Во-первых, здесь можно выделить полярности неба (Н) и земли (З), т. е. пару (З, Н), где Н > З — мера неба больше меры земли. Здесь отношение Н/З около 3. В такой асимметрии выражается преобладание более тонкого небесного бытия над более плотным бытием земли-материи. Во-вторых, это полярности переднего (П) и заднего (Зд) плана, дающие измерение глубины. Земля в основном выражает передний план, небо — задний. Мне кажется, по величине преобладает задний план, создавая общий эффект удаленности. Пусть пропорция П/Зд будет приблизительно равна 0.1 (одной десятой), т. е. мера заднего плана раз в десять больше меры переднего плана. Центр перспективы, мне кажется, находится где-то в центре на высоте приблизительно 40% снизу. Из него выходят 4 ребра к каждому углу картины, образуя 4 полярности низа (Нз), правого (Пр), левого (Лв) и верхнего (Вх). Боковые полярности равны, а верхняя преобладает над нижней в отношении приблизительно 1.5 (разлеты просветов облаков несколько выделяют эту структуру).

Перейдем теперь к полярному анализу неба и земли.

На небе можно выделить в качестве полярностей:

1) более темную (Т) верхнюю зону и более светлую (С) нижнюю. Пропорция Т/С около 3;

2) полярность небо (Нб) — облака (Об), они приблизительно уравновешены — насколько среда неба покрыта облаками, настолько же проявляется чистое небо;

3) группы облаков. Можно выделить две основные группы: а) верхне-правую (ВПр), лежащую сверху и справа от лево-верхне-право-нижней (ЛВПН) диагонали неба, б) нижне-левую (НЛ), лежащую слева и снизу от этой диагонали. Отношение ВПр/НЛ приблизительно 4/5;

4) контрасты синего и белого. Справа вверху от ЛВПН-диагонали идет полярность белого-на-синем (БС). Снизу слева от этой диагонали выражена полярность синего на белом (СБ). Но все же белый-на-синем преобладает где-то в отношении 3/2;

5) в центральной части неба обрамлен облаками синий прямоугольник (Прм), противопоставленный своему дополнению (Д) в отношении приблизительно 1/8.

Рассматривая более подробно верхне-правую группу облаков (ВПр), здесь можно выделить три более крупных облака (О1, О2 и О3) и множество более мелких. Два облака О1 и О2 более тесно связаны между собой. Каждое из облаков представляет собою также многоуровневую систему полярностей, в которой можно выделять более крупные и все более мелкие части. Нижне-левая группа облаков (НЛ) состоит из пяти более крупных облаков (О4, О5, О6, О7 и О8), из которых особенно доминирует самое нижне-левое облако (О6), в котором высокая внутренняя гетерогенность. Сопоставим каждому облаку приблизительную меру MS, где S — площадь облака, а M — константа.

Переходя к полярному описанию земли, мы можем в первую очередь выделить полярности ближней земли (БЗ) и дальней земли (ДЗ), где последняя представлена небольшим голубоватым участком слева сверху. Отношение БЗ/ДЗ около 50, т. е. явное преобладание БЗ. В ближней земле можно выделить полярности дважды ближней земли (ББЗ), лежащей на переднем плане, и дальней-ближней земли (ДБЗ), расположенной на заднем плане. Здесь отношение

ББЗ/ДБЗ приблизительно 1.5, т. е. идет все же некоторое господство ББЗ. Еще полярности земли: 1) деревья (Др) — поле (Пл), их отношение Пл/Др также приблизительно 1.5; 2) свет (Ст) — тень (Тн) на деревьях и поле, где отношение Ст/Тн приблизительно 4; 3) полярность песок (Пк) — трава (Тр) в отношении Пк/Тр около 0.01; 4) полярность холмы (Хм) — равнины (Рн) — впадины (Вп) в отношении приблизительно 2/7/1.

Кроме того, есть полярности отдельных групп деревьев и отдельных деревьев, полярности полос на земле и на небе (на земле на переднем плане справа есть оттенок сетки из пересекающихся полос). Как и для облаков, для групп деревьев можно ввести меру как величину M*S, где S — площадь группы, M* — константа. Можно выделить около 5—6 групп деревьев Д1, Д2, Д3, Д4, Д5 и Д6.

Наконец, есть полярность цветов — зеленого (Зел), синего (Син), белого (Бел), голубого (Гол), желтого (Жел) и черного (Ч). Их отношение Син/Зел/Бел/Гол/Ч/Жел приблизительно 5/4/3/3/1/0.1.

Кроме того, даны полярности сияние (Си) — тусклость (Ту) в отношении около 10, просторность (Пр) — теснота (Тт) — около 10, величие (Вел) — малость (Мал) — около 10, радость (Рад) — печаль (Печ) — около 7, воздушность (Взд) — плотность (Плт) — около 7.

Если теперь попытаться обобщить, то как можно было бы выразить основные принципы полярного анализа?

Принцип 1. В определенности нужно выделять основные контрасты.

Принцип 2. Для всякой определенности нужно попытаться выделить ее дополнение, вместе с которым оно образует какую-то целостность.

Принцип 3. Внутри целостности попытаться выделить основные дополнительные части, контрастирующие друг с другом.

Принцип 4. Одна определенность может быть вовлечена во множество полярностей.

Теперь попытаемся приступить к более строгому количественному анализу всего произведения как сложной системы полярностей.

Выпишем сначала основные полярности и их пропорции:

небо (Н) — земля (З) 3/1,
передний (П) — задний (Зд) план 1/10,
низ (Нз) — правое (Пр) — левое (Лв) — верхнее (Вх) 2/2/2/3,
темное верхнее небо (Т) — светлое нижнее небо (С) 3/1,
небо (Нб) — облака (Об) 1/1,
верхне-правая (ВПр) — нижне-левая (НЛ) группы облаков 4/5,
белый-на-синем (БС) — синий-на-белом (СБ) 3/2,
синий прямоугольник (Прм) — его дополнение (Д) 1/8,
8 облаков О1-О8 2/3/2/3/1/5/1.5/1.5,
ближняя земля (БЗ) — дальняя земля (ДЗ) 50/1,
дважды ближняя земля (ББЗ) — дальняя-ближняя земля (ДБЗ) 3/2,
деревья (Др) — поле (Пл) 2/3,

свет (Ст) — тень (Тн) на земле 4/1,
песок (Пк) — трава (Тр) 1/100,
холмы (Хм) — равнины (Рн) — впадины (Вп) 2/7/1,
группы деревьев Д1—Д6 3/2/4/1/2.5/2.5,
синий (Син) — зеленый (Зел) — белый (Бел) — голубой (Гол) — черный (Ч) — желтый (Жел) 5/4/3/3/1/0.1,
сияние (Си) — тусклость (Ту) 10/1,
просторность (Пр) — теснота (Тт) 10/1,
величие (Вел) — малость (Мал) 10/1,
радость (Рад) — печаль (Печ) 7/1,
воздушность (Взд) — плотность (Плт) 7/1.

Еще проблема — как организованы между собой все эти полярности?

1. *Независимые полярности*. Есть полярности всего целого: (Н, З), (П, Зд), (Нз, Пр, Лв, Вх), (Син, Зел, Бел, Гол, Ч, Жел). Организация здесь такова, что небо находится только на заднем плане, а земля — и на переднем, и на заднем. Выделение полярности (ББЗ, БДЗ) по сути предполагает разделение переднего плана еще на два подплана — передний-передний (ПП) и задний-передний (ЗП). Итак, имеем: (П(ПП, ЗП), Зд), и (Н $\otimes$ Зд, З $\otimes$ (П(ПП, ЗП), Зд)), где $\otimes$ — операция перемножения полярностей. Полярности (Н, З), (П(ПП, ЗП), Зд) и (Нз, Пр, Лв, Вх) независимы, поэтому их можно перемножить между собой. Здесь надо заметить, что n-ку $(X_1, ..., X_n)$ можно представить как сложение полярностей $X_1 \oplus ... \oplus X_n$. Тогда для умножения двух систем полярностей можно принять закон дистрибутивности:

$$(X_1, ..., X_n) \otimes (Y_1, ..., Y_m) = \sum_{i=1}^{n} X_i \otimes \sum_{j=1}^{m} Y_i = \sum_{i,j=1}^{n,m} (X_i \otimes Y_i),$$

где $\sum_{i=1}^{n} X_i = X_1 \oplus ... \oplus X_n = (X_1, ..., X_n)$.

Если произведение полярностей $X_i \otimes Y_j$ не определено, т. е. нет новой полярности, в которой бы соединялись тем или иным образом полярности X_i и Y_j, то этот случай можно, как и ранее, обозначать нулем θ, считая его нейтральным элементом сложения $\oplus$.

Для произведения Н $\otimes$ (П, Зд) имеем: Н $\otimes$ П $= \theta$, т. е. небо не определено на переднем плане.

Здесь такое правило: если $X \otimes Y = \theta$ и существует система полярностей $(Z_1, ..., Z_n)$ такая, что определено состояние $Y(Z_1, ..., Z_n)$, то $X \otimes Y(Z_1, ..., Z_n) = \theta$.

2. *Случай зависимых полярностей*: например, полярность (Т, С) — это подполярность Н, т. е. определено состояние Н(Т, С).

3. *Мереологические и холистические полярности*: есть полярности, которые выделяют в целом какие-то части, т. е. если X — анализируемое целое, то полярность $(Y_1, ..., Y_m)$ называется *мереологической* по отношению к X если только если $Y_1, ..., Y_m$ — это части X. Наоборот, полярность $(Y_1, ..., Y_m)$ называется *холистической* в отношении к X если только если найдется такой Y_j, $j = 1, ..., m$, что

Y_j есть X. Полярности, начиная с (Си, Ту) и ниже, могли бы быть примерами холистических полярностей, но здесь еще нужно подумать. Возможно, что фото характеризуется всей системой (Си, Ту), а не только полярностью Си.

§ 4. Мера развития на полярностях

Определим некоторую меру M на атомарных полярностях. Пусть дана атомарная полярность (a_1, a_2, ..., a_n), где a_i — сингулярные полярности, i=1, ..., n, и для них определены числовые представления $|a_i|$. Мера M на атомарной полярности (a_1, a_2, ..., a_n), как представляется, должна выражать по крайней мере четыре характеристики системы полярностей: 1) число полярностей n, 2) величину $|a_i|$ каждой полярности, 3) степень однородности в распределении величин сингулярных полярностей, 4) степень совместимости между полярностями.

В качестве меры M я предлагаю рассмотреть следующее выражение:

$$M\{a_i\}_{i=1}^{n} = \Sigma_{i,\,j=1}^{n} D_{ij}|a_j|, \qquad (*)$$

где D_{ij} — коэффициент влияния меры $|a_j|$ на меру $|a_i|$.

Здесь можно исходить из следующей интерпретации.

Если $i \neq j$, то D_{ij} выражает величину и знак влияния полярности a_j на полярность a_i. Если $D_{ij} > 0$, то полярность a_j вносит положительный (усиливающий) вклад в бытие полярности a_i, и чем более величина D_{ij}, тем больше этот положительный вклад. Если $D_{ij} = 0$, то полярность a_j не оказывает влияния на бытие полярности a_i. Наконец, если $D_{ij} < 0$, то полярность a_j ослабляет-отрицает бытие полярности a_i, и тем больше, чем больше модуль D_{ij}.

Для сингулярной полярности a положим, что $M(a) = |a|$. Для диагональных коэффициентов примем, что $D_{ii} = 1$.

В сумме (*) n^2 слагаемых, из которых n приходится на диагональные элементы D_{ii}, и $(n^2 - n) = n(n - 1)$ элементов — на недиагональные компоненты D_{ij}, где $i \neq j$.

Когда все $D_{ij} = 0$ при $i \neq j$, получим

$$M\{a_i\}_{i=1}^{n} = \Sigma_{i=1}^{n}|a_j|,$$

т. е. обычную сумму на величинах полярностей.

Отсюда можно заключить, что величина $M\{a_i\}_{i=1}^{n}$ обобщает простую сумму $\Sigma_{i=1}^{n}|a_i|$, в связи с чем ее можно называть *обобщенной суммой* величин $|a_i|$.

Обобщенную сумму можно понимать и как *модусную сумму* — сумму модусных величин $|a_i|^*$, каждая из которых образована как сумма всех своих мод — рефлексивной моды $|a_{ii}|$ и трансфлексивных мод $|a_{ij}|$, где $i \neq j$. Тем самым предполагается такая структура ментального многообразия на мерах полярностей, когда каждая мера дана как модус, складывающийся из своих мод на моделях других мер (трансфлексивные моды $D_{ij}|a_j|$, где $i \neq j$) и в своей собственной модели (рефлексивная мода $D_{ii}|a_i|$).

Таким образом, можно записать:

$$M\{a_i\}_{i=1}^{n} = \Sigma_{i=1}^{n}|a_i|^*,$$

где $|a_i|^* = \Sigma_{j=1}^{n} D_{ij}|a_j|$.

Далее я хотел бы провести параллели между обобщенной суммой и энтропией, показав, что при некоторых условиях энтропия может быть представлена как специальный случай обобщенной суммы.

Идея их согласования такова, что 1) берутся нормированные величины полярностей $p_i \in [0, 1]$, 2) при изменении величин полярностей меняются и коэффициенты зависимости, которые в случае нормированных величин полярностей я буду обозначать через δ_{ij}.

При этих условиях примем следующее основное соотношение, приравнивая обобщенную сумму и энтропию:

$$M\{p_i\}_{i=1}^{n} = \Sigma_{i,\,j=1}^{n}\delta_{ij}p_j = \Sigma_{j=1}^{n}(\Sigma_{i=1}^{n}\delta d_{ij})p_j = -\Sigma_{j=1}^{n}p_j\log_a p_j,$$

откуда можно сделать вывод, что

(**) $$\Sigma_{i=1}^{n}\delta_{ij} = -\log_2 p_j.$$

В этом случае имеем n уравнений, в то время как нужно определить $(n^2 - n)$ недиагональных коэффициентов δ_{ij}, где $i \neq j$. Как и ранее, считаем, что диагональные коэффициенты равны 1.

Пусть выполнено условие симметричности $\delta_{ij} = \delta_{ji}$. Тогда независимых коэффициентов остается $(n^2 - n)/2$.

Посмотрим на случай, когда $n = (n^2 - n)/2$. Отсюда получаем, что $n = 3$.

Решая при этих предположениях систему уравнений (**), получим:

$$\delta_{ij} = -0.5(1 + \log_2(p_i p_j/p_k)), \text{ где } k \neq i,\ k \neq j.$$

Возможный вариант обобщения этого выражения для других n мог бы выглядеть следующим образом:

$$\delta_{ij} = -(n-1)^{-1}(1 + \log_2(p_i p_j/(\Pi_{k=1,\,k\neq i,\,j}^{n}p_k)^{1/(n-2)})).$$

Для случая $n = 2$ примем по определению, что

$$\delta_{ij} = -(1 + \log_2(p_j)).$$

Здесь симметрия $\delta_{ij} = \delta_{ji}$ при $i \neq j$ в общем случае не выполнена.

В самом деле, это можно показать прямо, решая уравнение (**). Если $n = 2$, то

$$\delta_{12} = -\log_2(p_2) - 1,$$
$$\delta_{21} = -\log_2(p_1) - 1,$$

откуда $\delta_{12} = \delta_{21}$ равносильно условию $p_1 = p_2 = 0.5$.

В разных случаях получим, например, следующие значения:

$$\delta_{12}(1, 0) = +\infty,$$
$$\delta_{21}(1, 0) = -1,$$
$$\delta_{12}(0, 1) = -1,$$

$\delta_{21}(0, 1) = +\infty,$
$\delta_{12}(0.5, 0.5) = 0,$
$\delta_{21}(0.5, 0.5) = 0.$

Чтобы в некоторой мере уловить зависимость δ_{12} от δ_{21}, можно использовать формулу (учитывая, что для $n = 2$ выполнено соотношение: $p_1 = 1 - p_2$):

$$\delta_{12} = -(1 -^{-1,2} (-\delta_{12})),$$

где

$a -^{-1,c} b = a +^{-1,c} (-^{-1,c} b),$
$\log_c x +^{-1,c} \log_c y = \log_c(x + y),$
$-^{-1,c} \log_c x = \log_c(-x).$

Операция $+^{-1,c}$ — это операция (−1)-сложения по основанию c (см. параграф «Операции сильнее и слабее сложения»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 178 и далее).

Возьмем две какие-нибудь полярности p_1 и p_2 и посмотрим, как меняется коэффициент зависимости δ_{12} в разных условиях.

1 случай.

$n = 2$, и рассмотрим зависимость δ_{12} и δ_{21} от степени симметрии полярностей. Пусть p_1 близка к единице, а p_2 близка к нулю. Например,

$p_1 = 0.99$, $p_2 = 0.01$. Тогда $\delta_{12} = 5.664$, $\delta_{21} = -0.986$.

Еще некоторые значения:

$p_1 = 0.999$, $p_2 = 0.001$. Тогда $\delta_{12} = 8.966$, $\delta_{21} = -0.999$,
$p_1 = 0.99$, $p_2 = 0.01$. Тогда $\delta_{12} = 5.644$, $\delta_{21} = -0.986$,
$p_1 = 0.95$, $p_2 = 0.05$. Тогда $\delta_{12} = 3.322$, $\delta_{21} = -0.926$,
$p_1 = 0.85$, $p_2 = 0.15$. Тогда $\delta_{12} = 1.737$, $\delta_{21} = -0.766$,
$p_1 = 0.75$, $p_2 = 0.25$. Тогда $\delta_{12} = 1$, $\delta_{21} = -0.585$,
$p_1 = 0.65$, $p_2 = 0.35$. Тогда $\delta_{12} = 0.515$, $\delta_{21} = -0.379$,
$p_1 = 0.55$, $p_2 = 0.45$. Тогда $\delta_{12} = 0.152$, $\delta_{21} = -0.138$,
$p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.5$. Тогда $\delta_{12} = 0$, $\delta_{21} = 0$.

Из приведенного выше анализа можно сделать некоторые выводы:

1) вообще надо заметить, что с проективно-модальным анализом обобщенной суммы связано не столько ее представление $M\{p_i\} = \sum_{j=1}^{n}(\sum_{i=1}^{n}\delta_{ij})p_j$, сколько сопряженное представление $M\{p_i\} = \sum_{j=1}^{n}(\sum_{i=1}^{n}\delta_{ji}p_i)$;
2) модус p_j^* — это сумма $\sum_{i=1}^{n}\delta_{ji}p_i$. Например, $p_1^* = p_1 + \delta_{12}p_2 = p_1 + p_2(-\log_2(p_2) - 1)$. Хотя $\delta_{12} = -\log_2(p_2) - 1 \to +\infty$ при $p_2 \to 0$, но произведение $\delta_{12}p_2 \to 0$ при $p_2 \to 0$;
3) таким образом, модусная величина первой полярности $p_1^* = p_1 + \delta_{12}p_2$ стремится к единице, все более совпадая с ростом самобытия полярности p_1. Это значит, что все более должна уменьшаться мода инобытия $p_1{\downarrow}p_2 = \delta_{12}p_2$;

4) проводя аналогичный проективно-модальный анализ второй полярности, видим, что здесь $p_2^* = p_2 + \delta_{21}p_1$. Здесь $\delta_{21} = -\log_2(p_1) - 1 \to -1$, далее $\delta_{21}p_1 \to \to -1$ и, наконец, $p_2^* \to -1$ при $p_1 \to 1$ и $p_2 \to 0$. Это, наоборот, означает, что здесь все более исчезает мода самобытия, и все более господствует мода инобытия, которая достигает в пределе максимального значения -1;
5) таким образом, в случае нарастания поляризации двух полярностей растущая полярность (назовем ее *доминантной*) все более отождествляет полноту своего бытия с самобытием (т. е. мода инобытия обнуляется), а уменьшающаяся полярность (*рецессивная*), наоборот, все более отождествляет полноту своего бытия со своим инобытием (мода самобытия обнуляется). В пределе мода самобытия доминантной полярности достигает $+1$, а мода инобытия у рецессивной полярности достигает величины -1. В сумме они обнуляют друг друга, образуя нулевую обобщенную сумму. Так достигается нулевая энтропия в случае максимальной поляризации двух полярностей;
6) итак, точнее исследовать проективно-модальную структуру энтропии — обобщенные полярности p_j^* и их моды $p_j{\downarrow}p_i = \delta_{ji}p_i$.

Посмотрим с этой точки зрения на те же значения p_1 и p_2 (будем обозначать через p_{12} моду $\delta_{12}p_2$ и через p_{21} моду $\delta_{21}p_1$):

$p_1 = 0.999$, $p_2 = 0.001$. Тогда $p_{12} = 8.996 \times 10^{-3}$, $p_{21} = -0.998$, $p_1^* = 1.008$, $p_2^* = -0.997$,
$p_1 = 0.99$, $p_2 = 0.01$. Тогда $p_{12} = 0.056$, $p_{21} = -0.976$, $p_1^* = 1.046$, $p_2^* = -0.996$,
$p_1 = 0.95$, $p_2 = 0.05$. Тогда $p_{12} = 0.166$, $p_{21} = -0.88$, $p_1^* = 1.116$, $p_2^* = -0.83$,
$p_1 = 0.85$, $p_2 = 0.15$. Тогда $p_{12} = 0.261$, $p_{21} = -0.651$, $p_1^* = 1.111$, $p_2^* = -0.501$,
$p_1 = 0.75$, $p_2 = 0.25$. Тогда $p_{12} = 0.25$, $p_{21} = -0.439$, $p_1^* = 1$, $p_2^* = -0.189$,
$p_1 = 0.65$, $p_2 = 0.35$. Тогда $p_{12} = 0.18$, $p_{21} = -0.246$, $p_1^* = 0.83$, $p_2^* = 0.104$,
$p_1 = 0.55$, $p_2 = 0.45$. Тогда $p_{12} = 0.068$, $p_{21} = -0.076$, $p_1^* = 0.618$, $p_2^* = 0.374$,
$p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.5$. Тогда $p_{12} = 0$, $p_{21} = 0$, $p_1^* = 0.5$, $p_2^* = 0.5$.

Отсюда мы видим еще один интересный процесс — с повышением симметричности двух полярностей, т. е. при p_1, $p_2 \to 0.5$, трансфлексивные моды стремятся к нулю ($p_{ij} \to 0$, $i \neq j$), и полнота бытия все более отождествляет себя с самобытием полярностей ($p_j^* \to p_j$), но теперь этот процесс происходит одновременно у двух полярностей, а не только у доминирующей, как это было при потере равновесия.

В качестве общей *меры инобытия* можно рассмотреть меру

$$N\{A_i\} = \Sigma^{n}_{i,\, j=1,\, i \neq j} D_{ij}A_j.$$

В нашем случае это будет величина $p_{12} + p_{21}$, которая будет принимать следующие значения:

$p_1 = 0.999$, $p_2 = 0.001$. $p_{12} + p_{21} = -0.989$,
$p_1 = 0.99$, $p_2 = 0.01$. $p_{12} + p_{21} = -0.92$,
$p_1 = 0.95$, $p_2 = 0.05$. $p_{12} + p_{21} = -0.714$,

$p_1 = 0.85$, $p_2 = 0.15$. $p_{12} + p_{21} = -0.39$,
$p_1 = 0.75$, $p_2 = 0.25$. $p_{12} + p_{21} = -0.189$,
$p_1 = 0.65$, $p_2 = 0.35$. $p_{12} + p_{21} = -0.066$,
$p_1 = 0.55$, $p_2 = 0.45$. $p_{12} + p_{21} = -0.008$,
$p_1 = 0.5$, $p_2 = 0.5$. $p_{12} + p_{21} = 0$.

Если мера инобытия отрицательна, то это можно рассматривать как показатель несовместимости полярностей.

Таким образом, в нашем случае максимальная несовместимость полярностей -1 достигается при максимальной асимметрии полярностей, в то время как при движении к равновесному состоянию полярностей несовместимость полярностей уменьшается, достигая нуля (состояние независимости полярностей) в равновесии.

В итоге можно заключить, что энтропия определена как обобщенная сумма некоторого частного вида с описанными выше свойствами. При усилении доминирующей полярности полнота ее бытия все более сводится к самобытию, а у рецессивных полярностей, наоборот, полнота бытия все более сводится к инобытию. В движении к равновесию у каждой полярности полнота бытия все более сводится к самобытию. В асимметрии растет мера несовместимости полярностей, уменьшаясь при движении к равновесию. Но максимум, что может дать энтропия, это независимость полярностей при равновесии.

В случае $n > 2$ эти тенденции сохранятся, поскольку они вытекают из характера изменения p_j.

Таким образом, уже сейчас можно с большой вероятностью предположить, что подобное представление энтропии как обобщенной суммы достаточно хорошо соответствует интуиции обобщенной суммы как модусной суммы.

На полярностях можно задать отношение порядка. Будем обозначать через $\alpha \leq \beta$ тот факт, что полярность α является подполярностью β.

В определении отношения $\leq$ примем следующие соглашения:

1. Для всякой полярности α примем, что $\alpha \leq \alpha$ — α является подполярностью самой себя.
2. Если $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ — полярность, то $\alpha_i \leq (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ для любого i.
3. Если $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ — полярности и $(a_1, a_2, ..., a_n)$ — атомарная полярность, то $\alpha_i \leq (a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n))$, $a_i \leq (a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n))$ для любого i, $(a_1, a_2, ..., a_n) \leq (a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n))$.
4. Если α_1, α_2 — полярности, то $(\alpha_1 \otimes \alpha_2) \leq \alpha_i$, $i = 1, 2$, для любых полярностей α_1, α_2.
5. Если $\alpha \leq \beta$, $\beta \leq \gamma$, то $\alpha \leq \gamma$ для любых полярностей α, β и γ.

Среди всех подполярностей специально можно выделить атомарные подполярности, понимая под отношением $\alpha \leq_a \beta$ отношение $\alpha \leq \beta$, когда α является атомарной полярностью.

Меру можно распространить с атомарных полярностей на полярности вообще, исходя из следующих основных соотношений:

$M(a(\alpha)) = |a| = M(\alpha)$,
$M(a_1(\alpha_1), a_2(\alpha_2), ..., a_n(\alpha_n)) = M(a_1, a_2, ..., a_n) = \Sigma^n_{i,j=1} D_{ij}|a_j| = \Sigma^n_{i,j=1} D_{ij} M(\alpha_j)$.

Например, для случая с числовым представлением полярного портрета герба Ангильи можно выделить, как уже отмечалось, следующие атомарные полярности:

(Л, П) — левая (Л) и правая (П) половины щита,
(В, Н) — верхняя (В) и нижняя (Н) части щита,
(Р, Ф) — рыбы (Р) и фон (Ф),
($Р_1$, $Р_2$, $Р_3$) — первая ($Р_1$), вторая ($Р_2$) и третья ($Р_3$) рыбы,
(Б, Г, К) — белый (Б), голубой (Г), коричневый (К) цвета.

Поскольку герб достаточно гармоничен, то можно предположить, что сингулярные полярности в составе всех атомарных полярностей взаимно усиливают друг друга, выражая тем самым образование некоторых эмерджентных (сверхаддитивных) целостностей. Например, левая (Л) и правая (П) половины щита симметричны, представляя собой как бы разные стороны одного, взаимно отражаясь друг в друге. Это можно выразить такой обобщенной суммой:

$$|Л| + |П| + D_{ЛП}|П| + D_{ПЛ}|Л|,$$

где $D_{ЛП} = D_{ПЛ} > 0$.

Особенно подобная гармония видна на примере рыб, которые красиво спирально закручиваются относительно друг друга, так что каждая рыба P_i усиливает свое бытие за счет других рыб P_j, определяя себя как необходимый элемент всей системы, и коэффициенты D_{PiPj} здесь могут достигать более высоких положительных значений, что выражает повышенное состояние гармонии между элементами полярности.

§ 5. Примеры полярной динамики

Последний момент, которого мне хотелось бы коснуться в связи с полярным анализом в этой части, — это *динамика* полярных систем, определяемая в том числе параметрами полярной меры M.

Положим, что есть изменяющаяся во времени полярность $\alpha(t)$. Тогда и мера $M(\alpha(t))$ окажется зависящей от времени. Пусть определена производная $\dot{M} = \frac{dM}{dt}$ меры M по времени, выражающая скорость изменения M. Можно ввести представление о M-*развитии* системы полярностей как о такой эволюции $\alpha(t)$, для которой выполняется условие

(1) $$\dot{M} \geq 0,$$

т. е. мера развития M не уменьшается.

Уравнение

(2) $$\dot{M} > 0$$

можно рассматривать как условие продолжения М-развития, в то время как первое состояние, когда выполнено соотношение

$$\dot{M} = 0, \tag{3}$$

можно рассматривать как условие внутренней остановки М-развития. В связи с этим уравнение остановки не может выполняться на промежуточных этапах одной порции развития, но только для его финала.

Интересно, что уравнение (1) напоминает формулировку второго закона термодинамики, когда в качестве М выступает только энтропия Н. Такой случай можно интерпретировать как частный случай ситуации М-развития, когда в оцениваемой системе полярностей мера М определена как энтропия Н (см. выше). Как мне представляется, в органических науках, например в биологии, психологии, социологии и др., существует интуиция более полной меры развития, которая, кроме энтропии, включает в себя и аддитивность, и совместимость, и, возможно, еще ряд параметров. С этой точки зрения в термодинамике реализуется лишь более частный случай более многомерной ситуации развития.

Давайте рассмотрим классический гегелевский алгоритм развития «тезис—антитезис—синтез». Например, можно ввести атомарную полярность (Т, А), где Т — сингулярная полярность — «тезис», А — «антитезис». В этом случае три этапа диалектического развития можно было бы представить следующим образом:

1. Тезис — полярность (Т, А), где $|T| > 0$, $|A| = 0$ и трансфлексивные коэффициент D_{TA} и D_{AT} равны нулю (случай независимости сингулярных полярностей, поскольку антитезиса еще нет) .
2. Антитезис — полярность (Т, А), где $|T| > 0$, $|A| > 0$ и трансфлексивные коэффициенты D_{TA} и D_{AT} оказываются меньше нуля, выражая несовместимость сингулярных полярностей Т и А.
3. Синтез — полярность (Т, А), где $|T| > 0$, $|A| > 0$ и трансфлексивные коэффициенты D_{TA} и D_{AT} принимают положительные значения, выражая положительное влияние полярностей Т и А друг на друга в составе более полной полярности синтеза.

Чтобы более точно выразить значения меры развития, введем еще представление об акцентированных мерах развития. В общем случае мера М* является *акцентированной мерой* для меры М если только если М* есть сумма, составляющая часть суммы М.

Например, на этапе тезиса можно предположить, что состояние системы полярностей дано только с позиции тезиса (в его «системе отсчета»), в связи с чем точнее состояние тезиса выражать не всей мерой развития М(Т, А), но акцентированной мерой тезиса М(Т):

$$M(T) = |T| + D_{TA}|A|,$$

В то время как на этапе антитезиса полярность дана «в системе отсчета» антитезиса, в связи с чем уместнее использовать акцентированную меру антитезиса M(A):

$$M(A) = |A| + D_{AT}|T|.$$

И только на третьем этапе синтеза восстанавливается полная перспектива, при которой учитываются все акцентированные меры в составе полной меры:

$$M(T, A) = M(T) + M(A) = |T| + D_{TA}|A| + |A| + D_{AT}|T|.$$

Пусть также меры сингулярных полярностей тезиса и антитезиса равны, т. е. $|T| = |A|$. При описанных выше условиях имеем:

$M(T) = |T| + D_{TA}|A| = |T| > 0$, поскольку $D_{TA} = 0$.
$M(A) = |A| + D_{AT}|T| = |A| - |D_{AT}||T| < |A| = |T|$, поскольку $D_{AT} < 0$.
$M(T, A) = M(T) + M(A) = |T| + D_{TA}|A| + |A| + D_{AT}|T| = |T|(2 + D_{TA} + D_{AT})$.

Отсюда видно, что при таком представлении мера M не может расти на всех этапах. В частности, она падает с переходом от тезиса к антитезису, резко возрастая с дальнейшим переходом к синтезу.

Можно сделать вывод, что гегелевский алгоритм не выражает структуру развития, где происходит только возрастание меры развития, но этот алгоритм выражает некоторый осложенный процесс *эволюции*, когда на этапе перехода от тезиса к антитезису происходит падение меры развития. Подобное возможно только в силу того, что гегелевский процесс соотнесен с некоторым более глубоким прообразом, на уровне которого мера M только возрастает. По-видимому, таким более глубоким процессом, как уже отмечалось выше, является прямой переход от тезиса к синтезу (идея гармонической диалектики), и момент антитезиса расщепляет этот шаг на два этапа, гипостазируя момент дополнения тезиса до синтеза («антитезис») в некотором самостоятельном состоянии в рамках антитетической диалектики.

Замечу, что мера $M = M\{a_i\}_{i=1}^{n} = \Sigma_{i,\, j=1}^{n} D_{ij}|a_j|$ — это функция от мер частных полярностей $A_j = |a_j|$, коэффициентов влияния D_{ij} и числа полярностей n, т. е. $M = M(A_j, D_{ij}, n)$. Поэтому производная по времени $\dot{M}$ может быть выражена через частные производные от M по всем указанным параметрам:

$$\dot{M} = \mathrm{grad}_{DAn}M * DAn' \text{ — скалярное произведение векторов } \mathrm{grad}_{DAn}M \text{ и } DAn',$$

где $DAn' = (D_{ij}', A_j', \Delta n/\Delta t)$ — вектор производных по времени коэффициентов D_{ij}, мер A_j и дискретный аналог $\Delta n/\Delta t$ производной по времени для числа полярностей, $\mathrm{grad}_{DAn}M = (\mathrm{grad}_{DA}M,\ \Delta M/\Delta n)$, $\mathrm{grad}_{DA}M = (\mathrm{grad}_{D}M,\ \mathrm{grad}_{A}M)$, $\mathrm{grad}_{D}M = (\partial M/\partial D_{ij})$, $\mathrm{grad}_{A}M = (\partial M/\partial A_j)$, $\Delta M/\Delta n$ — отношение приращения ΔM, приходящееся на приращение Δn числа полярностей A_j (если рассматривать минимум $\Delta n = 1$, то $\Delta M/\Delta n = \Delta M$ — приращение M при увеличении меры M на одну полярность).

Замечу, что производные по времени для диагональных коэффициентов равны нулю, т. е. $D'_{ii} = 0$ (поскольку D_{ii} всегда равны 1), и потому в векторах $grad_{DAn}M$ и DAn' можно учитывать только недиагональные члены $\partial M/\partial D_{ij}$ и D'_{ij}, где $i \neq j$. Это приводит к тому, что размерность векторов $grad_{DAn}M$ и DAn' равна $n^2 - n + 1$.

Основное уравнение развития $\dot{M} \geq 0$ предстает как неравенство

$$grad_{DAn}M * DAn' \geq 0.$$

Если полагать, что скалярное произведение равно

$$grad_{DAn}M * DAn' = ||grad_{DAn}M||\ ||DAn'||\ \cos\varphi,$$

где φ — угол между векторами $grad_{DAn}M$ и DAn', то неравенство $\dot{M} \geq 0$ можно свести к условию

$$\cos\varphi \geq 0,$$

т. е. условию не противонаправленности (сонаправленности) векторов $grad_{DAn}M$ и DAn'.

Чтобы оценить изменение меры M с увеличением числа полярностей от n до n + 1, нужно, по-видимому, с самого начала находиться в пространстве размерности $(n + 1)^2 - (n + 1) + 1$, представляя в нем векторы $grad_{DAn}M$ и DAn' для числа полярностей n как частный случай векторов для числа n+1 (коэффициенты, соответствующие новым полярностям, будут обнулены при таком представлении). Переход от меры M с числом полярностей n к мере с числом n + 1 будет, по-видимому, испытывать в этом случае скачок (поскольку величины $||grad_{DAn}M||$ и $||DAn'||$ могут скачком измениться за счет увеличения числа координат), нарушая свойства непрерывности и гладкости. В связи с этим понадобится некоторый единый аппарат, позволяющий учитывать как непрерывные, так и разрывные преобразования меры M и ее координат.

В целом, надо отметить, характер изменения меры M может быть достаточно сложным, и без наложения каких-то дополнительных ограничений на ее аргументы, вряд ли можно будет сделать определенные выводы. В то же время наложение таких ограничений, как мы видели в случае энтропии, может позволить сделать анализ полярной динамики более однозначным.

Приведенные выше законы реализации и реагирования (см. параграф «Законы реализации и реагирования»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 417 и далее) можно рассмотреть как законы роста полярной меры. В самом деле, молекулярная позитивность (позитивность молекулярного субъекта) складывается из множества атомарных монофазных позитивностей, каждая из которых может быть рассмотрена как мера одной сингулярной полярности. В этом случае законы реализации и реагирования задают динамику молекулярной позитивности как последовательности атомарных позитивностей. Закон реализации выражает рост одной фиксированной полярности, в то время как закон реагирования выражает смену одних сингулярных полярностей на другие. Последовательная активация атомарных субъектов может быть согласована с последовательной активацией все более крупных подсубъектов, которые включают в себя соответствующие подсубъекты. Таким образом, ритм роста атомарных позитивностей будет определять в этом случае ритм роста всех более глобальных позитивностей, обеспечивая в целом сложный рисунок развития полярной меры.

Приведем еще один возможный пример полярной динамики.

Среди всех законов физики можно выделить *направленные законы*, определяющие какое-то выделенное направление, в котором и развивается процесс. В этом случае закон может быть охарактеризован некоторой величиной, которая растет в выделенном направлении. И эта величина может быть охарактеризована как некоторый случай обобщенной суммы.

Выше было показано, что энтропия — это некоторый частный случай обобщенной суммы. Отсюда следует, что второй закон термодинамики, в котором растет энтропия, может быть представлен как направленный закон, где растет энтропийная обобщенная сумма.

Еще один пример — сближение двух масс под действием закона гравитации в механике Ньютона. Здесь содержание процесса можно связать с растущими силами. Причем возможно следующее представление:

$$F_{BA} = km_A m_B / r_{AB}^2 = m_A (km_B / r_{AB}^2) \text{ —}$$

величину силы, действующей со стороны тела B на тело A, можно представить как массу A, домноженную на некоторый коэффициент D_{BA}.

Таким образом, имеем:

$$F_{BA} = m_A D_{BA}.$$

Теперь для характеристики содержания процесса можно ввести обобщенную сумму на массах следующего вида:

$$M = m_A + m_A D_{BA} + m_B D_{AB} + m_B.$$

Поскольку величины сил F_{BA} и F_{AB} стремятся к бесконечности (с уменьшением расстояния), то вся сумма M также стремится к бесконечности, т. е. возрастает со временем.

Описанные примеры динамики бинарной полярной системы призваны лишь проиллюстрировать идею некоторой возможной теории «полярной динамики», в рамках которой могли бы рассматриваться различные полярности, их числовые представления и меры, выражающие те или иные параметры развития реальных систем. Используя подобные конструкции, можно было бы анализировать возможные пути эволюции, выделяя те из них, которые выполняют основное уравнение полярного развития $\dot{M} \geq 0$. С этой точки зрения могли бы анализироваться конкретные пути эволюции реальных систем в биологии, психологии и других областях.

Глава 4
Экстенсивный критерий жизни

Выше были отмечены два критерия жизни — диагностический и сложностный (см. параграф «Проблема «внутреннего»: интенсивное и экстенсивное»). В этой главе я коснусь сложностного понимания экстенсивного критерия жизни. В то же время диагностический и сложностный критерии не являются совершенно независимыми и существуют моменты их взаимопроникновения друг в друга. Например, сложностный критерий одновременно может играть роль своеобразного вида диагностики, обладающей предельно имитационным характером (подробнее см. ниже). С другой стороны, намеченный выше (см. параграф «К проблеме биологической аксиоматики»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 467 и далее) диагностический критерий (живая телесность как носитель онтологического кода) одновременно предполагает и необходимый уровень сложности возможного носителя диагностического критерия внутреннего мира. Такое взаимопроникновение двух видов экстенсивного критерия до некоторой степени оправдывает общее название данной главы.

§ 1. Диагональные алгоритмы живого

Попытаемся высказать некоторые соображения о возможной формулировке сложностного экстенсивного критерия жизни, призванного опознать феномен жизни в его материальном выражении как некоторый более сложный уровень материальной организации.

В принятой сегодня парадигме в биологии развития речь идет о таком процессе, который носит название «каскадного механизма». Это, по сути, идея алгоритма, реализованного в эмбриологии. Событие A вызывает событие B, оно — событие C, и т. д. Причем все эти события материальны. Это например, концентрации морфогена или активация гена. Никто не спорит против такого механизма, но не маскирует ли он собой субъектную активность? Например, люди также могут выполнять механическую деятельность, но все же они будут делать ее как люди, а не как механизмы. И вот тут нужно понять какое-то третье состояние — *субъектный автоматизм*. Субъект может осуществлять некоторую деятельность, используя алгоритмы и материальные средства. Да, например, определенная концентрация морфогена (событие A) может вызывать экспрессию определенного гена (событие B). Но какого рода здесь зависимость между A и B? Это может быть:

1) физическая причинность, когда A есть физическая причина B;

2) искусственная причинность, как связь в машине, когда связь событий A и B в конце концов обусловлена некоторым субъектом;

3) прямая субъектная активность, когда субъект непосредственно связывает событие A с событием B.

В большинстве случаев в живом организме связь событий A и B нефизическая.

А что если попытаться определить логику целого на элементах как алгоритмах? Если дано некоторое фиксированное множество алгоритмов, то можно попытаться построить алгоритм, отличающийся от всех этих алгоритмов. Это будет своего рода *диагональный алгоритм* (имеется в виду широко известный и распространенный в основаниях математики *диагональный метод* доказательства, впервые использованный Г. Кантором для доказательства несчетности множества вещественных чисел[1]). И тогда можно предположить, что активность живого всегда способна выразить себя в форме таких диагональных алгоритмов по отношению к любым алгоритмам неживого. Даже если живое будет осуществлять объектный алгоритм, оно будет совершать его как элемент полного множества алгоритмов — как внутренних, так и диагональных. Но допустим, что мы создали такую теорию. Как тогда доказать, что земные формы жизни используют в том числе и диагональные алгоритмы? Это приблизительно тот же вопрос, что и вопрос о существовании иррациональных чисел. Или вот какая проблема: как доказать, что алгоритмы живого — это именно диагональные алгоритмы по отношению к физическим алгоритмам? Что алгоритмы живого, например, не те же физические алгоритмы? Ответом на этот вопрос должна быть *природа самих диагональных алгоритмов, которые требуют для своего определения внутренних алгоритмов как базы для своего отталкивания*. Тогда, если удастся показать, что существуют активности живого, которые в такой форме определяют себя относительно ряда физических активностей, то это можно рассматривать как доказательство специфичности активности живого. Такой случай похож на процесс сопряжения, который находится в состоянии отталкивания от физического несущего процесса.

Может быть, так можно определить вообще всякое творчество? Активность A есть *творчество* относительно класса K активностей (K-*творчество*) если только если A предполагает диагональную активность по отношению к K.

Итак, теперь главная проблема — определение диагональности активности.

У Р. Пенроуза в его замечательной книге «Новый ум короля»[2] есть фрагмент, посвященный машинам Тьюринга и доказательству неалгоритмизуемости проблемы остановки любой машины Тьюринга. Это доказательство строится

---

[1] См., напр.: *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1989. С. 32—33.

[2] *Пенроуз Р.* Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. С. 61—66.

также методом диагонализации. В предположении, что существует машина Тьюринга H, алгоритмизирующая проблему остановки любой машины Тьюринга, рассматривается матрица из номеров машин Тьюринга и чисел, поступающих на вход этих машин. Предположение о существовании H позволяет арифметизировать матрицу, т. е. избавиться от неопределенных значений, выражающих отсутствие остановки машины Тьюринга при работе с соответствующим числом. Далее выводится существование диагональной машины Тьюринга, которая дает на каждое число величину, больше на единицу соответствующего диагонального значения. Получается, что такая машина отлична от всякой машины Тьюринга, в то же время являясь одной из машин Тьюринга. Полученное противоречие доказывает теорему.

Таким образом, машины Тьюринга устроены так, что их множество нельзя сделать актуально обозримым средствами самих машин Тьюринга. И это связано с возможностью построения диагональных машин, которые всегда могут пополнить собой любое фиксированное множество машин. Такая фиксация достигается машиной остановки H. Противоречие в приведенном доказательстве легко устраняется введением некоторого ограничивающего условия на множество машин, обозримых машиной H. Если H_1 — машина Тьюринга, позволяющая разрешить проблему остановки всех машин Тьюринга из некоторого класса M_1 (назовем эти машины «1-машинами Тьюринга»), то существование машины H_1 уже не опровергается построением 1-диагональной машины D_1. Теперь теорема доказывает лишь тот факт, что существование H_1 повлечет непринадлежность диагональной машины D_1 множеству M_1. Множество всех 1-машин и диагональных по отношению к ним машин можно назвать множеством M_2 2-машин. Теперь можно предположить существование еще более мощной машины H_2, которая разрешает проблему остановки всех 2-машин. Но и для M_2 может быть построена диагональная машина D_2, и т. д.

Здесь важна, как видим, идея машины H_i, разрешающей проблему i-остановки (остановки i-машин Тьюринга). Проблема i-остановки — это проблема существования механической i-процедуры (i-алгоритма) решения определенного класса проблем (проблем, которые решаются i-машинами). Машину H_i назовем машиной i-*остановки*.

Таким образом, возникает идея i-алгоритма (i-рекурсивности) [1]. Возникновение (i + 1)-рекурсивности связано с процедурами, в которых в качестве объектов полагаются метаэлементы i-рекурсивности. Например, множество i-машин может быть дано в двух статусах — потенциальном (незавершенном) и актуальном (завершенном). Задание i-машин предполагает потенциальный статус их множества, невозможность полной обозримости и завершенности этого множества (матрица будет содержать неопределенные элементы, что равносильно невозможности построить машину i-остановки). Наоборот, определение

[1] См. также: *Моисеев В. И.* Математическая логика. Учебные материалы для студентов 4 курса математического факультета: № 357. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1999. С. 34—50.

i-диагональной машины возможно только при предварительном предположении завершенности множества i-машин, при актуальном статусе этого множества (неопределенных элементов в матрице не будет, что возможно только при построении машины i-остановки). Причем в этом случае все более обширные универсумы ((i + k)-машин, где k > 1) должны быть еще даны в потенциальных статусах. Проблема разрешимости и построения машины остановки — это проблема актуального статуса соответствующего класса проблем. Тогда теоремы о неразрешимости класса всех проблем говорят о невозможности перевода в актуальный статус этого класса. Можно только постепенно переводить в актуальные статусы все большие его подклассы — это и есть постепенно развивающееся познание.

Ту же ситуацию мы встречаем в критике теорий контрпримерами. Контрпример К для теории Т — это Т-диагональный объект. Интересно, что на таких же принципах построено, по-видимому, любое развитие, в том числе и процесс построения множества натуральных чисел. Можно рассматривать n + 1 как n-диагональный объект, предполагающий актуальный статус отрезка $N_n = \{1, 2, ..., n\}$ и потенциальный статус отрезка N_{n+1}.

В то же время, рассуждая об активности живого, можно рассматривать не только машины Тьюринга, но и некоторые *каузальные генераторы* — устройства, позволяющие каждому моменту времени сопоставить некоторое событие (таковы, например, физические законы). Таким образом, если С — каузальный генератор и t — момент времени, то C(t) — событие, порожденное С в момент времени t. Если t и St — момент времени и следующий за ним момент времени соответственно, то C(t) — причина C(St). Таким образом, С порождает во времени каузальную цепочку (*каузон*).

Тот факт, что организм использует *процессы сопряжения*[1] по отношению к физическим процессам, можно рассмотреть как возможность отнесения активности организма к *диагональным каузальным генераторам* относительно множества физических генераторов. Живые организмы используют физико-химические законы для выделения из неорганической среды. Они действуют в среде методами этой среды, однако относительно автономны от нее. Рассмотрим, к примеру, энергетический аспект питания как пример диагональной активности живого. С биохимической точки зрения энергетический обмен веществ — это не что иное, как процесс окисления веществ, входящих в состав пищи. Например, глюкоза в живом организме может полностью окисляться (через гликолиз и цикл трикарбоновых кислот) до углекислого газа (CO_2). В конечном итоге такое окисление не отличается от горения. По закону Гесса тепловой эффект химической реакции не зависит от пути перехода. Но если при горении вещества выделившаяся энергия рассеивается в виде тепла, то живой организм старается аккумулировать максимум энергии в форме макроэргических связей

[1] О процессах сопряжения подробнее см.: *Моисеев В. И.* Философия науки. Философские проблемы биологии и медицины. С. 289—298.

АТФ. Выделение энергии при окислении веществ сопрягается с энергетически невыгодным процессом (синтез АТФ), который при таком условии, тем не менее, может происходить. Энергетически затратны, например, все процессы биосинтеза веществ. И вообще жизнь в ее материальном воплощении энергетически невыгодна. Для ее поддержания нужен постоянный приток энергии, постоянная работа по накоплению энергии в результате окислительно-восстановительных процессов. Здесь уместна следующая аналогия. Кинетическая энергия падающей воды может теряться, а может превращаться в другие виды энергии (например, в энергию вращения турбины, а затем в электрическую энергию). То же происходит и в живой клетке. При окислении веществ образуются так называемые восстановительные эквиваленты (молекулы NADH и $FADH_2$) — энергия запасается в скрытой форме (образовались восстановленные вещества с сильно отрицательным значением стандартного электрохимического потенциала). Это равнозначно поднятию воды (в нашем примере) на большую высоту, падая с которой кинетическая механическая энергия может трансформироваться в другие виды энергии. Вода в нашем примере является аналогом электронов молекул NADH и $FADH_2$, которые могут передаваться на электронтранспортную цепь мембраны митохондрий (падение воды), представляющую собой ряд белковых комплексов, встроенных в мембрану и способных принимать и передавать электроны. Конечным акцептором электронов является кислород. Высота, на которую поднята вода, является аналогом разности стандартных электрохимических потенциалов NADN (или $FADH_2$) и кислорода. Процесс переноса электронов сопряжен с синтезом АТФ (энергия вращения турбины. Интересно, кстати, что и в клетке есть своя «турбина» — фермент АТФаза, «вращение» которого сопряжено с синтезом АТФ). *Если бы каузальность живого организма была видом физической каузальности, то организм использовал бы ее прямо, без схемы процессов сопряжения*. Не просто каузальные связи, но таковые *в составе сопряжений* с физическими каузонами, могут быть отнесены к «иррациональным элементам» физической каузальности. Тогда основной признак физического каузона — возможность его проведения прямо, без привлечения процесса сопряжения с другим каузоном. И вообще, если посмотреть на метаболическую карту клетки, то эта сеть биохимических реакций как раз и будет иллюстрировать диагональные физические каузоны. Дело в том, что огромное количество веществ, находящихся в клетке, способны взаимодействовать друг с другом совершенно беспорядочно. Представим, что в пробирке находится раствор всех веществ, входящих в состав клетки. Многие биохимические реакции в такой системе in vitro или вообще не пойдут (без ферментов), или будут проходить очень медленно, или вполне возможны химические реакции, которые в норме в клетке не происходят. Вот это и будет самопроизвольное развитие событий, проходящих в соответствии с физическими каузонами. Но поскольку в клетке разрешены только строго определенные процессы (разрешение на проведение реакции представляет собой наличие фермента (катализатора) данной реакции), то это уже некоторая селективность, нефизичность.

Следовательно, организм может создавать *свободные (диагональные) каузоны*, пересвязывая или вообще отклоняясь от хода событий в физических каузонах. Тогда самым специфичным, что должно возникать в такого рода каузальности, является сама *связь* между событиями. Если, например, некоторая концентрация морфогена вызывает активацию гена, то это события, причинно-следственно связанные только в рамках бытия определенного вида живого организма. Современная биология пытается и здесь свести все только к физическим каузонам и каузальным генераторам.

Например, в живых системах есть множество биомолекул. Они сложно организованы. В таком количестве и организации они не встречаются в физических процессах. Следовательно, это уже результат некоторой надфизической каузальности. Когда в лаборатории моделируются такие состояния биомолекул, то насколько такого рода моделирование само может быть отнесено к физической каузальности? Можно предположить, что в множестве биологических экспериментов в свою очередь создаются свободные каузоны, которые в таком виде в чисто физической онтологии не могут встречаться. Активность экспериментатора как живого существа вполне может привести к эффектам, подобным активности исследуемых организмов. Здесь предварительно необходимо обосновать *физическую каузальность эксперимента*, не выходящую за границы физических генераторов каузальности.

Итак, физические каузоны, проводимые без процессов сопряжения, образуют базис физической каузальности, что-то вроде «рациональных чисел» физической каузальности. Надстраиваемые над ними свободные каузоны, возможно, могут быть нескольких видов:

1) идущие вспять физических каузонов — тогда нужно сопряжение,

2) пересвязывающие события разных каузонов — тогда возникают неприродные факторы связности этих событий. Возможно, что эти факторы связности в свою очередь требуют каузоны первого типа, так что и здесь не обойтись без сопряжения.

Когда биохимик собирает в сосуд биомолекулы и проводит с ними реакции, то с точки зрения полной перспективы он делает это благодаря своей целесообразной деятельности, которая энергетически обеспечена через процессы сопряжения в его организме. Но на этом основании он делает вывод, что нечто подобное может произойти и в естественных физических условиях. Но может ли? По крайней мере такого рода эксперимент этого не доказывает. Он не является физически каузальным экспериментом.

С этой точки зрения, когда Велер синтезировал мочевину, то что он этим доказал? Что *живое существо может синтезировать мочевину*. Но отсюда был сделан вывод, что мочевина может синтезироваться в чисто физических процессах. Может быть и может, но не так, как это сделал Велер и как это делают живые организмы вообще.

Таким образом, замкнутая каузальность событий в живом организме еще не означает, что это замкнутая *физическая* каузальность. Более того, коль скоро она повсюду сопровождается процессами сопряжения, то это случай замкнутой свободной каузальности (случай свободного каузона, пересвязывающего естественную связь физических событий).

Свободные каузоны могут, по-видимому, также *создавать* те события, которые либо маловероятны, либо вообще практически невероятны с точки зрения базовой физической каузальности.

Интересно, что физический эксперимент отличается в этом смысле от биологического. В физическом эксперименте живые существа (экспериментаторы) работают с системой физических каузонов, видоизменяя их лишь в пределах их физичности (иначе это будет не *физический* эксперимент). И здесь деятельность экспериментатора не создает свободную каузальность в онтологии самого эксперимента, хотя использует ее для проведения эксперимента. Что же касается биологического эксперимента, то здесь и в онтологии эксперимента создается свободная каузальность, что в конечном итоге возможно только на основе деятельности живых существ, в то время как результаты эксперимента выдаются за доказательство воспроизведения живого только физической каузальностью.

Во многом свободная каузальность должна предполагаться и структурой физической каузальности, т. е. последняя открыта для отклонения от себя, допускает такое отклонение и содержит в себе такого рода тенденцию. Например, это выражается в потенциальном содержании биохимии и биофизики в недрах физико-химического процесса. Хотя белок или ДНК возникает из химических элементов, которые вполне еще принадлежат физической каузальности, но сами биомолекулы уже до некоторой степени маргинальны для этой каузальности, если и встречаясь в естественной среде, то как исчезающие следы. По-видимому, устойчивое и заметное существование биомолекул возможно только в телах живых существ, т. е. благодаря процессам сопряжения. Отсюда хотя принципиальное бытие биомолекул до некоторой степени принадлежит еще физической каузальности, но высоковероятное, устойчивое и высококонцентрированное их нахождение в физическом пространстве-времени возможно, по-видимому, лишь в рамках свободной каузальности.

§ 2. Тест Тьюринга

В связи с экстенсивным критерием живого, интересен известный тест Тьюринга[1], утверждающий, что для выражения феномена жизни достаточно создания такой *имитации* ее активности, которую невозможно будет отличить от активности живого. Следует, однако, отметить тот существенный момент, что этот тест всегда предполагает некоторый *интервал Тьюринга* — систему условий C, в рамках которой живое L и некоторая его имитация Im не отличаются друг от друга, т. е. $(L = Im)\downarrow C$ — «живое L и его имитация Im тождественны в рамках

[1] О тесте Тьюринга см., напр.: *Пенроуз Р.* Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. С. 21.

условий C». В этом смысле точнее говорить о C-тесте Тьюринга. И в одних интервалах уже сегодня можно говорить о выполнении такого теста. В других — нет.

В качестве примера имитации, которая совпадает с активностью клетки в рамках некоторого интервала Тьюринга, можно привести так называемую *полимеразную цепную реакцию* (ПЦР) — метода амплификации (получения копий) ДНК *in vitro*. Данный метод позволяет получать почти неограниченное число копий определенной молекулы ДНК (до миллиарда за несколько часов). Метод действительно представляет собой имитацию репликации ДНК. В основе лежит явление обратимости денатурации ДНК. Полимеразная цепная реакция состоит из некоторого количества циклов. В результате каждого цикла число молекул ДНК удваивается (как и в живой клетке). В пробирке находится смесь из молекул ДНК-матрицы, нуклеотидов, ДНК-полимеразы (фермент, катализирующий синтез ДНК) и праймеров (коротких олигонуклеотидов, служащих в качестве затравок для работы ДНК-полимеразы).

Каждый ПЦР-цикл состоит из трех этапов. ПЦР проводят в специальном приборе — амплификаторе ДНК, представляющем собой программируемый термостат. *На первом этапе* смесь в пробирке нагревается приблизительно до 100 °C — молекула ДНК-матрицы денатурирует (две цепочки, образующие нативную двойную спираль ДНК, расходятся). Данный этап имитирует события внутри клетки, происходящие перед репликацией ДНК клетки (правда, денатурацию ДНК обеспечивает, разумеется, не высокая температура, а специальный фермент). *На втором этапе* температура смеси автоматически понижается до 40—60 °C и происходит присоединение праймеров к ДНК — по одному на каждую цепочку. Праймер как бы «указывает» ДНК-полимеразе откуда, с какого места цепи ДНК начинать удлинять коплементарную цепь. В клетке тоже существуют праймеры, но они также синтезируются специальным ферментом. И, наконец, *на третьем этапе* температуру смеси повышают до 72 °C (температурный оптимум для работы ДНК-полимеразы). ДНК-полимераза начинает работать как молекулярная машина (более того, как машина Тьюринга), синтезируя комплементарную цепь на матрице старой.

Таким образом, в принципе в пробирке воспроизводится внутриклеточный процесс репликации ДНК. И на некотором интервале Тьюринга C он, по-видимому, идентичен репликации in vivo. Например, в качестве определений этого интервала можно указать безразличие к тому, как именно — на основе изменений температуры или с использованием фермента — достигается денатурация ДНК.

Но принципиальным, как представляется, является утверждение о том, что для любой имитации Im найдется такой интервал C* (его можно было бы назвать интервалом анти-Тьюринга для имитации Im), что $\urcorner(L = Im)\downarrow C^*$ — «не верно, что живое L и его имитация Im тождественны в рамках условий C*», т. е. удастся отличить жизнь от ее имитации в рамках C*. Переход от $(L = Im)\downarrow C$ к $\urcorner(L = Im)\downarrow C^*$ связан, по-видимому, с тем, что $C < C^*$ — интервал C входит как собственная часть в интервал C* (< — некоторое отношение строгого порядка). Это значит, что мы начинаем оценивать имитацию с привлечением все новых факторов, которыми ранее пренебрегали. В приведенном выше примере с ПЦР интервал С может быть расширен до интервала С*, в рамках которого уже учитывается, как именно — на основе изменения температуры или с использованием фермента — достигается денатурация ДНК. В рамках этого более подробного интервала С* ПЦР начнет отличаться от процесса репликации ДНК in vivo.

Тест Тьюринга обычно предполагает, что интервал Тьюринга всегда должен быть ограничен только материальными выражениями жизни, способными восприниматься внешними органами чувств. В такой формулировке он выступает как аргумент в защиту направления сильного искусственного интеллекта, который строится на чисто бихевиористских позициях в оценке феномена жизни и сознания.

Известный контрпример «китайская комната»[1], выдвинутый против теста Тьюринга Джоном Сёрлом, показывает, что для одной и той же имитации возможно выполнение теста Тьюринга в одной ситуации при невыполнении его в другой.

Предположим, что тест Тьюринга выполнен для некоторой программы П, позволяющей вести переписку на китайском языке. Это значит, что сообщения этой программы ни один китаец не сможет отличить от сообщений реального китайца, пишущего на китайском языке. В этом случае, согласно тесту Тьюринга, мы можем утверждать, что такая программа владеет китайским языком, в частности, понимает китайский язык. Своим примером Сёрл возражает, что возможна полная внешняя имитация владения китайским языком при полном непонимании китайского. Для этого он предполагает, что некоторый человек, не знающий китайского языка, снабжен системой инструкций программы П, которые предписывают ему, какие последовательности иероглифов нужно строить, в частности, в ответ на некоторую поступившую последовательность иероглифов, чтобы создавалась полная иллюзия знания и общения на китайском языке. Например, через узкое окошко этот человек получает записи на китайском и, в соответствии с правилами программы П, пишет последовательности иероглифов, передавая их наружу. И там вовне никто не сможет обнаружить, что этот человек совершенно не знает китайского языка, в то время как на самом деле это так.

Этот контрпример показывает, что для одной и той же имитации возможно выполнение теста Тьюринга в одной ситуации при невыполнении его в другой. Например, снаружи комнаты узнать о незнании китайского языка человеком, находящимся внутри комнаты, невозможно — это один интервал Тьюринга, некоторая система условий С («извне комнаты»), в рамках которой невозможно отличить человека, владеющего китайским языком, от программы П. В то же время эксперимент строится так, что мы — те, кто посвящены во все тонкости эксперимента, — точно знаем, что человек в комнате (олицетворяющий программу П) не знает китайского. Это значит, что в рамках некоторой

[1] О контрпримере «китайская комната» см., напр.: *Пенроуз Р.* Новый ум короля: О компьютерах, мышлении и законах физики. С. 30.

иной системы условий C* («изнутри комнаты») мы смогли отличить активность, равносильную программе П (в лице человека в комнате), от случая реального понимания китайского языка. Это как раз предположение ситуаций с двумя интервалами Тьюринга C и C*, где $(L = Im)\downarrow C$ и $\urcorner(L = Im)\downarrow C^*$.

В живом есть сознание и сознательная деятельность, что выражается в переходах активности от общего экрана онтологии к личному экрану Эго. Здесь такая последовательность: «внешнее1 → внутреннее1 → внутреннее2 → внешнее2», в то время как на общем экране мы воспринимаем лишь связь «внешнее1 → внешнее2». И конечно можно предположить наличие такого интервала Тьюринга C, где первая и вторая связь факторов будет неотличима с внешней точки зрения. Но если эта связь ограничивается только общим экраном, то рано или поздно удастся найти «интервал анти-Тьюринга» C*, в рамках которого внешние проявления первого и второго типов начнут различаться. Но почему это вообще может случиться? Не потому ли, что в самом принципе «внутреннего» заключена некоторая бесконечная свобода отклонения от всех внешних имитаций? Таким образом, можно ввести своего рода «экстенсионал внутреннего», т. е. и свою специфическую форму выражения во внешнем плане бытия. *Таким экстенсионалом (экстенсиональным критерием жизни) будет как раз способность живого для любой имитации* Im *и любого интервала Тьюринга* C, *на котором живое неотличимо от данной имитации* Im, *образовывать такое внешнее проявление на некотором более сильном интервале Тьюринга, которое начнет отличаться от имитации* Im. С другой стороны, совпадение с некоторой имитацией во всех более сильных интервалах Тьюринга, начиная с некоторого, наоборот, можно сделать условием существенного определения самих имитаций.

Живое в отношении к некоторому классу своих имитаций всегда выступает как лишь *предельно* имитируемое состояние. Хотя, зафиксировав интервал Тьюринга, для живого всегда можно подобрать удовлетворительную имитацию на *этом* интервале, но, усилив интервал, всегда можно показать неудовлетворительность той же имитации на новом интервале. Далее можно пытаться подобрать достаточную имитацию и на этом более сильном интервале, но все повторится заново лишь на новом уровне. Можно только стремиться в некотором бесконечном пределе достичь полного совпадения имитаций и внешних проявлений жизни, никогда окончательно не достигая этого в реальных условиях. *В качестве возможных классов имитаций живого могут выступать как физические причинно-следственные связи, так и алгоритмические процессы вообще (в том числе в рамках свободной физической каузальности)*. Эксперименты in vitro в этом случае всегда будут предположить фиксацию некоторого интервала Тьюринга и возможность удовлетворительного приближения к живому алгоритмическими имитациями (например, разного рода молекулярными машинами или «каскадными механизмами»). Наоборот, с понятием состояния живого in vivo можно в этом случае связать предельный характер внешней имитируемости живого. Так, живое окажется тесно связанным с феноменом машины, но, в отличие от последней, живое скорее представляет из себя некоторую *метама-*

шину — сущность, каждый раз представляющую себя машинами в финитных условиях, но никогда до конца не сводимую к любой из этих машин. До некоторой степени это напоминает идею Лейбница о живом как бесконечной машине — машине во всех своих частях. Мы лишь подчеркиваем, что целое на бесконечном числе машин само уже не вполне является машиной. Более того, всякое актуальное полагание машинного представления метамашины может являться предпосылкой для преодоления этого представления за счет разного рода диагональных элементов. В этом случае все машинные представления живого никогда нельзя будет окончательно зафиксировать. Они будут погружены в постоянный механизм становления, который, по-видимому, проявляет себя как в факте биологической эволюции, так и в онтогенетическом развитии. В биологическом развитии начнут воспроизводить себя разные представления живого в рамках все более полных интервалов Тьюринга.

Рассмотрим с этой точки зрения, например, представления процесса транскрипции у прокариот и эукариот.

У прокариот, как известно, геномная ДНК представляет собой кольцевую молекулу сравнительно небольших размеров (десятки тысяч пар нуклеотидов). Она находится в свободном состоянии (не связана с белками). Это важное свойство прокариотической ДНК — молекула в любой момент готова к участию в информационных процессах (она никак не упакована, ее можно транскрибировать, реплицировать и т. д.). При транскрипции прокариотического гена образуется мРНК (матричная РНК). Это точная копия гена. Она вступает в процесс трансляции.

В эукариотической клетке устройство гена имеет ряд существенных отличий. ДНК эукариот находится в комплексе со специальными белками (такой комплекс называется хроматином). Он необходим для стабилизации и упаковки гигантской молекулы ДНК эукариот в микроскопическом ядре (например, суммарная длина геномной ДНК человека составляет 1,5—2 м. Ее компактизация и сворачивание происходит в результате взаимодействия с белками. Это сложный процесс, включающий множество уровней упаковки. В результате получается то, что мы называем хромосомой, когда видим ее в микроскоп, и огромный геном умещается в микроскопическом ядре).

По-видимому, возникновение хроматина связано в первую очередь с обеспечением стабильности длинной цепочки эукариотической ДНК, в то время как короткая прокариотическая ДНК еще достаточно стабильна и в свободном состоянии. Прокариотическая ДНК — это одно из проявлений живого на некотором интервале Тьюринга С, который, например, связан с небольшой сложностью организма, белковая информация о котором может быть записана в небольших ДНК. С ростом сложности организма возникает новый интервал Тьюринга С*, в рамках которого свободная ДНК оказывается слишком нестабильной для обеспечения наследственности. В силу метамашинного характера живого, формируется его новое проявление в рамках интервала С* — стабилизация длинной ДНК в составе хроматина у эукариот. В качестве диагональных элементов здесь выступят те фрагменты ДНК (и связанные с ними фрагменты биологической информации), которые лежат за пределами максимальной длины свободной устойчивой ДНК. Их возникновение в эволюции, с одной стороны, было порождено, с другой стороны — послужило своего рода контрпримером — для прокариотического типа обеспечения наследственности. По-видимому, нечто подобное способно возникнуть в живом всякий раз, когда образуется представление живого на том или ином интервале Тьюринга. Это «развитие машинности» представляет из себя нечто принципиально отличное от самих машин. Причем механизм этого развития оказывается связанным с порождением диагональных элементов, подобных контрпримерам научных теорий, что подтверждает тезис авторов аутопоэза У. Матураны и Ф. Варелы («Life is Cognition») о глубинном единстве законов жизни и познания.

§ 3. К логике имитаций

Рассмотрим случай некоторой 7im-Онтологии. Пусть, кроме предиката Mod, в этой онтологии используется первичный одноместный предикат Imt — «быть имитацией», для которого примем следующую аксиому:

(Im1) $$\mathrm{Imt}(a) \supset \mathrm{Mod}^{27}(a, im).$$

В рамках im-Онтологии введем следующие определения:

(DIm) $$\mathrm{Im}(a, b, c) \equiv \exists x \exists y(\mathrm{Mod}^{1237}(x, b, c, im) \wedge \mathrm{Mod}^{1237}(y, a, c, im) \wedge \wedge \mathrm{Imt}(a) \wedge (x =^{im2}{}_{13}\, y)),$$

где Im(a, b, c) читается как «имитация a имитирует b при условии (в интервале Тьюринга) c». Здесь имеется в виду следующее определение:

(DIT) $$\mathrm{IT}(c) \equiv \exists x \exists y \mathrm{Im}(x, y, c) \text{ —}$$

определение интервала Тьюринга (предиката IT),

(DLIm) $$\mathrm{LIm}(a) \equiv \exists x \exists y \mathrm{Im}(x, a, y) \wedge \forall x \forall y(\mathrm{Im}(x, a, y) \supset \supset \exists z \exists t((z\, M^{im3}_{12}\, y) \wedge \rceil \mathrm{Im}(x, a, z) \wedge \mathrm{Im}(t, a, z))),$$

где формула LIm(a) читается «a предельно имитируем». Формула LIm(a) означает, что a имитируем и для любой имитации и интервала Тьюринга для a найдется такой не менее строгий интервал Тьюринга, на котором старая имитация перестает быть таковой, но найдется новая имитация для a на этом новом интервале.

Замечу, что отношение «z есть не менее строгий интервал Тьюринга, чем y» передается формулой $(z \subset^{im3}_{12} y)$, а не $(y \subset^{im3}_{12} z)$, поскольку на более строгом интервале Тьюринга *меньшее* число имитаций оказываются таковыми для имитируемого объекта.

(DFIm) $$\mathrm{FIm}(a) \equiv \exists x \exists y(\mathrm{Im}(x, a, y) \wedge \forall z((z \subset^{im3}{}_{12}\, y) \supset \mathrm{Im}(x, a, z))),$$

где формула FIm(a) читается «a конечно (финитно) имитируем». Формула FIm(a) означает, что найдется такой интервал Тьюринга, на котором для a найдется имитация и эта имитация будет оставаться таковой на всех не менее строгих интервалах Тьюринга.

Наконец, нельзя исключать и случай данности такой сущности, которая вообще не будет имитируема средствами некоторого класса имитаций. Выразим и этот вариант.

(DNIm) $\quad NIm(a) \equiv \neg\exists x\exists y(Im(x, a, y)$ —

«a не имитируем если только если неверно, что найдутся такие имитация и интервал Тьюринга, когда данная имитация имитирует a на данном интервале».

Отсюда можно определить и родовое понятие имитируемости, обобщающее случаи финитной и предельной имтируемости.

(DIm) $\quad Im(a) \equiv \exists x\exists y(Im(x, a, y)$ —

«a имитируем если только если найдутся такие имитация и интервал Тьюринга, что данная имитация имитирует a в данном интервале».

Используя эти определения и аксиому, можно доказать, например, следующие теоремы.

Теорема 1

$Imt(a) \supset \exists x Im(a, a, x)$ — для имитации всегда найдется интервал Тьюринга, на котором имитация будет имитировать сама себя (такой интервал Тьюринга можно было бы называть *тождественным*).

Теорема 2

$Imt(a) \supset \exists x(Im(a, a, x) \wedge \forall y((y \subset_{12}^{im3} x) \supset Im(a, a, y)))$ — для всякой имитации любой не менее строгий интервал Тьюринга некоторого тождественного интервала также будет тождественным интервалом Тьюринга.

Теорема 3

$Imt(a) \supset FIm(a)$ — всякая имитация финитно имитируема.

Теорема 4

$LIm(a) \supset \neg Imt(a)$ — всякое предельно имитируемое начало не является имитацией.

Так более строго можно пытаться выразить экстенсивный критерий живого, связанный с феноменом предельной имитируемости (диагональности) относительно тех или иных классов физических систем как возможных имитаций живого.

Рассмотрим одну модель теории имитаций. Пусть Q — множество рациональных чисел, R — множество вещественных чисел. Введем предикат 3rim-Онтологии:

$$Mod^{1237}(p, r, q, rim) \equiv ((|p - r| \leq q) \wedge p \in R \wedge r \in R \wedge q \in R).$$

Здесь можно легко показать выполнение первой аксиомы Онтологии и, кроме того, доказать следующие теоремы:

$\mathrm{Mod}^{17}(p, rim) \equiv (p \in R)$.
$\mathrm{Mod}^{27}(r, rim) \equiv (r \in R)$.
$\mathrm{Mod}^{37}(q, rim) \equiv (q \in R \wedge q \geq 0)$.
$\mathrm{Mod}^{127}(p, r, rim) \equiv (p \in R \wedge r \in R)$.
$\mathrm{Mod}^{1237}(p, r, q, rim) \equiv ((|p - r| \leq q) \wedge p \in R \wedge r \in R \wedge q \in R)$.
$(x =^{rim} y) \equiv (x \in R \wedge y \in R)$.
$(x =_{13}^{rim2} y) \equiv (x = y) \wedge x \in R \wedge y \in R$.
$(y \subset_{12}^{im3} x) \equiv (y \leq x) \wedge x \in R \wedge y \in R$.

Положим также, что предикат «быть имитацией» Imt определен по правилу:

$$\mathrm{Imt}(p) \equiv p \in Q.$$

Отсюда можно получить:

$\mathrm{Im}(a, b, c) \equiv (|a - b| \leq 2c) \wedge (a \in Q) \wedge (b \in R) \wedge (c \in R)$.
$\mathrm{IT}(c) \equiv c \in R$.
$\mathrm{LIm}(a) \equiv (a \in R) \wedge \rceil(a \in Q)$.
$\mathrm{FIm}(a) \equiv (a \in Q)$.

Докажем, например, теорему о предельной имитируемости.

Теорема предельной rim-имитируемости

$$\mathrm{LIm}(a) \equiv (a \in R) \wedge \rceil(a \in Q).$$

Доказательство

1. $\mathrm{LIm}(a) \supset (a \in R) \wedge \rceil(a \in Q)$.

	(1)	$\mathrm{LIm}(a)$	посылка
	(2)	$\exists x \exists y \mathrm{Im}(x, a, y) \wedge \forall x \forall y (\mathrm{Im}(x, a, y) \supset \exists z \exists t ((z \subset_{12}^{im3} y) \wedge$ $\wedge \rceil \mathrm{Im}(x, a, z) \wedge \mathrm{Im}(t, a, z)))$	(1), (DLIm)
	(3)	$\exists x \exists y \mathrm{Im}(x, a, y)$	$\wedge$-снятие (2)
	(4)	$\exists x \exists y ((|x - a| \leq 2y) \wedge (x \in Q) \wedge (a \in R) \wedge (y \in R))$	следствие (3)
	(5)	$a \in R$	следствие (4)
+1	(6)	$a \in Q$	посылка
	(7)	$\mathrm{Im}(a, a, 0)$	следствие (6)
	(8)	$\exists z \exists t ((z\, M_{12}^{im3}\, 0) \wedge \rceil \mathrm{Im}(a, a, z) \wedge \mathrm{Im}(t, a, z)))$	(2), (7)
	(9)	$(z_0 \subset_{12}^{im3} 0) \wedge \rceil \mathrm{Im}(a, a, z_0) \wedge \mathrm{Im}(t, a, z_0)$	$\exists$z-снятие (8)
	(10)	$\forall z ((z \subset_{12}^{im3} 0) \supset (z = 0))$	следствие $(y \subset_{12}^{im3} x) \equiv$ $\equiv (y \leq x) \wedge x \in R \wedge y \in R$
	(11)	$z_0 = 0$	(9), (10)
	(12)	$\rceil \mathrm{Im}(a, a, z_0)$	$\wedge$-снятие (9)
	(13)	$\rceil \mathrm{Im}(a, a, 0)$	подстановка 0 на место z_0 в (12) на основе (11)
	(14)	$\mathrm{Im}(a, a, 0) \wedge \rceil \mathrm{Im}(a, a, 0)$	$\wedge$-введение (7), (13)
−1	(15)	$(a \in Q) \supset \mathrm{Im}(a, a, 0) \wedge \rceil \mathrm{Im}(a, a, 0)$	снятие посылки (6)
	(16)	$\rceil(a \in Q)$	следствие (15)
	(17)	$(a \in R) \wedge \rceil(a \in Q)$	$\wedge$-введение (5), (16).

2. $(a \in R) \wedge \neg(a \in Q) \supset LIm(a)$.

	(1)	$(a \in R) \wedge \neg(a \in Q)$	посылка
	(2)	$\forall \varepsilon > 0 \exists q \in Q(\lvert a - q\rvert \leq \varepsilon)$	теорема математического анализа, (1)
	(3)	$1 > 0$	теорема математического анализа
	(4)	$\exists q \in Q(\lvert a - q\rvert \leq 1)$	(2), (3)
	(5)	$q_0 \in Q \wedge \lvert a - q_0\rvert \leq 1$	$\exists q$-снятие (4)
	(6)	$\lvert a - q_0\rvert \leq 2 \cdot 0.5$	следствие (5)
	(7)	$(\lvert a - q_0\rvert \leq 2 \cdot 0.5) \wedge (a \in R) \wedge (q_0 \in Q) \wedge (0.5 \in R)$	следствие (1), (5), (6)
	(8)	$\exists q \exists c((\lvert a - q\rvert \leq 2c) \wedge (a \in R) \wedge (q \in Q) \wedge (c \in R))$	$\exists q \exists c$-введение (7)
	(9)	$\exists q \exists c Im(q, a, c)$	следствие (8)
+1	(10)	$Im(x, a, y)$	посылка
	(11)	$((\lvert x - a\rvert \leq 2y) \wedge (x \in Q) \wedge (a \in R) \wedge (y \in R))$	следствие (10)
	(12)	$(\lvert x - a\rvert \leq 2y) \wedge (x \in Q) \wedge (a \in R) \wedge (y \in R)$	$\exists x \exists y$-снятие (11)
	(13)	$(x \in Q) \wedge (a \in R) \wedge \neg(a \in Q)$	(1), (12)
	(14)	$\neg(x = a)$	следствие (13)
	(15)	$\lvert x - a\rvert > 0$	следствие (14)
	(16)	$\exists z((z \in R) \wedge (0 < 2z < \lvert x - a\rvert))$	теорема математического анализа, (15)
	(17)	$(z_0 \in R) \wedge (0 < 2z_0 < \lvert x - a\rvert)$	$\exists z$-снятие (16)
	(18)	$\neg(\lvert x - a\rvert \leq 2z_0) \wedge (x \in Q) \wedge (a \in R) \wedge (z_0 \in R)$	следствие (13), (17)
	(19)	$\neg Im(x, a, z_0)$	следствие (18)
	(20)	$2z_0 > 0$	следствие (17)
	(21)	$\exists t \in Q(\lvert a - t\rvert \leq 2z_0)$	следствие (2), (20)
	(22)	$t_0 \in Q \wedge \lvert a - t_0\rvert \leq 2z_0$	$\exists t$-снятие (21)
	(23)	$(\lvert a - t_0\rvert \leq 2z_0) \wedge (t_0 \in Q) \wedge (a \in R) \wedge (z_0 \in R)$	следствие (18), (22)
	(24)	$Im(t_0, a, z_0)$	следствие (23)
	(25)	$2z_0 < \lvert x - a\rvert \leq 2y$	следствие (11), (17)
	(26)	$z_0 \leq y$	следствие (25)
	(27)	$(z_0 \leq y) \wedge (z_0 \in R) \wedge (y \in R)$	(11), (17), (26)
	(28)	$(z_0 \subset_{12}^{im3} y)$	следствие (27)
	(29)	$(z_0 \subset_{12}^{im3} y) \wedge \neg Im(x, a, z_0) \wedge Im(t_0, a, z_0)$	$\wedge$-введение (19), (24), (28)
	(30)	$\exists z \exists t((z \subset_{12}^{im3} y) \wedge \neg Im(x, a, z) \wedge Im(t, a, z))$	$\exists z \exists t$-введение (29)
−1	(31)	$Im(x, a, y) \supset \exists z \exists t((z \subset_{12}^{im3} y) \wedge \neg Im(x, a, z) \wedge$ $\wedge Im(t, a, z))$	снятие (10)
	(32)	$\forall x \forall y(Im(x, a, y) \supset \exists z \exists t((z \subset_{12}^{im3} y) \wedge \neg Im(x, a, z) \wedge$ $\wedge Im(t, a, z)))$	$\forall x \forall y$-введение (31)
	(33)	$LIm(a)$	следствие (9), (32).

Таким образом, структуру на множестве вещественных чисел можно рассмотреть как одну из систем имитации, в которой в качестве имитаций выступают рациональные числа, в качестве имитируемых объектов — вещественные числа, в качестве интервалов Тьюринга — погрешности приближения вещественного числа к рациональным. Предельно имитируемыми объектами в этом случае оказываются иррациональные числа — их всегда можно приблизить подходящим рациональным числом, если зафиксировать погрешность приближения. Но стоит зафиксировать рациональное приближение иррационального числа, и для него всегда найдется такая еще меньшая погрешность, в рамках которой это рациональное приближение выйдет за границы такой погрешности. Такова природа вообще предельно имитируемых объектов. Если зафиксировать интервал Тьюринга, то для него всегда можно подобрать подходящую имитацию. В то же время, зафиксировав любую имитацию, мы всегда для нее можем подобрать более строгий интервал Тьюринга, на котором она начнет отличаться от имитируемого объекта. Подобная логика, пожалуй впервые выраженная в математике на множестве вещественных чисел, может быть обобщена средствами универсальной теории имитации, эскиз основных положений которой был представлен выше. Подобно предельно имитируемым иррациональным числам, живые организмы оказываются своего рода иррациональностями системы физических имитаций телесно выраженной активности живого.

В качестве еще одного примера теории имитации можно рассмотреть ситуацию приближения аналитической функции отрезком ряда Тейлора. Здесь можно было бы ввести предикат (в рамках некоторой 3fim-Онтологии):

$$\mathrm{Mod}^{1237}(f, g, (A, e), \mathrm{fim}) \equiv (A \subseteq \mathrm{dom}f) \wedge (A \subseteq \mathrm{dom}g) \wedge$$
$$\wedge \forall x \in A(|f(x) - g(x)| \leq \varepsilon) \wedge \Delta,$$

где Δ — некоторая система условий на функции f, g, множество A и число ε (например, требование того, что A — открытый интервал, и f, g — вещественные функции, а ε — неотрицательное число).

Здесь можно принять, что

$$\mathrm{Imt}(f) \equiv \mathrm{Polynom}(f) \text{ —}$$

имитациями в 3fim-Онтологии выступают полиномы, т. е. функции вида $a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$.

Интервалом Тьюринга в этом случае выступает пара (A, ε), где множество A выражает область приближения, число ε — величину погрешности в приближении функции g функцией f. Более строгий интервал Тьюринга — тот, на котором либо больше множество A, либо меньше погрешность ε, либо то и другое.

Подобно тому как это было показано выше для 3rim-Онтологии, можно показать, что предельно имитируемыми функциями в этом случае будут трансцендентные функции, представимые лишь бесконечным рядом Тейлора. Они будут играть здесь ту же роль, что иррациональные числа в rim-Онтологии.

Наконец, стоит отметить, что момент теории имитации существует в любой Проективно Модальной Онтологии. В самом деле, любая мода имитирует модус в своей модели. Один модус имитирует другой модус в модели, в которой их моды совпадают. Теория имитации лишь в чистом виде выделяет этот момент имитируемости, заложенный в Проективно Модальных Онтологиях.

ЧАСТЬ 3. СИНТЕЗЫ ПСИХОЛОГИИ

Глава 1
Два образа психологии

§ 1. Идея души

Давайте стряхнем с себя груз чужих представлений о душе и постараемся вернуться к собственному личному опыту, который приводит нас к этой идее — идее души. Почему мы решаем, что есть некое начало («душа»), и что она такое? Во-первых, мы воспринимаем множество собственных действий и ощущений — движение рук, звучание голоса, переживание боли, мышление, воспоминания о прошлом, страх смерти и т. д. Есть некоторый огромный мир, который соединяет внешнее и наше внутреннее и который соотносит все свои проявления с некоторым центром — я, эго. Прикоснувшись к подобному опыту, мы чувствуем потребность обозначить это огромное дифференцированное и одновременно скрепленное в одном центре многообразие некоторым одним словом. Мы чувствуем некоторую активность, проявляющую себя множеством частностей, действий, переживаний, которая обнимает все эти проявления и все являет и являет себя вовне, продолжая развертываться, «перекатываясь» с одной стороны на другую, показывая себя то так, то эдак, но во всем этом бесконечном разнообразии оставаясь собой. Вот, например, то главное, что я чувствую, когда пытаюсь прикоснуться к тому монблану смысла, который скрывается за этим коротким словом «душа». Следовательно, душа — это модус (в смысле ментального многообразия). Все наши действия, способности, состояния, движения — это разного рода моды этого модуса. Модус этот надвещественный (тело и его активности — лишь часть мод этого модуса), надчувственный (эмоции, желания — тоже лишь часть его мод) и надментальный (мысли, идеи — тоже лишь некоторые его моды). Он уходит куда-то в глубины внутреннего бытия, которые сегодня называют «бессознательным», и конца ему не видно. Выражая идею души, человек чувствовал этот огромный массив бытия, обнимающий бездну проявлений, и пытался выразить его некоторым словом. Вот, кажется, очень простое объяснение «души», но как порою трудно пробиться к нему сквозь путы современной науки.

Душ много, и за каждым живым существом находится гигантский по своей емкости модус, обнимающий бесчисленное число своих проявлений. Души могут ослаблять связь со своими телесными модальностями, например, во время сна. Это породило идею возможной отделимости души от тела, что вполне допустимо для модуса вообще, который несводим к части своих мод. Но, конечно, вся целостность меняется, когда она столь сильно перераспределяет себя по своим проявлениям. Поэтому в модусе, сменяющем свои моды, должно быть и некоторое центральное «ядро», остающееся неизменным на протяжении всех изменений. Под «душою» часто понимается это ядро, так что целостность всех проявлений существа можно было бы назвать «вседушою». «Самодуша» — инвариантный центр вседуши. Вседуша обнимает собою все проявления — телесные и идеальные — жизнедеятельности субъекта. Вседуша способна меняться со сменой состава своих проявлений, в то время как самодуша пребывает неизменной. Вот, например, такой совсем не сложный смысл может быть связан с идеей «души». Но как трудно выразить этот смысл мышлению, отвыкшему мыслить «центры бытия», стоящие за множествами различных проявлений.

Пытаясь выразить представленный смысл, можно вспомнить описанные выше конструкции Теории Life. Под «вседушою» следует понимать в этом случае интегральное эго субъекта. Модусность вседуши выражается в определении интегрального эго как ω-модуса, что более операционально выражает онтотип души как категории многоединого.

Душа — онтологическое основание психологических синтезов, поскольку сама душа являет собою высший синтез всех индивидуальных проявлений субъекта. Выделяя те или иные частные стороны этого синтеза средствами различных своих школ, психология обречена со временем возвести эти стороны к некоторому высшему единству.

§ 2. Описательная психология Вильгельма Дильтея

Сегодня психология разделена на два больших лагеря — сторонников так называемой описательной и сторонников поведенческой (объяснительной) психологии. Каждая из школ достаточно влиятельна и имеет множество собственных достижений. Отсюда уже должно быть ясно, что образ подлинного психологического знания может быть достигнут только в синтезе этих полярных направлений. Ниже я постараюсь вкратце, на ряде примеров, рассмотреть основные идеи описательного и объяснительного подходов, наметив возможные направления их сближения. В этом параграфе я коснусь ряда идей основоположника описательной психологии Вильгельма Дильтея (1833—1911). Как и раньше, анализ оригинальной концепции будет сопровождаться рядом синтетических интерпретаций — с привлечением конструкций субъектных онтологий, ментальных многообразий и т. д.

Как известно, Дильтей выдвинул и развил представления о новом типе рациональности в области гуманитарных наук и заложил основы нового понимания «душевной жизни» личности, способного, по его мнению, служить основой для подлинно научного подхода к постижению личностного бытия.

Основные положения «описательной психологии» достаточно хорошо известны и вошли сегодня в состав философской классики. Однако, по нашему мнению, это верно преимущественно по отношению к методологической части дильтеевской концепции. Что же касается собственного содержательного решения Дильтеем проблем «описательной психологии», то здесь во многом, как нам кажется, остается недостаточное понимание предложенной Дильтеем концепции. С этой точки зрения философская персонология Дильтея во многом представляет собой как тайну философской доктрины Дильтея, так и тайну самой личности философа.

Как известно, Дильтей разделял все науки на «науки о духе» и «науки о природе». В основе этой дихотомии лежит не столько содержательное, сколько методологическое разделение. В «науках о природе» используется процедура «объяснения», предполагающая выход за рамки феноменологически данного в область непосредственно ненаблюдаемой ноуменальности — оснований и причин, из которых выводятся феномены. В связи с выходом за рамки феноменологии, непосредственно данного, объяснение всегда гипотетично, выход к основаниям всегда гипотетичен и требует последующей процедуры элиминации части гипотез. Наконец, ход познания в случае «объяснения» идет преимущественно от частного к общему, т. е. индуктивно и синтетично. В противоположность подобной методологической схеме, «науки о духе» должны использовать «описание». Основной предмет исследования «наук о духе» — «душевная жизнь» личности, т. е. внутреннее бытие жизни личности, взятое в полноте и целостности всех своих проявлений. Основная особенность этого типа бытия состоит в *рядоположенной данности общего и целого вместе с частным и единичным*. Сознание столь же непосредственно удостоверяет для нас как отдельные частности нашей душевной жизни, так и те интегральные единства, которые объемлют эти частности (например, целостность нашего я). Тогда нет необходимости в выходе из области непосредственно данного, чтобы взойти к основаниям частного. Процесс наблюдения и описания оказывается в данном случае одновременно процессом обобщения, абстрагирования и осуществления других интегральных процедур теоретического познания. Так объяснение содержится уже в описании, и «описание» предстает как основной метод «наук о духе». Дильтей, например, пишет: «Отдельный процесс поддерживается в переживании всей целостностью душевной жизни, и связь, в которой он находится в себе самом и со всем целым душевной жизни, принадлежит непосредственному опыту»[1]. Выражением глубины познания в «науках о духе» оказывается степень непосредственности в процессе самонаблюдения, удостоверяющая полноту своей

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. СПб.: Алетейя, 1996. С. 59.

непосредственности в чувстве *переживания* душевного опыта. Именно переживание душевного бытия является гарантом отождествления с ним субъекта, его полного погружения в область только непосредственно данного и избегания разного рода гипотез. Наконец, душевное бытие личности есть в первую очередь вся целостность и полнота этого бытия, в наибольшей мере самоудостоверяющая себя в переживании и определяющая подобное самоудостоверение для своих частей. Первично и наиболее очевидно целое нашей душевной жизни, именно оно позволяет нам затем понять его части — так ход познания в «науках о духе» оказывается выражением силы анализа и расчленения. Итак, триада «объяснение—инообоснование (как выдвижение гипотез)—синтез» есть методологическое основание «наук о природе», триада «описание—самообоснование (переживание)—анализ» — основание методологии «наук о духе».

Подобно тому как среди наук о природе можно выделить фундаментальную науку — физику и разного рода прикладные естественно-научные дисциплины, применяющие методы и концепции физики к различным предметным областям; и среди «наук о духе» должна существовать своя фундаментальная наука о структуре и законах «душевной жизни» вообще. По отношению к этой науке все прочие «идеографические» дисциплины — история и теория литературы и искусств, науки о государстве, религия, юриспуденция и т. д. — предстанут в качестве приложений. Такую фундаментальную науку о духе Дильтей называет, как известно, «описательной психологией». Он пишет: «Под описательной психологией я разумею изображение единообразно проявляющихся во всякой развитой человеческой душевной жизни составных частей и связей, объединяющихся в одну единую связь, которая не примысливается и не выводится, а переживается» [1]. Основная задача описательной психологии состоит таким образом в выяснении единообразной структуры душевной жизни, что обозначается Дильтеем также как «душевная связь», «структурная связь», «душевная структура», «структурный закон». Далее мы будем использовать словосочетание «душевная связь» для выражения этой идеи. Итак, «душевная связь» — это своего рода инварианты нашей душевной жизни, ее законы, призванные составить основное содержание описательной психологии. Замысел нашего исследования может быть теперь сформулирован в следующем виде: Дильтей выдвинул не только философско-методологическое обоснование нового метода познания в рамках гуманитарных наук, но и предложил содержательное разрешение этой проблемы в структуре «душевной связи». Именно это второе достижение Дильтея, которое он ставил в центр «описательной психологии», кажется сегодня наиболее непонятым в персонологии Дильтея. Например, в фундаментальнейшей работе «Общая психопатология» К. Ясперса [2] мы сразу же сможем найти ставшее классическим после Дильтея в немецкой философии разделение на «объяснительную психологию (erklärende Psychologie)» и «понимающую пси-

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 28.
[2] *Ясперс К.* Общая психопатология / Пер. с нем. Л. О. Акопяна. М.: Практика, 1997.

хологию (verstehede Psychologie)», но тщетно мы будем пытаться найти у Ясперса и в тех работах, которые он цитирует, понимание структуры «душевной связи» в том специфически-содержательном аспекте, который придал ей Дильтей. Итак, «тайна Дильтея» — это тайна «душевной связи», тайна того конкретного разрешения единообразной структуры душевной жизни личности, которая была предложена Дильтеем в его «описательной психологии».

В специально посвященной этому главе «Структура душевной жизни» Дильтей начинает выяснение «душевной связи» с достаточно общепринятого разделения сферы душевной жизни на представления (интеллект), чувства и волевые действия. Сознание представлено как поток своих состояний, пространственное сечение этого потока есть состояние сознания (status conscientiae), множество образований состояния сознания сотканы из взаимопроникающих друг в друга представлений, чувств и волевых актов. Представления (интеллект) и волевая деятельность образуют внутри себя ряды «прогрессирующего развития интеллекта» (восприятие—память—мышление) и «прогрессирующей идеализации волевой деятельности» (мотив—выбор—движение). Задача «душевной связи» теперь представляется Дильтеем как задача установления связи между указанными рядами, что «составляет наиболее темную часть всей психологии» [1]. Здесь, по мнению Дильтея, лежит «ядро нашего “я”». Предоставим слово самому философу: «...задача состоит в том, чтобы установить связь между обоими рядами (интеллекта и воли. — *В. М.*) <...> Задача — трудности чрезвычайной. Ибо именно то, что устанавливает связь между этими обоими членами и раскрывает их жизненную ценность, составляет наиболее темную часть всей психологии. Мы вступаем в действенную жизнь, не располагая ясным воззрением на это ядро нашего “я”. Лишь сама жизнь позволяет нам постепенно догадываться о том, какие силы неустанно подталкивают ее вперед» [2]. Итак, проблема «душевной связи» — это проблема связи интеллекта и воли, составляющая основу нашей личности и ее развития. Далее Дильтей постепенно набрасывает структуру «душевной связи», указывая на связующую роль чувства во взаимоотношениях представлений и воли. То, что связывает представления и волевые действия, есть ценность, но «ценность возникает лишь в жизни чувств и побуждений» [3]. Окончательная формулировка структуры «душевной связи» у Дильтея такова: «Благодаря тому, что образы, доставляемые нашими внешними чувствами, или мысли, к ним примыкающие, связаны с представлениями и чувствами удовлетворения, полноты жизни и счастья, этими чувствами и представлениями вызываются целевые действия, направленные к приобретению благ, достижимых при их помощи. Если же эти образы и мысли связаны с чувствами и представлениями о страдании и задержке, то возникают целевые действия, направленные к защите от возможного вреда» [4]. И наконец сразу же итоговая формулировка:

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 107.
[2] Там же.
[3] Там же. С. 108.
[4] Там же. С. 108—109.

«Удовлетворение побуждений, достижение и сохранение удовольствия, полноты и повышения жизни, защиты от всего давящего, принижающего и препятствующего: вот то, что объединяет игру наших мыслей и восприятий и наши произвольные действия в единую структурную связь» [1]. Итак, проанализируем приведенные цитаты. Подчеркивая не столько вербальную, сколько смысловую сторону структуры «душевной связи», будем использовать в нашем анализе специальные символы для выражения основных элементов «душевной связи» и их взаимоотношений. Дильтей хочет связать представления (R — representation) и волю (W — will) через чувство (F — feel). Эта связь формулируется им так: представления (R_1) могут связываться в свою очередь с представлениями (R_2), сопровождаемыми либо положительными чувствами (обозначим это как +F), либо чувствами отрицательными (−F). В первом случае вызываются «целевые действия, направленные к приобретению благ» (обозначим их как положительные волевые действия, +W), во втором случае вызываются «целевые действия, направленные к защите от возможного вреда» (обозначим их как −(−)действия, −(−)W, т. е. действия, не прямо положительные, но отрицающие отрицание — вред или препятствие). Все эти конструкции абсолютно привычны и самоудостоверяют себя, по мнению Дильтея, не требуя для своего введения никаких гипотез. Например, человек видит своего близкого друга (это R_1 — опознание восприятий как образа друга), это восприятие связывается со вторым представлением (R_2) — об удовольствии общения с близким человеком, которое уже сопровождается положительным чувством (+F), именно это положительное чувство и вызывает у человека совершение соответствующего положительного с его точки зрения действия — подойти к своему другу (+W). Для иллюстрации дуального варианта того же комплекса можно предложить такой пример: на человека падает дерево, опознание этого восприятия как падающего дерева есть R_1, это восприятие сопровождается представлением о последствиях такого падения (R_2) и отрицательным чувством (−F), связанным с этим. Именно это и вызывает действие, например, перебегание на другое место, которое позволяет избежать угрозы и является −(−)действием (−(−)W). Из этих примеров мы видим, что первичные представления (R_1) — это обычно то, что выражает только нейтральное значение складывающегося положения дел, и относится к актуальной и текущей субъектной жизнедеятельности, в то время как вторичные представления (R_2) связаны с предположением, прогнозом, субъекта о дальнейшем возможном протекании событий. Поэтому вернее обозначить R_1 как R_A — актуальные представления, а R_2 — как R_P, представления о потенциальном (собственно представления).

Итак, теперь мы можем выразить структуру «душевной связи», по Дильтею, в следующем виде:

$$R_A \rightarrow \left| \begin{array}{lllll} \rightarrow R_P, & +F & \rightarrow & +W & \quad (+)\text{комплекс} \\ \rightarrow R_P, & -F & \rightarrow & -(-)W & \quad -(-)\text{комплекс.} \end{array} \right.$$

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 109.

«Душевная связь» начинается с текущих представлений (R_A) и затем оформляется в виде (+)комплекса, либо −(−)комплекса. В любом случае она заканчивается волевым действием, связывая воедино представления и волю через посредство чувств. Теперь в формулировке Дильтея структуры «душевной связи» мы можем следующим образом расставить введенные нами сокращения: «Благодаря тому, что образы, доставляемые нашими внешними чувствами, или мысли, к ним примыкающие (это R_A. — *В. М.* Далее все буквенные обозначения "душевных связей" мои.), связаны с представлениями (R_P) и чувствами удовлетворения, полноты жизни и счастья (+F), этими чувствами и представлениями вызываются целевые действия, направленные к приобретению благ, достижимых при их помощи (+W) (здесь закончена формулировка (+)комплекса. — *В. М.*). Если же эти образы и мысли (R_A) связаны с чувствами и представлениями (R_P) о страдании и задержке (−F), то возникают целевые действия, направленные к защите от возможного вреда (−(−)W) (закончена формулировка −(−)комплекса. — *В. М.*)». Далее Дильтей дает уже сокращенные формулировки обеих частей «душевной связи» (того, что названо нами здесь «комплексами»): «Удовлетворение побуждений, достижение и сохранение удовольствия, полноты и повышения жизни ((+)комплекс. — *В. М.*), защиты от всего давящего, принижающего и препятствующего (−(−)комплекс. — *В. М.*): вот то, что объединяет игру наших мыслей и восприятий и наши произвольные действия в единую структурную связь».

Можно было бы подумать, что Дильтей представляет здесь некоторый вариант гедонистического разрешения проблемы жизни личности, связывая основания ее жизнедеятельности с чувствами удовольствия и неудовольствия. Такой вывод, однако, был бы слишком поспешен. Возникновение положительных чувств (+F) — это есть, по Дильтею, «подъем в сфере чувств» [1], «чувства удовлетворения, полноты жизни и счастья», «достижение удовольствия, полноты и повышения жизни» [2]. Наоборот, отрицательные чувства (-F) — это есть, согласно Дильтею, «депрессия в сфере чувств» [3], «чувства и представления о страдании и задержке» [4]. Таким образом, складывается впечатление, что Дильтей использует интуицию некоторой чрезвычайно универсальной меры чувственной жизни, которая может повышаться, образуя «подъем в сфере чувств», и именно этот подъем и есть положительное чувство, и эта же мера может снижаться, приводя к «депрессии в сфере чувств» — возникновению отрицательного чувства. Родство с гедонизмом этой концепции могло бы проистекать в этом случае из сходства методологии использования единой меры душевной жизни (в гедонизме это «степень удовольствия»), но несомненное отличие философских положений дильтеевской концепции от гедонизма состоит в несравнимо более широком понимании этой единой меры душевной жизни, невозможности ее

[1] Там же. С. 108.
[2] Там же. С. 108—109.
[3] Там же. С. 108.
[4] Там же. С. 109.

сведения только к «степени удовольствия». Словно пытаясь подчеркнуть эту универсальность и емкость, Дильтей использует не один термин, но группу слов — «чувство удовлетворения», «полнота жизни», «счастье» и т. д. для выражения этой меры «душевной жизни». Итак, (+) и −(−)комплексы связываются Дильтеем с изменениями некоторой универсальной меры «душевной жизни»: «Смотря по тому, вызывают внешние условия в сфере чувств депрессию или подъем, из этого состояния чувств возникает стремление удержать или изменить данное состояние» [1]. Наиболее заостренную формулировку фундаментальности единой меры «душевной жизни» мы находим у Дильтея в следующих рассуждениях. Обращаясь к душевной жизни не только человека, но и животных, Дильтей замечает, что тот способ организации «душевной жизни», который мы находим у животных и человека, не является единственно возможным. Можно было бы представить, что организмы достигали бы приспособления к окружающей среде, обладая врожденными универсальными знаниями о всем том, что для них полезно, и что — вредно. «Очевидно, подобные существа должны были бы быть некоторого рода всезнайками, — пишет Дильтей и продолжает. — Однако природа разрешила эту задачу со значительно меньшей затратой средств. Живую особь она приспособила к окружающей ее обстановке, хотя и не прямым путем, но много бережливее. Знание о вреде и пользе внешних вещей, о том, что повышает и что понижает благосостояние живого организма, единообразно представлено во всем животном и человеческом мире чувствами радости и страдания. Наши восприятия составляют систему знаков для выражения неизвестных нам свойств внешнего мира: таким образом, и чувства наши являются знаками. Они также образуют систему знаков, а именно для *рода и степеней жизненной ценности состояний Я* и условий, воздействующих на это Я» [2]. В этом отрывке Дильтей называет меру «душевной жизни» «благосостоянием живого организма» и наконец «степенью жизненной ценности состояний Я». Кратко мы будем использовать для множества синонимов, употребляемых Дильтеем для выражения единой чувственной меры «душевной жизни» личности, один термин «*степень Я*» или «*степень себя*». Таким образом, в плане приспособления к окружающей среде, природа, по мнению Дильтея, пошла по тому пути, что она снабдила животных и человека не знанием (хотя для человека возможно и знание, именно поэтому пример с животными наиболее ярко обнажает жизнь существа только «по степеням себя»), но непосредственным чувством степеней себя и их изменений во всем том, с чем сталкивается существо. Такие распределенные по бытию степени себя оказываются своего рода системой знаков, позволяющих существу без знания определять, что для него вредно, а что — полезно. Именно то, что повышает степени себя, то декодируется существом как положительное (в самом широком смысле этого слова, а не только в плане пользы. Не стоит таким образом сводить позицию Дильтея и к прагматизму)

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 108.
[2] Там же. С. 111—112. Курсив мой.

и непосредственно самоудостоверяется сознанию существа в положительном чувстве (+F). То же, что снижает степени себя, манифестирует себя как отрицательное чувство (–F). Итак, +F связано с ростом степеней себя, –F — с падением степеней себя. Чтобы пояснить это, вновь вернемся к нашим примерам.

В случае рассмотренного нами примера (+)комплекса положительные чувства связаны с переживанием общения с близким человеком. Это общение представляется как повышающее степени себя. Это может быть и чувственное удовольствие, и сознание совершенного долга, и облегчение от разделения внутреннего мира, и удовлетворение от признания себя в глазах другого, и т. д., и т. п. Общая универсальная мера «душевной жизни», которую мы называем здесь «степенью себя», по-видимому, никогда вполне не может быть разложена на все свои составляющие, но тем не менее самому существу она дается сразу и непосредственно. Итак, общение с близким человеком в данном примере приводит к росту степеней себя личности. Таким образом, здесь даны по крайней мере два состояния: личность до общения и личность в общении, и степени себя растут в переходе от первого ко второму. Итак, потенциальные представления, R_P, включают в себя указанный переход и сопровождаются непосредственным переживанием роста степеней себя в нем, что и дается субъекту в непосредственном переживании положительных чувств.

Аналогично, в структуре –(–)комплекса, в примере с угрозой падения дерева, мы находим возможность такого положения дел — падения дерева на человека, — при котором резко снизятся степени себя (чувство боли, понимание возможности увечий и даже смерти — все это признаки состояния с низкой степенью себя с точки зрения обычного человека). Это снижение степеней себя переживается человеком как отрицательное чувство. Однако, –(–)комплекс на этом не кончается. Предполагая такого рода угрозу как (–)действие, т. е. действие, снижающее степени себя, человек побуждается в этом случае предотвратить подобного рода действие в –(–)действии, т. е. в действии, предотвращающем возможное падение степеней себя. Например, он предполагает возможность отбежать с того места, где он сейчас стоит и куда падает дерево. Такое –(–)действие может также привести к снижению степеней себя по сравнению с первоначальным состоянием человека (до падения дерева. Например, отбегая, человек падает, получает ушибы), но оно в любом случае должно представляться как дающее лучший исход по сравнению с возможным исходом (–)действия (падения дерева. Полученные при бегстве ушибы оправданы избеганием еще большего вреда). Здесь потенциальные представления, R_P, должны включать в себя как изменение положения дел, связанное с (–)действием (падение дерева на человека), так и связанное с –(–)действием (спасение бегством от падения). И только (–)действие выражает себя в отрицательной чувственности (–F), но оно, по мнению Дильтея, по-видимому, доминирует в этом комплексе в плане силы чувственного переживания, и если положительная чувственность и переживается в –(–)комплексе (как повышение степеней себя в результате удачно осуществленного –(–)действия), то скорее всего оно занимает доминирующее

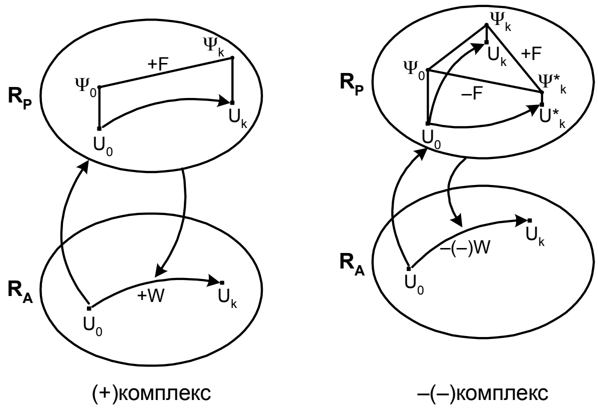

Рис. 46. Структура «душевной связи» по Дильтею, с учетом степеней себя

положение в чувственности человека уже после реализации –(–)действия (в самом деле, трудно представить, что человек так же ярко переживает свою возможность спастись от падения дерева, как ярко он переживает реальность угрозы от его падения в тот момент, когда оно падает).

Эту более сложную структуру «душевной связи» мы изобразили на рис. 46.

Здесь U_0 — начальное положение дел, например опознание друга в (+)комплексе или опознание состояния падения дерева в –(–)комплексе. Это начальное положение дел можно считать присущим и плану актуальных (R_A), и плану потенциальных представлений (R_P). Затем, в плане потенциальных представлений развертывается возможное действие как переход от U_0 к U_k — конечному положению дел (U^*_k — для –(–)комплекса). Каждому положению дел сопоставлена универсальная чувственная мера «душевной жизни» — степень себя, которую мы изображаем уровнем вертикальной линии над соответствующим положением дел и обозначаем буквой Ψ с соответствующими символами. Положительная чувственность образуется как повышение степеней себя (+F), отрицательная — как снижение степеней себя (–F). Стрелками между планами представлений указана временная последовательность разворачивания того или иного комплекса — от R_A к R_P и вновь к R_A. Возникновение положительной чувственности в (+)комплексе вызывает совершение (+)действия ((+)W) в области актуальных представлений. Более сложна структура –(–)комплекса. В области потенциальных представлений здесь, во-первых, дано (–)действие (оно обозначено переходом от U_0 к U^*_k в R_P и сопровождается снижением степеней себя как отрицательной чувственностью (-F)). Во-вторых, создается образ компенсирующего –(–)действия (оно представлено переходом от U_0 к U_k в R_P). Как уже упоминалось, –(–)действие может и снижать степени себя относительно начального положения дел (Ψ_k может быть меньше Ψ_0), лишь бы оно повышало степени себя относительно возможного исхода (–)действия (т. е. лишь бы Ψ_k

было больше Ψ^*_k и представляло из себя положительную чувственность (+F)). Реализацию в области актуальных представлений на основе этой положительной чувственности получает именно −(−)действие (как −(−)W).

Центр душевной жизни личности — «душевная связь». Именно она связывает между собою сферы воли и представления, она составляет центр нашего я, она лежит в основе как мельчайших душевных движений, так и глобальных инвариант нашей душевной жизни. Это, по мнению Дильтея, подлинный «структурный закон», составляющий основу «описательной психологии» и не требующий для своего определения гипотез, самоудостоверяющий себя с очевидностью в любом отрезке личностного бытия. Всякий акт личностного бытия развертывается по схеме «душевной связи» — либо как (+)действие, либо как −(−)действие. Дильтей не останавливается на первоначально представленной схеме «душевной связи», но пытается далее развить ее, более детально прописать ряд ее этапов. Главным образом это относится к первым этапам разворачивания «душевной связи»: Дильтей отмечает, что побуждения и чувства не только возникают на медиальных этапах «душевной связи», связывая воедино представления и волевые действия, но также и предшествуют образованию первичных представлений (формирующих начальное положение дел U_0 как в плане актуальных (R_A), так и в плане потенциальных (R_P) представлений). Личность никогда не воспринимает мир нейтрально, но этому восприятию всегда предпослана некоторая фоновая поляризация активности личности, в ней сняты в форме «пучка побуждений и чувств» как бы те напряжения и импульсы, которые еще не получили окончательной разрядки. Такого рода фоновая поляризация приводит к избирательности по отношению к первичным ощущениям — не все из них достигают внимания личности, вызывают у нее интерес. И только приобретая некоторую начальную полноту определения, достаточную для захвата внимания личности, эти ощущения получают значения, проходят обработку интеллектуальных процедур и наконец вызывают аффективные реакции (+) и −(−)комплексов. Причем, только с самой общей точки зрения чувственные переживания могут быть охарактеризованы как подъемы или падения уровня нашей чувственности. Такого рода общие колебания чувственной меры всегда облечены множеством дополнительных определений, превращающих их в тончайшие переливы и оттенки нашей аффективности. Сложно дифференцированная аффективность может достаточно долго развертываться на своей собственной почве, считывая отрезки взаимоопределяемых переживаний (например, переход боли в тоску, тоски — в желание, и т. д.). Завершаясь в разного рода аффектах желания, переживания наконец разрешаются в действиях и волевых движениях, которые также могут быть богато и тонко дифференцированы. В итоге «душевная связь» может оказаться причудливо разветвленной, осложненной множеством нюансов и оттенков, но от этого, тем не менее, считает Дильтей, не исчезает ее базовая структура, ее внутреннее ядро, представленное схемами (+) и −(−)комплексов. «Душевная связь» — центр и ядро личности; вся полнота и необъятность «душевной жизни» есть, по мнению Дильтея, лишь бесконечные оттенки и аспекты единой личностной структуры, «душевной связи».

Заметим, однако, что все же Дильтей не смог вполне отчетливо сформулировать идею единой меры чувственности. Логика такого вывода вполне очевидна. Дело в том, что структуру «душевной связи» Дильтей всегда формулирует как дизъюнкцию (+)комплекса и −(−)комплекса, в то время как идея «степени себя», будь она окончательно осмыслена философом, не могла бы не привести и к выяснению того общего, что одинаково присуще обоим комплексам, — построению действия на основе в конечном итоге повышения степеней себя, независимо от того, осуществлено ли это повышение прямо, как в случае (+)комплекса, либо опосредованно, по отношению к возможному исходу протекания событий, как это имеет место в случае −(−)комплекса. Такого окончательного обобщения структуры «душевной связи» мы у Дильтея, однако, не находим.

Выразив свое решение проблемы «душевной связи», Дильтей далее отмечает телеологический характер этой связи. Он пишет: «Эта душевная структурная связь есть в то же время связь телеологическая. Связь, клонящаяся к достижению полноты жизни, удовлетворения побуждений и счастья, есть *связь целевая*. Поскольку части в структуре связаны таким образом, что соединение их способно давать удовлетворение побуждениям и счастье ((+)комплекс. — *В. М.*) или отклонять страдания (−(−)комплекс. — *В. М.*), мы называем ее целесообразной»[1]. В словах Дильтея «связь, клонящаяся к достижению полноты жизни», мы можем видеть несомненное тяготение философа к объединению двух комплексов «душевной связи» под знаком общего им процесса повышения степени себя, но, повторяем, эта тенденция синтеза все же нигде не получила у Дильтея своего развитого оформления. Итак, согласно Дильтею, быть целесообразным есть то же самое, что быть (+)действием или −(−)действием. «Больше того, характер целесообразности первоначально дан только в душевной структуре, и если мы и приписываем целесообразность организму или миру, то мы лишь переносим на них понятие, взятое из внутреннего переживания», — утверждает Дильтей[2]. Целесообразность есть нечто равносильное «душевной связи», быть целесообразным — то же, что быть «душою живою» и выражать тем самым фундаментальную структуру «душевной связи» как деятельности, «клонящейся к достижению полноты жизни» или повышающей степени себя, в нашей терминологии. Можно пытаться применять понятие целесообразности к природным процессам, но, по мнению Дильтея, это уже неявное приписывание этим процессам характера деятельности живого существа, наделение их структурой «душевной связи». Идея целесообразности отсылает к структуре «душевной связи», последняя — ко всей полноте «душевной жизни», поэтому столь непоследовательно выглядят на этом фоне попытки разного рода объективистских трактовок целесообразности, пытающихся совместить идею целесообразности и отри-

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 110.
[2] Там же. С. 110—111.

цания реальности «душевной жизни». Но все же рассмотрение и такого рода концепций целесообразности «ведет к расширению кругозора предлагаемого исследования», по мнению Дильтея. Философ выделяет три концепции целесообразности: 1) *субъективная имманентная целесообразность* — это целесообразность как выражение структуры «душевной связи». Она субъективна, поскольку «переживается, дана в одном только внутреннем опыте» [1], и она имманентна, «потому что не основана ни на какой лежащей вне ее идее цели» [2], т. е. полнота жизни, предел целесообразного действия (U_k на рис. 53), так же имманентен структуре «душевной связи», как и все остальные ее элементы; 2) *объективная имманентная целесообразность* — это вид целесообразности, понятие которого «возникает из отношения жизни побуждений и чувств к сохранению индивида и рода» [3], т. е. роль единой чувственной меры берет на себя в этом случае некоторый внешний критерий «степени сохранения». Такого рода концепция целесообразности используется, по мнению Дильтея, биологией. В структуре «душевной связи» заложено в этом случае «отношение привлечения этих субъективных состояний к сохранению индивида и рода» [4]; 3) наконец, третий вид целесообразности, который явно не указывается Дильтеем, но необходимо предполагается данными выше видами целесообразности — это *трансцендентная целесообразность*. Начинаясь в структуре «душевной связи», она должна предел свой полагать вне этой «душевной связи», как и вне «душевной жизни» вообще. Такова концепция целесообразности в критическом рационализме Канта. Два последние вида целесообразности предполагают построение некоторых внешних сущностей по отношению к целостности «душевной жизни», т. е. выходят за рамки очевидного, самоудостоверяющего переживания и оказываются гипотезами.

В главе «Развитие душевной жизни» Дильтей обращается к проблеме развития личности, пытаясь осмыслить эту проблематику как выражение все той же «душевной связи». Дильтей пишет: «...дальнейшим важным последствием структурной связи, на которой основываются эти причинные отношения ((+)действий и −(−)действий. — *В. М.*), является возможность способствовать и благоприятствовать таким более тонким дифференциациям и более высоким соединениям в индивиде, что, в свою очередь, дает возможность достижения более богатого удовлетворения импульсов, более высокой полноты жизни и счастья» [5]. Итак, развитие «душевной связи» выражает все ту же «душевную связь» тем, что оно развивает саму «душевную связь», приводит к возникновению в ней более богатого содержания и возможности в конечном итоге достигать более высоких степеней себя. Здесь конструкция «душевной связи» обращается на саму себя. Если развитие ее есть выражение все той же структуры,

[1] Там же. С. 123.
[2] Там же.
[3] Там же. С. 111.
[4] Там же. С. 124.
[5] Там же. С. 123.

заложенной в «душевной связи», то развитие в этом случае оказывается либо (+)действием, либо −(−)действием, а в качестве этапов развития представлены целостные системы различных «душевных связей» как начальные и конечные положения дел (U_0 и U_k). Рост степеней себя будет в этом случае ростом той «полноты жизни и счастья», которая заложена в каждой локальной «душевной связи». Таким образом, следует выделять *«душевную связь» функционирования*, осуществляющую себя при фиксированных степенях дифференциации и соединений своих элементов, и *«душевную связь» развития*, обеспечивающую развитие «душевных связей» функционирования как (+)действий и −(−)действий. Обращение структуры «душевной связи» на себя приводит, в частности, к тому, что степени себя должны быть определены не только на элементах «душевной связи», но и на самих «душевных связях» функционирования. Такого рода единую чувственную меру, определенную на всей глобальности «душевной жизни», Дильтей называет «ценностью жизни»: «Ибо ценность жизни и состоит в душевной действительности, поскольку последняя находит свое выражение в чувствах» [1], «...ценными в нашей жизни являются вся полнота жизни, какую мы испытываем, богатство жизненной действительности, которое мы предчувствовали, изживание того, что в нас заложено» [2]. «Душевная связь» развития осуществляется как рост этой глобальной степени себя, рост ценности жизни: «Душевная структурная связь целесообразна потому, что она имеет тенденцию развивать, закреплять и возвышать жизненные ценности» [3].

В качестве факторов, определяющих степень себя на «душевной связи» функционирования как этапе развития Дильтей указывает: 1) тонкость развития восприятий, 2) степень целесообразности в образовании представлений и понятий, 3) величину богатства чувственных реакций, 4) степень приспособления движений к импульсам, 5) меру упражнения в благоприятных направлениях воли и подходящих соединений средств и целей, и т. д. Однако, попытка окончательно разъять «ценность жизни» на эти составляющие обречена на неудачу, и чувство «ценности жизни» дано нам непосредственно и целостно — как глубочайшее переживание личности. Наконец, обращение «душевной связи» на себя (как «душевная связь» развития) обретает такую масштабность, что она включает в состав «душевной жизни» среду и окружение личности, превращаясь в «приобретенную связь душевной жизни». Здесь личность выступает как трансцендирующий из себя душевный синтез, сплавляющий воедино душевное и материальное бытие. «Приобретенная связь душевной жизни» описывается Дильтеем как «возрастающее расчленение душевной жизни» [4]. Оно начинается в форме утилизации впечатлений, задержке интереса и внимания на них, возникновении на этой основе восприятий и представлений. Затем развитие «душевной связи» достигает интеллекта: «...развиваются мысли об отношениях

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 124.
[2] Там же. С. 125.
[3] Там же.
[4] Там же.

сходства и причинности во внешнем мире»[1], формируется первый опыт как результат обучения правильной сравнительной оценке жизненных ценностей, объединении ценностей в системы, а этих систем — в единство жизненного идеала. Далее жизненные идеалы и мечты «в тяжкой борьбе приспособляются к власти вещей», «возникает власть взрослого человека в его жизненной сфере»[2]. С этим расчленением сфер интеллекта и чувств согласовано расчленение импульсов и волевых действий. В качестве параметров развитости «душевной связи» Дильтей указывает также: 1) суверенность, 2) приспособление к условиям существования, 3) законченность в себе (равновесность), 4) значительность (выражение высших духовных ценностей). «Душевная связь», достигшая такого состояния, позволяет существу стать личностью.

Итак, и здесь — в сфере развития «душевной жизни» — мы встречаемся все с той же «душевной связью», но уже обращенной на себя, охватывающей глобальность душевной действительности и сплавляющей в единой феноменологии опыта области психического и материально-телесного. Поскольку в основе развития личности лежит «душевная связь», но лишь преломленная в связь развития, то и «развитие возможно только там, где в основе лежит структурная связь»[3], т. е. развитие, как и целесообразность, есть имманентное образование «душевной жизни». Подобно гетерономизации субъективной имманентной целесообразности в разного рода объективистских концепциях, возможна такая же гетерономизация и идеи развития как «душевной связи». Это: 1) *метафизическая теория развития* — развитие «душевной связи» переносится здесь в «космическую потенцию», 2) *естественно-научная теория развития* — развитие «душевной связи» переносится на органический мир.

Постепенно единая структура «душевной связи» приобретает у Дильтея различные дифференциации. Двумя базовыми вариациями всякой «душевной связи» являются (+)комплекс ((+)действие) и −(−)комплекс (−(−)действие). Далее, «душевная связь» проявляет себя в развитиии и функционировании. Эти дифференциации могут разворачиваться и далее, например, −(−)действие может реализовать себя как избегание угрозы или как преодоление препятствия, избегание угрозы — как нападение и оборона, и т. д. Такого рода дифференциации единой «душевной связи» можно обозначать как «**схемы целесообразности**», или «**схемы рациональности**» (см. рис. 47).

Дильтей различает (+) и −(−)комплексы в рамках «душевной связи» функционирования, в связи с чем подобная дифференциация на рис. 47 представлена нами только по отношению к «душевной связи» функционирования, но, по-видимому, аналогичные варианты можно было бы попытаться выделить и в рамках «душевной связи» развития (например, развитие как −(−)действие — это развитие «душевной жизни» как ответ на ужесточение условий существования личности).

[1] Там же.
[2] Там же. С. 126.
[3] Там же. С. 127.

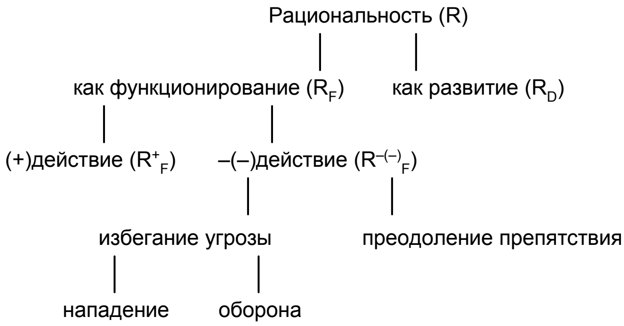

Рис. 47. Схемы рациональности как варианты «душевной связи»

Даже рассматривая структуру «душевной жизни» как выражение психологической причинности, Дильтей, однако, далек от мысли трактовки душевных процессов в рамках классического детерминизма. Например, по отношению к «душевной связи» развития Дильтей пишет: «Мы не в состоянии предсказать, что в душевном развитии последует за достигнутым уже состоянием. Мы можем лишь post factum указать основания того, что произошло. Исходя из мотивов мы не можем предсказать действия» [1]. С другой стороны, совсем отрицать причинность — значит отрицать структуру «душевной связи» и возможность «описательной психологии» как науки. Скорее слова Дильтея следует понимать в рамках «мягкой», вероятностной детерминации душевных процессов. Когда человек видит падающее на него дерево и мы уверены в нормальности этого человека, то мы можем с большой долей вероятности утверждать осуществление поведения этого человека по схеме –(–)действия, но ясно, что имея дело с человеком, а не машиной, мы даже в этом случае не можем надеяться на абсолютную достоверность нашего предсказания. Вспомним, что главная задача «описательной психологии» — это описание разного рода единообразий в «душевной жизни», и Дильтей полагает, что к настоящему времени здесь накоплен огромный материал, особенно в области истории: «Здесь подробное описание и анализ единообразий в ходе человеческой жизни достаточно подготовлены. Налицо имеются величайшей ценности материалы для *описания и анализа истории человеческого развития*» [2]. Такое представление о структуре «душевной жизни» имеется в поэзии XVIII в. и в современной библиографической литературе о людях XVIII и XIX вв. и т. д.

Завершается «Описательная психология» главой «Изучение различий душевной жизни. Индивид». Здесь Дильтей набрасывает основные идеи своей персонологии с точки зрения уникальности и неповторимости личностного бытия. Различие индивидов есть, по Дильтею, в первую очередь различие по степеням в рамках одного набора признаков — нет такого индивида, в котором со-

[1] *Дильтей В.* Описательная психология. С. 135—136.
[2] Там же. С. 136.

вершенно отсутствовал бы какой-либо признак, присущий другому индивиду. В качестве своего рода измерений пространства типов Дильтей указывает: 1) степень духовности, 2) интенсивность внутренних состояний, 3) степень симпатии-антипатии в отношении к предметности, 4) продолжительность душевных состояний, 5) быстроту восприятия, 6) глубину проникновения возбуждений, 7) степень распространения их по всей области «душевной жизни». Далее, индивидуализация человека заключена также в том:

1) что преимущественно выступает в качестве сферы разряжения впечатлений — сфера слов и мыслей или сфера волевых действий;
2) каков темперамент личности;
3) ее прирожденные способности;
4) каковы «различия в процессах воспроизведения и дальнейших интеллектуальных процессах» [1];
5) является ли индивид *дисколосом* (впечатления вызывают главным образом болезненные душевные состояния, воспринимаются как символ (−)действия), или *эйколосом* (впечатления вызывают главным образом радостные душевные состояния, символизирующие (+)действия);
6) каково различие в отношении друг к другу импульсов и стремлений;
7) каково «соотношение меры, в которой способность восприятия находится в душе к реакции путем волевых действий» [2];
8) какого именно правила придерживается индивид: искать все новые средства к достижению цели или, наоборот, опираться на проверенное опытом.

Но все такого рода условия индивидуального бытия человека есть еще только *естественные условия*. С развитием личности в ней растет «самостоятельность духовности, предпочтение длительных чувств радости, получаемой от последовательности <...> от работы, самопожертвования, — все это лишь постепенно разрывает железные цепи, которые накладываются на нашу душевную жизнь естественными предупреждениями» [3]. Индивид для Дильтея — это та же «душевная связь», но преломленная сквозь индивидуализирующую ее материю естественного типа и лишь постепенно овладевающая ею в высших формах духовного бытия. Такого рода овладение и есть рождение Личности, но никогда она не оказывается лишь идеальной сущностью, оставляющей позади собственную телесность. Смешение природного и духовного типов заложено самой природой, и никакое развитие духовного не в состоянии совершенно уничтожить телесные первообразы нашего индивидуального существования. Индивидуальность не прирождена человеку, но лишь возникает из недр естественного типа, постепенно овладевая им и подчиняя его себе. Рост индивидуальности сопровождается интеграцией ее проявлений, способностью объять в едином целом далеко отстоящие и кажущиеся противоречивыми свои микро-я. Наконец, полнота индивидуальности приобретается через вложения ее в более обшир-

[1] Там же. С. 149.
[2] Там же. С. 150.
[3] Там же. С. 151.

ные душевные типы — типы мужского или женского, расовые, социальные, профессиональные, исторические и др. типы. Здесь «душевная связь» типа многообразно взаимодействует с «душевной связью» естественного типа и формирующейся индивидуальности.

Завершая наше небольшое исследование, можно заключить, что тайна Вильгельма Дильтея — это тайна «душевной связи», и эта последняя составляла для философа своего рода ключ к универсальному разрешению проблемы личности, основание научной персонологии как наиболее важного раздела «описательной психологии». Понять личность означает в этом случае возвести внешние проявления личностного бытия к структуре единой «душевной связи», единообразно охватывающей судьбу и каждый отдельный период ее развития, бесконечно дифференцирующей себя в разного рода схемах целесообразности, проникающей в телесные и духовные основания индивидуальности, многократно умножающей себя в частных «душевных связях» тех концентрических типов, в которых как их элемент обнаруживает себя личность. Основания «душевной связи» личности уходят в глубины невыразимого взаимопроникновения всего со всем, именно эта предельная природа «душевной связи» позволяет непосредственно переживать ее всепобеждающую целостность в удивительно простой ее организации как роста степеней себя — в конечном итоге все бытие личности есть не что иное, как бесконечная вариация одной всепоглощающей темы: расширять свое я-абсолютное, необратимо прирастать степенями себя, обретая духовность в тайне непостижимого нераздельного слияния личности и Бога.

§ 3. Вновь субъектные онтологии

На примере структуры «душевной связи» мы видим интересные конструкции субъектного логоса, о которых я вкратце уже упоминал выше и буду использовать далее, особенно в части, посвященной психологии, под именем «субъектных онтологий».

В этом параграфе я позволю себе немного отвлечься от основного изложения, чтобы ввести структуры субъектных онтологий еще с некоторой стороны.

Модель субъекта, называемая «субъектная онтология», представляет собой достаточно простую в своей основе структуру.

В простейшем случае под с*убъектной онтологией* будем понимать, как и ранее, единство трех основных составляющих:

1. (*Афферентной*) *онтологии* — того мира, в котором существует субъект. Предполагается, что онтология состоит из множества возможных и типичных для бытия субъекта ситуаций (положений дел), каждая из которых строится афферентными органами субъекта и может быть представлена как точка в многомерном пространстве степеней свободы.

2. (*Эфферентной*) *телесности* — той системы эфферентных органов, благодаря которым субъект может менять свой мир, те ситуации, в которые он в дан-

ный момент вовлечен. В проекции на Афферентную онтологию эфферентная телесность выражается теми подположениями дел, которые субъект может менять непосредственным усилием своей воли.

3. Степеней себя — некоторого числового поля, которое определено на онтологии, т. е. для положений дел задается некоторое число, которое переживается субъектом как степень себя в этой ситуации, как мера благоприятности для субъекта в этом положении дел.

Субъект создает свой мир афферентными органами, может менять его своими эфферентными органами и делает он это согласно некоторому универсальному закону — закону субъектности.

Закон субъектности утверждает, что *всякий субъект стремится так менять положения дел в онтологии активностью своей эфферентной телесности, чтобы либо повышать степени себя, либо предотвращать их падение.*

Что бы ни делали субъекты в любых мирах и с любыми телами, они всегда делают одно и то же — повышают степени себя или предотвращают их падение.

Если предположить, что поле степеней себя V является гладким (дифференцируемым), то можно ввести специальный математический объект, который называется *вектором градиента* gradV.

Это вектор, направленный в сторону скорейшего роста степеней себя относительно данного положения дел.

Вектор градиента степеней себя выражает *мгновенную волю* субъекта.

В более общем случае под волей можно понимать направленный объект

$$(V, u_1, u_2, ..., u_n),$$

где V — степень себя, определенная на положениях дел $u_1, u_2, ..., u_n$; u_1 — исходное положение дел, u_n — финальное (желаемое) положение дел, $u_2, ..., u_{n-1}$ — промежуточные положения дел.

Такие объекты можно называть *аксиовекторами*, предъявляя к ним следующие требования:

1) В аксиовекторе должно быть хотя бы два положения дел.

2) Идущие друг за другом повторяющиеся положения дел, если это только не начальное и финальное положения дел, можно сокращать.

3) На протяжении аксиовектора не убывают степени себя, т. е. $V(u_i) \leq V(u_{i+1})$ ($V(u_i) < V(u_{i+1})$, если только u_i и u_{i+1} — разные положения дел).

4) На аксиовекторах определена операция *координированного сложения*: если даны два аксиовектора $(V_1, u_1, ..., u_n)$ и $(V_2, w_1, ..., w_m)$, где $u_n = w_1$ и $V_1(u_n) = V_2(w_1)$, то возможно образование нового вектора (суммы):

$$(V_1, u_1, ..., u_n) + (V_2, w_1, ..., w_n) = (V_3, u_1, ..., u_n, ..., w_m),$$

где V_3 равна V_1 на $(u_1, ..., u_n)$ и равна V_2 на $(w_1, ..., w_m)$.

5) Для аксиовектора $(V, u_1, ..., u_k, u_{k+1}, ..., u_n)$ возможно *разложение* на два аксиовектора $(V_1, u_1, ..., u_k)$ и $(V_2, u_{k+1}, ..., u_n)$, где V_1 — это V на $(u_1, ..., u_k)$, V_2 — это V на $(u_{k+1}, ..., u_n)$.

6) Для аксиовектора $(V, u_1, ..., u_n)$ возможно определение двух *нулевых* аксиовекторов — *левого* (V_1, u_1, u_1) и *правого* (V_n, u_n, u_n), где $V_1 = V(u_1)$ и $V_n = V(u_n)$. Легко проверить, что их сумма с аксиовектором $(V, u_1, ..., u_n)$ будет оставлять его неизменным.

7) Для аксиовектора $(V, u_1, ..., u_n)$ можно ввести его *антипод* (полагаем, что в общем случае это не аксиовектор, а особый объект):

$$-(V, u_1, ..., u_n).$$

Положим, что сложение аксиовектора и его антипода будет равно левому нулевому вектору:

$$(V, u_1, ..., u_n) + (-(V, u_1, ..., u_n)) = (V_1, u_1, u_1),$$

где $V_1 = V(u_1)$.

Через такое сложение передается *блокировка воли*.

Далее достаточно помнить, что воля — это некоторая направленная величина, у которой есть начало, финал и, возможно, ряд промежуточных состояний. Воля направлена в сторону достижения финала, исходя из начала и проходя через промежуточные состояния.

Часто субъектную меру V я буду называть ψ-*функцией*, обозначая буквой ψ.

Описанную выше модель субъектной онтологии из онтологии U, телесности B и ценностной меры (степени себя) V (или ψ) кратко я буду обозначать как тройку

$$S = \langle U, B, V \rangle$$

или

$$S = \langle U, B, \psi \rangle.$$

Пусть дана некоторая субъектная онтология $S = \langle U, B, V \rangle$, где U — онтология (множество положений дел, создаваемых афферентными органами субъекта), B — эфферентная телесность (некоторое множество подположений дел из U), V — степень себя.

Пусть $\Delta u = [u_0, u_k]$ — отрезок положений дел от начального положения дел u_0 до конечного положения дел u_k. Такой отрезок назовем *изменением*.

Идея изменения предполагает, что в субъектной онтологии задано *время*, поскольку изменение Δu дано во времени. Субъекты, которые переживают время в своей онтологии, назовем *темпоральными*.

Положим, что на отрезке Δu заданы степени себя V, так что V все время растет на протяжении Δu.

Такое изменение обозначим через ${}^{+}\Delta u$, назвав его (+)*изменением* (читается: «плюс-изменение»).

Изменение Δu, в котором падают степени себя V, назовем (-)*изменением* («минус-изменением»), обозначая как ${}^{-}\Delta u$.

От изменения нужно отличать действие как его частный случай.

Изменение Δu назовем *действием*, если найдется такой субъект, который совершает изменение Δu активностью своего тела согласно закону субъектности.

В такой картине мира, где есть бессубъектная активность, например физические процессы (течение реки, падение камня, повышение температуры воздуха весной и т. д.), которые не считаются активностями каких-то субъектов, не все изменения будут действиями.

Любое действие — это изменение, но не всякое изменение в этом случае — действие.

Таковы основные стартовые определения модели «субъектная онтология». Как уже отмечалось выше, в более общем случае субъектные онтологии могут задаваться через отношение предпочтения или векторную субъектную меру («вектор себя»). Но я пока буду использовать описанную скалярную модель (со скалярной мерой «степень себя» V или ψ) как наиболее простой и наглядный способ моделирования субъектной активности. К более формальным определениям субъектных онтологий я еще вернусь ниже.

§ 4. Бихевиоризм

Второе влиятельное направление современной психологии — бихевиоризм. В этом параграфе я не ставлю перед собой задачу сделать полный обзор этого направления. Речь пойдет лишь об основных принципах и основаниях этого подхода.

Бихевиоризм, как известно, исходит из постулата отождествления психики и поведения. Только поведение субъекта возможно наблюдать внешними органами чувств, подвергать объективным процедурам измерения и эксперимента. Следовательно, только поведение является объективно и научно выраженной частью психической жизни, потому наука о душе должна ограничиться лишь этой стороной психики. Все, имеющее какое-либо отношение к так называемому «внутреннему миру» субъекта, должно быть изгнано из состава научного знания о душе. Если, например, бихевиористу предъявить два возможных объяснения причин снижения успеваемости студента: 1) «внутреннее объяснение» — «он бессознательно боится успеха» или «у него снижена мотивация», и 2) «внешнее объяснение» — «ему мешает спать шум в общежитии» или «финансовые трудности заставляли студента подрабатывать», — то, по-видимому, бихевиорист почувствует недоверие к первым видам объяснения, склоняясь к внешне выраженным феноменам второго вида при прочих равных условиях. Отношение к «внутреннему» в бихевиоризме — отношение к некоторому черному ящику, содержимое которого недоступно для научного познания, и нам остается исследовать его только на основе сопоставления поступающих входных сигналов (стимулов) и следующих за этим выходных сигналов (реакций). Так рождается основная формула бихевиоризма

$$B = f(E) \text{ —}$$

поведение (B) есть функция внешней среды (E).

Правда, такого рода установившейся функцией выражено только так называемое *респондентное поведение*, когда на стимулы среды у субъекта сформировались стереотипные и установившиеся реакции. Существует также ситуация неопределенности, когда субъект находится в новой среде, и еще не вполне ясно, какие реакции на те или иные стимулы окажутся адекватными. Такая ситуация моделируется так называемым *оперантным поведением*. В этом случае субъект выдвигает гипотезы или случайно совершает некоторое пробное действие, которое вызывает определенную реакцию среды. В том случае, если реакция благоприятна, вероятность совершения действия в данных условиях среды повышается (положительное подкрепление), если же реакция негативна, то вероятность действия снижается (отрицательное подкрепление). Так со временем будут опробованы и закреплены действия, наиболее адекватные среде, и ситуация оперантного поведения завершится случаем закрепленной связи респондентного поведения.

Несомненной сильной стороной бихевиоризма является ясное формулирование своих основных положений и возможность широкого применения эксперимента, в том числе на животных.

Субъект с точки зрения бихевиористских представлений есть указанная выше функция $B = f(E)$, сопоставляющая различным более частным условиям среды E_i те или иные установившиеся формы поведения $B_i = f(E_i)$. Респондентная модель описывает установившееся функционирование субъекта, в то время как оперантная модель — динамику и развитие субъекта. Изменение субъекта есть переход от одной функции $B = f(E)$ к другой функции $B^* = g(E)$. Различие функций во многом можно свести к разным формам реагирования на одни и те же стимулы. Следовательно, от некоторой закрепленной реакции $B_i = f(E_i)$ на стимул E_i нужно перейти к другой реакции $B^*_i = g(E_i)$ на тот же самый стимул E_i. Для этого, согласно бихевиористской теории, необходимо создать ситуацию отрицательного подкрепления (угашения) связи $B_i = f(E_i)$ и положительного подкрепления новой связи $B^*_i = g(E_i)$. Так, действуя по каждой новой частной связи, можно в итоге сформировать нового субъекта как новую функцию $B^* = g(E)$.

Отмечая ясность и несомненную правду бихевиористского подхода, следует заметить, что и этому максимально материализованному направлению психологии не вполне удается избежать обращения к конструкциям «внутреннего мира» субъекта. Остатком «внутреннего» в бихевиоризме является идея *знака действия* в модели оперантного поведения. Утверждается, что действия могут быть положительными или отрицательными для субъекта, что предполагает процедуру *оценки* действий со стороны субъекта. Конечно, и такого рода оценку можно пытаться свести к некоторым внешним выражениям, к некоторым более дальним схемам оперантного или первичным схемам респондентного поведения. Следует, однако, заметить, что новое оперантное поведение предполагает свою оценку, так что здесь начнет разворачиваться последовательность отсылок, которая все равно должна будет закончиться либо некоторым последним оперантным поведением, в котором уже оценка не сводима ни к чему иному, либо эта последовательность должна будет закончиться некоторым респондентным поведением. Последнее, однако, всегда есть результат предшествующих схем оперантного поведения, так что круг замыкается, и мы так или иначе должны будем признать некоторую первичную *способность оценки* у субъекта, не сводимую к поведению. Подобная способность выражает идею некоторой ценностной меры и процедуры измерения событий с ее точки зрения у субъекта. Таким образом, мы получаем возможность согласования идей бихевиоризма с конструкциями субъектных онтологий. Модель оперантного поведения можно выразить в рамках модели некоторого субъекта $S = \langle U, B, \psi \rangle$, который, однако, еще не имеет ψ-функции и потому не имеет представления о валентности возможных действий. Если дано некоторое действие [u, u′] в онтологии U, то для субъекта еще может быть не определено, как меняется степень себя ψ в этом действии. В то же время ψ-функция может быть образована на онтологии в зависимости от структуры этой онтологии и некоторых других субъектов. В этом случае субъект S, совершая действие [u, u′], может сформировать валентность этого действия, как бы «приготовив» у-функцию в данном действии. Совершая действие [u, u′], субъект формирует валентность, закрепляя действие, если оно является (+)действием, или отказываясь от него в случае, если оно представляет из себя (–)действие. Следовательно, каждое фиксированное действие в модели респондентного поведения — это некоторое (+)действие, так что по набору подкрепленных действий можно составить представление о характере ψ-поля в данной онтологии субъекта. По-видимому, на процесс формирования ψ-функций можно повлиять, создавая такие условия, которые начнут интерпретироваться субъектом с иной валентностью на ранее сформированных действиях. И здесь мы сталкиваемся еще с одной возможной проблемой бихевиоризма. Он предполагает, по-видимому, слишком однозначное понимание валентности действий и структуры субъектных онтологий. Бихевиорист уверен, что он всегда может определить, как — положительно или отрицательно — оценит субъект то или иное действие. Кроме того, структура положений дел сводится им только к конструкциям общего экрана — поведению, которое существует как «объективная реальность». Такая позиция выражает философию «объективации» ценностной меры и онтологии. Неявно оперируя идеей ценности, явно бихевиоризм склоняется к материализации-овеществлению этой идеи. Словно существует некоторое единое для всех у-поле, с точки зрения которого можно раз и навсегда определить валентность всех возможных действий. Реально, конечно, ситуация более сложна, что как раз связано с субъектной природой ценностных мер (ψ-функций) и положений дел. Тот факт, что субъект S определяет валентность некоторого действия именно таким образом, может зависеть от множества условий, в том числе от разного рода образований «внутреннего мира» субъекта. Психолог-бихевиорист рано или поздно вынужден будет считаться с тем, что управление ценностной структурой личности будет опираться на ряд гипотез о ценностях личности, и эти гипотезы могут оказаться не столь однозначными. Понимание этого привело к развитию альтернативных подходов в современной психологии и усложнению самого бихевиоризма.

При сделанных оговорках бихевиористский подход вполне согласуется с моделями субъектных онтологий и может быть включен в более полные теории как их необходимая составляющая.

§ 5. Феноменологическая психология Карла Роджерса

В качестве еще одного примера описательной психологии я вкратце коснусь системы Карла Роджерса.

Согласно Роджерсу, жизнь личности вдохновляется объединяющим мотивом — *тенденцией актуализации*, тенденцией развивать все свои способности для сохранения и развития личности. Тенденция актуализации — это один центральный источник энергии в организме человека, это сущность всех живых существ. С нею связан так называемый *организмический оценочный процесс*, выражающийся в положительной оценке всего того, что соответствует тенденции актуализации, и отрицательной оценкой всего того, что ей препятствует. Основная составляющая тенденции актуализации — это *тенденция самоактуализации*, т. е. процесс реализации человеком на протяжении всей жизни своего потенциала с целью стать полноценной личностью.

Человек живет не в объективном мире, но в своей субъектной реальности. Мир человека — единое феноменальное поле, в которой соположены мысли, чувства, желания, вещи. Основное образование феноменального поля — *Я-концепция*, т. е. образ себя в сознании личности. Базовая потребность человека — потребность в безусловном позитивном внимании, потребность в том, чтобы тебя принимали и любили другие без каких-либо условий. Условное принятие человека не может заменить такое состояние. Человек испытывает тревогу и угрозу, если возникает несоответствие между я-концепцией и текущим состоянием субъекта. Такое несоответствие активирует различные механизмы защиты, например искажение восприятий в свою пользу, уход в иллюзию, вытеснение причины конфликта и т. д. Однако подлинным решением психологических проблем может быть только достижение идеала полноценно функционирующего человека, включающего в себя 1) открытость собственным переживаниям, способность реалистично воспринимать себя, не испытывая угрозы своей личности, 2) экзистенциальный образ жизни, выражающийся в полной и насыщенной жизни в каждый момент существования, 3) организмическое доверие — умение полагаться в принятии решений на организмический оценочный процесс, 4) эмпирическую свободу, т. е. относительно высокий уровень свободы в жизни субъекта, 5) креативность, творческий подход к жизни.

Главное условие психологических методов, считает Роджерс, не столько та или иная психотехника, сколько правильное отношение психотерапевта и клиента («личностно ориентированная терапия»). Основные условия такой терапии: 1) наличие психологического контакта между личностями, 2) гармоничность и интегрированность психотерапевта, 3) испытание им безусловного позитивного внимания к клиенту, эмпатия в его внутренний мир, 4) как минимум, психотерапевт должен передать клиенту чувство своего сопереживания и понимания. В общем, это более наукообразное выражение общечеловеческого знания о психологической помощи как сочувствии и сопереживании человеку, что уже облегчает состояние страждущего.

Оценивая образчик феноменологического подхода в психологии на примере системы Роджерса, мы видим, что здесь принимается скорее формула

$$B = f(P) \text{ —}$$

поведение B есть функция внутреннего мира личности P (причем и само поведение B в этом случае — это не столько активность на внешнем экране онтологии, сколько субъектно воспринимаемый образ действия на личном экране субъекта). Человек живет не столько в объективной реальности общего экрана, сколько в системе изображений своего собственного экрана сознания («феноменального поля»). Эти конструкции особенно близки идеям субъектной онтологии, в рамках которой положения дел предстают как результат деятельности афферентных органов субъекта, образования его «внутреннего мира». Тенденция актуализации может быть проинтерпретирована как вектор воли $W_B = (\psi_B, u_0, u_k)$ для некоторой глубинной ψ-функции субъекта ψ_B, выражающей экзистенциальный замысел субъекта. Организмический оценочный процесс задает валентности возможных действий с точки зрения базисной ψ-функции ψ_B, фигурирующей в W_B. Поскольку сам W_B направлен в сторону роста этой ценностной меры, то синхронизация с тенденцией актуализации выражает тот же принцип роста y_B, определяющий глубинную положительную валентность действия. По-видимому, базисная ψ-функция ψ_B не просто может быть пережита субъектом. Она способна маскироваться множеством более поверхностных ценностных мер, и нужно обладать некоторой экзистенциальной чуткостью, чтобы ее ощутить. Идеал личности и гармоничные отношения субъектов мыслятся Роджерсом как формы жизнедеятельности, опирающиеся в своих оценках на базисную ценностную меру ψ_B. Я-концепцию можно рассмотреть как особую ω-моду Интегрального Эго субъекта, которая дает в каждом положении дел свою моду — текущий образ себя. На этом подположении дел определена своя ψ-функция ψ_{E2}, выражающая самооценку субъекта. Эта ценностная мера, следуя Роджерсу, играет особую роль. Она как бы суммирует все валентности действий, причиной которых был данный субъект. К ней стекаются все ценностные вклады от любой деятельности субъекта. Например, если субъект S совершает (+)действие $S^+[u, u']$, то мера ψ_{E2} возрастет пропорционально валентности $\Delta\psi = \psi(u') - \psi(u)$. Наоборот, для (−)действия $S^-[v, v']$ мера ψ_{E2} уменьшится пропорционально величине $|\Delta\psi| = |\psi(v') - \psi(v)|$.

Итак, феноменологическое направление в современной психологии строит образы субъекта преимущественно в терминах личных экранов сознания и их изображений. Здесь «внутренний мир» — главный объект интереса. Такие образования, как «тенденция актуализации», «Я-концепция», «организмический оценочный процесс» — это образования из личного экрана субъекта.

§ 6. Методы описания и объяснения

В психологии мы видим существование двух направлений — описательной и объяснительной психологии. Объяснительная психология трактует психологию как естественную науку, описательное направление строит определения психологической науки как гуманитарного знания. Что различает между собой естественные и гуманитарные науки? Как мы видели, в решении этой проблемы очень влиятельна точка зрения немецкого философа XIX в. Вильгельма Дильтея.

Как уже отмечалось, Дильтей полагал, что в основе естественных и гуманитарных наук лежат два принципиально разных метода познания. Метод естественных наук он называл *объяснением*, метод гуманитарных наук — *описанием*. Оба метода предполагают, что в реальности есть два уровня — уровень феноменов (того, что может восприниматься органами чувств) и уровень ноуменов (что органами чувств непосредственно воспринять нельзя). Во всех науках предполагается, что структуры и их логические теории принадлежат уровню ноуменов, и они не могут быть восприняты обычными органами чувств. Но естественные науки ограничивают сферу подлинно научного знания только областью наблюдаемого. Отсюда вытекает, что ноумены для них есть нечто гипотетическое. Их никогда нельзя достоверно наблюдать, и по их поводу можно только строить гипотезы. Выдвижение такого рода гипотез о природе научных ноуменов (структур и их логики), их дальнейшая проверка на фактах — это и есть метод объяснения. Но даже тогда, когда гипотеза прошла все проверки, мы не можем быть уверенными, что ноумены именно таковы, как они представлены в этой гипотезе. Единственное, что могло бы положить конец сомнениям, это непосредственное наблюдение ноуменов, но таковое невозможно. Таким образом, метод объяснения принципиально гипотетичен, он всегда предполагает действие с таким объектом познания, который совершенно сокрыт от глаз исследователя. Ноумены оказываются принципиально отделенными от феноменов в таком образе реальности.

Наоборот, в методе описания, который используется преимущественно гуманитарными науками, в основном, считал Дильтей, имеют дело с внутренним миром человека. В этом внутреннем мире также есть феномены и ноумены, но, в отличие от внешнего мира естественных наук, во внутренней реальности сам человек так же непосредственно может воспринять ноумены, как и феномены. Позволяет ему это сделать особое чувство — интроспекция (самонаблюдение). Например, если человек помог другому человеку, то вместе с феноменами этого действия, которые можно наблюдать обычными органами чувств (движения тела, голос, мимика), сам человек непосредственно переживает и его ноумены — мотивы этого действия, т. е. те причины, которые привели его к оказанию помощи. Это может быть, например, сострадание к другому (бескорыстная помощь), либо желание в будущем использовать этого человека (корыстная помощь). Поэтому во внутреннем мире, считал Дильтей, ноумены так же хорошо воспринимаются внутренними органами чувств (интроспекцией), как и феномены воспринимаются внешними органами чувств во внешнем мире. Следовательно, здесь нет надобности гадать по поводу того, каковы ноумены, их можно непосредственно воспринять, и останется только аккуратно описать их. Отсюда название метода — метод описания. Ноумены не отделены принципиально от феноменов во внутреннем мире, здесь они хотя и лежат на разных уровнях, но и те и другие можно воспринять и описать.

Разница этих образов реальности, в одном случае делающая ноумены недоступными для средств наблюдения, а в другом — доступными, и лежит, по мнению Дильтея, в основании различия естественных и гуманитарных наук. Они различны не столько по тому, *что* они изучают, сколько по тому, *как* они изучают что-либо. Одна и та же наука, например психология, может строиться и как естественная, и как гуманитарная наука.

В то же время, по-видимому, методы познания оказывают существенное влияние и на предмет познания, приводя к разным структурам предметности и их логическому выражению. Поэтому до некоторой степени можно говорить и о том, что есть области познания, где лучше применим тот или иной метод. Метод объяснения более адекватен в исследовании внешнего мира, когда мы хотим познать его как объект. Наоборот, метод описания более адекватен в познании человека и его внутреннего мира, когда мы познаем его как субъект.

Все же представляется, что столь дихотомическое деление на методы описания и объяснения не абсолютно. Например, в той же описательной психологии невозможно построить полноту психологических конструкций, исходя только из метода интроспекции. Когда психолог, наблюдая свои феномены и ноумены, переносит их на определения любого человеческого сознания, он начинает использовать элементы метода объяснения. В самом деле, сознание другого столь же сокрыто от интроспекции обычного человека (не экстрасенса), как и ноуменальные определения внешнего природного мира. Делая предположения об аналогичном устройстве психики другого, описательный психолог практически выдвигает гипотезу и выводит из нее проверяемые следствия. Итак, поскольку предметом даже описательной психологии оказывается не только сознание творца психологической теории, но общее сознание-психика всех людей и оно прозрачно для индивидуальной интроспекции только в малой части включения в себя психики автора теории, метод описания пополняется методом объяснения даже у описательных психологов.

С другой стороны, если обратиться к методам естественных наук, то лишь не слишком знакомый с ними или антипатически настроенный человек сможет увидеть в этих методах только произвольную гипотетичность, озабоченную исключительно систематизацией воспринимаемых эмпирических фактов. Если мы с большей симпатией обратимся к исследованию метода открытия на примере таких титанов науки, как Ньютон или Эйнштейн, мы легко увидим важнейшую роль интуиции и своеобразной «естественно-научной интроспекции», продолжающей в современной науке традиции «естественного откровения». Ни одна великая естественно-научная теория не создается простым обобщением фактов или генерацией удобных для их объяснения гипотез. Познание величайших творцов в этой области выражает глубочайшее интуитивное погружение в бездны *природного разума*, и лишь избранные мыслители способны к такой «натурфилософской интроспекции». Мыслитель в этот момент созерцает в глубинах своего разума конструкции надчеловеческие, но одновременно дающиеся ему через внутреннее озарение (с поправками на бытие этих конструкций все в той же области имманетности, которой принадлежит и внутренний мир творца, и определения природного бытия, — вспомним главу о Канте). Это можно объяснить лишь достижением такой степени эмпатии, когда творческий человеческий разум подключается к некоторому мировому природному разуму, определяющему ноумены физического мира. Если так, то и метод объяснения по крайней мере в лице лучших представителей научной мысли содержит в себе элементы метода описания и интроспекции. В теоретических конструкциях научного логоса проявляют себя определения общего Эго со своим мощным природным разумом. И этот разум может быть познан благодаря природе интегрального Эго познающего субъекта, сообщающегося на своем уровне с определениями общего Эго.

В итоге и в методе описания есть момент объяснения, и в методе объяснения — элементы интроспекции и описания. Следовательно, дихотомия Дильтея слишком абстрактна. Более реалистично было бы утверждение некоторого синтетического метода *описания-объяснения*, координирующего в себе определенным образом моменты интроспекции и метода гипотез в познании ноуменальных структур бытия.

Появление синтетических наук, особенно во второй половине XX в., также показывает, что деление Дильтея на метод описания и метод объяснения не абсолютно. В самом деле, в такой синтетической науке, как экология, например, речь уже может идти не только об экологии окружающей среды, но и об экологии мышления или жизни в целом. Все синтетические науки характеризуются тем, что они пытаются исследовать как материальный мир объектов, так и идеальный мир сознания и психики. Поэтому они не могут ограничиться только методом объяснения или описания и вынуждены искать какие-то более синтетические методологии познания. Усиление такого рода синтетических направлений — одна из основных тенденций развития современной науки, которая ярко проявляет себя в развитии современной психологии.

§ 7. Представление «внутреннего» средствами Проективно Модальной Онтологии

Используя конструкции Теории Life, попробуем полуформально, средствами «исчисления стрелок», выразить бытие внутреннего («душу») и внешнего мира.

Итак, пусть в рамках экранной онтологии есть два эго e_1 и e_2 со своими телами T_1 и T_2 и своими персональными экранами E_1 и E_2. Также дано коллективное эго e_C со своим экраном E_C, внешнее эго e_{ex} с внешним экраном E_{ex}, и дано универсальное эго $e_у$. Пусть даны также тела T*, за которыми не стоят свои эго.

В этом случае под «внутренним» эго e_1 будем понимать модус $ин_1$, который является модой e_1 и дает максимальную и множество немаксимальных мод на персональном экране E_1. Это значит, что есть два проектора $\downarrow^1$ и $\downarrow^2$ такие, что

$ин_1\downarrow^1 E_1$ — максимальное мода $ин_1$ на E_1,
$ин_1\downarrow^2 E_{1к}$ — немаксимальная мода $ин_1$ на $E_{1к}$ — подэкране экрана E_1.

В модусе $ин_1$ выделим персональную моду $п_1$, которая дана положительно только на экране E_1, а на всех других онтологических экранах она равна нулю. Мода $п_1$ выражает *персональное внутреннее*, данное только эго e_1.

Кроме того, в $ин_1$ выделим моду $с_1$, которая является также модой коллективного эго e_C и выражает *коллективное* (*неперсональное*) *внутреннее* во внутреннем эго e_1.

На всех других онтологических экранах, кроме E_1, внутреннее $ин_1$ дано только в М-статусе (если вообще дано ненулевым образом).

В так выстраиваемой онтологии внутреннее $ин_1$ находится в М-статусе, если иметь в виду универсальный онтологический экран $E_у$, равный сумме всех других экранов, т. е.

$$E_у = E_{ex} + E_1 + E_2 + E_C \text{ —}$$

универсальный экран есть сумма всех экранов (здесь имеется в виду сумма ПМ-моделей).

Тот факт, что мода $ин_1\downarrow E_у$ дана в М-статусе, означает, что найдется другая мода в $E_у$, которая больше $ин_1\downarrow E_у$. Тем самым выражена позиция универсального эго $e_у$, которая в общем случае различает все описанные структуры онтологии и может различать больше того, что различает эго e_1.

Если же мы перейдем на точку зрения эго e_1, то мы обнаружим только то, что дано на персональном экране E_1. Такой переход принципиально возможен — это одна из фундаментальных черт именно внутреннего бытия. Его можно представить действием отображения $Ин_1$, которое каждому модусу X сопоставляет его моду $X\downarrow E_1$:

$$Ин_1(X) = X\downarrow E_1.$$

Отсюда видно, что отображение $Ин_1$ — это дифференциалы $\downarrow(..., E_1)$. Здесь может меняться проектор $\downarrow$.

И наоборот, если мы находимся в системе изображений экрана E_1, то можно подействовать обратным отображением $Ин_1^*$, которое каждой моде $X\downarrow E_1$ каждого модуса X сопоставит моду этого модуса $X\downarrow E_у$ на универсальном экране $E_у$. Таким образом, получим:

$$Ин_1^*(X\downarrow E_1) = X\downarrow E_у.$$

Отсюда видно, что $Ин_1^*$ — это интегродифференциал $\downarrow(..., E_у) \circ \uparrow(..., X_1^*)$, где

$$\uparrow(..., X_1^*)\, X\downarrow E_1 = (X\downarrow E_1)\uparrow X_1^* = X \text{ —}$$

интеграл, поднимающий моду $X\downarrow E_1$ до модуса X:

$$\downarrow(..., E_у)X = X\downarrow E_у,$$

в частности, $X\downarrow E_у = X$.

Тогда следует уточнить и отображение $Ин_1$ — оно, если быть точным, также является интегродифференциалом вида:

$$Ин_1(X\downarrow E_у) = X\downarrow E_1,$$

т. е. $Ин_1 = \downarrow(..., E_1)o\uparrow(..., X^*)$, где

$$\uparrow(..., X^*)X\downarrow E_у = (X\downarrow E_у)\uparrow X^* = X,$$
$$\downarrow(..., E_1)X = X\downarrow E_1.$$

Все моды из E_1 будут одновременно модами модуса $ин_1$.

Подобное представление внутреннего можно осуществить для любого эго е. В любом случае это будет модус ин, который является модой эго е. Для эго е определен персональный экран Е. На этом экране е дает и максимальную, и множество немаксимальных мод, как это было описано выше для случая e_1. Во всех внешних к экрану Е онтологических экранах внутреннее ин может давать моды только в М-статусе. Самое главное свойство ин состоит в том, что можно перейти на его точку зрения. Это означает задание отображений Ин и Ин*, подобных описанным выше для эго e_1.

Онтология всегда дана в каком-то «внутреннем», но о нем как о внутреннем ин мы можем говорить только при данности модуса ин в М-статусе на универсальном экране $E_у$. Когда же ин дано на своем экране Е, то оно предстает не как внутреннее, а как высшее единое онтологии (универсальное эго $e_у$). Это значит, что внутреннее универсального эго совпадает с ним, т. е. $ин_у = e_у$.

Аналогично выделению внутреннего ин мы можем в составе эго выделить внешнее.

Посмотрим вначале, чем будет внешнее ex_1 для эго e_1.

Внешнее ex_1 — это мода эго e_1, которая дана в М-статусе на всех онтологических экранах, и в качестве своей моды оно имеет также тело T_1 эго e_1. В простейшем случае внешнее ex_1 — это модус-тело T_1, т. е. тело T_1 как модус, надэкранный инвариант. В отличие от внутреннего, мы не можем перейти на точку зрения внешнего ex_1, т. е. представить его как универсальное эго $e_у$ в некоторой позиции. Отсюда также следует, что внешнее ex_1 отлично от внутреннего $ин_1$ для эго e_1.

Аналогично для любого эго е в качестве его внешнего ех можно представить моду эго е, которая на любом онтологическом экране дана в М-статусе и в качестве своей моды содержит тело Т данного эго е. Невозможно представить ех в качестве универсального эго $e_у$.

Есть только одно исключение — это «внешнее» внешнего эго e_{ex}, которое на самом деле есть внутреннее $ин_{ex}$ этого эго e_{ex}. Это единственное «внешнее», которое на самом деле есть внутреннее [1]. Его специфика состоит в том, что модами этого внешнего являются моды $T{\downarrow}E_{ex}$ всех тел Т данной онтологии — как тел эго (эгоидных тел), так и анэгоидных тел Т*.

Следует заметить, что таким образом определенное внутреннее и внешнее бытие (как модусы ин и ех для эго е) представляют собой два разных вида бытия по онтологической силе. Внутреннее бытие ин является более сильным модусом — онтологической инвариантой, способной принимать на себя в ряде позиций роль универсального эго $е_у$, становясь высшим единством бытия в этой позиции, в то время как внешнее бытие всегда является внешним, всегда остается в М-статусе на любых онтологических экранах. Принимая связь частоты L-статусов модусов с их иерархической высотой, мы можем утверждать бытие внутреннего как бытие иерархически более высокого модуса. В этом смысле граница между внутренним и внешним — один из видов границы между более сильным и слабым бытием. Как отмечалось, здесь есть только одно исключение — внутреннее $и_{ex}$ внешнего эго $е_{ex}$, которое может быть сильнее многих персональных внутренних. Но это опять-таки понятно, поскольку здесь на самом деле речь идет не о внутреннем и внешнем, но об отношении двух внутренних как уже достаточно сильных видов бытия. Если привлекать структуры онтологической топики (см. параграф «Онтологическая топика»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 218 и далее) для оценки силы бытия, когда более сильному бытию соответствуют более крупные «тезисы» (галактики с большей верхней границей М) в структуре топики, то бытие внутреннего лежит на уровне крупных делений бытия (на уровне топосов как галактик с большой верхней границей М*), в то время как внешнее бытие принадлежит сфере более мелких «тезисов» (галактикам с малым $M < M^*$). Граница различия между внутренним и внешним должна лежать на уровне «размеров» онтологических экранов, которые можно сопоставить с верхней границей M_E некоторой галактики. Тогда $M < M_E \leq M^*$. Виды бытия, соответствующие галактикам с $M^* \geq M_E$, можно сопоставить с мироподобным бытием, которое способно заполнять собой онтологические экраны (быть в L-статусе на этих экранах) и быть высшим бытием в такой позиции. Наоборот, виды бытия, сопоставленные в онтотопике галактикам с верхней границей $M < M_E$, можно рассматривать как бытие, не способное тотализовать-

[1] Интересно с этой точки зрения посмотреть на структуру горизонтальных секторов AQAL-схемы Кена Уилбера. Только верхний правый (ВП) сектор в этом случае оказывается внешним бытием. Что же касается нижнего правого (НП) сектора, то он представляет собой также своеобразное внутреннее бытие внешнего эго $е_{ex}$. При такой трактовке мера внутреннего начинает совпадать с мерой многоединого. Можно провести следующее упорядочивание горизонтальных секторов с точки зрения этой меры: единичная внешность (ВП) < единичная внутренность (ВЛ) < коллективная внутренность (НЛ) < коллективная внешность (НП). Внутреннее $ин_{ex}$ внешнего эго можно считать более онтологически сильным, чем коллективное внутреннее $ин_C$, поскольку последнее принадлежит видам эго $е_C$, также зависимым в своей эволюции от внешнего эго $е_{ex}$, в то время как последнее могло бы быть и относительно самостоятельным в своем бытии (см. также параграф «Молекулярный субъект»; наст. изд., т. I, кн. 2, с. 478 и далее).

ся на онтологических экранах, т. е. выступать как мироподобное бытие. Водораздел между внутренним и внешним проходит именно по этой границе M_E, выражая первое как мироподобное бытие, а второе — как бытие существенно «слабое» для достижения мироподобия.

Природу внутреннего ин как антиномического локально-глобального бытия можно пытаться передать средствами теории L-противоречий. Пусть для внутреннего ин и универсального эго $е_у$, отличного от ин, для каждого к = 1, 2, 3... даны моды $ин_{к1}$, $ин_{к2}$ и $е_{ук1}$, $е_{ук2}$ такие, что выполняются следующие соотношения:

$$е_{ук1} < ин_{к1} \text{ и } ин_{к2} < е_{ук2}.$$

Пусть для бесконечных последовательностей $\{ин_{11}, ин_{12}, ин_{21}, ин_{22}...\}$ и $\{е_{у11}, е_{у12}, е_{у21}, е_{у22}...\}$ определены пределы $ин\infty$ и $е_у\infty$ соответственно.

Тогда определено L-противоречие:

$$\{е_{ук1} < ин_{к1} \text{ и } ин_{к2} < е_{ук2}\}_{k=1}^{\infty},$$

которое может быть прочитано таким образом: «внутреннее есть часть всего, и все есть часть внутреннего». Тем самым может быть выражена антиномистически-парадоксальная природа внутреннего мира, который есть и часть бытия (момент локального-внешнего взгляда на бытие внутреннего мира), и в то же время само бытие может быть представлено как часть внутреннего мира, поскольку все наши образы бытия — лишь образы в нашем внутреннем мире (момент глобального в определении внутреннего мира) [1].

[1] В «Логике всеединства» я выражал эти дополнительные позиции как позиции Л1 и Л2 (см.: *Моисеев В. И.* Логика всеединства. С. 70—72).

Глава 2
К теории аффектов

§ 1. К определениям аффектов

В этом параграфе я вкратце покажу, как можно было бы использовать описанные выше структуры субъектных онтологий для опеделения разного рода аффектов, понимаемых здесь как чистые и достаточно выраженные чувства.

1. Общее замечание об аффектах

Чувство содержит в себе две составляющие — переживательную и структурную, так что можно написать:

чувство = переживание + структура.

Переживание — это некоторая первичная субъектная способность, подобно ощущению цвета, которую нельзя свести ни к чему иному, и в этой части теория аффектов невозможна.

Но в чувствах есть еще вторая составляющая — структурная, которая может выражаться теоретически. Ниже мы сможем выражать только эту структурную компоненту аффектов, и читатель должен помнить, что структуры аффектов не являются самими аффектами, так что теория может дать только структурную проекцию чувств.

Многое из приводимых ниже определений аффектов взято из «Этики» Спинозы [1], где дается определение множества аффектов. Определения аффектов у Спинозы были приспособлены к конструкциям субъектных онтологий.

В частности, от Спинозы я беру деление аффектов на два больших класса — аффекты переживания и аффекты желания.

2. Базовые аффекты переживания

Я начинаю с рассмотрения аффектов переживания, и среди них — с двух базовых аффектов, которые Спиноза называет аффектами удовольствия и неудовольствия.

---

[1] *Моисеев В. И.* Опыт реконструкции определения аффектов в «Этике» Спинозы // Философия науки. Вып. 8: Синергетика человекомерной реальности. М., 2002. С. 302—322.

Аффект удовольствия

Пусть дана некоторая субъектная онтология $S = <U, B, V>$, где U — онтология (множество положений дел, создаваемых афферентными органами субъекта), B — эфферентная телесность (некоторое множество подположений дел из U), V — степень себя.

Пусть $\Delta u = [u_0, u_k]$ — отрезок положений дел от начального положения дел u_0 до конечного положения дел u_k. Такой отрезок назовем *изменением*.

Идея изменения предполагает, что в субъектной онтологии задано *время*, поскольку изменение Δu дано во времени. Субъекты, которые переживают время в своей онтологии, назовем *темпоральными*. Аффекты переживания, в основе которых, как мы увидим, лежат переживания изменений, могут переживаться только темпоральными субъектами.

Положим, что на отрезке Δu заданы степени себя V, так что V все время растет на протяжении Δu.

Такое изменение обозначим через $^{+}\Delta u$, назвав его (+)*изменением* (читается: «плюс-изменение»).

Аффект удовольствия можно определить как *переживание плюс-изменения*.

Здесь мы видим, что уже самый простой аффект есть единство переживания и структуры. В качестве структуры выступает плюс-изменение $^{+}\Delta u$. Если добавить к ней переживание, т. е. получить переживание именно структуры плюс-изменения, то получим аффект удовольствия:

$$\text{аффект удовольствия} = \text{переживание} + \text{плюс-изменение.}$$

Далее я уже не буду специально напоминать о переживательном моменте, который будет присутствовать во всех аффектах, специально рассматривая только структурные составляющие аффектов.

Примеры аффекта удовольствия:

1. Жарко, человек пьет холодную воду и чувствует удовольствие, утоляя жажду. Здесь начальное положение дел u_0 — жарко без воды. Конечное положение дел u_k — сразу после выпитой воды. Изменение $\Delta u = [u_0, u_k]$ — выпивание воды. На протяжении этого действия растут степени себя (величина благоприятности положений дел) субъекта. Переживание этого и дает аффект соматического удовольствия в данном случае.

2. Человек мыслит и открывает новую идею, что доставляет ему удовольствие. Здесь начальное положение дел u_0 — новой идеи еще нет. Конечное положение дел u_k — сразу после открытия новой идеи. Изменение $\Delta u = [u_0, u_k]$ — открытие идеи. Вновь на протяжении этого действия растут степени себя (величина благоприятности положений дел) субъекта. Переживание этого дает аффект интеллектуального удовольствия в этом случае.

Аффект неудовольствия

Дуально строится *аффект неудовольствия*, где переживается минус-изменение $^{-}\Delta u$, в котором падают степени себя.

Таким образом,

аффект неудовольствия — переживание минус-изменения.

Примеры аффекта неудовольствия:

1. Жарко, воды нет, человек начинает все более испытывать жажду и растет неудовольствие от этого. Здесь начальное положение дел u_0 — жарко без воды. Конечное положение дел u_k — еще дольше без воды на жаре. Изменение $\Delta u = [u_0, u_k]$ — нарастание жажды. На протяжении этого изменения падают степени себя (величина благоприятности положений дел) субъекта. Переживание этого и дает аффект соматического неудовольствия в данном случае.

2. Открыв новую идею, человек вскоре обнаруживает ошибку и испытывает неудовольствие, будучи вынужден отказаться от идеи. Здесь начальное положение дел u_0 — идея открыта и ошибка еще не найдена. Конечное положение дел u_k — ошибка обнаружена и приходится отказаться от привлекательной идеи. Изменение $\Delta u = [u_0, u_k]$ — отказ от идеи в результате обнаруженной ошибки. На протяжении этого действия падают степени себя (величина благоприятности положений дел) субъекта. Переживание этого и дает аффект интеллектуального неудовольствия в этом случае.

3. *Изменение и действие*

От изменения нужно отличать действие как его частный случай.

Изменение Δu назовем *действием*, если найдется такой субъект, который совершает изменение Δu активностью своего тела согласно закону субъектности.

В такой картине мира, где есть бессубъектные активности, например физические процессы (течение реки, падение камня, повышение температуры воздуха весной и т. д.), которые не считаются активностями каких-то субъектов, не все изменения будут действиями.

Любое действие — это изменение, но не всякое изменение в этом случае — действие.

4. *Аффекты симпатии и антипатии*

Дальнейшее развитие определения аффектов переживания связано со все большим усложнением их структурной составляющей — добавлением все новых структурных элементов, которые делают аффекты все более дифференцированными.

Все то, что было получено для базовых аффектов удовольствия-неудовольствия, останется в любом аффекте переживания, будучи дополненным теми или иными новыми элементами (*принцип включения*).

Первый элемент, который я хотел бы добавить, — это идея причины изменения.

Субъект может не просто переживать некоторое изменение, но и переживать некоторый фактор X как причину изменения.

Под *причиной* будем в данном случае понимать, по крайней мере, необходимое условие изменения, т. е. такой фактор, без которого данное изменение невозможно.

Субъекты, которые способны переживать причины изменений, назовем *каузальными*.

Среди каузальных аффектов Спиноза выделяет аффекты «любви» и «ненависти», которые я буду называть аффектами симпатии и антипатии.

Аффект симпатии

Если субъект не просто переживает некоторое плюс-изменение, но переживает и фактор X как причину этого изменения, то положительность переживания переносится в этом случае на X, порождая симпатию к X.

Таким образом, можно дать такое определение:

аффект симпатии к X — это переживание X как причины плюс-изменения.

Для изменения Δu его причину X можно обозначать слева, используя обозначение $X\Delta u$. Если ${}^{+}\Delta u$ — плюс-изменение, то указание X как причины ${}^{+}\Delta u$ будет изображено в виде $X^{+}\Delta u$.

Примеры:

1. Мать воспринимает сына как постоянный источник разного рода плюс-изменений для себя, в связи с чем испытывает к нему глубокую симпатию (любовь).

2. Ромео любит Джульету, воспринимая ее как источник высочайшего наслаждения для себя, т. е. проявляя к Джульете любовь как высшую форму симпатии.

Аффект антипатии

Дуально к аффекту симпатии может быть определен аффект антипатии, где, как и ранее, достаточно изменить плюс на минус, оставив все остальные структуры неизменными.

Итак, субъект испытывает антипатию к фактору X, если он переживает X как причину минус-изменения. Отсюда определение:

аффект антипатии к X — это переживание X как причины минус-изменения.

Обозначение: $X^{-}\Delta u$.

Примеры:

1. Отелло испытывает антипатию к Дездемоне, поскольку она явилась причиной страшного минус-действия для Отелло.

2. Истец испытывает антипатию к ответчику, подавая на него иск в суд и считая его причиной (виновным) в совершении некоторого минус-действия.

5. Идея дуальности аффектов переживания

Уже из приведенных примеров четырех аффектов переживания видна одна замечательная черта — на каждый плюс-аффект A(+) переживания можно дуально построить минус-аффект A(−) переживания, заменив в нем плюс на минус, т. е. предположив вместо роста степеней себя вдоль изменения Δu падение степеней себя.

Подобная идея может быть названа *дуальностью* аффектов переживания. Иными словами, они всегда парны, реализуя полюса плюса и минуса.

Такая дуальность особенно хорошо видна в использованных выше обозначениях аффектов:

Аффект удовольствия: $^{+}\Delta u$.
Аффект неудовольствия: $^{-}\Delta u$ (плюс заменен на минус).
Аффект симпатии к X: $X^{+}\Delta u$.
Аффект антипатии к X: $X^{-}\Delta u$ (плюс заменен на минус).

6. Валентность

Под валентностью изменения или аффекта я буду понимать знак — плюс или минус — изменения степеней себя в этом изменении (аффекте). Аффекты, в которых фигурирует рост степеней себя, обладают положительной валентностью (аффекты удовольствия, симпатии). Аффекты с падением степеней себя — аффекты отрицательной валентности (аффекты неудовольствия, антипатии).

Можно было бы предположить чисто теоретически еще два вида валентности — *нулевую*, когда степени себя остаются постоянными на протяжении изменения Δu, и *неопределенную*, когда возможны разные виды изменения степеней себя (и рост, и падение, и постоянство) на протяжении изменения.

7. Аффекты надежды и страха

Второй элемент, который я хотел бы добавить, — это идея *вероятности*.

Изменение, которое переживает субъект, может обладать разной вероятностью, например, это может быть только возможное изменение, способное произойти в будущем. Субъект способен пережить изменение как возможное, если он обладает способностью построения в своей субъектной онтологии образа будущего. Такие субъекты можно называть *прогностическими*.

Аффекты надежды и страха могут переживаться только прогностическими субъектами, и эти аффекты настолько тесно связаны друг с другом, что мы сразу опишем весь структурный комплекс, частями которого являются структуры обоих аффектов.

Пусть субъект обнаруживает себя в некотором настоящем положении дел u_0, и структура онтологии такова, что в ближайшем будущем из u_0 возможно возникновение двух альтернативных изменений $\Delta_1 u = [u_0, u_1]$ и $\Delta_2 u = [u_0, u_2]$, первое из которых является плюс-изменением $^{+}\Delta_1 u$, а второе — минус-изменением $^{-}\Delta_2 u$.

Кроме того, поскольку оба изменения принадлежат ближайшему будущему, то каждое из изменений является только возможным. Это значит, что каждое изменение дано с некоторой промежуточной вероятностью. Например, если плюс-изменение дано с вероятностью P, где $0 < P < 1$, то минус-изменение — как альтернатива плюс-изменению — будет дано с противоположной вероятностью 1–Р, которая также окажется лежащей между нулем и единицей.

Теперь можно дать следующие определения.

Аффект надежды — переживание возможного плюс-изменения.
Аффект страха — переживание возможного минус-изменения.

Изменение Δu, данное с вероятностью Р, можно обозначить как ${}_{P}\Delta u$.

Таким образом, плюс-изменение ${}^{+}\Delta_1 u$, данное с вероятностью Р, обозначаем как ${}^{+}_{P}\Delta_1 u$. Соответственно, ${}^{-}_{(1-P)}\Delta_2 u$ — это минус-изменение $\Delta_2 u$, данное с вероятностью 1–Р.

Теперь более сжато можно записать, что аффект надежды — это переживание ${}^{+}_{P}\Delta_1 u$, аффект страха — переживание ${}^{-}_{(1-P)}\Delta_2 u$.

Отсюда видно, что аффекты надежды и страха идут всегда в паре — там, где надежда, там всегда и страх, и наоборот.

Аффекты надежды и страха так же дуальны, но в них дуальность двойная — не только по валентности, но и по вероятности.

Примеры:

1. Актер выходит на сцену, испытывая и надежду, что выступление пройдет удачно, и страх, что возможен провал.

2. Больной готовится к операции, испытывая и надежду на удачный исход операции, и страх перед возможными осложнениями.

8. *Каузальные и акаузальные надежда и страх*

Аффекты надежды и страха могут быть каузальными и акаузальными.

Эти аффекты, как они были описаны выше, выступают в качестве акаузальных.

В аффекте надежды ${}^{+}_{P}\Delta_1 u$ дана надежда *на финал* u_1 плюс-изменения $\Delta_1 u = [u_0, u_1]$.

Аналогично в аффекте страха ${}^{-}_{(1-P)}\Delta_2 u$ переживается страх *перед финалом* u_2 минус-изменения $\Delta_2 u = [u_0, u_2]$.

Поэтому такие аффекты не просто акаузальные, но финальные — в них переживается аффект в связи с финалом соответствующего изменения.

Но аффекты надежды и страха могут быть даны и как каузальные аффекты, если будет добавлен причинный фактор X соответствующего изменения.

Если в аффекте надежды ${}^{+}_{P}\Delta_1 u$ субъектом переживается еще и некоторый причинный фактор X, что можно обозначить как $X\,{}^{+}_{P}\Delta_1 u$, то такой аффект является аффектом *надежды на* X — каузальным аффектом надежды.

Соответственно, если в аффекте страха ${}^{-}_{(1-P)}\Delta_2 u$ переживается причина X, что выглядит как $X_{(1-P)}{}^{-}\Delta_2 u$, то такой аффект страха является *страхом перед* X — каузальным аффектом страха.

Примеры:

1. Больной готовится к операции и испытывает надежду на хирурга, который может удачно провести операцию, и страх перед ним, поскольку он же может и неудачно провести операцию.

2. Подчиненный зависит от начальника в решении некоторой своей проблемы и испытывает надежду на начальника, в связи с его возможной помощью в решении проблемы, и в то же время переживает страх перед начальником, который может отказать в решении проблемы.

9. Аффект волнения

С аффектами надежды и страха тесно связан аффект волнения.

Аффект волнения — это *переживание колебаний между аффектом надежды и аффектом страха*.

Такие колебания можно выразить в колебаниях противоположных у этих аффектов вероятностей P и 1–P. Например, вероятность P колеблется, то возрастая, то падая, и тогда в противофазе с нею будет колебаться вероятность 1–P. Когда P велико — субъекта охватывает надежда — противоположная величина 1–P мала, и субъекта почти оставляет страх. Затем вдруг P падает, 1–P возрастает, и субъекта охватывает страх.

Примеры:

1. Актер волнуется перед выходом на сцену — то его охватывает страх перед провалом, то возвращается надежда, что все пройдет хорошо.

2. Студент волнуется перед сдачей экзамена — надежда на хороший билет сменяется страхом перед плохим билетом.

10. Топические аффекты

Используя представленную выше идею топосов и актосов, можно легко выразить ряд связанных с ними аффектов, например аффект ревности или зависти.

Зависть субъекта A к субъекту B есть переживание вытеснения A субъектом B из некоторого значимого для A топоса T. Здесь задана ψ-функция, которая растет, когда A заполняет T, и падает, когда A вытесняется из T. Если вытеснение A из T субъектом B выразить как (–)–действие $B^-[A{\downarrow}T, B{\downarrow}T]$, то переживание этого аффекта топической антипатии к B и будет аффектом зависти. Через моду $A{\downarrow}T$ я изображаю заполнение актосом A топоса T.

Ревность субъекта A к субъекту C связана с тем, что C выступает как топос, который заполняется субъектом B, вытесняющим A, т. е. это аффект вида $^-[A + C, B + C]$ или $C^-[A + C, B + C]$, когда C может выступить причиной своего заполнения субъектом B.

§ 2. Теоремы об аффектах

В этом параграфе я постараюсь обсудить и привести ряд иллюстраций для более дедуктивной версии представлений об аффектах, предполагающей построение со временем своего рода теории аффектов (чувств). В том числе будут использоваться конструкции так называемой субъектной динамики[1].

---

[1] См.: *Моисеев В. И.* Логика Добра. С. 264—279.

Здесь я рассмотрю некоторые теоремы об аффектах в «Этике» Спинозы. После предварительного определения основных аффектов и связанных с ними субъектных конструкций (в частности, субъектных зарядов), мы достаточно готовы к тому, чтобы попытаться «передоказать» теоремы Спинозы об аффектах. Это означает, что я буду стараться доказать *реконструируемые формулировки* теорем Спинозы средствами понятий и структур субъектных онтологий. Попытки доказать теоремы могут одновременно служить источником новых идей. Если в приведенных выше конструкциях не хватает какой-то составляющей для доказательства той или иной теоремы, то именно анализ этой теоремы позволяет выделить и добавить соответствующую конструкцию.

Речь идет о теоремах третьей части «О происхождении и природе аффектов» из «Этики» Спинозы. Здесь я рассмотрю только те из них, которые имеют прямое отношение к природе аффектов (таковые начинаются с 14-й теоремы).

Теорема 14

> Если душа подверглась когда-нибудь сразу двум аффектам, то впоследствии, подвергаясь какому-либо одному из них, она будет подвергаться также и другому [1].

Реконструкция формулировки. Предполагаем существование субъекта S и испытание им в момент времени t двух аффектов A_1 и A_2.

Реконструкция доказательства. В результате такого испытания аффектов можно предположить возникновение F-координации (F — от «feeling», чувство) $(A_1, A_2)^F$ между аффектами, благодаря которой при воспроизведении одного из аффектов возникает момент переживания другого. Повышенную вероятность связи между одновремеными аффектами в отличие, например, от одновременных мыслей можно объяснить большей силой влияния именно аффектов на субъекта.

Теорема 16

> Вследствие одного того, что мы воображаем, что какая-либо вещь имеет что-либо сходное с таким объектом, который обыкновенно причиняет нашей душе удовольствие или неудовольствие, мы будем любить или ненавидеть эту вещь, хотя бы то, в чем она сходна с тем объектом, и не было производящей причиной этих аффектов [2].

Реконструкция формулировки. Пусть дан субъект $S = \langle U, B, \psi \rangle$, и некоторый (+)объект X, т. е. $X^+[u, u']S$ — X есть причина некоторого (+)изменения $[u, u']$ из онтологии U субъекта. Пусть Y подобен X, что можно обозначить отношением $X{\sim}Y \equiv \exists Z(Mod^{127}(Z, X, \alpha) \wedge Mod^{127}(Z, X, \alpha) \wedge PModa(Z, \alpha))$, т. е. существованием общей положительной α-моды у X и Y как α-модусов в рамках некоторой

---

[1] *Спиноза Б.* Этика. СПб.: Аста-пресс ltd, 1993. С. 97.

[2] Там же. С. 98—99.

α-Онтологии. Тогда теорема утверждает, что У также воспринимается субъектом как (+)объект.

Реконструкция доказательства. Доказать теорему можно пытаться введением некоторого *закона экстенсиональности подобных*:

$$\text{(ExSim)} \qquad (X{\sim}Y) \supset \forall\varphi(\varphi(X) \equiv \varphi(Y)),$$

позволяющего отождествлять подобные элементы. В этом случае от формулы $X^{+}[u, u']S$ и подобия $X{\sim}Y$ можно перейти к формуле $Y^{+}[u, u']S$. Возможно, что используемый в этом случае закон экстенсиональности (ExSim) должен быть ограничен до некоторого класса формул, в который в любом случае должна попадать формула $X^{+}[u, u']S$.

Теорема 17

> Если мы воображаем, что вещь, которая обыкновенно причиняет нам неудовольствие, имеет что-либо сходное с другой вещью, обыкновенно причиняющей нам столь же большое удовольствие, то мы будем в одно и то же время и ненавидеть, и любить ее [1].

Реконструкция формулировки. Пусть дан субъект $S = \langle U, B, \psi\rangle$, и некоторый (−)объект X, т. е. $X^{-}[u, u']S$ — X есть причина некоторого (−)изменения $[u, u']$ из онтологии U субъекта. Пусть также Y — некоторый (+)объект для S, т. е. $Y^{+}[v, v']S$ для некоторого изменения $[v, v']$ из онтологии субъекта, и $X{\sim}Y$ — X и Y подобны. Тогда, утверждает теорема, X есть и (+)объект, и (−)объект для S.

Реконструкция доказательства. Поскольку объекты X и Y подобны, и Y есть (+)объект $Y^{+}[v, v']S$ для S, то, согласно (ExSim), X есть также (+)объект $X^{+}[v, v']S$ для S. Кроме того, по условию, X есть (−)объект $X^{-}[u, u']S$ для S. Следовательно, X оказывается и (+)объектом, и (−)объектом для субъекта S.

Теорема 19

> Кто воображает, что то, что он любит, уничтожается, будет чувствовать неудовольствие, если же оно сохраняется, — будет чувствовать удовольствие [2].

Реконструкция формулировки. Пусть дан субъект $S = \langle U, B, \psi\rangle$, и некоторый (+)объект X, т. е. $X^{+}[u, u']S$ — X есть причина некоторого (+)изменения $[u, u']$ из онтологии U субъекта. Сохранение X можно представить как изменения $[X(t), X(t')]$, где $t' > t$. Наоборот, уничтожение X можно выразить в виде изменения $[X(t), 0_X(t')]$, где 0_X — отсутствие X. Тогда теорема утверждает, что изменение $[X(t), X(t')]$ есть (+)изменение $^{+}[X(t), X(t')]S$ для S, а изменение $[X(t), 0_X(t')]$ есть (−)изменение $^{-}[X(t), 0_X(t')]S$ для S.

---

[1] Там же. С. 99.
[2] Там же. С. 101.

Реконструкция доказательства. Обоснование теоремы можно провести введением особой *темпоральной* ψ-функции ψ_τ, которая растет на (+)объектах при их сохранении и падает при их исчезновении. Именно эта ψ-функция фигурирует в валентных изменениях $^+[X(t), X(t')]S$ и $^-[X(t), 0_X(t')]S$.

Теорема 20

> Кто воображает, что то, что он ненавидит, уничтожается, будет чувствовать удовольствие [1].

Реконструкция формулировки. Эта теорема дуальна к предыдущей теореме, и может быть воспроизведена средствами теории субъектных онтологий следующим образом. Для субъекта S = <U, B, ψ> определен некоторый (−)объект X, т. е. $X^-[u, u']S$ — X есть причина некоторого (−)изменения [u, u′] из онтологии U субъекта. Тогда теорема утверждает, что изменение $[X(t), 0_X(t')]$ есть (+)изменение $^+[X(t), 0_X(t')]S$ для S.

Реконструкция доказательства. Используя идею той же темпоральной ψ-функции ψ_τ, можно предположить, что она также падает при сохранении (−)объектов и растет при их исчезновении. Эта ψ-функция будет фигурировать в валентных изменениях $^-[X(t), X(t')]S$ и $^+[X(t), 0_X(t')]S$ для (−)объекта X. Поэтому мы можем расширить формулировку 20-й теоремы, утверждая также, что «если кто воображает, что то, что он ненавидит, сохраняется, — будет чувствовать неудовольствие». Таким будет как раз случай сохранения (−)объекта X как (−)изменения $^-[X(t), X(t')]S$ для субъекта S.

Теорема 21

> Кто воображает, что предмет его любви получил удовольствие или неудовольствие, тот и сам также будет чувствовать удовольствие или неудовольствие, и каждый из этих аффектов будет в любящем тем больше или меньше, чем больше или меньше он в любимом предмете [2].

Реконструкция формулировки. Пусть даны два субъекта S = <U, B, Eψ> и S′ = = <U′, B′, E′ψ′>, где субъект S образует симпатический ценностный подсубъект $S|^{+v}S'$=<U|U′, B|B′, $\psi|^{+v}\psi'$> по отношению к субъекту S′. Пусть субъект S′ испытал аффект $^\pm[v, v']S'$. Тогда субъект $S|^{+v}S'$ испытывает аффект $^\pm[u, u']S|^{+v}S'$.

Реконструкция доказательства. Положим, что U′ гомоморфно U|U′ и B′ гомоморфно B|B′, т. е. заданы гомоморфизмы φ_U:U′ → U|U′ и φ_B:B′ → B|B′. Тогда испытание активности [v, v′] субъектом S′ воспроизведется в испытании активности $\varphi_U[v, v'] = [u, u']$ у субъекта $S|^{+v}S'$ (здесь положим, что гомоморфизм φ_U переводит отрезок [v, v′], где $v \neq v'$, в отрезок [u, u′], где $u \neq u'$). Поскольку симпатическая ψ-функция $\psi|^{+v}\psi'$ изоморфна функции ψ′ субъекта S′, то валентность активности [v, v′] воспроизведется с тем же знаком в валентности активности

[1] *Спиноза Б.* Этика. С. 101.
[2] Там же. С. 102.

$[u, u']$ у субъекта $S|^{+v}S'$. Следовательно, если S' испытывает аффект $^{\pm}[v, v']S'$, то субъект $S|^{+v}S'$ будет испытывать аффект $^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$ того же знака. Причем в силу изоморфности функций ψ' и $\psi|^{+v}\psi'$, чем больше или меньше приращение $\Delta\psi' = \psi'(v') - \psi'(v)$, тем больше или меньше приращение $\Delta\psi|^{+v}\psi' = \psi|^{+v}\psi'(u') - \psi|^{+v}\psi'(u)$.

Теорема 22

> Если мы воображаем, что кто-либо причиняет любимому нами предмету удовольствие, мы будем чувствовать к нему любовь. Наоборот, если воображаем, что он причиняет ему неудовольствие, будем чувствовать к нему ненависть [1].

Реконструкция формулировки. Пусть даны два субъекта $S = \langle U, B, E\psi\rangle$ и $S' = \langle U', B', E'\psi'\rangle$, где субъект S образует симпатический ценностный подсубъект $S|^{+v}S' = \langle U|U', B|B', \psi|^{+v}\psi'\rangle$ по отношению к субъекту S'. Пусть субъект S' испытал аффект $X^{\pm}[v, v']S'$. Тогда субъект $S|^{+v}S'$ испытывает аффект $X^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$.

Реконструкция доказательства. Рассуждения во многом те же, что в предыдущей теореме. Если S' испытывает аффект $X^{\pm}[v, v']S'$, то субъект $S|^{+v}S'$ будет испытывать аффект $X^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$ того же знака. Здесь, правда, возникает одна проблема. Почему причина X аффекта $X^{\pm}[v, v']S'$ переносится в структуру аффекта $X^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$ субъекта $S|^{+v}S'$? Здесь в первую очередь надо заметить, что причина X действия $[v, v']$ не вполне относится к онтологии U' субъекта S'. Скорее, такие сущности — причины, вещи, объекты, и т. д. — «висят» над онтологией как множеством положений дел. Если они и входят в состав онтологии, то модус-онтологии. Потому будем предполагать, что при образовании копатических онтологий и телесностей задано гомоморфное отображение не только на положениях дел, но вообще на всех модах модус-онтологии и модус-телесности. Тогда причина X как модус из модус-онтологии субъекта S' отображается в некоторый модус $\varphi(X)$ модус-онтологии симпатического подсубъекта $S|^{+v}S'$ (здесь φ — гомомрфизм из множества мод модус-онтологии субъекта S' в множество мод модус-онтологии субъекта $S|^{+v}S'$). Положим, что $\varphi(X) = X$, т. е. симпатический подсубъект $S|^{+v}S'$ без изменений воспринимает ту же причину действия, что и субъект S'. Тогда перенос всей конструкции $X^{\pm}[v, v']S'$ в структуру $X^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$ будем результатом гомоморфизма.

Теоремы 23 и *24* — дуальные к теоремам 21 и 22 соответственно.

Теорема 25

> Мы стремимся утверждать о себе и любимом нами предмете все, что, по нашему соображению, причиняет удовольствие нам или ему; и наоборот, отрицать все то, что, по нашему воображению, причиняет нам или любимому нами предмету неудовольствие [2].

---

[1] Там же.

[2] Там же. С. 104.

Реконструкция формулировки и доказательства. Пусть даны два субъекта $S = \langle U, B, E\psi \rangle$ и $S' = \langle U', B', E'\psi' \rangle$, где субъект S образует симпатический ценностный подсубъект $S|^{+v}S' = \langle U|U', B|B', \psi|^{+v}\psi' \rangle$ по отношению к субъекту S'. Мне представляется, что формулировка теоремы во многом может быть проинтерпретирована как выражение закона субъектности для субъектов S и $S|^{+v}S'$ — стремление совершать (+)действия и избегать (−)действий. Поскольку валентность действий симпатического подсубъекта $S|^{+v}S'$ совпадает с валентностью действий субъекта S', то совершение (+)действий и избегание (−)действий субъектом $S|^{+v}S'$ есть совершение одновременно таковых для субъекта S'.

Теорема 26 дуальна к теореме 25.

Теорема 27

> Воображая, что подобный нам предмет, к которому мы не питаем никакого аффекта, подвергается какому-либо аффекту, мы тем самым подвергаемся подобному же аффекту [1].

Реконструкция формулировки и доказательства. Коль скоро субъекты S и S' подобны, то этого уже достаточно для того, чтобы субъект S был готов образовать симпатический подусбъект $S|^{+v}S'$ в отношении к S'. Возможно, этот подсубъект не проявлен, и тогда именно испытание какого либо аффекта $X^{\pm}[v, v']S'$ субъектом S' активирует этот симпатический подсубъект, и субъект S через свой подсубъект $S|^{+v}S'$ испытает «наведенный» аффект $X^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$ той же валентности.

Теоремы 28, 29 несколько варьируют идеи теоремы 25.

Теорема 30

> Если кто сделал что-нибудь такое, что, по его воображению, доставляет другим удовольствие, тот будет чувствовать удовольствие, сопровождаемое идеей о самом себе как причине этого удовольствия, иными словами — будет смотреть на самого себя с удовольствием. Наоборот, если он сделал что-либо такое, что, по его воображению, причиняет другим неудовольствие, то он будет смотреть на самого себя с неудовольствием [2].

Реконструкция формулировки и доказательства. Думаю, что реконструкция этого доказательства возможна при допущении подобия данного субъекта S и «других», которых можно собирательно обозначить символом субъекта S'. Тогда, если S совершает валентное действие $S^{\pm}[v, v']S'$ по отношению к другим, то, образуя у себя симпатический подсубъект $S|^{+v}S'$, он будет «смотреть» на себя и действие $S^{\pm}[v, v']$ «глазами других», переживая в подсубъекте $S|^{+v}S'$ наведенный аффект $S^{\pm}[u, u']S|^{+v}S'$.

---

[1] *Спиноза Б.* Этика. С. 105.

[2] Там же. С. 107.

§ 3. Группа симметрии валентности аффектов

В этом параграфе я дам один достаточно простой пример субъектной инвариантности, которая будет представлена *группой симметрии валентности аффектов переживания*. В подобной манере, как представляется, могли бы решаться и другие задачи субъектных инвариант, на основе которых можно было бы пытаться анализировать проблемы психофизических преобразований и роли онтологической топики в этих преобразованиях.

Пусть даны субъекты, которые способны испытывать аффекты переживания и относиться друг к другу как горизонтальные условные заряды. В качестве своего рода субъектных систем отсчета рассмотрим субъектные позиции («точки зрения») T_i. Аффекты переживания будем представлять только валентностью B, которая может принимать три значения: +1, −1 и 0. Валентность B в данном случае — это знак приращения скалярной субъектной меры V (степени себя или позитивности), т. е. $B = \text{sign}(\Delta V)$, где приращение ΔV берется на отрезке положений дел Δu, соответствующих аффекту переживания. Если субъект X испытывает аффект с валентностью B_X, и другой субъект Y дан таким образом, что горизонтальный заряд $q_H(X{\downarrow}Y)$ имеет знак $s_{XY} = \text{sign}[q_H(X{\downarrow}Y)] \in \{-1, 0, +1\}$, то субъект Y испытывает копатический аффект с валентностью $B_Y = s_{XY} \cdot B_X$. В этом случае $B_X = B{\downarrow}T_X$, $B_Y = B{\downarrow}T_Y$ — валентности в отдельных субъектных позициях могут быть представлены как моды модусной валентности B аффекта. Иными словами, валентность аффекта B дана как инварианта разных точек зрения T_X, образуя в каждой точке зрения T_X свою моду $B_X = B{\downarrow}T_X$. Если мы знаем моду B_X хотя бы для одной точки зрения T_X, и для любой другой точки зрения T_Y можем определить *копатическое преобразование* $T_X{\downarrow}T_Y = s_{XY}ЧT_X$, то мы можем определить моду B_Y валентности B в точке зрения T_Y по правилу:

$$B_Y = s_{XY} \cdot B_X.$$

Пусть $s_{XY} = [T_X{\downarrow}T_Y]$ — мера моды $T_X{\downarrow}T_Y$. Тогда можем записать:

$$B{\downarrow}T_Y = [T_X{\downarrow}T_Y] \cdot B{\downarrow}T_X.$$

В такой формулировке используются понятия теории инвариантности, и остается найти группу преобразований, которая бы выражала данный вид симметрии.

В качестве группы симметрии в этом случае выступает множество с элементами +1 и −1 и операцией умножения. Это *циклическая группа второго порядка* $C_2 = \{e, a\}$, где единица e = 1, и a = −1.

Элементу e = 1 можно сопоставить *оператор симпатии* $C(T_X) = (+1) \cdot T_X$, который домножает точку зрения T_X на единицу, а элементу a = −1 — *оператор антипатии* $A(T_X) = (-1) \cdot T_X$, домножающий точку зрения T_X на минус-единицу.

Оператор апатии $Ап(T_X) = 0 \cdot T_X$, домножающий T_X на нуль, не входит в группу симметрии, поскольку для него нет обратного оператора, который бы мог восстановить валентность аффекта B_X из $B_Y = 0 \cdot B_X$.

Итак, мы получаем такую схему, что валентности аффектов $B \in \{-1, 0, +1\}$ являются инвариантами в циклическй группе симметрии C_2 второго порядка, однозначно реализуя свои моды в субъектных точках зрения как субъектных системах отсчета (в том числе это относится и к нейтральной валентности $B = 0$).

Это простейший пример субъектной инвариантности, реализуемой во внутренних мирах, который имеет достаточно четкое математическое представление.

Теперь мы могли бы более осмысленно подойти к решению психофизической проблемы в этом случае.

Можно руководствоваться следующим *принципом экспрессии*: *для экспрессии субъектных инвариант нужны такие физические инварианты, которые будут иметь ту же группу симметрии, связывая свои моды с соответствующими модами субъектного инварианта в каждой субъектной системе отсчета*. Замечу, что хотя в этом случае моды физического инварианта являются объектами внешнего мира, но они реализуются в тех же *внутренних* системах отсчета, что и моды субъектного инварианта. В этом случае физический инвариант, поставленный в соответствие субъектному, будет носить производный характер, по сути являясь объектной реализацией все того же субъектного инварианта. Проиллюстрирую эту идею для нашего случая.

Поставим в соответствие валентности B аффектов такой внешний инвариант, как *смайл*, также принимающий три валентности −1, 0 и +1. Здесь ☹ — это минус-смайл, 😐 — нуль-смайл и ☺ — плюс-смайл.

Эти инварианты будут определены в соответствующих точках зрения аналогично валентностям аффектов и на основе следующего базового психофизического соответствия ix, сопоставляющего внутренним состояниям их внешние экспрессии (интересно отметить здесь аналогию с заданием семантики по Тарскому, где также есть базовое семантическое соотношение):

ix(+1) = ☺
ix(0) = 😐
ix(-1) = ☹.

Если, например, субъект X испытывает аффект с валентностью $B_X = +1$ в своей точке зрения T_X, то, по базовому психофизическому соотношению, для него будет определен X-смайл положительной валентности ☺$_X$. Для субъекта Y, испытывающего копатию s_{XY} к точке зрения T_X в своей точке зрения T_Y, получим копатическую валентность $B_y = s_{XY} \cdot B_X$, чему будет сопоставлен Y-смайл вида s_{XY}☺.

Объектные инварианты типа смайлов можно называть *экспрессивными инвариантами* субъектных инвариант.

Смайлы я рассматриваю как выражения лица физического тела в некоторой модели субъекта. Главный параметр смайла — угол отклонения концов рта от прямой линии. Отклонение вверх соответствует положительному углу, вниз — отрицательному, ровно — нулевому углу. Валентность смайла — это знак соответствующего угла отклонения. В этой модели валентность аффекта переходит в валентность смайла. Важно то, *что валентность смайла имеет ту же группу симметрии, что и валентность аффектов переживания*. Конечно, такую группу могут иметь не только валентности смайлов, так что это не достаточный, но только необходимый признак экспрессии валентности аффектов. Но, возможно, двигаясь далее по этому пути, можно восстановить более достаточную экспрессию аффектов.

В конце я хотел бы связать группу симметрии валентности аффектов переживания с онтотопикой, предполагая, что *топика в этом случае передает структуру группы симметрии между внешним и внутренним миром*.

Циклическую группу C_2 второго порядка логично сопоставить с однополюсной R-окружностью с двумя допредельными элементами e и a, где e соответствует нулю галактики, т. е. ненулевым допредельным элементом оказывается только a, что соответствует галактике с верхней границей M = 2. Здесь нуль 0 галактики сопоставлен $e = a^0 = +1$ (оператор симпатии), а единица 1 — элементу $a^1 = -1$ (оператор антипатии).

Тогда группу симметрии $C_2 = \{+1, -1\}$ можно представить как бичисла 2_0 и 2_1 соответственно, что будет соответствовать следующим внешним реализациям инфинитного моночисла:

$$
{}_0^0r_{ex}^0(\alpha) = q_0 R^{-1}{}_2{}^0(+\infty) = 0 \cdot R^{-1}_1(\infty) = 0,
$$
$$
{}_0^0r_{ex}^1(\alpha) = q_1 R^{-1}{}_2{}^0(+\infty) = 1 \cdot R^{-1}_1(\infty) = 1,
$$

где $\alpha = \infty$ (инфинитное моночисло), $q_0 = 0$, $q_1 = 1$, и 2^0 — верхняя граница единичной галактики с обратной R-функцией $R^{-1}{}_1$, встроенной в 2-топику.

Реализация ${}_0^0r_{ex}^0(\alpha)$ несет информацию об элементе e = +1, т. е. об операторе симпатии, в то время как реализация ${}_0^0r_{ex}^1(\alpha)$ — об элементе a = −1 как операторе антипатии.

С другой стороны, должна как-то передаваться информация и о более сложной алгебре {−1, 0, +1}, которую можно представить по крайней мере как моноид с единицей +1, где нуль 0 соответствует оператору апатии.

Глава 3
Психоаналитическое направление

§ 1. Психоанализ Фрейда: краткая сводка

Одно из наиболее влиятельных направлений современной психологии — психоанализ Фрейда, также представляющий собой пример феноменологического подхода.

Рассмотрим вкратце основные идеи классического психоанализа [1], подвергнув их вслед за этим возможной переинтерпретации с точки зрения модели субъектных онтологий.

Согласно Фрейду, существует изначальная матрица личности — Ид, на которой затем дифференцируются более поздние психологические структуры — Эго и Суперэго. Ид — это врожденная бессознательная часть человеческой психики, включающая в себя разного рода влечения и инстинкты. Это единственный резервуар психической энергии, питающий все остальные структуры психики. В свою очередь Ид черпает энергию из телесных процессов. Ид не знает об объективной реальности, руководствуясь в своей активности *принципом удовольствия*. Накапливаемое напряжение в структуре Ид редуцируется в разного рода рефлексах (чихания, мигания и т. д.) и в *первичном процессе* — высвобождении энергии через создание *образа* желаемого объекта. В этом случае происходит перемещение энергии на образ объекта (представление), но еще не на сам объект (восприятие). Например, голод приводит к возникновению образа пищи в представлении или сновидении. Примерами первичного процесса у здоровых людей могут служить сновидения, у больных — галлюцинации. Таким образом, и в рефлексах, и в первичном процессе Ид не пробивается к реальности. Такого рода слабые сбросы напряжения часто не способны снять всего напряжения, и потому развивается *вторичный процесс*, открывающий реальность и формирующий Эго.

Эго уже различает внутреннее и внешнее (представление и восприятие). На основе представления Эго ищет соответствующее восприятие для снятия на-

[1] Приведенный ниже обзор основан на книге: *Холл К., Линдсей Г.* Теории личности. М., 1999.

пряжения. Эго действует на основе *принципа реальности*, который временно приостанавливает действие принципа удовольствия, пока не будет найден подходящий для редукции напряжения объект. Тогда оба эти процесса совпадают, или принцип реальности начинает обслуживать принцип удовольствия. Принцип реальности связан с вопросом об истинности или ложности опыта, с проблемой объективности опыта, в то время как принцип удовольствия ограничен лишь валентностью опыта, т. е. проблемой того, приносит ли опыт удовольствие или страдание. Вторичный процесс включает в себя следующие этапы: 1) выдвижение *гипотезы* о способе удовлетворения потребности, 2) *проверка* гипотезы реальным действием. Сюда же привлекаются все когнитивные и интеллектуальные функции, обслуживающие вторичный процесс. Эго управляет деятельностью эфферентных органов субъекта, т. е. открывает дверь к действию. В Эго часто сталкиваются противоречивые команды, исходящие от Ид, Суперэго или внешнего мира. В этом случае возникает проблема интеграции и выбора, призванные разрешить указанные противоречия. В то же время Эго изначально создается как средство достижения целей Ид, воплощения их в реальности. Вся сила Эго черпается из первичной энергии Ид.

Суперэго — это внутренняя репрезентация традиционных ценностей и идеалов общества в том виде, в каком они интерпретируются для ребенка родителями и насильственно прививаются ему посредством наград и наказаний. Суперэго — это моральная сила личности, сфера идеального, а не реального, бытия. Суперэго служит скорее задаче совершенствования личности, а не принципу получения удовольствия. Основная задача Суперэго — оценить правильность того или иного действия на основе моральных норм, санкционированных обществом. Суперэго включает в себя: 1) *совесть* — интроецированный образ (−)действий, т. е. тех действий, за которые наказывали ребенка, 2) *эго-идеал* (*идеальное Я*, *идеал-Я*) — интроецированный образ (+)действий, моральных норм родителей. Совесть наказывает человека, заставляет испытывать вину. Эго-идеал награждает человека, наполняет его гордостью. Суперэго образуется интроекцией (погружением внутрь) наград и наказаний, полученных от родителей. С момента формирования Суперэго оно встает на место родительского контроля, формируя самоконтроль личности. Основные функции такого самоконтроля выражаются в 1) препятствовании импульсам Ид, в частности сексуальным и агрессивным побуждениям, поскольку они осуждаются обществом, 2) «уговорах» Эго сменить реалистические цели на моральные (сущее — на должное), 3) борьбе за совершенствование личности. Суперэго подобно Ид своей иррациональностью, подобно Эго возможностью контроля над влечениями-инстинктами, но отличается от Эго тем, что Суперэго не просто отсрочивает удовлетворение инстинктов, а постоянно их блокирует.

Организм человека, согласно Фрейду, черпает свою энергию из пищи и расходует ее как на телесные, так и на психические процессы. Следовательно, существует такое понятие, как *психическая энергия*, и она представляет собою одну из форм физической энергии. Психическая энергия выражается в психической работе, например в мышлении. Ид выполняет функцию трансформатора энергии тела в психическую энергию.

Первичные резервуары психической энергии — это разного рода инстинкты. Каждый инстинкт имеет: 1) *источник* — специфическое телесное возбуждение, которое лежит в основании формирования потребности и вызывает желание удовлетворить эту потребность (например, источником инстинкта чихания является раздражение слизистой носа), 2) *цель*, которая состоит в устранении источника, т. е. в редукции напряжения, 3) *объект* — вся активность между появлением желания и его устранением (термин «объект» в этом случае скорее вводит в заблуждение. Это *способ* редукции напряжения в инстинкте. Поэтому точнее, быть может, был бы термин «Ф-объект» — фрейдовский объект), 4) *импетус* — сила инстинкта, определяемая интенсивностью потребности. Таким образом, цель инстинкта регрессивна, выражаясь в снятии специфического напряжения, и консервативна, будучи направленной на сохранение равновесия в жизнедеятельности организма.

Психическая энергия инстинктов способна смещаться, меняя Ф-объект инстинкта. Если один Ф-объект недоступен, энергия может вкладываться в другой Ф-объект. Таким образом, при сохранении одного источника и цели в инстинкте могут меняться Ф-объекты как средства достижения цели. Если энергия инстинкта более или менее постоянно вкладывается в замещающий Ф-объект, то соответствующее поведение называется «производным от инстинкта». Фрейд полагал, что инстинкты — это единственные основания человеческого поведения. Все остальные формы поведения производны от инстинктов. Например, оригинальный Ф-объект сексуального инстинкта — манипулирование половыми органами, который позднее замещается сосанием пальца, еще позднее — манипуляцией с игрушками.

Все инстинкты Фрейд делит на 1) инстинкты жизни и 2) инстинкты смерти. Первые служат целям выживания и размножения (голод, жажда, секс). Психическая энергия этих инстинктов называется *либидо*. Каждое сексуальное желание имеет источник в определенной эрогенной зоне: губах и ротовой области для орального инстинкта, анальной области для инстинкта дефекации и половых органах для генитального инстинкта. Инстинкты смерти служат целям смерти. У человека, полагал Фрейд, существует бессознательное желание умереть. Пытаясь обосновать такого рода инстинкт, Фрейд предполагал, что жизнь есть нарушение неорганического равновесия (вспомним, например, принцип устойчивого неравновесия Эрвина Бауэра) и потому в живом существует постоянное стремление вернуться к этому равновесию. Это своего рода сила притяжения живого к неживому. Жизнь постоянно прилагает усилие, чтобы подняться над неживым, но тогда, следовательно, есть некоторая сила возврата живого к неживому, которую жизни приходится как постоянно преодолевать, так и постоянно находить в себе. Для инстинкта смерти также может происходить процесс замещения Ф-объекта. Агрессивность может быть как результатом замещения

Ф-объекта в инстинкте смерти (например, агрессия против других), так и выражением протеста против такого рода замещений (агрессия к себе).

Ид, Эго и Суперэго соревнуются за обладание психической энергией. Вначале вся энергия находится в Ид. Затем она начинает вкладываться в новые психологические структуры. Первое вкладывание такого рода — это вкладывание энергии в Ф-объект инстинкта (напомню, что «Ф-объект инстинкта», по Фрейду, — это способ, которым удовлетворяется инстинкт). Такой вклад Фрейд называет *объект-катексисом*. Второй вид вкладов — это отвлечение энергии в процессы Эго. Такого рода отвлечения психической энергии возможны из-за разного рода отождествлений и потому называются Фрейдом *идентификацией*. Основание одной из первых идентификаций — неразличимость образа объекта и самого объекта в рамках Ид, в связи с чем и возможен переход от первого ко второму (от первичного процесса ко вторичному). Так как вторичный процесс гораздо эффективнее снимает напряжение, формируется все больше катексисов Эго, т. е. вкладов психической энергии в Эго. Постепенно Эго обретает свою долю психической энергии (но если Эго неудачно, то Ид всегда может забрать психическую энергию обратно). Завладев достаточным количеством психической энергии, Эго может использовать ее для перевода на более высокий уровень когнитивных процессов, сдерживая иррациональную активность Ид. Такой процесс Фрейд называет *антикатексисом* (по отношению к Ид). Эго также использует энергию для интеграции себя с Ид и Суперэго, пытаясь достичь более мягкого и эффективного взаимодействия со средой.

Среди первых объектов, катектируемых ребенком, оказываются и родители, так как ребенок абсолютно зависит от них при удовлетворении своих потребностей. Катектируя родителей, ребенок катектирует их идеалы и запреты — так через детскую идентификацию с родителями Суперэго получает доступ к психической энергии Ид.

Постепенно психическая энергия распределяется между Ид, Эго и Суперэго, образуя сложение сил побуждений и сдерживаний. В этой системе Ид обладает только побуждениями, в то время как Эго и Суперэго — и побуждениями, и сдерживаниями в отношении к Ид. Идеальная личность, по Фрейду, выражается в доминировании Эго (принципа реальности) над Ид и Суперэго и наличии достаточного количества психической энергии у Ид для установления необходимых отношений с внешним миром. Личность предстает как система энергий, обладающая определенной стабильностью, основанная на равновесии сил катексиса и антикатексиса. Эта система формируется в первые 20 лет жизни индивида.

Развитие личности, согласно Фрейду, происходит в результате порождения и разрешения ряда напряжений. Основными источниками напряжений здесь служат 1) процессы физиологического роста, 2) разного рода фрустрации, 3) конфликты и 4) угрозы. Развитие личности выражается в овладении новыми способами редукции напряжения. Основными механизмами разрешения фрустраций, конфликтов и угроз являются процессы идентификации и смещения.

Идентификация — процесс отождествления человека с чертами другого, в результате чего они становятся частью собственной личности. Благодаря идентификации, человек учится редуцировать напряжение, моделируя свое поведение по образцу другого. В качестве моделей для подражания выбираются те, кто кажется успешным в удовлетворении потребностей. Для ребенка источниками идентификации в первую очередь становятся родители. Большая часть идентификаций протекает бессознательно. В то же время возможна идентификация с животными, воображаемыми персонажами, сообществами, идеями и объектами.

Второй механизм развития — *смещение*. Как уже отмечалось выше, это процесс образования нового Ф-объекта в некотором инстинкте при сохранении тех же источника и цели инстинкта. Смещение может возникнуть либо на основе сходства оригинального Ф-объекта инстинкта и смещенного Ф-объекта, либо на основе той или иной блокировки (антикатексиса) оригинального Ф-объекта инстинкта. Смещенный Ф-объект должен снимать напряжение (достигать цели), хотя часто это происходит не так полно, как в случае с оригинальным Ф-объектом. Если смещенный Ф-объект также блокируется, то происходит новое смещение, так что смещения способны накапливаться, образуя последовательности все новых смещенных Ф-объектов, определяющих характер соответствующих стадий развития. *Сублимация* — специальный случай смещения, при котором смещенный Ф-объект приобретает социокультурное значение и приводит к высоким культурным достижениям личности (например, смещение в сексуальном инстинкте, приводящее к творчеству как смещенному Ф-объекту). Порою Фрейд склонен любое (+)действие, ценность или подсубъект рассматривать как результаты тех или иных смещений.

Несколько особняком в системе Фрейда находится такое психическое состояние, как *тревога*. Подобно инстинктам, тревога также может служить источником напряжения и резервуаром психической энергии. Но, в отличие от инстинктов, тревога имеет основание не в телесных процессах, а в среде. Внешняя среда выступает для субъекта источником как положительного, так и отрицательного. Разного рода угрозы, исходящие из среды, порождают *реальные* тревоги и страхи. Кроме того, тревога может быть *невротической* (страх выхода инстинкта из-под контроля) и *моральной* (страх совести). При возникновении чрезмерной тревоги включаются разного рода защитные механизмы Эго. Это:

1. *Вытеснение* — антикатексис объекта, вызывающего чрезмерную тревогу, через выведение его из сферы сознания. Вытеснение может соматизироваться и смещаться. Если вытесняется какое-то представление о реальности, то вытеснение блокирует обращение к этой реальности и ее проверку. Поэтому такое представление трудно фальсифицировать, и оно застревает в бессознательном. Так во взрослом могут продолжать жить детские страхи.

2. *Проекция* — процесс приписывания моральной или невротической тревоге статуса реальной тревоги, так как Эго легче справляется именно с реальной тревогой.

3. *Формирование реакции* — замещение тревожного импульса его противоположностью, например, ненависть замещается любовью. Изначальный импульс в этом случае продолжает существовать, но маскируется замещенной реакцией. Отличие замещенного чувства от истинного состоит в гипертрофии первого (возможно, именно этим можно было бы объяснить парадоксальную любовь заложников к террористам?).

4. *Фиксация и регрессия*. В ходе развития личность переходит от одной стадии к другой, и такого рода переход обычно сопровождается тревогой. Если тревога слишком велика, то может наступить фиксация на промежуточной стадии развития. Если же человек был фиксирован на какой-то стадии, затем все же перешел ее, то в случае большой тревоги может происходить регрессия (возврат) к этой стадии. В общем случае регрессия может быть и самостоятельной формой защиты, например, в случае развития инфантилизации как реакции на большую тревогу.

В развитии личности Фрейд выделяет следующие стадии:

1. *Прегенитальная стадия*. Она длится примерно до 5 лет и включает в себя следующие подстадии:
   1.1. *Оральная стадия* (до 1 года).
   1.2. *Анальная стадия* (от 1 до 2 лет).
   1.3. *Фаллическая стадия* (с 2 до 5 лет).
2. *Латентный период* (с 5 до 10—11 лет).
3. *Генитальная стадия* (с 11 до 20 лет).

В основе оральной стадии лежит пищевой инстинкт. Оригинальные Ф-объекты этого инстинкта — кусание, жевание и сплевывание. Источником пищевого инстинкта является процесс снижения питания тканей. Результатом смещений в этом случае оказываются, считает Фрейд, желание накапливать («поедать») знания и собственность, позднее — развитие сарказма (как смещение кусания) и любви к спорам. На оральной стадии возникает чувство зависимости, выходящее на первый план в случае регрессии.

В основе анальной стадии лежит акт дефекации, оригинальными Ф-объектами которого являются дефекация или ее задержка, источником — повышение давления в прямой кишке. Результатами смещения в этом случае оказываются сдержанность или наоборот несдержанность характера.

Основной инстинкт фаллической стадии — сексуальный. Оригинальный Ф-объект в этом инстинкте — манипуляция половыми органами. Позднее результатами смещения оказываются эдипов комплекс и комплекс кастрации. *Эдипов комплекс* для мальчиков характеризуется влечением к материи и страхом перед отцом, в результате чего происходит вытеснение сексуальных желаний, идентификация с отцом и развитие Суперэго. У девочек подобный механизм (со сменой ролей отца и матери) также называют *комплексом Электры. Кастрационный комплекс* выражается в кастрационной тревоге у мальчиков и зависти к пенису у девочек. Эти комплексы могут осложняться *комплексом гомосексуальности* — симпатии к родителю своего пола и антипатии к родителю противоположного пола, и *комплексом матери* — симпатии к матери и враждебности к отцу.

Все катексисы прегенитальной стадии являются нарциссическими, так как они основаны на удовольствиях от манипуляции с собственным телом. Прегенитальная стадия — время центрированности (как выразился бы Пиаже) ребенка на самом себе, время естественного эгоизма.

Нарциссизм прегенитальной стадии в свою очередь может быть рассмотрен как некоторый родовой инстинкт этого периода, источником которого служит повышение напряжения тела, оригинальным Ф-объектом — манипуляции с собственным телом. Генитальная стадия возникает как результат смещения этого Ф-объекта с образованием альтруизма и ориентации на реальность как своего рода смещенного Ф-объекта нарциссизма. В этот период возникает сексуальное притяжение к противоположному полу, социализация индивида, развиваются формы групповой активности, профессиональное самоопределение, подготовка к женитьбе и будущей семейной жизни.

Заслугой фрейдовского психоанализа является также разработка разного рода методов расшифровки символов бессознательного (в первую очередь Ид). Это метод свободных ассоциаций, анализа автоматизмов (описок, оговорок и т. д.), толкования сновидений и т. п. С методологической точки зрения психоанализ — это система приемов, позволяющая расшифровать символы бессознательного и гармонизировать отношение всех подсистем личности.

С мировоззренческой точки зрения фрейдовский психоанализ впервые столь масштабно вводит в современную психологию понятие «бессознательного», подчеркивая, что сознание (Эго) — это лишь небольшая часть психики, активно взаимодействующая и во многом определяемая разного рода сферами бессознательной жизни субъекта.

§ 2. Психоанализ Фрейда: субъектный логос

Попытаемся теперь рассмотреть основные идеи фрейдизма в рамках конструкций субъектных онтологий — положений дел, телесности и степеней себя.

Начнем подобный анализ с идеи рефлекса как некоторой базовой структуры психики, первичного резервуара психической энергии. Во-первых, одно из основных допущений Фрейда состоит в разделении области психической реальности на области чувственного переживания, где властвует принцип удовольствия и первичный процесс, и области восприятий, в которой определен принцип реальности со вторичным процессом. Сфера чувственных переживаний F (от англ. feeling — чувство) более подвластна воле субъекта и выступает сферой «повышенно своего», в то время как область восприятий P (англ. perception — восприятие) «повышенно инакова», собирая в себе какие-то более «упругие» и неподвластные субъектной воле образования. В области чувственности в свою очередь можно выделить особенно насладительную сферу, тяготеющую к отрыву от всякого иного и нарцистически упоенную собой. Такую сферу я буду называть *само-переживанием*, обозначая ее символом $F{\downarrow}F$ — самобытие F. И есть в переживании область, подчиненная восприятию, например направленная на ожидание возможного восприятия или хранящая в себе переживания прошлых восприятий. Такую область я назову *ино-переживанием*, обозначив ее символом $F{\downarrow}P$ — P-инобытие F. Сфера самопереживания $F{\downarrow}F$ содержит в себе одновременно высокую переживательную способность, но, возможно, менее развитую способность образования нейтральных образов. Наоборот, сфера восприятия P может быть представлена как область максимально нейтральных и высокодифференцированных образов. Можно предположить вслед за Фрейдом, что в самопредставлении находится первичный резервуар психической энергии, которая лишь позднее «перетекает» в другие области психики. Такую энергию можно передать заданием некоторого первичного ψ-поля ψ_0 в сфере $F{\downarrow}F$. Для более конкретного выражения этой идеи обратимся к понятию рефлекса.

В общем случае рефлекс может быть представлен как некоторое (+)действие ${}^{+}[u, u']_{F{\downarrow}F}$, где символом «$F{\downarrow}F$» справа внизу обозначен факт принадлежности этого действия и всех его сопутствующих конструкций сфере самопереживания $F{\downarrow}F$. Положение дел u в действии [u, u′] представляет собою источник рефлекса, положение дел u′ — цель рефлекса, множество (u, u′) всех промежуточных между u и u′ положений дел — оригинальный Ф-объект рефлекса. Например, для рефлекса чихания u — это раздражение слизистой носа, u′ — исчезновение раздражения, интервал (u, u′) — чихание. Знаком «+» слева вверху в выражении ${}^{+}[u, u']$ обозначен факт определения некоторой ψ-функции ψ, которая монотонно возрастает на отрезке [u, u′], т. е. $\psi(u') > \psi(u)$. Осуществление рефлекса повышает соответствующие степени себя или снижает психическое напряжение, если под последним понимать величину $k(1 - \psi)$, где k — некоторый коэффициент пропорциональности. Рефлекс ${}^{+}[u, u']_{P{\downarrow}P}$ хранит в себе величину $E(\psi(u') - \psi(u))$ психической энергии, где E — также некоторый коэффициент пропорциональности, играющий роль полной энергии ψ-поля. В виде ${}^{+}[u, u']_{F{\downarrow}F}$ можно передать лишь самые простые рефлексы, которые автоматически осуществляются, как только возникнет специфический источник рефлекса. Такие рефлексы можно называть *автономными*. Они используют активность только тела субъекта, не нуждаясь в каких-либо внешних объектах или процессах для своего осуществления. Таков рефлекс чихания, моргания. Другое дело — рефлекс питания. Хотя он тоже относится к врожденным активностям субъекта, но для своего осуществления он требует поиска во внешней среде некоторого объекта — матери или пищи, и уже не может обойтись автоматической активностью только в пределах телесности субъекта. Такие рефлексы можно было бы назвать *неавтономными*. Структура таких рефлексов более сложна, ее можно было бы изобразить в форме двухэтапного действия [u, u′, u″], которое представляет из себя последовательное соединение действий [u, u′] и [u′, u″]. Действие [u, u′] представляет собой первую стадию неавтономного рефлекса, связанную с поиском во внешней среде условий осуществления рефлекса, например поиск пищи в случае пищевого рефлекса. Вторая часть рефлекса $[u', u'']$ — это автономная часть неавтономного рефлекса, которая разворачивается независимо от внешней среды, только в рамках активности тела (например, этап глотания пищи в случае пищевого рефлекса). Таким образом, неавтономный рефлекс начинается зависимо от среды, заканчиваясь независимой от нее частью. У автономных рефлексов есть только вторая составляющая активности.

Двухэтапная структура неавтономных рефлексов приводит к различию желаемого и реального бытия. Для автономных рефлексов не возникает причин к различию желаемого и реального, так как одно здесь есть одновременно другое. Структуре автономного рефлекса $^{+}[u, u']_{F\downarrow F}$ в области самопереживания одновременно сопоставлена структура рефлекторного действия $[u, u']_P$ в области восприятия, лишенная валентности (под валентностью действия $[u, u']$ я имею в виду только *знак* приращения $(\psi(u') - \psi(u))$ той ψ-функции, которая монотонно изменяется на действии $[u, u']$. В том числе это может быть нуль, если ψ-функция остается постоянной в действии). В автономном рефлексе до рождения Эго эти две структуры неразличимы. Для того чтобы такое различие возникло, необходимо, чтобы действие $[u, u']_P$ могло прерываться, но для автономных рефлексов это как раз невозможно. Прерывание рефлекторного действия впервые становится возможным для неавтономных рефлексов $[u, u', u'']$ на первой стадии их осуществления $[u, u']$. По-видимому, само наличие этой стадии уже не вполне принадлежит сфере самопредставления. Скорее здесь можно говорить о инопредставляющей природе этой стадии рефлекса, поскольку в ее определение заложено отношение к внешней реальности. Это условие можно передать выражением $[u, u']_{F\downarrow P}$, подчеркнув принадлежность неавтономной стадии $[u, u']$ области инопереживания F↓P. Что же касается автономной стадии $[u', u'']$ неавтономного рефлекса, то она, как уже отмечалось, выражает собою остаток автономного начала рефлекса и должна принадлежать сфере самопереживания F↓F, как и всякий автономный рефлекс. Потому более полное обозначение этой стадии должно иметь вид $[u', u'']_{F\downarrow F}$. В целом для неавтономного рефлекса $[u, u', u'']$ мы можем использовать только общий символ F, выражая принадлежность полной структуры рефлекса сфере переживания: $[u, u', u'']_F$. Следуя очерченной выше логике, мы должны были бы ψ-функцию приписать только второй стадии рефлекса. Если признавать, что и первая стадия рефлекса вызывает удовлетворение субъекта, то природа этого удовлетворения есть уже не простое чувственное удовольствие автономного рефлекса, но некоторое более условное переживание. В связи с понятием катексиса у Фрейда можно предположить, что на основе одних ψ-функций могут образовываться другие ψ-функции. Например, в случае неавтономного рефлекса $[u, u', u'']_F$ удовлетворение в первой стадии рефлекса возникает как удовлетворение-средство для достижения удовольствия. Катексис здесь выразится в образовании ψ-функции-средства для первичной ψ-функции ψ_0 автономной части рефлекса. Следовательно, на стадиях $[u, u']_{F\downarrow P}$ и $[u', u'']_{F\downarrow F}$ будут определены разные ψ-функции: на стадии $[u', u'']_{F\downarrow F}$ будет определена некоторая первичная ψ-функция ψ_0, в то время как на действии $[u, u']_{F\downarrow P}$ — производная ψ-функция-средство первичной ψ-функции. Катексис здесь выразится в *правиле переноса валентности с цели на средство*: если действие-цель обладает некоторой валентностью, и другое действие переживается субъектом как действие-средство, то это действие приобретает ту же валентность, что и действие-цель. С учетом этих замечаний мы наконец можем записать полную структуру неавтономного рефлекса $[u, u', u'']_F$ как (+)действия $^+[u, u', u'']_F$, понимая, однако, что на (+)действии $^+[u, u']_{F\downarrow P}$ определена катектированная ψ-функция, а на (+)действии $^+[u', u'']_{F\downarrow F}$ — первичная ψ-функция. В образовании производной ψ-функции в неавтономном рефлексе мы, по-видимому, наблюдаем первое распространение психической энергии за пределы своей первичной области определения.

Разобравшись со структурой неавтономных рефлексов $^+[u, u', u'']_F$ в сфере переживания, мы можем им также сопоставить свои выражения $[u, u', u'']_P$ в области восприятия — как активностей, лишенных валентности, но обладающих развитой структурой положений дел. И здесь уже может возникнуть ситуация, когда первая стадия неавтономного рефлекса окажется заблокированной в сфере восприятий, что можно обозначить символом $[u|u']_P$ — блокировка перехода от u к u′ символизируется вертикальной чертой. В этом случае впервые обнаружится разница между сферой восприятия и переживания, принципом реальности и принципом удовольствия. Именно если на фоне реальной блокировки $[u|u']_P$ неавтономного рефлекса психическая активность все же реализует себя указанным рефлексом $^+[u, u', u'']_F$ в сфере переживания, до некоторой степени снимая напряжение, мы получим схему рациональности субъекта, которую Фрейд называет *первичным процессом*. В этом случае субъект тяготеет к минимизации первой стадии $[u, u']_{F\downarrow P}$ рефлекса, сразу воображая результат u′, который запускает автономную часть $^+[u', u'']_{F\downarrow F}$ рефлекса, позволяя переживать удовольствие как подъем первичной y-функции. Следовательно, первичный процесс выразится в автономизации неавтономных рефлексов в сфере представления. В этом случае будет проигнорировано отличие восприятия от представления, что, впрочем, уже предполагает возможность подобного отличия. Катектированные y-функции будут тяготеть к своему исчезновению, так что активность субъекта будет максимально стремиться к *принципу удовольствия* — такому варианту Закона субъектности, при котором учитывается только первичная ψ-функция ψ_0. Субъект как система автономных и неавтономных рефлексов только в F-сфере психической реальности образует Ид. Ид не различает F- и P-сферу, реально ограничивая свою деятельность только F-областью психического бытия.

Однако сам Фрейд предполагает наличие фальсификаторов как для первичного процесса, так и для принципа удовольствия. Важнейшим из них оказывается недостаточное повышение первичной ψ-функции (или снижение напряжения) в первичном процессе. Эта функция повысится гораздо больше, если осуществление неавтономного рефлекса $^+[u, u', u'']_F$ в сфере переживания окажется согласованным с осуществлением рефлекса $[u, u', u'']_P$ в области восприятия. Не знаю, понимал ли сам Фрейд, что такого рода предположение означает контрпример к идее первичности Ид, но в самом деле если первичная ψ-функция оказывается зависящей от сферы восприятий, то она уже не может быть столь первичной. Такая зависимость практически означает некоторую изначально укорененную в Ид зависимость от Эго. Полная первичность Ид означала бы возможность полной независимости Ид от Эго, в частности — возможность полноты переживания чистой иллюзии. Если такое невозможно, то иллюзия обнаруживает некоторую неполноту, которая может быть преодолена лишь прорывом к реальности. Следовательно, реальность оказывается сильнее иллюзии, и Ид первично лишь во времени, а не «по природе». Далее Ид как некоторую субъектную онтологию я буду обозначать символом I.

Итак, если действия $[u, u', u'']_F$ и $[u, u', u'']_P$ протекают одновременно, то первичная ψ-функция ψ_0 в (+)действии $^+[u', u'']_{F\downarrow F}$ возрастает больше, чем если бы действие $[u, u', u'']_F$ было осуществлено при отсутствии актуального действия $[u, u', u'']_P$. Следовательно, ψ_0 оказывается определенной на некоторой *сумме* действий $[u', u'']_{F\downarrow F}$ и $[u', u'']_P$. Именно это условие изначально заложено в определении ψ_0, выражая структуры Эго (в области восприятия A) как первичные образования психической реальности.

Первичный процесс — не единственный ответ на блокировку неавтономных рефлексов. Более высокое повышение степеней себя субъект получит, все же попытавшись преодолеть блокировку и закончив рефлекс в области восприятий. Но для этого нужна новая инстанция психики, которая способна различать представления и восприятия и достигать цели в области восприятий. Потенциально, как уже отмечалось, эта инстанция заложена в структуре человеческой психики с самого начала, лишь активируясь на более поздних сроках жизнедеятельности субъекта. Такую инстанцию Фрейд называет Эго (далее я буду обозначать ее символом E). Эго работает в рамках принципов организации гносеологического цикла, интегрируя элементы опыта в гипотезах некоторых целостностей и в дальнейшем апробируя их на новых элементах. Элементы-моды опыта черпаются из области восприятия P, в то время как гипотетические целостности принадлежат, по-видимому, сфере инопереживания F↓P, подчиненной структуре восприятия. В типичном случае при блокировке $[u|u']_P$ первой стадии неавтономного рефлекса $[u, u', u'']_P$ активность Эго выражается в образовании гипотезы о некотором возможном пути преодоления $[u, u']_{F\downarrow P}$ блока, который затем пробуется к осуществлению в P-сфере как реальная деятельность $[u, u']_P$. В частности, блоком $[u|u']_P$ может быть и просто отсутствие гипотезы о средстве $(u, u')_{F\downarrow P}$ достижения цели u′ при имеющемся источнике рефлекса u. Так или иначе, Эго находит возможное решение первой стадии неавтономного рефлекса, реализует этот рефлекс в области восприятий и достигает более основательной редукции психического напряжения. В этом случае Эго служит целям Ид, обеспечивая разрядку рефлекса. Такую роль Эго, как увидим далее, не единственную роль, можно условно обозначить символом E^I — Эго под водительством Ид. Здесь Эго выступает как субъектная онтология, активность которой выражается в различении P- и A-областей и работе гносеологического цикла по обеспечению средств для неавтономных рефлексов. Все эти активности обеспечиваются более частными подсубъектами Эго, каждый из которых обладает своим катектированным ψ-полем. В случае удачной активности подсубъекты Эго получают положительное подкрепление, усиливая свои определения. Наоборот, при неудачном функционировании структура Эго, считает Фрейд, может ослабляться, замыкая субъект в более иллюзорном бытии первичного процесса и принципа удовольствия. Закон Субъектности, лежащий в основании Эго и предполагающий дифференциацию положений дел на P- и F-подположения, выход определений ψ-функции только за пределы первичной ценностной меры ψ_0, может быть назван *принципом реальности*. Активность Эго, различающая P- и F-области и проявляющая себя в формах гносеологического цикла, образует *вторичный процесс*, по терминологии Фрейда.

Деятельность Эго в сфере восприятия предполагает управление эфферентными органами (вернее, их образами во внутренней и внешней онтологии субъекта), возможность приостановки первичного процесса и развитие гносеологических способностей субъекта. В роли E^I подчинения целям Ид Эго продолжает работать на автономную стадию рефлексов, получая от нее источник катектированной психической энергии.

Переходя к описанию Суперэго (далее я буду обозначать его символом SE), следует выделить третью, кроме P- и F-областей, сферу психического бытия — сферу *должного* N, включающую в себя разного рода социальные нормы и идеалы. Эта сфера кажется отличной и от области чувственных переживаний F, и от области восприятий. Нормы — это и не чувственные удовольствия, и не нейтральные восприятия реальности. Можно говорить о разных видах норм, например: 1) *нормы-действия* — это некоторые социальные (+)действия, например помощь страдающим, почитание старших и т. д., 2) *нормы-результаты* (*идеалы*), образующиеся как итог тех или иных нормативных (+)действий (например, идеальная семья, идеальные отношения), 3) *нормы-состояния* — виды и качества субъектов, совершающих только нормы-действия, например честность, справедливость. N-сфера — это именно третья сфера бытия в области психической реальности. Поскольку она не совпадает с переживательной способностью, то изначально, согласно Фрейду, в этой сфере нет ψ-функций и они могут образоваться только как результат катексиса первичной ψ-функции ψ_0. Такой катексис, по-видимому, может осуществляться по бихевиористской схеме положительных подкреплений, когда совершение нормативного действия [v, v′] сопровождается некоторым сформированным (+)действием, валентность которого представляет собою либо первичное переживание, либо катектированную ценность, рано или поздно возводимую к первичной ψ-функции ψ_0. Так возникает эго-идеал, который можно обозначать символом SE^+. Что касается совести, то по тому же принципу отклонения от норм могут сопровождаться отрицательными подкреплениями, приобретая катектированную отрицательную валентность. Совесть как систему (–)действий по отношению к нормам можно обозначить символом SE^-. Поскольку формирование Суперэго протекает на основе координации с первичными переживаниями Ид, то здесь мы имеем Суперэго как бы под водительством Ид, что можно обозначить символом SE^I (или $(SE^+)^I$ для эго-идеала и $(SE^-)^I$ — для совести). Такое водительство, однако, следует отличать от состояния E^I, когда Эго выступает средством достижения целей Ид. Состояние SE^I следует понимать только в смысле катектирования психической энергии Ид в структуры Суперэго через схемы положительного-отрицательного подкрепления нормативно значимых действий. Кроме того, катексис при формировании Суперэго может быть основан на идентификации ребенка с родителями. Если родители оценивают некоторое действие с определенной валентностью, и ребенок отождествляет себя с родителями, то ребенок оценивает данное действие с той же валентностью — такой может быть формулировка идентификационного катексиса.

Здесь я хотел бы заметить, что к настоящему моменту мы встретились уже с тремя видами катексиса:

1) *целевой катексис* (*F-катексис*) — образование той же валентности у действия-средства, что у действия-цели;

2) *каузальный катексис* (*C-катексис*) — образование той же валентности у действия, что и у следующего из него действия;

3) *идентификационный катексис* (*I-катексис*) — образование той же валентности действия, что валентность этого действия у тождественного субъекта.

Во всех этих случаях имеются два действия [u, u′] и [v, v′], причем одно из действий обладает некоторой валентностью, а другое — нет. Далее предполагается некоторое отношение R между действиями или субъектами, благодаря которому возможен перенос валентности с валентного действия на невалентное. В F-катексисе отношение R — отношение цели и средства, в C-катексисе — отношение причины и следствия, в I-катексисе — отношение подобия субъектов. В «Логике Добра» я пользовался примером переноса валентности с целого на часть [1], что можно было бы назвать случаем

4) *мереологического катексиса* (*M-катексиса*): если субъект переживает некоторое действие как часть действия-целого, то валентность последнего переносится на действие-часть.

По мере формирования Суперэго, оно становится моральной силой личности, направленной не на реальность (сущее), но на идеал (должное). Мне кажется, что, подобно принципу удовольствия для Ид и принципу реальности для Эго, можно говорить об аналогичном принципе Суперэго. Его, например, можно было бы назвать *принципом должного*, интерпретируя как способность различения сущего и должного (реальности и морального идеала) и подчинения когнитивной деятельности Эго целям Суперэго. В этом случае Эго оказывается под водительством Суперэго, что можно обозначить символом E^{SE}. Подчинение деятельности Эго целям Суперэго подобно вторичному процессу, но если в опре-

[1] *Моисеев В. И.* Логика Добра. С. 41.

деление этого понятия вкладывать также ту цель, которой служит активность Эго, то в случае подчинения целям Суперэго точнее было бы говорить о некотором *третичном процессе*, выражая в этой формулировке идею Суперэго как третьей степени генетического порождения психических структур. Если Эго способно только приостанавливать первичный процесс или неавтономные рефлексы, то у Суперэго возникает способность полной блокировки этих активностей. И здесь вновь у меня возникает вопрос, на каком основании возможна подобная способность? Как генетически производная от Ид структура приобретает способность ее отрицания? Можно пытаться придумать здесь те или иные объяснения, но все же наиболее естественным кажется ответ неполной производности Суперэго от Ид. Как и для Эго, структура Суперэго не только производна в отношении к Ид, но и в некотором смысле столь же первична, а то и более важна, чем область подсознательного. Только момент такой первичности Суперэго может дать ему основание доминирования над структурами и активностью Ид. Но сам Фрейд, по-видимому, не был склонен к идее такого равенства и даже обратного порядка трех базовых структур психики. Если Эго под водительством Ид служит целям функционирования личности, то Эго, реализующее цели Суперэго, выступает инстанцией развития и совершенствования личности.

Суперэго и Ид иррациональны в смысле первичности своих ценностей, т. е. их ценности не могут быть выведены из других ценностей в логическом смысле. Здесь мы вновь видим у Фрейда момент равноправия Суперэго и Ид, который он, правда, распространяет только на логические отношения ценностей. В то же время энергетически первичны только ценности Ид. Состояние Эго в общем случае интерферирует между своими ролями E^{I} и E^{SE}. Одно из них во многом несовместимо с другим, что напоминает отношение дополнительности в квантовой механике.

Обратимся далее к идее смещения объекта в структуре инстинкта. Пусть дан некоторый рефлекс $[u, u']$. В общем случае те же положения дел u и u' могут соединять различные траектории изменения, что можно обозначать различными индексами: $[u, u']_0$, $[u, u']_1$, $[u, u']_2$, ... Обозначим оригинальный Ф-объект рефлекса $[u, u']$ через $[u, u']_0$, первый смещенный Ф-объект — через $[u, u']_1$, второй — через $[u, u']_2$, и т. д. Если заблокирован оригинальный Ф-объект, что можно выразить символом $[u|u']_0$, то, согласно Фрейду, может образовываться новый путь реализации инстинкта, т. е. некоторое новое изменение $[u, u']_1$, в котором новым Ф-объектом $(u, u')_1$ соединены те же источник u и цель инстинкта u'. Если возникнет блок $[u|u']_1$ смещенного Ф-объекта, то может образоваться новый Ф-объект $(u, u')_2$ в составе активности $[u, u']_2$, и т. д. Пусть на оригинальном инстинкте $[u, u']_0$ определена некоторая ψ-функция ψ_0. При смещении Ф-объекта и образовании новой активности $[u, u']_1$, согласно Фрейду, возникает катексис психической энергии инстинкта в смещенный Ф-объект, т. е. образуется катексированная ψ-функция ψ_1. Ее возрастание в активности $[u, u']_1$ может быть уже не столь велико, как для оригинальной ψ-функции ψ_0. Следовательно, в случае смещения Ф-объекта мы имеем дело еще с одним катексисом, который можно было бы назвать:

5) *смещенный катексис* (*D-катексис* (от англ. displaced — 'смещенный')): если активность $[u, u']_k$ заблокирована, на ней определена возрастающая ψ-функция ψ_k, и возникает смещенная активность $[u, u']_{k+1}$, то на этой последней возникает новая ψ-функция ψ_{k+1}, возрастающая на $[u, u']_{k+1}$.

Смещенные инстинкты могут заступать на место оригинальных в функционировании E^I, в образовании SE, в развитии E^{SE}.

Обращаясь к рассмотрению тревоги, можно, во-первых, отметить, что переживание тревоги во многом может быть выражено как переживание возможного будущего (–)действия $X^-{}_p[u, u']$, где X выражает причину (–)действия, а символом «p» слева внизу выражена вероятность действия $[u, u']$ в представлении субъекта, и $p \in (0, 1)$, т. е. предполагается, что активность $[u, u']$ является только возможной. Переживание тревоги нарушает равновесие личности, что вызывает активацию разного рода механизмов защиты в форме компенсации (–)действия $X^-{}_p[u, u']$. Компенсация (–)действия выступает как одна из фундаментальных схем закона субъектности (предотвращение падений степеней себя), которую можно называть *минус-минус-комплексом* (*–(–)комплексом*). Этот комплекс выражается в совершении *минус-минус-действий* (*–(–)действий*), т. е. компенсаторных действий, так или иначе предотвращающих (–)действия. Такую компенсаторную деятельность также осуществляет Эго. В этом более широком смысле Эго выходит за границы своих ролей E^I и E^{SE}, в связи с чем роль защиты от тревоги можно обозначить новым символом $E^{(-A)}$ — Эго под водительством защиты от тревоги (–A — отрицание A, где A — alarm (тревога)).

Обратимся к видам защиты от тревоги, по Фрейду.

1. *Вытеснение* — вывод из сознания комплекса тревоги $X^-{}_p[u, u']$. В этом случае тревога перестает мучить субъекта, и таким образом достигается видимость преодоления (–)действия. В результате вытеснения, однако, не достигается подлинного решения, так как комплекс тревоги продолжает существовать в бессознательном и оттуда отрицательно и неконтролируемо влияет на сознание. Со временем комплекс тревоги $X^-{}_p[u, u']$ обрастает разного рода резонирующими с ним психологическими структурами, усиливаясь и все более влияя на сознание. Каждый такой комплекс образует своего рода микроэго, которое «вращается» вокруг центрального Эго, время от времени перехватывая на себя активность личности. Методы психоанализа, как правило, направлены на интеграцию микроэго в центральное сознание и восстановление его целостности.

2. *Проекция* — процесс объективации причины X тревоги $X^-{}_p[u, u']$. Эта причина может быть как самим субъектом S («внутренняя причина»), так и образованием внешней среды («внешняя причина»). С внутренней причиной, считает Фрейд, справиться труднее. Поэтому одна из моделей ослабления тревоги состоит в представлении внутренней причины тревоги как некоторой внешней причины — от комплекса тревоги $S^-{}_p[u, u']$ субъект переходит к $X^-{}_p[u, u']$, где X принадлежит внешней среде.

3. *Реакция замещения* — (−)действие $^{-}[u, u']$ в тревоге $X_p^-[u, u']$ субъект переинтерпретирует как (+)действие $X_p^+[u, u']$, переворачивая ψ-функцию ψ на $(1 - \psi)$. Интересно, что получающееся в результате переживание надежды $X_p^+[u, u']$ или радости $X^+[u, u']$ продолжает существовать на фоне тревоги $X_p^-[u, u']$, которая лишь уходит на границы сознания. Искусственность (+)действия проявляется в его гипертрофии, в частности — в избыточном росте перевернутой ψ-функции.

4. *Фиксация*. Пусть происходит переход субъекта от прежней стадии развития X к новой стадии Y, и Y оказывается пугающим субъекта фактором, т. е. возникает тревога вида $^{-}_{p}[X, Y]$. Противоположностью такого перехода является задержка на прежней стадии развития, в связи с чем имеем: $^{+}_{(1-p)}[X, X]$ — сохранение на стадии X дано как (+)действие с вероятностью $(1 - p)$. По-видимому, можно предположить, что чем более падают степени себя в (−)действии $^{-}_{p}[X, Y]$, тем менее вероятность p и тем более вероятность $(1 - p)$ задержки на прежней стадии X. Так субъект может выбрать положительную для себя альтернативу $^{+}_{(1-p)}[X, X]$, задержавшись на прежней стадии развития.

5. *Регрессия*. Если субъект испытывает некоторую тревогу $X_p^-[u, u']$, причем причина тревоги X возникает только на некоторой более поздней стадии развития, то одним из возможных −(−)действий может оказаться «омоложение» субъектной онтологии, возвращение к некоторой более ранней стадии развития, на которой сущность X еще не определена. С исчезновением причины тревоги исчезнет и сама тревога.

6. *Идентификация*. В случае отождествления себя с другим субъектом и его y-полем возможна полная смена ψ-поля, в отличие от реакции замещения. Например, в эдиповом комплексе ребенок, отождествляя себя с родителем, полностью преодолевает тревогу и угрозу со стороны этого родителя.

Опишем в конце субъектные структуры эдипового комплекса. Рассмотрим классический случай комплекса для мальчика, который испытывает влечение $^{+}[u, u']$ к матери и встречает угрозу $^{-}[v, v']$ со стороны отца. Осознавая второе как следствие первого и отождествляя себя с отцом, его ценностями, мальчик переносит отрицательную валентность на действие $[u, u']$ и положительную валентность на действие $[v, v']$. Так рождаются структуры Суперэго — отрицательная оценка влечения к матери и положительная оценка предотвращения этого влечения. Основой процесса выступает здесь идентификационный катексис.

Таким образом, катексис — это всегда процесс переноса валентности, т. е. процесс порождения ψ-поля на новых фрагментах онтологии, которые ранее оставались вне определений первоначального ψ-поля. Конкретные принципы осуществления катексиса каждый раз могут варьировать, но общий принцип расширения области определения ψ-поля остается неизменным. Интересно, что интуиция катектической динамики очень характерна для психологической системы Фрейда. Для него первоначально существует стартовое ψ-поле ψ_0, от которого чем далее, тем более порождаются производные катектированные ψ-поля, формируя вариации интегрального ψ-поля личности. Поскольку ψ-поле — это одновременно источник энергии, то катексисы одновременно выражают пути распространения психической энергии, первоначально хранящейся только в области Ид. Возможно, Фрейд понимает катексис в более сильном смысле, чем только процесс переноса энергии на нейтральные структуры. У Фрейда звучит оттенок катексиса как вообще порождения всей полноты структур психики — как информационно-структурных, так и ценностно-энергетических. Создаются не только валентности действий, но и сами действия, положения дел, телесности и прочие образования субъектного бытия. По мере закрепления вновь образующихся структур, материнские структуры могут постепенно отмирать, теряя обязательную связь с дочерними образованиями. Например, когнитивные структуры Эго, которые первоначально выработались как средства для удовлетворения неавтономных рефлексов, позднее могут отрываться от этих рефлексов, приобретая самостоятельное существование и способность соединяться с другими субъектными активностями, например с целями Суперэго.

§ 3. Аналитическая психология Юнга

Карл Юнг продолжает и выводит на новый уровень идеи психоанализа. Пытаясь подчеркнуть оригинальность своей концепции, Юнг называет ее не психоанализом, но аналитической психологией.

В структуре личности Юнг выделяет Эго, личное и коллективное бессознательное. Эго представляет собою сферу самосознания (сознательные перцепции, воспоминания, мысли, чувства), обеспечивающую идентичность личности, в том числе непрерывность во времени. Личное бессознательное представляет из себя во многом область фрейдовского бессознательного, в котором находятся разного рода вытесненные комплексы тревоги. Каждый комплекс представляет собой организованную группу чувств, мыслей, перцепций и воспоминаний. У него есть ядро, притягивающее к себе подобные переживания. Чем больше сила ядра, тем больше оно притягивает к себе переживаний. В конечном итоге комплексы — это микросубъекты, способные время от времени захватывать собою энергию Эго. Главное отличие психологии Юнга от фрейдизма состоит в идее гораздо более глубокого слоя *коллективного бессознательного*, которое представляет собою хранилище скрытых воспоминаний наших предков и даже животных. Оно универсально для всех людей, хранит в себе априорные структуры психики (архетипы), отобранные и закрепленные эволюцией. Архетипы — это универсальные мыслительные формы, содержащие значительный эмоциональный элемент. Архетип может стать ядром комплекса; например, архетип матери может стать основой расового и детского образа матери. В этом случае архетип проникает в сознание через ассоциированные переживания комплекса, являясь глобальной инвариантой всех подобных переживаний. Примеры архетипов: мать, солнце, энергия, герой, мудрый старец, демон, рождение, возрождение, смерть, власть, волшебство, целостность, ребенок, Бог, мать-земля, животное и т. д. Важнейшие архетипы, определяющие структуру личности, — Персона, Анима-Анимус, Тень и Самость. Персона — это я-для-других, тот образ себя, который личность выставляет напоказ, стремясь произвести определенное впечатление о себе на других людей. О Персоне можно говорить и как об архетипе, и как о более поверхностных психоструктурах, надстраивающихся над архетипическим ядром. Анима и Анимус — архетипы женского-в-мужском и мужского-в-женском соответственно, выражающие бисексуальную природу человека. Тень — архетип животного начала в человеческом существе (идея первородного греха). Проекция этого архетипа вовне порождает образ врага и дьявола. Самость — архетип целостности в человеке. Главный символ этого архетипа — мандала (магический круг). Это центр личности, удерживающий все системы в единстве и равновесии. Эго — центр только сознательной части личности, в то время как самость — центр всей личности в целом, в единстве своих сознательных и бессознательных проявлений. Самость — цель жизни, к которой бессознательно стремятся все люди. Архетип самости не очевиден вплоть до достижения человеком кризиса середины жизни, когда человек начинает пытаться сместить центр личности с Эго на Самость. У здорового человека архетипы должны проявляться через Эго, которое в свою очередь должно реализовать себя через Персону.

В поверхностных слоях бессознательного, приблизительно между Эго и фрейдовскими комплексами (личным бессознательным), лежат установки и функции личностной структуры. Это две основные установки личности — экстраверсия и интроверсия, и четыре функции — две рациональные (мышление и чувство) и две иррациональные (ощущение и интуиция). Экстраверсия выражает ориентацию человека на внешний мир, интроверсия — на мир внутреннего опыта. Одна из установок доминирует и является сознательной, в то время как вторая подчинена ей и бессознательна. Таким образом, если Эго имеет одну установку, то личное бессознательное — дополнительную к ней установку. Рациональные функции сравнивают между собою данное и должное, выражая два способа обоснования первого вторым — чувство позволяет пережить основания и оценить данность непосредственно, мышление приводит к осознанию оснований и расчету степени соответствия им. Иррациональные функции сообщают только структуру данного. Ощущение выражает более поверхностный, сенсорный слой данного. Интуиция позволяет прикоснуться к более глубокому слою данного. Можно выразиться и таким образом, что

- ощущение устанавливает, что имеет место в действительности;
- мышление позволяет понять смысл этого;
- чувство говорит о его ценности;
- интуиция указывает на то, откуда это пришло и куда движется.

Из двух пар функций одна функция оказывается *высшей*, наиболее полно характеризуя тип Эго. Наоборот, функция, дополнительная к высшей функции, наиболее характеризует тип личного бессознательного. Из второй пары функций одна оказывается *вспомогательной*, окрашивая тип Эго своим оттенком, в то время как дополнительная ей функция дает оттенок типовой характеристики личного бессознательного.

Отдельные системы личности могут находиться между собою в разных отношениях, например, отношение компенсации возникает между сознанием и бессознательным, установками, функциями, Эго и анимой мужчины или Эго и анимусом женщины. В таком отношении одна из систем оказывается дополнением другой до некоторой целостности. В случае отягчения отношение компенсации может смениться отношением противостояния, что особенно выражается в отношениях Эго и Тени, Эго и личного бессознательного, Персоны и Анимы-Анимуса, Персоны и личного бессознательного. В результате развития личности все компенсации и противостояния должны смениться отношением объединения в рамках высшей интеграции Самости.

Как и Фрейд, Юнг принимает идею существования психической энергии, посредством которой осуществляется работа личности. Хотя психическая энергия возникает из метаболических процессов, но она уже не сводится полностью к физической энергии, реципрокно взаимодействуя с последней. Под термином «либидо» Юнг склонен понимать психическую энергию вообще, а не только энергию Ид, как у Фрейда. Саму психическую энергию нельзя измерить или увидеть, она лишь проявляется в актуальной и потенциальной форме. Юнг связывает понятие психической энергии с понятием ценности. Для него ценность X определяется количеством психической энергии, вложенной в X. Ценность одновременно связана с мерой напряженности, например, потеря большей ценности рождает большее напряжение. Ценность X выражает собою силу побуждения поведения в сторону достижения X. Абсолютную ценность определить нельзя, но можно выразить относительную ценность, для чего достаточно выяснить предпочтения человека. В случае бессознательных комплексов сила ядра комплекса выражается в «констеллирующей силе», т. е. способности притяжения к себе ассоциаций и переживаний. Констеллирующую силу ядра комплекса можно пытаться даже измерить, например, опираясь на индикаторы комплекса — любые нарушения поведения, возникающие при затрагивании комплекса. Например, в тесте словесных ассоциаций человек должен отвечать первое, что придет ему в голову, на зачитываемые слова. Если реакция на какое-то слово сопровождается необычной реакцией (задержка ответа, отсутствие ответа и т. д.), то это слово как-то связано с комплексом.

В описании законов психической энергии Юнг использует принципы эквивалентности и энтропии. *Принцип эквивалентности* фактически является принципом сохранения психической энергии в случае замкнутости личности как энергетической системы. Например, если какая-то ценность ослабевает или исчезает, то высвобождающееся в ней количество ψ-энергии возродится в новой ценности, или, если энергия уходит из Эго, то она возникает в другой системе, например в Персоне. *Принцип энтропии* утверждает, что распределение психической энергии со временем стремится к равновесию. Самость — это состояние идеального равновесия. Таким образом, стремление к равновесию выражает одновременно стремление личности к Самости. Обычная психика неравновесна. Однако Самость вряд ли можно отождествить с состоянием термодинамического равновесия в физическом смысле, поскольку в Самости каждая психическая система достигает одновременно максимального развития. Самость — это скорее единство равновесия и максимальной дифференцированности личностных структур, а не то равновесие, которое уничтожает индивидуальность своих элементов. Приближаясь к самости, ψ-энергия движется от состояния с большим к состоянию с меньшим потенциалом. Если, например, Эго придается большая ценность по сравнению с бессознательной сферой, то в личности возникает напряжение за счет стремления части энергии перейти из Эго в область бессознательного. Психическая энергия равноправно реализует себя как в процессах поддержания жизни и продолжения рода (инстинктах), так и в разного рода культурной и духовной деятельности человека. У Юнга уже нет такой преимущественной связи ψ-энергии только с инстинктами, как это было в системе Фрейда.

Личность постоянно прогрессирует, пытаясь самореализоваться, т. е. достичь максимально полной, завершенной дифференциации и гармоничного сочетания всех аспектов личности, достичь состояния самости. В филогенезе мы также, считает Юнг, наблюдаем постоянный прогресс психики, выражающийся в движении от животного к первобытному человеку, от него — к современному цивилизованному человеку и далее — к будущему человеку.

Касаясь проблем причинности, Юнг отмечает, что в жизни личности каузальность соединена с телеологией, и кроме того существует акаузальная мгновенная связь (*синхрония*) между событиями, обеспечивающаяся коллективным бессознательным и архетипами. Дело в том, что архетипы по своей природе психоидны, т. е. объединяют в себе психику и физику. Таким образом, архетип может привносить в сознание образ физического события даже тогда, когда оно сознательно не воспринимается. Психическая наследственность личности образуется инстинктами и архетипами, причем вторые когда-то были приобретены в эволюции и закрепились в биопсихической наследственности человека и земных форм жизни. Среди всех стадий развития личности Юнг особенно выделяет кризис среднего возраста, который приходится на конец 30-х — начало 40-х годов жизни человека. В этот период особенно важен правильный перенос энергии в более духовные структуры личности. Модусами развития личности могут быть прогрессия и регрессия. Прогрессия выражается в удовлетворительном согласовании Эго с внешней средой и бессознательным. Здесь либидо инвестируется в экстравертированные, ориентированные на внешнюю среду ценности. В регрессии достигаются инвестиции либидо в интровертивные ценности, например в ценности бессознательного, возникающие при фрустрирующих обстоятельствах. Регрессия может быть промежуточным этапом на пути к дальнейшей прогрессии, когда решение находится в бессознательном. Развитие — процесс раскрытия изначальной врожденной и недифференцированной целостности. Для этого нужно, чтобы все системы личности дифференцировались и полностью развились. Если развитие систем неоднородное, то менее развитые системы будут отбирать энергию у более развитых систем, образуя очаги сопротивления их развитию. В случае нарушений развития, когда очагов сопротивления слишком много, архетипы не проявляются через Эго, и Эго не реализуется через Персону, развиваются невротические состояния. Процесс полной дифференциации и развития каждой системы личности называется Юнгом процессом *индивидуации*. Кроме того, в процессе развития действует так называемая *трансцендентная функция*, выражающаяся в интеграции дифференцированных систем личности. Развитие образуется как единство индивидуации и функции трансценденции.

Важным понятием в психологии Юнга является также понятие сублимации. Сублимация — это перемещение энергии согласно процессу индивидуации и трансцендентной функции с более примитивных, недифференцированных инстинктивных процессов к высшим духовным и более дифференцированным. В сублимации, по Юнгу, ψ-энергия начинает совершать иной тип работы, например вместо сексуальной работы религиозную работу личности.

Наоборот, вытеснение — это процесс блокировки разряда энергии через инстинкты или сублимацию, когда энергия перетекает в бессознательное, и оно обретает более высокий заряд, чем Эго. Это приводит к деструктивным прорывам энергии бессознательного в Эго, что сопровождается разрушением рациональных процессов.

Если сублимация может быть охарактеризована как прогрессивная, рациональная и интегративная активность, то вытеснение, наоборот, приобретает такие характеристики, как регрессивность, иррациональность и дезинтегративность.

Важное понятие психологического учения Юнга — понятие символа и символизации. Символ в структуре личности выполняет функции удовлетворения фрустрированного инстинкта (ретроспективное, каузальное значение) и воплощения архетипа (проспективное, телеологическое значение символа). Через каузальное значение символ смещает энергию, в согласии с фрейдовскими представлениями. В проспективном значении символ сублимирует (в юнговском смысле) психическую энергию, выступая как репрезентат линий развития личности, будущих этапов приближения к самости. В конечном итоге символ может возникнуть только под действием причинности инстинкта и финальности архетипа. Только одна из этих сил вызвать символ к жизни не в состоянии.

§ 4. Субъектный логос в психологии Юнга

Структура личности в психологии как Фрейда, так и Юнга представляет собою структуру сложного иерархического субъекта, объединяющего в себе множество подсубъектов. По-видимому, архетипы — это также субъектные онтологии высокого порядка инвариантности, которые можно представить как модусы высокого уровня в некотором субъектном ментальном многообразии. Попробуем наметить элементы субъектных определений архетипа на некотором примере. Рассмотрим архетип героя. В герое как субъектном типе можно выделить следующие определения: 1) способность к предельному напряжению всех своих сил, 2) преодоление обычного человеческого сознания и прорыв на уровень сверхчеловеческого существования (уровень самости), 3) жертвование собой ради других или высокой идеи. Героизм заложен, по-видимому, в каждом человеке как некоторое предварение высшего типа существования, к которому устремлено развитие личности. Таким образом, архетип героя есть принцип некоторого повышенного уровня субъектного существования, субъектного максимума. Следовательно, такого рода определения предполагают некоторое пространство субъектных типов, в котором заданы свои измерения и максимумы этих измерений. Если S — переменная по точкам пространства типов, то предел maxS (или supS — супремум S) выражает архетип самости и, по-видимому, связанный с ним архетип героя. В обычном n-мерном линейном пространстве супремумом этого пространства можно называть точку $(+\infty, +\infty, ..., +\infty)$, т. е. точку с координатами $+\infty$ по всем измерениям пространства.

Основные архетипы выражают ряд измерений субъектного пространства типов. В частности:

- Эго выражает измерение «сознание-бессознательное»;
- Персона — измерение «я-другой»;
- Анима-Анимус — измерение «мужское-женское»;
- Тень — измерение «я-чужой»;
- Самость — максимум всех измерений.

Следует заметить, что Юнг вообще тяготеет к структурам многомерного пространства в представлении архитектуры личности. Подобная же интуиция многомерности представлена конструкциями установок и функций личности. Измерение установок и два измерения функций личности задают трехмерное многообразие типов.

Интересно, что структура личности по Юнгу близка лицевой структуре в языке, т. е. грамматике и логике лиц. Под лицами имею в виду грамматические лица — первое лицо «я», «мы», и различные «непервые» лица: второе лицо — «ты», «вы», третье лицо — «он», «она», «оно», «они». Кроме грамматического, возникает естественный логический вопрос: что такое эти лица, можно ли построить некоторую логику грамматических лиц? Ниже я попытаюсь набросать несколько принципов, отталкиваясь от которых можно было бы подойти к построению возможной логики лиц.

Во-первых, стоит заметить, что логика лиц предполагает логику *точек зрения*, когда об одном Y можно говорить с разных точек зрений — с точки зрения самого Y или некоторого X, где X отличен от Y. В самом деле, человек говорит «я», когда он говорит о себе со своей точки зрения. Когда же человек говорит о других со своей точки зрения, то, по-видимому, возникают различные непервые лица. Следовательно, чтобы выразить эту идею, нам нужно ввести конструкцию приблизительно такого вида: «Y-с-точки-зрения-X». Для краткости я обозначу ее через $Y{\downarrow_V}X$ (V — от английского view — «взгляд»). Тогда можно предположить, что «X-с-точки-зрения-X» — это X как Я, что можно обозначить в виде $Я_X$. Соответственно, «Y-с-точки-зрения-X», где Y отличен от X, — это Y как не-Я субъекта X, или не-$Я_X$. Итак, первая идея состоит во введении позиций («точек зрения») для личностей и возможности смотреть на личность с его собственной точки зрения и с точки зрения другой личности. В первом случае возникнет состояние сознания, которое кодируется словом «я», во втором случае — состояния сознания, кодируемые непервыми лицами («не-я»). Завершая этот фрагмент рассуждений, совсем кратко можно записать:

$$Я_X =^{\alpha} Y{\downarrow_V}X, \text{ где } Y =^{\alpha} X,$$
$$\text{не-}Я_X =^{\alpha} Y{\downarrow_V}X, \text{ где } Y \neq^{\alpha} X.$$

Конструкция $Y{\downarrow_V}X$ — это обозначение моды модуса Y, полученной в модели X в рамках некоторой α-Онтологии. Здесь я не ставлю своей целью построение аксиоматической системы логики лиц и пока могу лишь заметить, что предполагается существование некоторого специального ментального многообразия, где личности выражаются через модусы, точки зрения — через модели, и $\downarrow_V$ — какой-то проектор из этого ментального многообразия. Пока для простоты я использую одни и те же символы для обозначения модуса и модели в выражении $X{\downarrow_V}X$, хотя нужно помнить, что X слева — это символ некоторого модуса, а X справа — символ некоторой канонической модели этого модуса.

Из такого рода конструкций получаем первое следствие. Может существовать множество «я»: если X и Y — личности, то $Я_X =^{\alpha} X{\downarrow_V}X$ — это «я» субъекта X, $Я_Y =^{\alpha} Y{\downarrow_V}Y$ — это «я» субъекта Y. Таким образом, каждое «я» — результат рассмотрения субъекта с собственной точки зрения.

Однако введенными конструкциями мы выражаем пока только дихотомию первого лица единственного числа («я») и всех иных лиц («не-я»). Следующая проблема — выражение числового разнообразия лиц и разнообразия различных непервых лиц.

Измерение числа (единственное — множественное число) заставляет нас рассматривать множества личностей наряду с отдельными личностями. Логически это выразится во введении некоторых *целостностей на множествах* модусов $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$ наряду с отдельными модусами $X_1, X_2, ..., X_n$. Например, это могут быть *модусы-суммы* $X_1 \oplus^{\alpha} X_2 \oplus^{\alpha} ... \oplus^{\alpha} X_n = \Sigma^{\alpha}\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, образованные модусной α-суммой из всех элементов множества $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$.

Как теперь выразить первое лицо множественного числа «мы»? Обратимся к смыслу этого лица. Когда субъект X говорит «мы», например, автор статьи пишет «мы считаем, что...», то в этом случае, по-видимому, предполагается: 1) существование некоторого целостного субъекта M на множестве субъектов $\{X_1, X_2, ..., X_n\}$, 2) субъект X включает себя в это множество, отождествляет свою личность с целостностью M, 3) целое M рассматривается с точки зрения субъекта X, т. е. как $Мы_{M,X} =^{\alpha} M{\downarrow_V}X$.

$Мы_{M,X}$ — это «мы» целостности M с точки зрения ее элемента X.

В самом деле, когда автор пишет «мы считаем…», то он включает себя в единое целое вместе со своими читателями, отождествляет себя с этой целостностью, но в то же время просматривает все и со своей позиции. Если бы целостность М бралась со своей точки зрения, то образовалось бы лишь «я» более высокого уровня: $Я_{М} =^{\alpha} М{\downarrow}_{V}М$, а не «мы». Таким образом, состояние «мы» — это такое состояние, когда надличностная целостность воспринимается с некоторой подчиненной точки зрения. Здесь явно присутствует точка зрения «снизу вверх» на превышающую отдельную личность субъектную целостность, которая и может быть выражена как позиция $М{\downarrow}_{V}X$ — «целое-М-с-точки-зрения-своего-элемента-X». Этот момент, в частности, выражается в возможности образования разных «мы», акцентированных на разные свои элементы: $Мы_{М,\,X^1}$, $Мы_{М,\,X^2}$, и т. д.

Далее под М я буду иметь в виду некоторую сумму модусов, включающую в себя модус X, а под D — сумму модусов, исключающую X. М — это «свои», D — «чужие» для субъекта X.

Обратимся теперь к непервым лицам «не-я» (по отношению к некоторому субъекту X). Рассмотрим в первую очередь такие лица, как «ты», «вы» и «он». Для всех этих лиц, как было отмечено выше, должна быть характерна *гетероцептивная позиция* $Y{\downarrow}_{V}X$, где $X \neq^{\alpha} Y$.

Когда субъект X обозначает субъекта Y как «ты», то здесь, как мне представляется, дополнительно предположено, что между субъектами X и Y в понимании X определена достаточная близость, и это можно выразить включением этих субъектов в одну общую целостность М (в одно «мы»). Таким образом, $Ты_{Y,\,X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X$, где $X \neq^{\alpha} Y$ и X, Y входят в состав М. $Ты_{Y,\,X}$ — это «ты» субъекта Y для субъекта X.

У «ты» могут быть разные виды. Например, стандартное «ты» возникает, когда субъекты X и Y примерно равны в составе целостности М. Если же статус Y в составе М начнет снижаться, или даже Y начнет рассматриваться X-м как свой подсубъект, свой орган, то возникнет снижающее «ты», в котором выразится оттенок превосходства субъекта X по отношению к Y.

Наоборот, если статус Y в составе М начнет повышаться (например, Y будет отождествлен субъектом X с целостностью на нескольких элементах из М), хотя Y по-прежнему не будет включать в свой состав субъект X, то возникнет возвышающее «ты», или «вы».

Таким образом, предположим, что для элементов Z целостности М определена некоторая мера $|Z|_{М}$ — статус Z в составе М. Тогда можно записать:

$$Ты{\downarrow}_{Y,\,X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, \text{ —}$$

снижающее «ты» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X, Y входят в состав М, $|Y|_{М} < |X|_{М}$.

$$Ты(=)_{Y,\,X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, \text{ —}$$

эквивалентное «ты» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X, Y входят в состав М, $|Y|_{М} = |X|_{М}$.

$$\text{Ты}\uparrow_{Y,\,X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, \text{ —}$$

возвышающее «ты» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X, Y входят в состав M, $|Y|_M > |X|_M$.

Положим, что $\text{Вы}_{Y,\,X} =^{\alpha} \text{Ты}\uparrow_{Y,\,X}$ — «вы» субъекта Y со стороны субъекта X есть не что иное, как возышающее «ты» субъекта Y со стороны субъекта X.

Теперь обратимся к третьему лицу «он» (пока под «он» я буду иметь в виду то общее, что есть во всех числах и родах третьего лица).

Как мне представляется, в произнесении «он» субъектом X по отношению к субъекту Y ощущается уже некоторая внеположенность и противопоставленность X к Y. Это условие можно выразить отнесением субъекта Y субъектом X за границы целостности M. Y исключается из «своих» и относится к целостности D — области «чужих» для субъекта X. Итак, можем написать:

$$\text{Он}_{Y,\,X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, \text{ —}$$

«он» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X входит в состав M, Y входит в состав D.

У «он» могут быть разные степени — от просто инаковости до чуждости и несоизмеримости. Есть «он-другой», «он-чужой» и «он-неведомый». Это, по-видимому, связано с выделением различных подобластей в области «иного» D. Например, D_N — «иное-невраждебное», $D_{(-)}$ — «иное-враждебное», $D_{(\infty)}$ — «иное-неведомое». Подставляя на место D в определении «ты» эти виды «иного», получим соотвественно:

$\text{Он}(N)_{Y,\,X}$ — «он-другой» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X.

$\text{Он}(-)_{Y,\,X}$ — «он-чужой» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X.

$\text{Он}(\infty)_{Y,\,X}$ — «он-неведомый» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X.

Здесь можно принять, что

$$\text{Оно}(\infty)_{Y,\,X} =^{\alpha} \text{Он}(\infty)_{Y,\,X} \text{ —}$$

«оно» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X есть не что иное, как «он-неведомый» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X.

Часто используется объектный вид «оно», когда несоизмеримость выражается в неодушевленности начала Y. Например, в английском языке неодушевленные начала передаются неопределенно-личным местоимением it, что в какой-то мере соответствует русскому «оно». В то же время возможны и необъектные виды «оно», выражающие, например, Высшее Начало, несоизмеримое с человеком. В этом смысле могут употребляться такие понятия, как «Божество», «Бесконечное» или «Абсолютное». Итак, во всех этих случаях Y как объект есть нечто несоизмеримое, предельное для X как субъекта. В то же время это не единственное «оно», поскольку бывает «оно-бесполое». Поэтому я оставил символ бесконечности (∞) в определенном выше виде «оно», для того чтобы подчеркнуть дистанционный принцип образования «оно» в данном случае, выражающий «оно» как удаленное от «я» на бесконечную дистанцию в сфере «иного».

Если под Y иметь в виду не одного субъекта, но некоторую субъектную целостность внутри D, то получим «они» для выражения Y по отношению к X:

$$\text{Они}_{\text{Y, X}} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, -$$

«они» по отношению к субъектному целому Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X входит в состав M, Y входит в состав D и есть субъектная целостность.

Добавляя принципы пола — мужского (m), женского (f) и среднего (n) — в определение лиц, мы можем получить дополнительные разновидности лиц. Например:

$$\text{Я}(m)_{X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, -$$

«я-мужское» субъекта X;
где $Y =^{\alpha} X$, X есть мужской субъект.

$$\text{Не-Я}(f)_{X} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, -$$

«не-я-женское» субъекта X;
где $Y \neq^{\alpha} X$, X есть женский субъект.

$$\text{Ты}{\downarrow}(n)_{\text{Y, X}} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, -$$

снижающее «ты-среднее» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X, Y входят в состав M, $|Y|_{M} < |X|_{M}$, X есть средний по роду субъект.

$$\text{Он}(n)_{\text{Y, X}} =^{\alpha} Y{\downarrow}_{V}X, -$$

«оно-среднее» по отношению к субъекту Y со стороны субъекта X;
где $X \neq^{\alpha} Y$, X входит в состав M, Y входит в состав D, X есть средний по роду субъект.

Мы видим, таким образом, что все лица, образованные с точки зрения субъекта X, — это комбинация:

1) *перцептивного принципа* $Y{\downarrow}_{V}X$, выражающего логику точек зрений;

2) *топического принципа*, выражающего позицию (*топос*) того или иного начала в составе U (U — универсум. Так обозначим целостность, включающую в себя сумму M и D);

3) *нумерического принципа*, выражающего начало как единичное или множественное;

4) *гендерного принципа*, определяющего половую детерминацию начала.

В грамматике эти принципы должны маркироваться соответстветствующими детерминантами, которые, однако, не всегда могут быть специально выделены в конкретном языке. Например, в русском языке нет специального опреде-

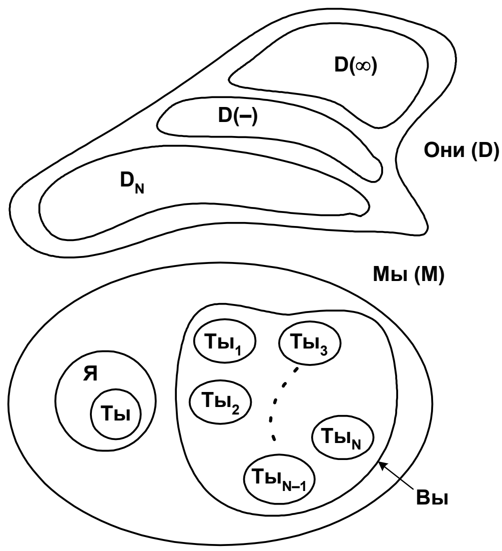

Рис. 48. Топика лицевых определений

D_N — сфера «он-другого»; D(–) — сфера «он-чужого»; D(∞) — сфера «он-неведомого»

ления перцептивного принципа, разделяющего все имена на *гомоцептивные* (вида $У\downarrow_V X$, где $Y =^{\alpha} X$) и *гетероцептивные* (вида $Y\downarrow_V X$, где $Y \neq^{\alpha} X$). То же следует сказать о топических детерминантах. Детерминанты четырех указанных принципов можно было бы называть *перцептивными, топическими, нумерическими* и *гендерными* соответственно. Возможно, первые два вида детерминант выделены не столь явно, в то время как принципы числа и рода оформлены в языках более определенно.

Топические характеристики лиц могут быть просуммированы в следующей системе отношений (см. рис. 48).

На этом рисунке совмещены топические и перцептивные определения. Гетероцептивные начала (за исключением «мы») одновременно изображены как топически внеположенные по отношению к «я». Кроме того, каждое начало обозначено в перцептивной форме — как то или иное лицо в отношении к центральному субъекту, который также обозначен в гомоцептивной форме как «я». Символ D_N обозначает сферу субъектов, которые определены как «он-другой» для «я». D(–) и D(∞) обозначают области «он-чужого» и «он-неведомого» соответственно. Упорядоченность по удаленности этих областей от «я» и «мы» выражает дистанционный принцип их определения. Внутри «я» изображено снижающее «ты». Вне «я» — эквивалентные «ты», в форме «вы» представлено возвышающее «ты».

Все лица определены в отношении к канонической модели некоторого центрального субъекта X — как перцептивные позиции $Y\downarrow_V X$. Смена центрального субъекта приведет и к смене лиц для одних и тех же субъектов. Например, для X как центрального субъекта он сам будет дан как «я» ($Я_X =^{\alpha} X{\downarrow_V}X$), отличный от него субъект Y — как «не-я» (не-$Я_X =^{\alpha} Y{\downarrow_V}X$). Наоборот, с точки зрения субъекта Y он сам будет дан как «я» ($Я_y =^{\alpha} Y{\downarrow_V}Y$), а субъект X — как «не-я» (не-$Я_Y =^{\alpha} X{\downarrow_V}X$).

Логику лиц теперь в общем случае можно было бы определить как такой вид Проективно Модальной Онтологии, где могут быть аксиоматизированы представленные выше конструкции, и в состав логических операторов введены по крайней мере перцептивные и топические преобразования над модусами.

В качестве перцептивных операторов выступят в первую очередь модельно-ограниченные проекторы ${\downarrow_V}X$, применение которых к модусам Y будет давать перцептивные моды $Y{\downarrow_V}X$ этих модусов. Топические операторы — это, по-видимому, класс преобразований, способных топически определять и переводить модус из одних топосов в другие, например из области M в область D и обратно. Причем следует заметить, что топическая система определений должна будет также зависеть от центрального субъекта, поскольку у разных субъектов она может быть разной. Это можно выразить определением топики не просто на модусах, но на перцептивных модах топосов. Так, область M с точки зрения субъекта X как центрального субъекта может быть обозначена как M_X, область D — как D_X, и т. д. Нумерические операторы — операторы, определяющие и меняющие число; гендерные операторы — определяющие и меняющие половую детерминанту модуса. Если через проекторы ${\downarrow_N}$, ${\downarrow_\tau}$ и ${\downarrow_G}$ обозначить общий вид нумерических, топических и гендерных детерминант, то итоговое лицевое определение модуса Y по отношению к модусу X как центральному субъекту может быть выражено в виде: $(((Y{\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T){\downarrow_G}G$. Здесь вначале определяется перцептивная мода $Y{\downarrow_V}X$ как первое или непервое лицо, затем добавляется нумерическая дифференциация $(Y{\downarrow_V}X){\downarrow_N}N$ — как единственное или множественное число (N — нумерическая модель, которая может принимать два значения: s — единственное число, p — множественное число), далее задается топическое определение $((Y{\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T$ в форме некоторой области из U (T — переменная по топическим моделям). Наконец, дифференциация лица завершается гендерным определением $(((Y{\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T){\downarrow_G}G$, где G — символ гендерной модели, способной принимать одно из трех значений m, f или n.

Переход из внутреннего мира субъекта X во внутренний мир другого субъекта Y может быть выражен в этом случае в форме комплексных преобразований, меняющих одну систему детерминант ${\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T){\downarrow_G}G$ на другую ${\downarrow_V}Y){\downarrow_N}N^*){\downarrow_\tau}T^*){\downarrow_G}G^*$ (под символом ${\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T){\downarrow_G}G$ я здесь имею в виду одноместный оператор, действие которого на модус У даст моду $(((У{\downarrow_V}X){\downarrow_N}N){\downarrow_\tau}T){\downarrow_G}G)$. Такие преобразования могут менять логический статус выражений логики лиц.

Возвращаясь к психологии Юнга, мы видим, что архетипы связаны со всеми четырьмя принципами структурирования сознания — перцептивным и топическим (различие Эго и Персоны как $Я_X$ и $Ты_{X,Y}$ (или $Он_{X,Y}$), Эго и Тени — как $Я_X$

и Он$(-)_{Y, X}$), нумерическим (личное и коллективное сознание-бессознательное) и гендерным (измерение Анима-Анимус). Можно предположить, что и остальные архетипы могут иметь отмеченные корреляции, например, архетип самости можно связать с Мы «второго порядка» M^2, которое соединяет в себе Мы «первого порядка» M и область Иного D, т. е. $M^2 =^{\alpha} (M \oplus^{\alpha} D)$.

Кроме того, архетипы можно представить как модусы, способные давать свои моды-изображения на личных экранах всех людей (возможно, и других субъектов), но не дающие положительные моды на общем экране онтологии. С этой точки зрения они принадлежат интерсубъектному слою внутренней реальности (коллективному бессознательному), которое можно связать с Эго всего человечества e_H. У него есть собственный экран E_H, доступ к изображениям которого возможен и для отдельных людей в моменты прорывов коллективного бессознательного.

Попытка более рационально выразить установки и функции личности требует дополнительных конструкций субъектного логоса. Установки экстраверсии-интроверсии предполагают выделение в составе изображений личного экрана субъекта двух главных областей, которые Джон Локк называл внешним (sensation) и внутренним (reflextion) опытом. В области внешнего опыта субъект отождествляет себя с телом и осознает себя как некоторую локальность в составе внешнего мира. Во внутреннем опыте, наоборот, субъект воспринимает себя как некоторую тотальность, а все остальное — как стороны-аспекты себя. Таким образом, измерение экстраверсии-интроверсии — это во многом измерение M- и L-статуса Эго субъекта (как α-модуса в некоторой α-Онтологии). Что касается функций, то здесь необходимо ответить на вопрос, что такое ценность и смысл любого начала.

Ценность X — это величина повышения степеней себя в некотором (+)действии, с которым так или иначе связано X. Например, X может быть самим (+)действием, или причиной этого действия, или его финалом, и т. д. Следовательно, чувство позволяет пережить X как повышение степеней себя, так что функцию чувства можно связывать со способностью переживать всякое начало с точки зрения его представления через некоторую ψ-функцию как число Я. Способность переживания связана, по-видимому, с тем, что переживаемое также дано в достаточно сильном L-статусе на личном экране субъекта.

Что касается *смысла* X, то его можно связать с *местом* X в составе полноты бытия, Абсолютного A. Когда X постигается как мода A в рамках некоторой модели m, т. е. $X =^{\alpha} A{\downarrow}m$ (по-прежнему, предполагаются конструкции некоторой α-Онтологии), тогда, по-видимому, субъект проникает в смысл X. Отсюда уже видно, что данность смысла X (как моды $A{\downarrow}m$) предполагает гораздо более выраженный M-статус, поскольку конечным сознанием постигается смысл только лишь относительных начал X, которые существенно меньше A.

Так функции чувства и мышления по-разному выражают определения начала X. Чувство выражает X как L-статус числа Я. Мышление выражает X как M-статус своего места в составе Абсолютного A. Поскольку место также может быть числом, и Я субъекта — его личным абсолютным, то главное различие чувства и мышления вновь оказывается связанным с L- или M-статусом полагания этого места на личном экране субъекта. В чувстве место X дается более тотально, в мышлении — более локально.

Что касается иррациональных функций, то ощущение можно связать с мгновенной данностью поверхностного бытия начала X, в то время как интуиция выражает возможность-бытие X, или то, что Николай Кузанский называл possest. Возможность-бытие X — это единство актуального и возможного бытия X. В состав возможного бытия входит в том числе темпоральное possest, т. е. возможность прошлого и будущего бытия X, которые уже перестали или еще не стали актуальностью X. Актуальность X — одна из мод возможности-бытия X, причем последнее есть вся полнота бытия X, выразимая в качестве модуса в некотором ментальном многообразии, по отношению к которому актуальность X есть одна из мод этой полноты.

Переходя к аспектам более строгого представления движения психической энергии, можно заметить, что здесь у Юнга много общего с Фрейдом, за исключением, быть может, подчеркивания более самостоятельного характера ψ-энергии. Можно было бы вспомнить идею сильных процессов сопряжения, в которых заданы два потенциала и две энергии — энергия (потенциал) несущего и несомого процессов. Возможно, позиция Юнга ближе к тому статусу надфизической энергии, который вытекает из конструкции процесса сопряжения.

Принцип эквивалентности может быть сформулирован как принцип постоянства энергии E в случае замкнутой субъектной онтологии $S = \langle U, B, E\psi \rangle$. Здесь величина $K = E\psi$ выражает кинетическую энергию ψ-поля, величина $E(1 - \psi)$ — потенциальную энергию, и сумма $E\psi + E(1 - \psi) = E$ равна полной энергии ψ-поля.

Особого внимания заслуживает принцип энтропии в изложении Юнга. Как уже отмечалось, это не обычный физический принцип, в котором фигурирует понятие термодинамической энтропии. Далее я буду использовать выражение «Ю-энтропия» для очерчивания специфического понимания энтропии у Юнга. Наряду с нарастанием равновесия, Ю-энтропия характеризует одновременный рост дифференцированности отдельных частей системы. Следовательно, Ю-энтропия не может измеряться только известным выражением для энтропии

$$(*) \qquad H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i,$$

где p_i представляет собой вероятности альтернатив системы. В самом деле, в предположении, что сумма $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$, получим, что функционал H достигает максимума при однородном распределении $p_i = 1/n$. В этом случае однородность состояния одновременно соединяется с малым выражением каждой из альтернатив.

Однако интуицию Юнга можно было бы выразить формулой для меры развития M как обобщенной суммы, приведенной в главе о полярном анализе (см. выше). Обычная энтропия будет выглядеть как частный случай меры M. Самость будет соответствовать максимальному значению функционала M, когда все подсистемы личности окажутся максимально развитыми, и все множество подсистем будет находиться в максимальном взаимном усилении.

Возможно, каждый архетип — это психическая структура самости, откуда следует проспективное, или финальное, значение архетипов. Ведь именно самость является финалом развития, и если архетипы имеют финальное значение, то они должны быть связаны с финалом развития, т. е. самостью. Каждый элемент личности развивается от некоторого животного своего состояния до своего представления в составе самости. В таком переходном значении от животного к сверхчеловеческому каждый элемент психики выступает как символ. Это своего рода вектор субъектного развития $\mathrm{Grad}\psi(v) = (\psi, v, v^+)^*$, начинающийся от своего ретроспективного значения v и уходящий в проспективное значение v^+. Пара (v, v^+) объединяет в себе v как смещение инстинкта $v = [u, u']_k$, где $k > 0$, и v^+ как представительство некоторого архетипа. В переходе от v к v^+ смещение инстинкта движется к своему архетипическому финалу. Следовательно, архетипы могут быть выражены как некоторые пределы смещений-развитий инстинктов. Направление развития (v, v^+) определяет некоторую линию развития, каузально определяемую инстинктом и финально ведомую архетипом. Энергетически символ $\mathrm{Grad}\psi(v)$ движется от энергии D-катексиса к энергии сублимации, сохраняя энергию в рамках одной линии развития, но постоянно повышая меру развития этой энергии.

Наконец, каждый архетип психофизичен («психоиден», выражаясь языком Юнга), т. е. проявляет себя в изображениях как общего, так и личного экрана онтологии. Если архетипы — элементы самости, то и самость должна обладать психоидным характером. Учитывая ее предельно объединяющий характер, вполне логично интерпретировать самость через Интегральное Эго в терминах Теории Life. По-видимому, именно модусная природа Интегрального Эго, «висящего» на экранами в некотором метапространстве онтологии, позволяет мгновенно связывать между собою события онтологии, обеспечивая акаузальное свойство синхронности.

Глава 4
Теория поля Курта Левина

В этой главе я постараюсь показать, что теория психологического поля немецкого психолога Курта Левина (1890—1947), основные понятия и методы этой теории, представляют собой органичное выражение идей и методов модели субъектных онтологий и Теории Life. Разворачивая дальнейшую аргументацию в обоснование этого тезиса, я вначале кратко коснусь основных понятий теории поля Левина, а затем приведу ряд примеров их интерпретации на основе понятий модели субъектных онтологий. Познакомиться с этой интересной теорией читатель может, например, по книге «Теория поля в социальных науках» [1], содержащей 10 статей немецкого психолога по различным вопросам теории поля. В плане быстрого и достаточно репрезентативного ознакомления с концепцией Левина, читатель может обратиться, например, к книге Кэлвина и Гаднера «Теории личности» [2].

§ 1. Основные понятия теории поля и теории субъектных онтологий

По представлениям К. Левина, в каждый момент времени субъект существует в рамках *жизненного пространства* (L), частью которого является он сам (P, person) и его *психологическая среда* (E). В отношениях этих сущностей для Левина пока важно лишь то, что это некоторые целостности, *регионы*, и регион P находится внутри L, будучи окруженным со всех сторон регионом E (см. рис. 49).

Жизненное пространство — это не мир объектов, это некоторая «смесь» объектных факторов и внутреннего мира субъекта, субъектно нагруженная реальность, влияющая на поведение субъекта. Это как раз *субъектная онтология* в широком смысле этого слова, т. е. образ реальности как он воспринимается субъектом, тот психологический мир, в котором живет данный субъект.

Область P далее дифференцируется на *перцептуально-моторный* (P–M) и *внутренний* (I–P) регионы. Во внутреннем регионе выделяются *периферические* (p) (граничащие с перцептуально-моторным) и *центральные* (c) регионы.

[1] *Левин К.* Теория поля в социальных науках. СПб.: Сенсор, 2000.

[2] *Кэлвин С. Холл, Гарднер Линдсей.* Теории личности. М.: Апрель-Пресс; ЭКСМО-Пресс, 1999.

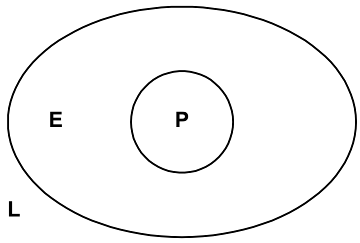

Рис. 49. Регионы жизненного пространства (L), личности (P) и психологической среды (E)

Наконец, на множество различных регионов может быть разбита и психологическая среда. В целом получаем такую более сложную картину жизненного пространства субъекта (см. рис. 50).

Такая дифференциация выражает разделение региона P–M на область либо восприятия психологической среды — и тогда регион P–M выступает своей перцептивной стороной, либо движения (*локомоции*) в среде — тогда регион P–M предстанет своей моторной стороной. Локомоция выражается в том, что регион P целиком сдвигается в какой-то иной регион психологической среды. Дифференциация внутреннего (I-P) региона субъекта на p- и c-регионы выражает факт существования у субъекта ряда *потребностей*, так что каждому внутриличностному региону соответствует своя потребность, которую в данный момент испытывает субъект. Наконец, дифференциация психологической среды на регионы выражает факт существования некоторых значимых для субъекта факторов (*валентностей*) в среде, так что каждому региону среды соответствует своя какая-то валентность, осознаваемая субъектом в данный момент. В разные моменты времени структура жизненного пространства может быть различной, могут появляться новые регионы, исчезать старые, или старые регионы могут дифференцироваться, выделяя в себе подрегионы, и т. д. Между соседними регионами существуют границы, которые могут быть более или менее проницаемыми, что может влиять на локомоцию. Внутриличностные регионы способны влиять друг на друга, вступать друг с другом в связь, *коммуникацию*. Такое влияние также зависит от степени проницаемости границ этих регионов. Каждый

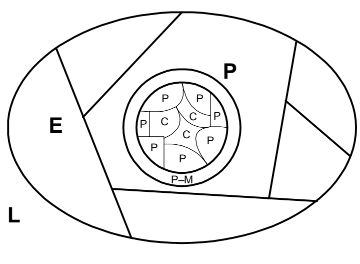

Рис. 50. Выделение подрегионов в регионах E и P

регион может обладать более или менее податливой — для коммуникаций или локомоций — средой. Переструктурирования жизненного пространства, локомоции и коммуникации объединяются Левином под общим термином «*событие*». Среди более содержательных принципов дифференциации жизненного пространства Левин часто выделяет *степень реальности* и *временну́ю перспективу*. Степень реальности региона психологической среды выражает его отнесение к воображаемому или действительному миру. Временна́я перспектива — это регионы, связанные с образами прошлого, настоящего и будущего, но существующие у субъекта в данный момент времени. Вообще жизненное пространство — это всегда то, что определено для субъекта в настоящий момент времени. Поведение (B) субъекта в данный момент времени — это функция жизненной среды в этот же момент времени, т. е. $B = f(L) = f(P + E)$, где $L = P + E$, и «+» — операция объединения.

Пока представленные конструкты теории поля описывают преимущественно субъектную статику. Но настоящий центр теории поля — это субъектная динамика. Основные понятия здесь — понятия «энергия», «напряжение», «потребность», «валентность», «локомоция», «сила».

Левин считает, что существует психическая энергия, которая высвобождается, когда субъект выравнивает напряжения в разных частях системы. Резервуарами напряжений являются внутриличностные регионы. Напряжения могут возрастать или падать в этих регионах, перетекать от региона с более высоким напряжением к региону с более низким напряжением. Процессы распределения напряжения зависят от проницаемости границ и текучести-ригидности регионов. Также напряжение из внутриличностных регионов может попадать в перцептуально-моторный регион, вызывая его активность. Но основной процесс сброса напряжения не этот. Напряжение во внутриличностном регионе всегда связано с некоторой валентностью в регионе психологического пространства. Если валентность *положительна*, то вхождение (локомоция) в этот регион снимет напряжение. Если же валентность *отрицательна*, то, наоборот, напряжение будет снижаться по мере удаления от региона с отрицательной валентностью. Передаточным звеном между напряжением во внутриличностном регионе и локомоцией относительно его валентности является *сила*. Конструкт силы Левин рассматривает как вектор, направленный к положительной валентности или от отрицательной валентности и приложенный своим окончанием к границе региона P (см. рис. 58).

Величина этого вектора выражает величину силы.

Итак, возникает единство внутриличностного региона вместе с напряжением в нем, валентности во внеличностном регионе, силы и возможной локомоции. Величина напряжения, как мера неравновесия, выражает величину психической энергии. Такое единство напряжения, валентности и силы образует *потребность*. Наиболее типичный способ удовлетворения потребности — это осуществление соответствующей локомоции. Можно и обернуть это утверждение: там, где есть какое-либо удовлетворение потребности, его можно предста-

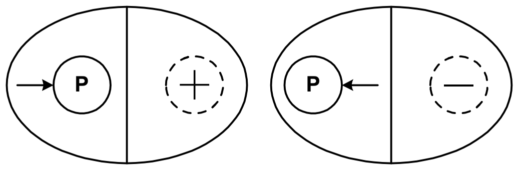

Рис. 51. Вектор силы в случае положительной (слева) и отрицательной (справа) валентности

вить как локомоцию относительно валентного региона. Левин различает также потребности и квазипотребности. Квазипотребность — это социально-опосредованная потребность, например желание не просто поесть, а поесть в конкретном ресторане. Подводя итог, можно заключить, что *поле* — это целостность (многоединство) всех описанных выше составляющих жизненного пространства.

Приведу пример из книги Кэлвина Холла и Гаднера Линдсея «Теории личности», иллюстрирующий субъектную динамику по Левину: «...ребенок проходит мимо конфетной лавки, заглядывает в окошко и хочет конфет. Вид конфеты побуждает потребность, а эта потребность делает три вещи. Она высвобождает энергию и тем самым повышает напряжение во внутреннем регионе (система "хотения конфет"). Она наделяет положительной валентностью регион, в котором находятся конфеты. Она порождает силу, толкающую ребенка в направлении конфеты. Скажем так: ребенку нужно войти в лавку и купить конфету. Эту ситуацию можно представить так, как изображено <...> (см. рис. 51. — *В. М.*). Предположим, однако, что у ребенка нет денег: тогда граница между ним и конфетой оказывается непроходимым барьером. Он подойдет к конфете как можно ближе, быть может, засунет нос в окно, но не сможет достать ее <...> (см. рис. 52. — *В. М.*).

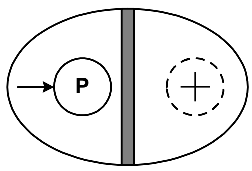

Рис. 52. Препятствие для силы

Он может сказать себе: "Если бы у меня были деньги, я бы купил конфет. Может быть мама даст мне немного денег". Иными словами, рождается новая потребность, или квазипотребность, — намерение взять у мамы денег. Это намерение, в свою очередь, побуждает напряжение, вектор и валентность <...> (см. рис. 53. — *В. М.*).

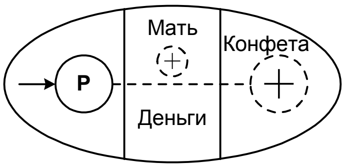

Рис. 53. Первый вариант преодоления препятствия

Между ребенком и матерью нарисована тонкая граница — в допущении, что ребенку нужно прийти домой, найти маму и попросить денег. Другая тонкая граница нарисована между матерью и конфетой, чтобы представить усилие, необходимое для возвращения в лавку и покупки. Ребенок движется к конфете, его путь — через мать.

Если мать отказывает ребенку в деньгах, он может подумать о том, не занять ли их у друзей. В этом случае регион, в котором находится мать, окружен непроницаемым барьером, и прокладывается новый путь к конфете — через регион, содержащий друзей <...> (см. рис. 54. — *В. М.*).

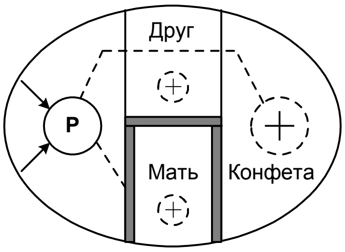

Рис. 54. Второй вариант преодоления препятствия

Эта топологическая репрезентация может бесконечно усложняться появлением дополнительных регионов среды и границ разной степени прочности, а также дополнительных потребностей и соответствующих напряженных систем, валентностей, векторов»[1].

Вот некотрая сжатая сводка основных конструкций теории поля К. Левина. Ниже я буду дополнять и разъяснять по мере необходимости эту концепцию.

Но теперь мне хотелось бы обратиться к первым интерпретациям уже введенных понятий теории поля на конструктах модели «субъектных онтологий».

Во-первых, достаточно несложно соотнести регионы жизненного пространства в теории поля с основными регионами Теории Life. Все регионы жизненного пространства L в теории поля следует отнести к регионам внутреннего мира (персонального экрана) субъекта, что определяет жизненное пространство как существенно субъектное. Часть этих регионов с некоторой более трансцендент-

[1] *Кэлвин С. Холл, Гарднер Линдсей.* Теории личности. С. 312—313.

ной точки зрения могут соответствовать регионам внешнего мира (внешнего онтологического экрана), но в первую очередь они даны во внутреннем мире субъекта.

Во-вторых, регионы психологической среды можно связать с точками (или областями) фазового пространства, представив локомоции как движения по фазовым траекториям $\Gamma|_u^{u'}$ с начальным положением дел u и конечным положением дел u′, вдоль которых заданы траекторные степени себя (позитивности). Текущее положение дел u* на фазовой траектории $\Gamma|_u^{u'}$ выражается положением личностного региона P. Положительный регион, которого стремится достичь субъект, можно представить конечным положением дел u′, где позитивность достигает максимума. Движение вспять по фазовой траектории — от текущего положения дел u* к начальному положению дел u выразит удаление от положительного региона u′ и падение позитивности. Движение по фазовой траектории связано с активностью некоторого подсубъекта, что представлено моторной частью P–M-региона. Перцептивная часть региона создает структуру субъектной онтологии как структуру фазового пространства. Что касается внутриличностных регионов, то с ними можно связать подсубъектов, реализующих себя в движениях по фазовым траекториям $\Gamma|_u^{u'}$. Напряжения внутриличностных регионов — это напряжения подсубъектов в модели молекулярного субъекта, как она была описана выше (см. главы «Валентный анализ»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 378 и далее; «Позитивность и необратимая фазовая динамика»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 401 и далее; параграф «Молекулярный субъект» главы «На пути к теоретической биологии»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 478 и далее). Левин предполагает особый процесс перетекания напряжения от одного такого субъекта к другому (см. ниже). Разделение внутриличностных регионов на периферические и центральные можно перенести на подсубъекты. Хотя все они обладают своими представительствами во внутреннем мире субъекта (его персональном онтологическом экране), но одни из них могут быть ближе к структурам внешнего мира (периферические подсубъекты), другие — дальше (центральные подсубъекты). Как уже отмечалось, локомоция — движение по фазовой траектории в результате активности соответствующего подсубъекта. Субъектную силу в этом случае можно было бы связать с фазовой скоростью $W = (v, F)$. Границы регионов можно выразить силами сопротивлений W_R, которые действуют на силу W при движении по фазовой траектории. Если $W + W_R = 0$, то сила сопротивления полностью поглощает субъектную силу и граница региона оказывается непроницаемой. Подобная ситуация оказывается контрпримером для C-сети субъекта (см. параграф «Позитивности и каузальные сети»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 384 и далее), что может привести к запуску мыслительного подсубъекта, который будет решать возникшую задачу, тем или иным способом пытаясь преодолеть препятствие. В частности, он может перестроить структуру фазового пространства (субъектной онтологии), выразив в новом пространстве новые фазовые траектории, которые могут идти в обход прежней траектории, приводя к тому же финальному положению дел. Психическую энергию в этом случае можно связать с кинетической фазовой энергией $E_ф = 0.5m\dot{P}$, где $\dot{P}$ — пассионарность, m — масса (см. параграф «Фазовая динамика и позитивность»: наст. изд., т. I, кн. 2, с. 401 и далее). Потребность, объединяющую в себе структуры валентности, внутриличностного и внешнего региона, силу и напряжение, можно сопоставить со всем подсубъектом.

Так могут быть представлены основные соответствия теории поля Курта Левина и модели субъектных онтологий.

Интерпретируя теперь модель субъектных онтологий на конструктах теории поля, следует, во-первых, отметить, что в качестве положения дел можно в данном случае рассмотреть жизненное пространство вместе со всеми характерными параметрами (число, расположение регионов, проницаемость границ, текучесть-ригидность регионов, валентности, напряжения, силы, степени реальности, временная перспектива, и т. д.), влияющими на поведение субъекта. В этом случае онтология предстанет как некоторый класс жизненных пространств, тем или иным образом определенный. В качестве тела (телесности) субъекта будем рассматривать все те параметры жизненного пространства, значения которых могут быть непосредственно изменены субъектом. Это: положение региона P в психологической среде, дифференцированность жизненного пространства. В первом случае активность субъекта выражается в локомоции, во втором — в *произвольном переструктурировании* жизненного пространства. При локомоции структурированность жизненного пространства, за исключением позиции региона P, предполагается неизменной. Назовем множества жизненных пространств, отличных друг от друга только положением региона P в рамках одной и той же в остальном структуры жизненного пространства, *локомоционными универсумами* (*L-универсумами*). При произвольном переструктурировании жизненного пространства субъект переходит от одного L-универсума к другому. Таким образом, пока все виды деятельности субъекта в теории поля можно разделить на два класса: 1) деятельность внутри одного L-универсума (локомоция), 2) деятельность между разными L-универсумами (произвольное переструктурирование жизненного пространства как своего рода *металокомоция* субъекта). Интересно, что сам Левин рассматривает в качестве деятельности субъекта только локомоцию, связывая только с ней структуру потребности. В общем случае следует говорить, по-видимому, о двух основных деятельностях субъекта — локомоции и металокомоции, и если потребность связана с локомоцией, то почему бы ее не связать и с металокомоцией? Такую потребность можно соответственно называть *метапотребностью*. Задание металокомоций предполагает введине двух видов фазовых пространств, которые можно было бы называть *предметными* и *метапространствами*. В последних в качестве точек выступают отдельные предметные фазовые пространства.

Наконец, деятельность субъекта у Левина направлена в сторону снятия напряжения, и такое направление деятельности вполне коррелирует с повышением степеней себя в модели субъектных онтологий, поскольку при активации субъекта и росте соответствующей позитивности P напряжение этого подсубъекта падает. В связи с этим можно предположить, что напряжение (t) в теории поля вполне может быть сопоставлено с величиной негативности C–P субъекта, так что можно было бы записать: $t = C - P$, где C — некоторое число. Такое напряжение, которое определено в момент активации подсубъекта, когда растет его позитивность, можно называть *активным напряжением*. Энергия высвобождается тогда, когда активное напряжение падает, т. е. растет позитивность, что соответствует формуле кинетической фазовой энергии $E_ф = 0.5m\dot{P}$.

Итак, все основные конструкты теории субъектных онтологий вполне могут быть соотнесены с основными конструктами теории поля. Коснемся ниже иных понятий теории поля в связи с предложенной базовой интерпретацией.

Получается пока такая система соответствий между понятиями теории поля и понятиями теории субъектных онтологий (см. табл. 26).

Таблица 26

Сравнительная характеристика теории поля К. Левина и теории субъектных онтологий

Теория поля	Теория субъектных онтологий
поле	субъектная онтология
жизненное пространство	общее положение дел
регион	подположение дел
напряжение (t)	величина C–P, где P — позитивность
вхождение (локомоция) в регион с положительной валентностью или удаление от региона с отрицательной валентностью	движение по фазовой траектории в предметном фазовом пространстве
произвольная переструктуризация жизненного пространства (металокомоция)	движение по фазовой траектории в фазовом метапространстве

Особое место в системе понятий теории поля занимает понятие «силы», пожалуй, одно из наиболее проблематичных понятий в теории поля. Дело здесь состоит в том, что в общем случае описанная выше структура жизненного пространства не является областью линейного (векторного) пространства. Скорее структуру жизненного пространства можно представить как множество вершин направленного графа, где каждая вершина выражает тот или иной регион из L, а направленные ребра между вершинами символизируют границы между регионами, проходимые в направлении движения от одного региона к другому (в этом случае локомоция совершается по направленным ребрам графа). Такую структуру Левин называет «годологическим пространством» [1]. В этом случае направление силы — это не направление вектора в обычном понимании этого по-

[1] *Кэлвин С. Холл, Гарднер Линдсей*. Теории личности. С. 306.

нятия в математике. С другой стороны, Левин всегда понимал силу как вектор. Различные силы можно складывать как вектора, для каждого вектора найдется противоположный ему вектор, в сумме с которым в результате получится нулевой вектор. Складывается впечатление, что Левин использовал интуицию векторного протранства сил, определенного над годологическим (невекторным) пространством. В то время как в классической математике и физике векторное пространство сил всегда мыслится определенным надвекторным же пространством состояний, на которые действуют эти силы. Такая специфика понятия силы и составила, по-видимому, ту основную трудность, которая не позволила Левину предложить строгое выражение конструкта «силы» в теории поля. Точно та же трудность определения силы (воли) возникает и в теории субъектных онтологий — для тех случаев, когда онтологии не являются векторными пространствами. В этом случае мы можем погрузить невекторную структуру (например, граф) в векторное пространство, задав на последнем векторные конструкции.

§ 2. Разбор примера с ребенком и конфетой

Попытаемся теперь применить проведенные выше интерпретации между конструкциями теории поля и субъектных онтологий для разбора рассмотренного выше примера с ребенком и конфетой.

Как помнит читатель, начинается все так: «...ребенок проходит мимо конфетной лавки, заглядывает в окошко и хочет конфет. Вид конфеты побуждает потребность, а эта потребность делает три вещи. Она высвобождает энергию и тем самым повышает напряжение во внутреннем регионе (система “хотения конфет”). Она наделяет положительной валентностью регион, в котором находятся конфеты. Она порождает силу, толкающую ребенка в направлении конфеты. Скажем так: ребенку нужно войти в лавку и купить конфету. Эту ситуацию можно представить так, как изображено <...> (см. рис. *55*. — *В. М.*). Предположим, однако, что у ребенка нет денег: тогда граница между ним и конфетой оказывается непроходимым барьером. Он подойдет к конфете как можно ближе, быть может, засунет нос в окно, но не сможет достать ее».

Согласно приведенной выше интерпретации, моделируем эту ситуацию в рамках некоторого предметного фазового пространства Φ_1, где дана фазовая кривая $\Gamma_1|_{u}^{u'}$, которая выражает деятельность подсубъекта S_1 «зайти в магазин и ку-

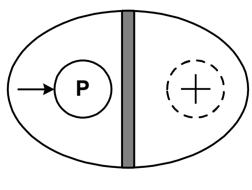

Рис. 55. Препятствие для силы

пить конфеты». Финальное положение дел u′ (правый положительный регион на рисунке) выражает состояние, когда конфеты съедены ребенком. Начальное положение дел u соответствует текущему состоянию ребенка, когда у него нет денег и нет конфет. Текущее положение дел u* (регион P) совпадает с начальным положением дел u. Позитивность P_1 этого подсубъекта минимальная в u. Вид конфет выступил идентификатором α_1 подсубъекта S_1, который повысил напряжение T_1 этого подсубъекта, сделав его максимальным из всех имеющихся напряжений, что активировало подсубъект S_1 в его начальном положении дел u. Это привело к возникновению субъектной силы W_1, которая готова выразиться в движении по фазовой траектории $\Gamma|_u^{u'}$. Однако на пути своей реализации субъект S_1 встречает препятствие — отсутствие денег, что можно изобразить в виде силы сопротивления W_{1R}, где $W_1 + W_{1R} = 0$ — сила сопротивления полностью блокирует реализацию подсубъекта S_1.

В результате такой блокировки включается мыслительный подсубъект S_T, который пытается решить возникшую проблему.

Пытаясь все же достичь положения дел u′, ребенок рассуждает: «Если бы у меня были деньги, я бы купил конфет. Может быть мама даст мне немного денег». Иными словами, рождается новая потребность, или квазипотребность, — намерение взять у мамы денег. Это намерение, в свою очередь, побуждает напряжение, вектор и валентность, что представлено на рис. 56.

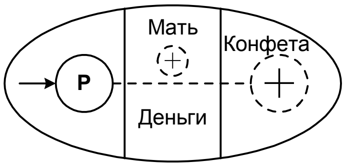

Рис. 56. Первый вариант преодоления препятствия

Здесь мы имеем пример произвольного переструктурирования жизненного пространства (металокомоции). От фазового пространства Φ_1 с траекторией $\Gamma_1|_u^{u'}$ ребенок переходит к новому фазовому пространству Φ_2 с новой фазовой траекторией $\Gamma_2|_u^{u'}$, которая начинается и заканчивается в тех же положениях дел uu′ соответственно, но проходит через другие промежуточные точки. Для простоты можно считать, что фазовое пространство создается тем же, т. е. $\Phi_1 = \Phi_2$, но меняется фазовая траектория, что также представляет собой случай металокомоции (поскольку локомоция — это движение по фиксированной фазовой траектории). В качестве фазового метапространства Φ* можно рассмотреть такое пространство, в котором точками окажутся фазовые траектории $\Gamma|_u^{u'}$, соединяющие точки u и u′. Переход от траектории $w_1 = \Gamma_1|_u^{u'}$ к траектории $w_2 = \Gamma_2|_u^{u'}$ можно представить как траекторию $\Gamma^*|_w^{w'}$ в метапространстве Φ*. Она выражает работу мыслительного субъекта и рост мыслительной позитивности P_T по метатраектории $\Gamma^*|_w^{w'}$. Здесь же возникает и своя метасила W* — скорость движения по фазовой траектории $Г^*|_{w}^{w'}$. Достигнув положения дел w_2 в метапространстве $Ф^*$, субъект далее возвращается в предметное фазовое пространство $Ф_2$ с фазовой траекторией $Г_2|_{u}^{u'}$, пытаясь активировать подсубъект S_2 вдоль этой траектории. Если мама дает деньги, то сила сопротивления меньше силы продвижения по фазовой траектории $Г_2|_{u}^{u'}$ и подсубъекту S_2 удается достичь финального положения дел u'. Если же и по этой траектории возникает сила сопротивления, которая блокирует достижение цели, то цикл повторяется, вновь включается мыслительный субъект, который ищет новую фазовую траекторию для предметного фазового пространства.

Так основные конструкции теории поля Курта Левина могут достаточно адекватно интерпретироваться в терминах модели субъектных онтологий.

Глава 5
Генетическая психология Жана Пиаже

В этой главе я остановлюсь на субъектных структурах и формах синтетических концептов влиятельной в современной психологии теории швейцарского психолога и биолога Жана Пиаже. Основу исследований Пиаже, как известно, составляли работы по развитию интеллекта человека, выявлению разного рода инвариантов и структурных выражений становящегося человеческого разума. Вот почему главный интерес для Пиаже и его школы всегда представлял детский интеллект и основные этапы и закономерности его развития.

В развитии интеллекта ребенка Пиаже выделяет следующие периоды и стадии:

«*Период сенсомоторного интеллекта (0—2 года)*. В течение этого важнейшего первого периода младенец переходит от рефлекторного уровня новорожденного, когда личность и окружающий мир абсолютно не дифференцируются, к относительно связанной организации сенсомоторных действий *vis-à-vis* его непосредственного окружения. Однако эта организация совершенно “практична” в том смысле, что ее составляют простые акты перцептивного или двигательного приспособления к вещам, а не символические манипуляции с ними. В этом периоде выделяются шесть основных стадий, имеющих в ряде случаев свои подстадии.

Период подготовки и организации конкретных операций (2 года — 11 лет). Этот период начинается с первых грубых символизаций в конце сенсомоторного периода и кончается с первым появлением формального мышления в раннем подростковом возрасте. Здесь выделяются два важных подпериода. Первый из них — это подпериод *дооперациональных представлений* (2 года — 7 лет). Здесь происходит *подготовка* к конкретным операциям. Это тот период раннего детства, когда индивид делает свои первые, еще довольно неорганизованные и неумелые попытки овладеть новым и странным для него миром символов.

В этом первом подпериоде Пиаже иногда различает три стадии: 1) истоки репрезентативного мышления (2—4 года); 2) простые представления, или интуиции (4 года — 5,5 лет); 3) расчлененные представления, или интуиции

(5,5—7 лет). Работа, проделанная в этот подготовительный период, начинает приносить свои плоды в следующем подпериоде конкретных операций (7—11 лет). Здесь понятийная организация ребенком окружающей среды медленно стабилизируется и закрепляется с помощью создания ряда познавательных структур, называемых *группировками*.

В этот период, в частности, ребенок в своих адаптациях впервые начинает производить впечатление разумного и вполне организованного существа; становится очевидным, что у него имеются достаточно устойчивые и упорядоченные понятийные основы, которые он систематически прилагает к окружающему его миру предметов.

Период формальных операций (11—15 лет). В течение этого периода происходит новая и последняя реорганизация с появлением новых структур, изоморфных *группам* и *решеткам* логической алгебры. Короче, подросток может успешно действовать в отношении не только окружающей его реальной действительности (как в предшествующий подпериод), но и в отношении мира чистых возможностей, мира абстрактных, словесных предположений, мира типа “а если бы...”» [1], — так описывает основные периоды развития в теории Пиаже американский психолог Джон Флейвелл в своей работе «Генетическая психология Жана Пиаже».

Теперь несколько более подробно коснемся логики развития в каждый из отмеченных периодов.

§ 1. Сенсомоторный уровень

Пиаже полагает, что развитие интеллекта ребенка начинается с рождения. Даже при отсутствии речи и подлинного мышления в обычном понимании у ребенка с первых дней его жизни существует так называемое «сенсомоторное мышление» — целесообразная деятельность, опирающаяся только на перцепцию (сенсорику) и деятельность (моторику). Пиаже отделяет свою позицию от ассоцианизма и бихевиоризма, полагая, что на место фиксированного отношения «стимул → реакция» в развивающемся организме заступает симметричное отношение *ассимиляции* «стимул ↔ реакция», когда «всякая новая связь интегрируется в схему или в предыдущую структуру» [2]. Таким образом, не только внешняя среда определяет реакции организма («стимул → реакция»), но и обратно, структуры организмической организации определяют формы влияния внешней среды («реакция → стимул»). С рождения организм ведет спонтанную ритмическую деятельность, из которой дифференцируются и первые рефлексы (Пиаже полагает, что рефлексы частично врождены, частично развиваются после рождения в результате так называемых «рефлекторных упражнений»), и возникают сенсомоторные схемы действий. «Сенсомоторная схема» — центральное понятие генетической психологии Пиаже на этапе первых двух лет разви-

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. М.: Просвещение, 1967. С. 121—122.
[2] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. СПб.: Питер, 2003. С. 12.

тия ребенка. «*Схема* — структура или организация действий в том виде, в котором они передаются или обобщаются при повторении этого действия в аналогичных или похожих обстоятельствах»[1]. Таким образом, схема — это некоторый *инвариант действия*, способный без изменения выражаться во множестве своих реализаций. Схемы объединяют в себе афферентную (сенсорика, момент «стимул → реакция») и эфферентную (моторика, момент «реакция → стимул») части. Например, в сенсомоторной схеме хватания предмета необходимо воспринять предмет (сенсорика), а затем в связи с этим восприятием построить движение захвата его рукой (моторика). Когда такого рода схема строится, то делаются разного рода пробные хватания, которые затем оцениваются с точки зрения удачности-неудачности и корректируются. Если ребенок научился захватывать какой-то определенный предмет только в определенной позиции, то рано или поздно схема хватания расширяет свои определения на захват того же предмета в других позициях, на захват других предметов, более тонкий захват несколькими пальцами, более аккуратный захват легкого предмета, который может быть сбит рукой при хватании, и т. д. Все это стадии развития сенсомоторной схемы, в котором Пиаже выделяет так называемую *обобщающую ассимиляцию* — распространение сенсомоторной схемы, например схемы сосания, за пределы рефлекторного предмета, например сосание новых предметов (обобщающая ассимиляция напоминает до некоторой степени смещение Ф-объекта в психоанализе Фрейда), и *опознавательную ассимиляцию*, выражающуюся в отличиях одних предметов от других на основе сенсомоторной схемы (например, формирование отличия соска от других предметов в схеме сосания). Так растет объем схемы (множество охваченных ею предметов) и степень дифференциации объема — нарастают интеграция и дифференциация сенсомоторного опыта определенного качества (по-видимому, такого рода развитие можно пытаться выражать средствами функционалов W_G и $W^{+}_{G} - W_G$). Сенсомоторные схемы оказываются первыми генераторами изображений личного экрана субъекта, создающими острова опыта со своим внутренним рельефом. Эти острова растут, объединяются в архипелаги и континенты, формируя все более развитый мир сенсомоторного опыта. Период роста и развития сенсомоторных схем занимает первые 1,5—2 года. Здесь можно выделить следующие более частные стадии развития: 1) стадия рефлексов и спонтанной хаотической активности организма, 2) стадия первых привычек, например сосания, 3) координация видения и хватания (к 5 месяцам), 4) формирование более законченных действий практического мышления, начало дифференциации целей и средств, но используемые средства заимствуются на этой стадии только из известных схем, 5) добавляется поиск новых средств через дифференциацию знакомых схем (с 10—11 мес.), 6) ребенок приобретает способность находить новые предметы через интериоризированные комбинации, которые приводят к внезапному пониманию (инсайту).

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 15.

В процессе развития сенсомоторного опыта начинает возникать конструкция реальности. Она строится как результат сенсомоторного мышления — структурирования окружающего мира, организации реальности, создания таких категорий действия, как схемы постоянного объекта, пространства, времени, причинности. Эти категории действия выступают как субструктуры будущих понятий (понятие «субструктура» используется Пиаже в данном контексте, по-видимому, как эмпирическая реализация на действиях будущей ментальной структуры, причем эта эмпирическая реализация также может обладать разными уровнями инвариантности). Категории действия не даны изначально, но постепенно возникают в процессе развития ребенка. Исходное состояние развития выражается Пиаже как полная сконцентрированность на собственном теле и деятельности (первичный эгоцентризм ребенка, соответствующий нарциссизму в концепции Фрейда). В первые 18 месяцев совершается «революция Коперника» в форме общей *децентрации* — расположения себя как объекта в мире из постоянных объектов с пространством, временем и причинностью. Здесь надо отметить, что термины «центрация» и «децентрация» очень важны в генетической психологии Пиаже и постоянно им используются. Под «центрацией» Пиаже понимает абсолютизацию некоторого состояния, в то время как «децентрация» выражает, наоборот, полагание данного состояния в качестве части более обширной целостности. Таким образом, эти понятия очень хорошо могут быть выражены в терминах Проективно Модальной Онтологии как L- и M-статус соответственно. «Центрировать X» означает представить X такой его модой, которая окажется максимальной модой в некоторой модели. В этом случае X будет дан в собственном L-статусе в этой модели. Наоборот, «децентрация X» выразится в переходе к такой модели, в которой X образует немаксимальную моду, т. е. будет дан в M-статусе. Коперниканская революция первых 18 месяцев развития выражается в децентрации себя, своего тела и деятельности, т. е. в погружении их в более обширную сферу опыта, в рамках которой они будут представлены в M-статусе. Вообще, согласно Пиаже, развитие постоянно выражает себя в децентрациях того, что ранее было центрированным. Следовательно, развитие, если использовать язык Проективно Модальной Онтологии, есть постоянное движение от L-статусов к M-статусам некоторых модусов. У Гегеля подобный оператор назывался «снятием».

Посмотрим теперь более подробно на развитие отдельных конструкций реальности.

1. *Развитие постоянного объекта*. До 3-й стадии исчезновение объекта из поля зрения ребенка воспринимается им как исчезновение объекта вообще. Это означает, что объект отождествляется ребенком с его короткоживущим образом в рамках сенсорного поля. Назовем такие образы *презентациями объекта*. На 5-й стадии ребенок может пытаться осуществлять поиск исчезнувшего объекта в зависимости от его предшествующих перемещений. Следовательно, объект приобретает здесь более инвариантное в пространстве и времени выражение, способное обнимать в себе несколько своих презентаций. Это явная схе-

ма движения от отдельных мод модуса к самому модусу. Презентации объекта — короткоживущие моды объекта-модуса. Постоянный объект — предел развития категории объекта, в максимальной мере выражающий его сохраняющуюся во времени и пространстве модусную природу. Интересно также, что к 6-й стадии развития ребенок приобретает способность обходить препятствия. Эта способность связана с возможностью воспринять части обходного пути, которые не направлены в сторону желаемого объекта, как все-таки ведущие к объекту. Такая способность обязана в свою очередь нетождественному переносу валентности целого действия на его части, т. е. более инвариантному — переносному — бытию ценностей и действий.

2. *Развитие пространства и времени*. Вначале у ребенка нет единого пространства и времени. Есть только набор разнородных пространств, центрированных на теле — пространство в области рта, тактильной, зрительной, слуховой области, в области, связанной с положением тела в пространстве. Затем эти области начинают координироваться, хотя еще долго остаются относительно самостоятельными. На 5-й и 6-й стадиях перемещения в пространстве наконец организуются в *группу перемещений*, что знаменует собою достижение максимальной обратимости пространственных движений и возникновение схемы пространства-времени как инвариантных конструкций. Можно предположить, что группа перемещений выражает конструкции векторного пространства как векторного ментального многообразия.

3. *Развитие причинности*. Первые стадии схемы причинности связаны с центрацией на собственной деятельности с игнорированием пространственных и физических связей. На 3-й стадии младенец уже умеет улыбаться тому, что он видит, может манипулировать объектами согласно разным схемам (перемещения, раскачивания и т. д.), но по-прежнему единственной причиной для него остается только его собственная деятельность. Если, например, ребенок замечает, что потягивание за шнурок вызывает движение и звон погремушек, то в качестве причины звона он воспринимает не столько шнурок, сколько свое действие со шнурком. Кроме того, успешность одной из причин может переноситься ребенком на другие действия, реально не связанные с этой причиной. Например, ребенок может пытаться вызвать нужные ему события, допустим приход мамы, вновь используя для этого шнурок, привязанный к погремушкам, или притянув к себе ковер, на котором раньше лежал нужный предмет, а сейчас его на ковре нет. Следовательно, здесь нет еще понимания специфичности связи событий, но причинное событие воспринимается слитно с собственной активностью субъекта, сопровождаясь чувством возможного влияния на все другие события. Пиаже называет эту первоначальную причинность *магически-феноменологической*. Она магична, так как субъект полагает, что первопричина всякой активности заключена в его действиях, и она феноменологична, поскольку все события ограничены только связями наблюдаемого. На стадиях 5—6 возникает децентрация причинности, когда ребенок начинает осо-

знавать, что не только его деятельность, но и активность других объектов (субъектов) способна выступать причиной различных процессов.

В развитии сенсомоторного схематизма Пиаже выделяет три основных этапа:

1. *Структуры ритмов*, наблюдаемые в общих спонтанных движениях организма сразу после рождения. Из этих ритмов возникает прогрессивная дифференциация рефлексов и формируются привычки.

2. *Регулирование* дифференцирует первоначальные ритмы согласно разным схемам. Регулирование — это активность с обратными связями, которая достигает полной или частичной обратимости за счет «ретроактивного эффекта развивающихся поправок»[1].

3. Возникновение *обратимости* с группой практических перемещений. В результате возникают разного рода инварианты групп. Группа перемещений тесно взаимодействует с развитием схемы постоянного объекта.

Но более поздних стадиях развития (от 2 до 15 лет) ритмические структуры более не появляются, в то время как переход от регулирований к обратимости в новых формах продолжает сопровождать все последующие процессы развития, выступая как своего рода закон генезиса структур интеллекта.

Хотя Пиаже уделял основное внимание развитию когнитивных способностей личности, до некоторой степени он касался и проблем развития аффективности. Например, наряду с генезисом сенсомоторных схем развивается и своя форма эмоциональной жизни ребенка. Пиаже полагал, что между когнитивными и аффективными сторонами личности существует параллелизм. Когнитивное относится к аффективному как структурное к энергетическому, и эти две стороны субъектной реальности всегда скоординированы между собой. Например, параллельно когнитивной децентрации при формировании конструкций реальности развивается и аффективная децентрация как разделение на Я и не-Я в эмоциональной жизни субъекта. На первых двух стадиях сенсомоторного развития ребенок испытывает эмоции в форме недуализма, не различая внешнюю к себе реальность. Процесс дифференциации первичных ритмов направляется также в сторону поиска приятного и избегания неприятного. Уже в это время ребенок улыбается, например, после сосания, реагируя на движущийся объект или узнавая нечто приятное. Люди воспринимаются им как особо активные и непредвиденные по своему поведению центры активности. На 3–4-й стадиях в мире ребенка возрастает число (+)объектов, он начинает испытывать волнение в присутствии посторонних, реагируя на странность и чуждость ситуаций, для него возрастает важность контакта с людьми и совершается постепенный переход от подражания к коммуникации, усиливается специфичность реакции именно на людей. На стадиях 5 и 6 возникает эмоциональная децентрация, вызываемая когнитивной децентрацией (что, по-видимому, соответствует смещению Ф-объекта с libido на родителей в теории Фрейда). Возникает «Другой» как один из источников эмоциональной жизни ребенка.

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 23.

§ 2. Развитие восприятия

По мнению Пиаже, мышление возникает не из перцепций (сенсорики), но из сенсомоторики. Но тем важнее очертить здесь роль перцепций.

В генезизе перцепций Пиаже выделяет две основные проблемы: 1) константность в восприятии и 2) перцептивная причинность.

В первой проблеме в свою очередь можно выделить проблемы константности величин и постоянства формы. *Константность величин* в процессе восприятия выражается в восприятии реальной величины объекта, расположенного на расстоянии, независимо от его видимого уменьшения. *Константность формы* проявляет себя как восприятие обычной формы объекта, независимо от его перспективного представления. Эти два вида константности появляются примерно во второй половине первого года жизни, совершенствуясь до 10—12 лет и далее. С 8—9 лет, наоборот, начинает возникать «сверхпостоянство» величин как переоценка высоты удаленных объектов.

Константность величин формируется к 6 месяцам, когда ребенок приобретает возможность выбирать большую из двух коробок, независимо от расстояния до нее. Пиаже полагает, что константность величин формируется после координации зрения и хватания (4—5 мес.). Хотя величина объекта разная для зрения, но она одна и та же при ощупывании предмета, так что хватание-ощупывание дает своего рода эталон неизменяемой величины зрительно меняющегося объекта.

В 7—8 месяцев ребенок разворачивает перевернутую бутылочку с молоком, если он видит соску, и не делает этого, если не видит, так что на этой стадии еще не вполне усвоена постоянная форма объекта. Ребенок может переходить к другим проекциям трехмерного объекта только от некоторых из его проекций. Это означает, что в его сознании еще нет подлинной трехмерности объекта, но существуют некоторые промежуточные инварианты (их можно было бы назвать «квазиобъектами»), связывающие между собой лишь некоторые (а не все) двумерные проекции 3D-объекта. К 9 месяцам ребенок начинает искать спрятанные объекты и всегда переворачивает бутылочку, что указывает на связь развития постоянного объекта и константности формы.

Здесь я хотел бы несколько подробнее остановиться на проективно-модальном представлении константности величин. Пусть объект величины S расположен от субъекта на расстоянии l. Обозначим его видимую величину для субъекта через s. Чем больше l, тем меньше s. Пусть даны два объекта величиной S_1 и S_2, расположенные от субъекта на расстоянии l_1 и l_2. Следовательно, видимые величины объектов будут s_1 и s_2. Вполне может оказаться, что отношение на величинах S_1 и S_2 не будет совпадать с отношением на видимых величинах s_1 и s_2, например $S_1 > S_2$, но $s_1 < s_2$, если 1-й объект удален на большее расстояние. В этом случае наличие константности величин проявится в правильном восстановлении величин объектов, т. е. от отношения $s_1 < s_2$ субъект все же перейдет к правильному отношению $S_1 > S_2$, в то время как при отсутствии такой способности он может сделать неверный перенос отношения с видимых величин на отношение реальных величин объектов, из отношения, например, $s_1 < s_2$ сделав вывод, что $S_1 < S_2$. Константность величины связана с появлением некоторого закона зависимости $F(S, s, l) = 0$, связывающего воедино реальную величину S, видимую величину s и расстояние до объекта l. Из неявной функции F можно выделять разные явные зависимости, например $S = f(s, l)$ — зависимость реальной величины от видимой величины и расстояния, $s = g(S, l)$ — зависимость видимой величины от реальной и расстояния, $l = h(S, s)$ — зависимость расстояния от реальной и видимой величины. Пусть dom(f), dom(g), dom(h) — области определения функций f, g, h соответственно. Реальная величина может рассматриваться как величина-модус, в то время как видимые величины — как величины-моды. В этом случае отображение $g(S, l)$ представляет собой проектор, в то время как функция $f(s, l)$ — сюръектор. Интересно, что расстояние l играет здесь роль одновременно и модели, и модуля.

В то же время стоит отметить, что реальная величина S объекта не есть величина того же плана, что видимые величины s. Существенная разница здесь связана с тем, что реальная величина не может быть увидена, это вообще конструкция не восприятия, но мышления, пускай даже и сенсомоторного. Для того чтобы выразить это различие, введем пары (s, x), где x — параметр, принимающий значения 0 и 1. Пара (s, 0) может расцениваться как видимая величина, пара (s, 1) — как реальная величина. В этом случае функции f и g могут быть обобщены до отображений f* и g*, где

$$(S, 1) = f^*((s, 0), l) = (f(s, l), 1),$$
$$(s, 0) = g^*((S, 1), l) = (g(S, l), 0).$$

Кроме того, расширим отображения f* и g* на случай тождественных отображений. Для этого введем некоторый элемент L, который будет играть роль тождественной модели и модуля:

$$(S, 1) = f^*((S, 1), L),$$
$$(s, 0) = f^*((s, 0), L),$$
$$(s, 0) = g^*((s, 0), L),$$
$$(S, 1) = g^*((S, 1), L).$$

Используя эти определения, предполагаем такой предикат Mod:

$$\begin{gathered}\mathrm{Mod}((s, x), (S, y), l, g^*, l^*, f^*, \mathrm{const}) \equiv ((s, x) = g^*((S, y), l) \wedge (S, y) = \\ = f^*((s, x), l^*) \wedge (x = 0) \wedge (y = 1) \wedge (l = l^*) \wedge \rceil(l = L) \wedge (s \in \mathrm{dom}(f)) \wedge \\ \wedge (S \in \mathrm{dom}(g))) \vee ((s, x) = g^*((S, y), l) \wedge (S, y) = f^*((s, x), l^*) \wedge \\ \wedge [((x = y = 0) \wedge (s \in \mathrm{dom}(f))) \vee ((x = y = 1) \wedge (S \in \mathrm{dom}(g)))] \wedge \\ \wedge (s = S) \wedge (l = l^* = L)),\end{gathered}$$

где g* и f* — конкретные отображения, в связи с чем получаем случай 5g*f*const-Онтологии с фиксированным проектором и сюръектором.

В этой Онтологии, например, получим:

$$\mathrm{Mod}^{1467}((s, x), g^*, f^*, \mathrm{const}) \equiv (s \in \mathrm{dom}(f) \wedge x = 0) \vee$$
$$\vee\ (s \in \mathrm{dom}(g) \wedge x = 1).$$

Используя средства 5g*f*const-Онтологии, можно выразить константность величины как способность субъекта в первую очередь переходить от видимых величин $(s, 0)$ к стоящим за ними реальным величинам $(S, 1)$, где $(S, 1) = f^*((s, 0), l) = (f(s, l), 1)$. Для двух видимых величин $(s_1, 0)$ и $(s_2, 0)$ отношение константности можно выразить отношением:

$$\exists l_1 \exists l_2 [f^*((s_1, 0), l_1) = f^*((s_2, 0), l_2)],$$

т. е. существованием одной реальной величины, стоящей за двумя видимыми величинами.

Отмечая стадии развития перцептивных констант, Пиаже выделяет такие зрительные феномены, как «эффект экрана» и «эффект тоннеля». «Эффект экрана» выражается в опознании нахождения объекта A за объектом B в случае, когда A скрыт лишь частично. В этом случае ребенок приобретает способность восстановить целое по видимой части. «Эффект тоннеля» выражается в ожидании выхода скрывшегося за объектом B («тоннелем») объекта A с другой стороны объекта B. Опыт показывает, что «эффект тоннеля» формируется после возникновения схемы постоянного объекта, в то время как в 5—6 месяцев ребенок следит за объектом только в интервалах его видимости, и если объект исчезает за препятствием, начинает искать его на предшествующих участках видимости.

Пытаясь подчеркнуть происхождение восприятия из сенсомоторики, Пиаже уделяет специальное внимание проблеме так называемой *перцептивной причинности* — перцептивным феноменам, которые интерпретируются субъектом как знаки сенсомоторных активностей. Здесь Пиаже выделяет несколько случаев:

1. Малый квадрат A движется, касается большого квадрата B, после чего B начинает двигаться, в то время как A останавливается. В этом случае возникает зрительное впечатление полной передачи движения от A к B. Если же, например, B начинает двигаться не сразу после касания, то движение B кажется независимым от A.
2. После касания A продолжает движение вслед за B. В этом случае возникает впечатление увлечения A движением B.
3. Если после касания скорость B больше скорости A, возникает впечатление активации B от A.

Пиаже объясняет все эти впечатления производностью перцепций от предшествующей «тактильно-кинестетической перцептивной причинности». Схему причинности ребенок осваивает лет до 7, только после чего возможно впечатление передачи движения, когда между фигурами A и B остается зазор в 2—3 мм. Магически-феноменологическая причинность, формируясь раньше перцептивной причинности, оказывается независимой от последней.

§ 3. Теория восприятия Пиаже

Пиаже выделяет два вида зрительных феноментов: 1) *эффекты поля* — эффекты восприятия, возникающие при небольшом времени восприятия, когда число движений взгляда невелико, и все образы возникают в «одном поле центрации», 2) *перцептивная деятельность*, когда есть значительное перемещение взгляда в ощутимом времени, например, при осматривании нового пространства, сравнении образов объектов во времени, исследовании объекта, переносе свойств с одного объекта на другой и т. д.

Эффектам поля свойственны разного рода иллюзии. Развитие перцептивной деятельности как компенсирует эти иллюзии (например, в 9—10 лет ребенок начинает принимать во внимание отношение объектов, выделенные направления, тщательнее исследует предметы, учится строить прогнозы), так и порождает свои собственные иллюзии (например, иллюзию веса, когда коробка меньшего размера и того же веса кажется более тяжелой. Эта иллюзия сильнее в 10—15 лет, чем в 5—6 лет).

Эффекты поля качественно одинаковы в любом возрасте. На структуру быстрого образа в этом случае влияют различные факторы, например частота остановки взгляда на данной области, близость к центру поля зрения, частота «встреч» между разными частями объекта (см. ниже).

Приведем некоторые примеры зрительных иллюзий. При восприятии прямоугольника (без диагоналей) преувеличиваются большие стороны и преуменьшаются меньшие, причем чем короче меньшие стороны, тем сильнее иллюзия. Еще один пример зрительной иллюзии — иллюзия концентрических кругов (Дельбефа), когда малый круг радиуса r переоценивается, большой с радиусом R — недооценивается. Максимум этой иллюзии достигается при соотношении $r/R = {}^{3}/_{4}$. Если же выполнено соотношение $2r < (R - r)$, то иллюзия «переворачивается», так что начинает недооцениваться малый круг и переоцениваться большой круг. Интенсивность этой иллюзии с возрастом уменьшается (у взрослого вдвое или даже втрое по сравнению с ребенком 5 лет), хотя максимум иллюзии продолжает достигаться при том же соотношении. Эта иллюзия встречается даже у рыб семейства гальяновых.

Для более глубокого понимания теории восприятия Пиаже обратимся к работе Дж. Флейвелла «Генетическая психология Жана Пиаже».

Описывая теорию восприятия Пиаже, Флейвелл пишет: «Перцептивный акт <...> включает, как предполагается, ряд встреч (rencontres) некоторых элементов зрительной системы с некоторыми элементами раздражителя <...> Пиаже полагает, что отдельная встреча должна быть чем-то вроде мельчайшего движения глаза, пересекающего (и потому встречающего) некоторую точку на линии раздражителя... В модели предполагается, что в течение исходного микроинтервала встреча произойдет не со всеми возможными элементами линии, а только с частью их. Перцептивный аппарат производит как бы случайную выборку из общего числа элементов <...> элементы, выбранные в течение первого интервала, в некотором смысле уже "использованы" — они не входят больше в совокупность доступных для встречи элементов. Кроме того, вводится второе предположение насчет того, что процент элементов второй выборки по отношению к остаточному числу элементов тот же, что в первом случае <...> Предположим, например, что линия содержит 100 элементов, с которыми может встретиться глаз, и что исходная скорость (величина пропорции элементов, подвергающихся каждый раз выборке) равняется 0.5. Тогда в первом микроинтервале произойдет выборка 50 элементов (0,5 × 100), а 50 останется. Во втором интервале выборка коснется 25 элементов из 50 оставшихся (0,5 × 50); в остатке имеем 25; в третьем микроинтервале выбирается 12,5 (0,5 × 25) элементов, в четвертом — 6,25 (0,5 × 12,5) и т. д.»[1] Длина линии пропорциональна числу встреч. Такая зависимость получила название *первой элементарной ошибки*. «Описывая *вторую элементарную ошибку* (терминология Пиаже) <...> предположим, что зрительный раздражитель состоит из двух параллельных линий А и В, причем А длиннее В <...> при сравнении двух линий разной длины происходит переоценка более длинной из них и вследствие этого — различия между ними... Пиаже распространяет свою модель на объяснение и этого второго вида ошибок, вводя в нее понятие сопряжения (couplage) между элементами одной линии, с которыми состоялась встреча, и такими же элементами второй линии <...> Далее Пиаже вводит различие между полным и неполным сопряжением <...> полное сопряжение подразумевает, что каждый пункт одной линии связывается (благодаря движению взгляда или перемещению) с каждым элементом второй линии, и наоборот. Так, если на одной линии встрече подлежат 100 точек, на второй — 50, то для достижения полного сопряжения понадобится совершить 5000 сопряжений. Если выполненные сопряжения оказываются меньше этой максимальной суммы, сопряжение остается соответственно неполным <...> полное сопряжение выступает как *корректив* к перцептивному искажению раздражителя: восприятие отношения двух линий друг к другу будет тем ближе к истинному, чем ближе к завершению подходит сопряжение <...> Итак, модель устанавливает два функциональных отношения. Во-первых, для данной пары линий *абсолютная* воспринимаемая длина каждой линии будет тем больше, чем больше встреч было совершено с ее элементами. Во-вторых, при той же паре линий точность восприятия их *относительной* длины будет возрастать пропорционально приближению к полному сопряжению встреч, состоявшихся с элементами каждой линии (независимо от их точного числа) <...> Пиаже утверждает, что *неполнота сопряжения должна вызывать увеличение относительной субъективной длины более длинной линии, приводя таким образом к появлению второй элементарной ошибки* <...> Пиаже считает, что, несмотря на наличие между встречами и сопряжениями очевидной связи, функция, которую они выполняют по отношению к перцептивному поведению, по существу противоположна. Встреча — это агент *центрации*; осуществление встреч в ходе цент-

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 300—301.

рации на раздражителе ведет к перцептивной переоценке (искажению) этого раздражителя по сравнению с соседним раздражителем, не ставшим объектом центрации. В отличие от этого сопряжение рассматривается как агент *децентрации*, причем координация центраций усиливает объективность восприятия» [1].

Представленная выше модель восприятия может быть вкратце резюмирована в следующем виде. Чувственные образы состоят из простейших элементов (эти элементы можно было бы назвать, например, *сенсонами*). Полнота определения чувственного образа складывается из двух моментов: 1) набирания полного числа сенсонов — это момент *самобытия* в задании определенности, 2) набирания полноты взаимоопределения сенсонов одного образа относительно сенсонов других образов — это момент *инобытия* в процессе определения образа. Все эти конструкции хорошо согласуются с идеями Проективно Модальной Онтологии.

Рассмотрим для простоты два чувственных образа A и B, где A состоит из трех сенсонов A_1, A_2, A_3, а образ B — из двух сенсонов B_1 и B_2. Каждый из сенсонов может быть представлен как атомарный модус в некоторой sens-Онтологии с предикатом Mod(..., sens), т. е. верно $At(A_i, sens)$ и $At(B_j, sens)$, где $i = 1, 2, 3$, $j = 1, 2$. Чувственные образы A и B могут быть представлены как sens-модусы, включающие в себя соответствующие сенсоны как свои sens-моды. Например, $A =^{sens} \Sigma^{sens}\{A_1, A_2, A_3\}$ и $B =^{sens} \Sigma^{sens}\{B_1, B_2\}$ — образы можно представить как sens-суммы на соответствующих сенсонах. Опишем с этой точки зрения процесс восприятия, согласно теории Пиаже.

При восприятии одновременно идут оба процесса — процесс увеличения числа сенсонов и относительных определений сенсонов. Пусть пропорция восприятия по-прежнему равна 0,5. Тогда из трех сенсонов образа A будут восприняты 1,5 сенсона, что можно округлить до двух, а из двух сенсонов B будет воспринят 1 сенсон. Обозначим эти сенсоны, с которыми произошла встреча в первый микроинтервал времени, через индекс «1»: A^1_{i1} и B^1_{j1}, где $i_1 = 1, 2$, $j_1 = 1$. В этом случае образ A будет дан как $A^1 =^{sens} \Sigma^{sens}\{A^1_1, A^1_2\}$, образ B — как $B^1 =^{sens} \Sigma^{sens}\{B^1_1\}$, т. е. как sens-суммы только тех сенсонов, с которыми произошла встреча. Кроме того, эффект центрации этих промежуточных образов можно выразить введением таких sens-моделей, которые максимизируют текущие образы. Например, на 1-м этапе введем A-модель a_1 и B-модель b_1, в которых модусы A^1 и B^1 являются максимальными модами модусов A и B соответственно:

$$Mod^{1237}(A^1, A, a_1, sens) \wedge \forall x(Mod^{137}(x, a_1, sens) \supset Mod^{127}(x, A^1, sens)),$$
$$Mod^{1237}(B^1, B, b_1, sens) \wedge \forall y(Mod^{137}(y, b_1, sens) \supset Mod^{127}(y, B^1, sens)).$$

В первом микроинтервале времени субъект находится в рамках определений моделей a_1 и b_1, что приводит к сведению образов A, B к их модам A^1, B^1 соответственно, и тотализации (центрации) этих мод. Кроме того, можно предположить, что модели a_1 и b_1 — это одновременно тождественные модели (модельные единицы) для модусов A^1 и B^1 соответственно:

[1] Там же. С. 303—305.

$$Mod^{1237}(A^1, A^1, a_1, sens),$$
$$Mod^{1237}(B^1, B^1, b_1, sens).$$

Условие максимальности мод в модели можно одновременно выразить как L-статус сосоответствующих модусов. Но модусы A и B находятся в несобственном L-статусе, в то время как модусы A^1 и B^1 — в собственном L-статусе в моделях a_1 и b_1 соответственно. Так более строго можно выразить идею центрации.

Во второй микроинтервал времени из оставшегося одного сенсона каждого образа воспринимается 0,5, что можно округлить до 1 сенсона, т. е. набирается полнота чувственных образов A и B в рамках некоторых моделей a_2 и b_2:

$$Mod^{1237}(A, A, a_2, sens) \wedge \forall x(Mod^{137}(x, a_2, sens) \supset Mod^{127}(x, A, sens)),$$
$$Mod^{1237}(B, B, b_2, sens) \wedge \forall y(Mod^{137}(y, b_2, sens) \supset Mod^{127}(y, B, sens)).$$

Переход к этим моделям одновременно сохраняет прежние образы A^1 и B^1, т. е. верно

$$Mod^{1237}(A^1, A^1, a_2, sens),$$
$$Mod^{1237}(B^1, B^1, b_2, sens),$$

но теперь уже A^1 и B^1 оказываются частичными образами в составе более полных образов A и B при нахождении субъекта в рамках моделей a_2 и b_2. Это можно выразить также как утверждения о нахождении модусов A^1 и B^1 в M-статусе в моделях a_2 и b_2 соответственно. Так более строго выражается механизм децентрации (как переход от L-статуса к M-статусу) старых образов объекта в составе новых, более полных, образов.

Теперь обратимся к выражению процесса роста относительной определенности. По-прежнему рассмотрим первый микроинтервал времени, в течение которого встречи происходят с сенсонами A^1_{i1} и B^1_{j1}, где $i_1 = 1, 2$, $j_1 = 1$. Во-первых, каждый сенсон может выступать как модель для самого себя:

$$Mod^{237}(A^1_{i1}, A^1_{i1}, sens),$$
$$Mod^{237}(B^1_{j1}, B^1_{j1}, sens).$$

В этом случае образуются рефлексивные моды $A^1_{i1}{\downarrow}A^1_{i1}$ и $B^1_{j1}{\downarrow}B^1_{j1}$ (здесь $\downarrow$ — некоторый sens-проектор), выражающие моменты независимой определенности сенсонов.

Во-вторых, возникают трансфлексивные моды $A^1_{i1}{\downarrow}B^1_{j1}$ и $B^1_{j1}{\downarrow}A^1_{i1}$, которые выводимы из условий

$$Mod^{237}(A^1_{i1}, B^1_{j1}, sens),$$
$$Mod^{237}(B^1_{j1}, A^1_{i1}, sens).$$

Эти моды выражают моменты зависимой определенности. Пара мод $\{A^1_{i1}{\downarrow}B^1_{j1}, B^1_{j1}{\downarrow}A^1_{i1}\}$ является экстенсионалом некоторой целостности взаимоопределения сенсонов A^1_{i1} и B^1_{j1}, которую Пиаже называет «сопряжением». Выражая условие того, что моды $A^1_{i1}{\downarrow}B^1_{j1}$ и $B^1_{j1}{\downarrow}A^1_{i1}$ всегда идут только парами, можно принять аксиому

$$\mathrm{Mod}^{237}(A^1_{i1}, B^1_{j1}, \mathrm{sens}) \equiv \mathrm{Mod}^{237}(B^1_{j1}, A^1_{i1}, \mathrm{sens}).$$

До сопряжения в момент, когда с сенсоном возникает встреча, можно предположить ситуацию относительной центрации сенсона. Следовательно, до сопряжения с каждым встреченным сенсоном можно связать некоторую модель, в рамках которой этот сенсон дан в собственном L-статусе. При образовании сопряжения, выражаемого модами $A^1_{i1}{\downarrow}B^1_{j1}$ и $B^1_{j1}{\downarrow}A^1_{i1}$, по-видимому, каждый модус A^1_{i1} и B^1_{j1} погружается в более обширную целостность, что можно выразить введением специальной модели, в рамках которой модусы A^1_{i1} и B^1_{j1} определяются в M-статусе. Так сопряжение оказывается условием децентрации сенсонов.

Обозначим множество трансфлексивных мод модуса A^1_{i1}, образуемых в 1-й микроинтервал времени на B-сенсонах, через $\mathrm{ino}_B(A^1_{i1})$. Множество трансфлексивных мод модуса B^1_{j1} на A-сенсонах — через $\mathrm{ino}_A(B^1_{j1})$. Тогда каждый сенсон может быть представлен как сумма своих мод само- и иноопределения, возникающих за счет процессов сопряжения:

$$A^1_{i1} =^{\mathrm{sens}} (A^1_{i1}{\downarrow}A^1_{i1}) \oplus^{\mathrm{sens}} \Sigma^{\mathrm{sens}}\mathrm{ino}_B(A^1_{i1}),$$
$$B^1_{j1} =^{\mathrm{sens}} (B^1_{j1}{\downarrow}B^1_{j1}) \oplus^{\mathrm{sens}} \Sigma^{\mathrm{sens}}\mathrm{ino}_A(B^1_{j1}).$$

На втором микроинтервале времени все конструкции роста относительной определенности аналогичны.

Итак, развитие выражается в данном случае в росте определенности чувственного образа, включающего в себя как экстенсивный рост числа сенсонов, с которыми произошла встреча, так и интенсивный рост каждого сенсона за счет трансфлексивных мод в процессах сопряжения.

Пиаже предлагает простой, в своей основе вероятностный механизм для объяснения эффектов поля, которые все могут быть сведены к эффектам центрации, — элементы, на которых останавливается взгляд, переоцениваются, элементы на периферии поля зрения недооцениваются. Опираясь на эти идеи, Пиаже выводит формулу величины деформации (P) в иллюзии при сравнении двух длин (большей L_1 и меньшей L_2):

$$P = \frac{(L_1 - L_2)L_2}{S} \cdot \frac{L_1}{L_{max}},$$

где L_{max} — самая большая длина фигуры, S — площадь или набор возможных соединений [1]. Основную роль здесь играет величина $(L_1 - L_2)L_2/S$, выражающая относительную меру «неполных сопряжений», определяющую величину иллюзии [2]. Такая мера равна относительной площади, поскольку сопряжения возникают как результат декартовых произведений сенсонов, что в непрерывном пределе приводит к понятию площади. Площадь S делится Пиаже как бы на две

---

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 43, примеч.

[2] *Пиаже Ж.* Генезис восприятия // Экспериментальная психология. М.: Прогресс, 1978. С. 31—32.

части: 1) $(L_1 - L_2)L_2$ — произведение меньшего элемента L_2 на разницу большего и меньшего элементов $(L_1 - L_2)$. Именно такая площадь выражает величину «неполных сопряжений» (или «сопряжений различия», как называет их Пиаже), т. е. тех сопряжений, которые не происходят, в связи с различием сравниваемых элементов, 2) оставшаяся площадь L_2^2 выражает, наоборот, «сопряжения сходства», т. е. меру тех сопряжений, которые происходят в силу сходства элементов.

В области исследований перцептивной деятельности Пиаже выясняет, что поведение детей определяется тем, что они ожидают увидеть, начиная с ошибочных центраций, в то время как взрослые смотрят внимательнее, и их стратегия зрительного исследования оптимизирована в направлении получения максимума информации при минимальных потерях для распределения точек центрации. Восприятие детей до 7 лет характеризуется как синкретизм (Клапаред), когда субъект выделяет в сложной конфигурации только общее впечатление без анализа частей и синтеза их отношений. Например, в рисунке, где одновременно изображены лицо человека и ножницы, взрослые каждый образ воспринимают несовместимо с другим, в то время как дети воспринимают оба образа сразу — «это человек, а ножницы ему бросили в лицо» [1].

Здесь, кстати говоря, возникает интересная проблема. Мы видим, что одним из признаков развития сознания может быть процесс появления или возрастания несовместимости, когда, например, только у взрослых возникает несовместимость двух пространственных образов, претендующих на занятие одного места в пространстве. Как такое может быть? Как рост несовместимости может быть признаком развития? Ведь развитие кажется процессом возрастания интеграции и совмещения ранее несовместимого. Эту проблему можно было бы назвать «парадоксом развивающей несовместимости».

Решение этой проблемы можно было бы поискать в следующем предположении. Рост определенности выражается в появлении относительных определений. Пусть, например, даны зеленый цвет (З), красный цвет (К) и сферическая форма (Ф). У ребенка, который еще не знает, в каких отношениях даны эти качества в реальном мире, существует первичное синкретическое их состояние. Оно может быть выражено как недифференцированное состояние качеств, которое предполагает любую возможность отношений. Такое состояние можно называть *первым самобытием* качеств, обозначая его, например, $К_0$ для качества К. Затем качества дифференцируются относительно друг друга, образуя все возможные моды взаимного определения в рамках *первой дифференцированной полноты бытия* $К_1$ для качества К. Например, красный цвет $К_1$ образует моды $К_1{\downarrow_в}(З_1' \otimes^\alpha Ф_1')$, $К_1{\downarrow_в}(З_1 \otimes^\alpha Ф_1')$, $К_1{\downarrow_в}(З_1' \otimes^\alpha Ф_1)$, $К_1{\downarrow_в}(З_1 \otimes^\alpha Ф_1)$, где $\downarrow_в$ — операция умножения модусов $\otimes^\alpha$ как булев проектор в некоторой α-Онтологии, X' — внешность модуса X. Моду $К_1{\downarrow_в}(З_1' \otimes^\alpha Ф_1')$ можно было бы назвать *вторым самобытием* качества К. Эти моды добавляются к моде первого самобытия, уве-

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 45, примеч.

личивая полноту бытия модуса К. До дифференциации качество К совпадает с $К_0$. После дифференциации

$$К =^{\alpha} \Sigma^{\alpha}\{К_0, К_1{\downarrow}_В(З_1' \otimes^{\alpha} Ф_1'), К_1{\downarrow}_В(З_1 \otimes^{\alpha} Ф_1'), К_1{\downarrow}_В(З_1' \otimes^{\alpha} Ф_1), К_1{\downarrow}_В(З_1 \otimes^{\alpha} Ф_1)\},$$

т. е. полнота определения качества значительно возрастает.

Подобная дифференциация происходит и с другими качествами З и Ф. В этой среде совершившейся дифференциации, которая характерна уже для взрослого сознания, начинает действовать принцип реальности, отбирающий на основе опыта жизни в конкретной онтологии характерные для нее моды качеств. В нашем примере с качествами К, З и Ф возможна совместимость цвета и формы, но невозможна совместимость двух разных цветов на одной форме. Следовательно, из всех мод красного цвета отбирается только мода $К_1{\downarrow}_В(З_1' \otimes^{\alpha} Ф_1)$. Для аналогичных мод зеленого цвета З будет отобрана мода $З_1{\downarrow}_В(К_1' \otimes^{\alpha} Ф_1)$, для мод формы Ф — две моды $Ф_1{\downarrow}_В(К_1' \otimes^{\alpha} З_1)$ и $Ф_1{\downarrow}_В(К_1 \otimes^{\alpha} З_1')$. Две цветовые моды $К_1{\downarrow}_В(З_1' \otimes^{\alpha} Ф_1)$ и $З_1{\downarrow}_В(К_1' \otimes^{\alpha} Ф_1)$ окажутся несовместимыми друг с другом, но совместимыми с формой. Здесь несовместимость окажется следствием более полной дифференцированной структуры определенности. В том случае, когда несовместимость манифестирует собою состояние именно дифференцированной структуры определенности, такая несовместимость может рассматриваться как выражение более развитого состояния сознания. Так может быть разрешен парадокс развивающей несовместимости.

Понятия и представления о перспективах появляются у детей только к 7 годам, когда впервые возникает понимание изменений величины или формы объекта в зависимости от точки зрения. Наоборот, взрослому сложно воспринять проективные величины. Его восприятие уже настолько осваивает способность видеть нечто большее за проекциями, что взрослый вполне уверен, словно он непосредственно воспринимает трехмерные тела и пространства. Развитое восприятие мгновенно достраивает модусы на модах, порождая уверенность в восприятии самих модусов.

В целом Пиаже рассматривает восприятие как некоторую специфическую активность субъекта, хотя и влияющую на развитие мышления, но качественно от него отличную. В оправдание такого дуализма Пиаже приводит следующие аргументы: 1) перцептивные структуры в основном необратимы и в их основе лежат вероятностные механизмы, в то время как мыслительные операции обратимы, 2) перцептивные структуры обычно несут в себе неаддитивное сложение в разного рода чувственных «гештальтах», в то время как интеллектуальные операции строго аддитивны.

§ 4. Семиотическая функция

Период от 1,5—2 до 6—7 лет — это время формирования так называемой *семиотической функции*, т. е. возможности представлять нечто посредством «дифференцированного означающего» (знака). Знак рождается из более раннего «не-дифференцированного означающего», которое представляет собою некоторый аспект объекта или ситуации, указывающий на этот объект или ситуацию (например, белизна молока — указатель на молоко; или дверь, через которую в комнату заходит мама, — указатель на маму). Если вспоминать конструкции Онтологии Имени, в которой фигурирует Nom-предикат, то «недифференцированное означающее» у Пиаже можно, по-видимому, сопоставить с содержанием имени, в то время как само имя — это «дифференцированное означающее». Таким образом, развитие семиотической функции идет от $\mathrm{Nom}^{239}(b, c, \beta)$ к $\mathrm{Nom}^{1239}(a, b, c, \beta)$ — от содержания имени к самому имени для одного объекта (денотата) c.

На втором году жизни у ребенка появляется комплекс действий, заключающихся в способности воспоминания об отсутствующем. Пиаже выделяет 5 видов-стадий таких действий:

1. *Отсроченная имитация* — способность сымитировать оригинал в его отсутствие, например голос или поведение человека. На этой стадии начинается дифференцирование означающего.

2. *Символическая игра*, например, возможность притвориться спящим, выражает способность образования четких представлений в сознании.

3. *Рисунок* — как посредник между игрой и способностью формировать ментальные образы. Возникает с 2—2,5 лет.

4. *Ментальный образ* — усвоенная и погруженная внутрь имитация.

5. *Речь* — результат представления, опирающегося на дифференцированное означающее, составленное знаками языка.

Имитация — переходное состояние между сенсомоторным уровнем и уровнем образов действия по представлению. Пиаже выделяет следующие этапы развития имитации: 1) подражание (эхопраксия) как ассимиляция новых действий с собственными схемами и, расширение последних, 2) воспроизведение подражаний из интереса к самому воспроизведению, 3) копирование новых жестов в видимых областях собственного тела, 4) развитие подражаний, связанных с лицом (здесь осуществляется координация визуальных (лица других) и тактильно-кинестетических (свое лицо) ощущений), 5) обобщение имитаций чужого тела на своем теле (сенсомоторный инструмент построения образа «я» и «не-я»).

В итоге имитация отрывается от оригинала-действия, формируя промежуточную способность представления-в-действии, а затем погружается внутрь (интериоризируется), образуя настоящее представление, которое оказывается уже независимым от любого действия.

Касаясь природы детской игры, Пиаже придерживается той теории, что потребность в игре возникает у ребенка, поскольку он не может удовлетворить себя ни в мире общества, ни в мире природы. Ему нужна специальная сфера жизни, которой и оказывается мир игры. Игра выражает преобладание ассимиляции не-я к я, в то время как в имитации преобладает аккомодация я к не-я, а мышление — это равновесие ассимиляции и аккомодации.

Пиаже выделяет следующие виды игры: 1) «игра упражнения» — повторение ради удовольствия усвоенного действия, 2) символическая игра, достигающая максимального развития между 2—3 и 5—6 годами, 3) игры с правилами (в прятки, классики и т. д.), 4) игры-построения, в которых стремятся к построению настоящих взрослых адаптаций (например, конструктор). Функция ассимиляции с я выражается, по мнению Пиаже, в отождествлении себя с новыми объектами, в решении конфликтов в игре, в реализации желаемого («принципа удовольствия», по Фрейду). Игра — деятельность по построению символов с целью выразить свой невербальный опыт. Пиаже отмечает сходство символизма игры и сна.

Касаясь функций рисунка, Пиаже отмечает следующие его стадии развития: 1) рисунок как «игра упражнения», разного рода каракули (2—2,5 года); 2) период узнавания форм в каракулях и попытки их воспроизвести. Здесь Пиаже выделяет фазу так называемого «упущенного реализма», когда элементы целого располагаются ребенком рядом, а не вместе. Например, шапка рисуется над головой. К этому же времени относятся рисунки людей на стадии «головастиков», когда человек рисуется без тела, так что руки и ноги отходят сразу от головы; 3) период «интеллектуального реализма», когда в рисунке отсутствует перспектива, присутствует «прозрачность» (например, у человека, сидящего на лошади, видны обе ноги, или изображается картошка, которую человек съел на обед), соединяются сразу несколько точек зрения (например, лошадь изображена сбоку, телега — сверху, колеса — опять сбоку), на одном рисунке изображаются ситуации из разных времен; 4) период «визуального реализма» (8—9 лет), когда начинают изображаться проекции (исчезает «прозрачность», уменьшаются размеры с расстоянием), учитывается относительное расположение предметов (возникает идея координат) и метрические пропорции. Резюмируя, Пиаже отмечает, что развитие рисунка соответствует развитию пространственных представлений у ребенка от стадии топологии, через период проективной геометрии (7—8 лет), до стадии евклидовой геометрии. Таким образом, развитие идеи пространства выражается здесь в движении ко все более богатым структурам.

Согласно Пиаже, ментальные образы возникают достаточно поздно, что было бы непонятно, если бы они происходили просто из перцепций. Под ментальным образом Пиаже имеет в виду иконический знак, т. е. знак, имеющий пространственное сходство с оригиналом. Пиаже полагает, что ментальный образ — результат усвоенной имитации, в связи с чем он только и может сформироваться после развития имитации. Можно выделять два типа образов — воспроизводящие (образы-воспоминания) и предвосхищающие образы. На дооперациональном уровне развития интеллекта образы статичны и вся трансформация может быть осуществлена только на уровне конкретных операций. Среди ментальных образов можно также выделять: 1) образы-копии, которые воспроизводят воспринимаемый объект (интересно, например, что при графическом воспроизведении длины объекта он уменьшается, в то время как при показе длины руками уменьшения нет), 2) кинетические образы и трансформации. Эти образы возникают позднее статических образов — дети, например, затрудняются с графическим воспроизведением промежуточных стадий движения фигур (перемещений, поворотов), хотя в конкретных операциях могут их воспроизводить.

Один ментальный образ недостаточен для осуществления операций, так как образ на этой стадии остается еще во многом статичным и разрывным. Доказательством этого являются примеры неверных предсказаний детей об изменении уровня жидкости при ее переливании в сосуды разной ширины и высоты. Дети до 5—7 лет полагают, что уровень жидкости в сосуде останется тем же, даже если ее перелить в более узкий и высокий сосуд. Таким образом, на этой стадии еще нет «консервации», т. е. идеи сохранения объема. Рассмотрим эту ситуацию несколько подробнее.

Пиаже описывает, например, такой случай несохранения объема у детей до 5—7 лет. Один и тот же объем жидкости V находится в двух стаканах с разной высотой и шириной — в высоком и узком стакане и в низком и широком стакане. У ребенка спрашивают, где жидкости больше. Ребенок, например, отвечает, что больше в высоком и узком стакане, связывая количество жидкости с высотой. Отсюда следует, что если перелить жидкости из двух стаканов в стаканы одинаковой высоты и ширины, то воды из высокого стакана должно оказаться больше. Воду переливают, и оказывается, что в обоих стаканах получается одинаковый уровень жидкости. Ребенок в недоумении.

Попробуем смоделировать эту ситуацию средствами Проективно Модальной Онтологии. Пусть V — объем жидкости, H — высота жидкости в стакане, S — площадь основания стакана (считаем, что стаканы цилиндрические). У взрослого возникает представление об объеме как произведении высоты и площади $V = HS$. Ребенок же отождествляет объем только с одним из параметров, например с высотой H. Такое представление объема не вполне неверно, но скорее выражает собою частный случай представления взрослого об объеме при фиксированной площади основания. Зафиксировав некоторую площадь S_0, получим более частное представление объема $V^0_H = S_0H$, зависящее только от высоты H. «...На дооперациональном уровне ребенок склонен принять внешнюю видимость вещей за единственную и конечную реальную действительность. Он сосредоточивает внимание на конечном состоянии <...> оказывается под влиянием либо высоты, либо ширины столба жидкости и в соответствии с этим совершает ошибку»[1]. Остается построить Проективно Модальную Онтологию, в которой представление объема V^0_H можно было бы выразить как моду «взрослого» объема V. При построении такой Онтологии можно использовать порядок $A \leq_{var} B$ — «формула A var-меньше или равна формуле B», который рассматривался выше в параграфе об онтологиях логического вывода. Поскольку $S_0 <_{var} S$ — «частное значение S_0 var-меньше переменной S», то $(V^0_H = S_0H) <_{var} (V = SH)$ — «формула $(V^0_H = S_0H)$ var-меньше формулы $(V = SH)$». Порядок $\leq_{var}$ представляет собою

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 224.

модальный порядок в рамках Онтологии, которая выше обозначалась как 3func-Онтология. Следовательно, мы могли бы записать, что $Mod^{127}((V^0_H = S_0H), (V = SH), 3func)$ — «формула $(V^0_H = S_0H)$ есть 3func-мода формулы $(V = SH)$», т. е. детское представление об объеме жидкости оказывается одной из мод представления взрослого. Следовательно, ребенок не просто ошибается, но использует слишком частное представления объема, для которого легко обнаружить контрпример (сохранение объема V при изменении ^0_H-объема V^0_H). Развитие представлений о сохранении объема выступает как действие сюръектора, т. е. как движение от моды к модусу в рамках 3func-Онтологии.

Формирование ментальных образов связано в том числе с функцией памяти. Пиаже выделяет два вида памяти: память-узнавание, когда опознается присутствующий в восприятии объект, и память воспоминания, когда в сознании воспроизводится образ отсутствующего оригинала. Первая форма памяти возникает очень рано и явно связана с сенсомоторикой. Наоборот, вторая форма памяти не наблюдается вплоть до появления ментального образа и речи. Пиаже доказывает, что вторая память связана с действиями и операциями (например, запоминается лучше то, что пропущено через деятельность). В любом случае память так или иначе оказывается образным аспектом развития сенсомоторных схем деятельности.

Наиболее развитая форма символической функции проявляется в речи. Речь проходит следующие стадии развития: 1) стадия спонтанного лепета (6—10 мес.); 2) стадия дифференциации фонем через имитацию (11—12 мес.); 3) стадия «слов-фраз», когда отдельные слова используются в качестве целых фраз, выражающих желание, эмоции или констатации; 4) стадия малых фраз без спряжений и склонений с последующим усвоением грамматических структур.

Пиаже выделяет три основные отличия сенсомоторных и вербальных действий: 1) вербальные действия могут опережать ход событий; 2) сенсомоторные адаптации гораздо более ограничены в пространстве и действии; 3) вербально можно передать пространственно несовместимые представления. Речь особенно стимулирует развитие семиотической функции, так как речь уже создана коллективно развитой.

Дети, у которых есть консервации (инварианты), используют при описании сравнения (вида $A < B$ — «A меньше B»), в то время как дети, у которых еще не выработаны консервации, используют в описании свойства (как одноместные предикаты). У детей с консервациями также присутствует своего рода многомерность в рассуждениях, выражающаяся в возможности рассматривать объекты с точки зрения нескольких отношений. Отсюда Пиаже делает вывод, что развитость речи отражает развитость операций, и следовательно, логика структурирует речь, а не наоборот. В свою очередь корни логики лежат не в языке, а в общей координации действий, в том числе вербальных форм поведения. С возникновением семиотической функции начинается развитие мышления.

§ 5. Конкретные операции

С формированием семиотической функции к 6—7 годам казалось бы все готово для возникновения формальных операций мышления. Остается лишь погрузить деятельностные схемы «внутрь». Но здесь возникает длительный период задержки от 6—7 до 7—8 лет, который Пиаже называет *предоперационным периодом*. Такую задержку Пиаже объясняет необходимостью решения трех основных задач на этой стадии: 1) нужно восстановить на новом плане представления то, что уже усвоено в плане действия; 2) небходима децентрация на уровне представления. Например, умея развличать правое и левое относительно своего тела, ребенок может еще долго затрудняться в представлении того, что его правое может быть левым для другого человека; 3) с возникновением общения мир представления усложняется, включая в себя наряду с объектами и субъекты. Развитие операций оказывается связанным не только с физическими, но и с эмоциональными и социальными децентрациями.

Операция есть обобщенное, интериоризированное и обратимое действие. Операции всегда связаны с инвариантами, например, схема постоянного объекта предстает как инвариант практической группы перемещений. Консервация (как достижение обратимости) — психологический указатель окончательного формирования операциональной структуры. Развитие консервации всегда идет от центрации на частных «конфигурациях» действия к децентрации до «трансформаций» — обратимых выражений действия. Конкретные операции относятся к предметам, а не к понятиям. Промежуточными структурами на пути к обратимости Пиаже считает так называемые «группировки» — структуры, в которых еще нет ассоциативности.

На этапе конкретных операций ребенок осваивает такие виды активности, как сериация и классификация.

Сериация — это конкретная операция распределения объектов в серию, т. е. упорядочивания объектов по степени обладания некоторым признаком P. Пиаже выделяет следующие этапы развития сериации: 1) выделение микросериаций, не скоординированных между собою; 2) построение полной сериации, но только на основе ощупывания (как полуобратимого регулирования); 3) систематический метод построения сериации: из множества A_1 всех объектов выбирается объект a_1, в наименьшей степени обладающий признаком P, затем из множества $A_2 = A_1 \setminus \{a_1\}$ выбирается объект a_2, наименьший по P, и т. д. Подобный метод возможен только при достижении обратимости, так как элемент a_k понимается здесь как одновременно больший, чем предыдущие, и меньший, чем последующие. Сериации усваиваются к 7 годам. Постепенно развиваются и соответствия серий, например двумерные сериации, когда объекты располагаются в таблицы по двум признакам P_1 и P_2.

Классификации определяются задачей «сложить вместе похожее». По Пиаже, классификации проходят следующие периоды развития: 1) «фигурные коллекции», когда объекты размещаются как части некоторой целой фигуры (ряда, квадрата, круга). Здесь объединение элементов идет по признакам внешнего сходства. 2) «нефигурные коллекции» — период развития классификаций, когда появляется включение частей, но еще нет дополнения. 3) «операциональная классификация», когда появляются и дополнения, знаменующие момент обратимости булевой структуры.

С формированием сериаций и классификаций возникают числовые структуры. Первой стадией формирования числа является возникновение 1-1-соответствий между объектами, которое вначале основано на сходстве элементов пар, а затем опирается лишь на нумерическое отношение «один к одному». Числовые структуры объединяют в себе сериации (линейное упорядочивание) и классификации (включение). В числовом ряде 1, 2, 3... есть момент равенства каждого числа как порядкового числа, момент включения предыдущего числа в последующее и момент линейного упорядочивания всех чисел.

В развитии представлений о пространстве, времени и скорости формируются непрерывные структуры конкретных операций. Как и в развитии рисунка, формирование пространственных представлений, считает Пиаже, идет в направлении от топологии, через проективную к евклидовой геометрии.

Восприятие скорости вначале строится в рамках порядковых отношений, когда первая скорость считается больше второй, если тело с первой скоростью обгоняет второе тело. Метрическая форма представления скорости — как отношения перемещения ко времени — возникает лишь к 10—11 годам. Пиаже выделяет три основные операции во времени: 1) сериация событий по времени; 2) введение интервалов (длительности) между событиями; 3) измерение интервалов времени. Первоначальная порядковая оценка скоростей не зависит от длительностей, но только от временного порядка. Наоборот, представления длительности и одновременности оказываются зависящими от скоростей, что согласуется с идеями теории относительности. Вначале время связывается ребенком с величиной пройденного пути как содержательной характеристикой движения (пройденный путь как число событий). Тело двигалось дольше, если оно прошло дальше. Если использовать формулу $t = s/v$, t — время, s — пройденный путь, v — скорость, то пропорциональность времени и пути можно выразить фиксацией скорости: $t_s^0 = s/v_0$. Мы получаем ситуацию, аналогичную таковой в случае сохранения объема. Ребенок использует представление времени t_s^0, которое пропорционально пройденному пути, и такое время не ошибочно, а лишь имеет ограниченную область применимости — фиксированную скорость движения v_0. Лишь позднее путь связывается со скоростью движения и время отделяется от пути в более сложной зависимости $t = s/v$.

С трех лет начинается период в развитии ребенка, когда он задает вопросы «почему?». На дооперациональной стадии (6—8 лет) господствует полный финализм и «реализм» (слитость материального и идеального) в отношении к причинности — ребенок уверен, что имена материально связаны с вещами; сны представляют собой малые материальные картины, которые видят в спальне; мысль — род голоса («рот сзади в голове, который говорит со ртом спереди»);

живо все, что движется (ветер знает, что он дует; солнце — что оно светит). Здесь явная аналогия с магически-феноменологической причинностью в сенсомоторный период.

При ответе на вопрос: «Что будет при растворении сахара в воде?» дети разного возраста дают разные ответы: в 5—7 лет: «Сахар и вкус исчезнут», 7—8 лет: «Вещество сохранится, а вес и объем — нет», 9—10 лет: «Сохранится вещество и вес, а объем — нет», 11—12 лет: «Сохранятся вещество, вес и объем». Таким образом, в представлении о веществе постепенно формируются инварианты материи, веса и объема, которые преодолевают изменения агрегатного состояния вещества. Пиаже и Инхельдер пишут: «Это тройное сохранение (вещества, веса и объема. — *В. М.*) <…> ребенок объясняет для себя гипотезой, согласно которой маленькие крупинки растворяющегося сахара становятся очень маленькими и невидимыми и сохраняют, таким образом, сначала свою субстанцию без веса и без объема, затем первый компонент, а после и второй. Сумма этих элементарных крупинок равноценна в этом случае всей субстанции, затем весу, затем объему кусочков сахара до их растворения»[1]. Растворение сахара — переход от одной модели к другой для сахара-модуса. Вначале сахар существует как твердое тело в воздушной среде при нормальной температуре (эти условия представляют собой первую модель). Такова первая мода сахара-модуса. Затем сахар погружается в воду, и водная среда представляет собою вторую модель, в которой сахар образует свою новую моду растворенного существования. Вначале сахар-модус в сознании ребенка отождествляется только со своей видимой твердофазной модой существования в воздушной среде. Поскольку такая мода сахара видимо исчезает в воде, то ребенок начинает утверждать, что исчезает весь сахар. Позднее сахар-модус растет, объединяя в себе свои моды существования как в воздушной, так и в водной среде. В этом случае сахар-модус выходит в своих определениях только за пределы видимой твердой формы, определяясь в виде множества мелких и невидимых крупинок, которые сначала сохраняются по числу, затем по весу, затем — по объему, в переходах между разными модами-фазами сахара. Переход к инвариантному представлению вещества оказывается одновременно основанием причинного объяснения происходящих с веществом трансформаций.

Исследуя развитие представлений о случайности и вероятности, Пиаже утверждает, что представление о случайном формируется только после возникновения обратимости — как некоторое препятствие к обратимым операциям. Например, отвечая на вопрос о том, что будет с белыми и черными жемчужинами в двух половинах качающегося ящика, дети 4—6 лет считают, что после перемешивания жемчужины вернутся на свои места. И только с 8—9 лет дети начинают утверждать, что такого возвращения не произойдет. Позднее случай и обратимость соединяются в более сложное представление о вероятности.

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 111—112.

Окончание формирования понятия вероятности предполагает развитие идей комбинаторики, которые вырабатываются только после 11—12 лет.

Касаясь эмоционально-ценностных аспектов развития ребенка в период конкретных операций, Пиаже исходит из идеи параллелизма в развитии когнитивных и ценностных структур. С трех лет ребенок проходит в своем развитии так называемый «кризис оппозиции» (Ш. Бюлер), когда обостряются отношения со старшими, возникают установки независимости, оппозиции и соперничества[1]. Здесь «я» впервые хочет быть свободным и одновременно уважаемым со стороны других. На дооперациональном этапе социальные отношения ребенка кажутся таковыми только с его точки зрения, но центрированы на его собственной деятельности с внешней точки зрения. Это время «детского эгоцентризма», когда ребенку сложно учитывать различия разных точек зрения собеседников, т. е. быть способным на децентрацию и синтез. «Я» формируется в результате имитаций (Ж. Болдуин), которые нужны для создания полного образа своего тела, а затем для сравнения между общими реакциями себя и другого[2]. Согласно П. Бове, чувство обязанности возникает при появлении внешних приказов (например, со стороны родителей) и наличия чувства уважения (как единства привязанности и опасения) к тому, кто отдает приказы[3]. Таково «восходящее уважение», идущее от низшего к высшему. В его основе лежит гетерономия — восприятие должной воли как чужой. Пиаже выделяет также отношение «взаимного уважения», формирующееся между равными субъектами. В его основе лежит автономия — восприятие должной воли как своей. Гетерономия в развитии постепенно уступает место автономии. Кроме того, обязанности развиваются от стадии морального субъективизма (подчиняться конкретному человеку) к состоянию морального реализма (подчиняться закону, не зависящему от человека). С развитием взаимного уважения все более важным становится чувство справедливости.

Резюмируя, Пиаже отмечает, что основным процессом в развитии ребенка является переход от субъективной центрации во всех (познавательной, игровой, аффективной, социальной и моральной) областях к одновременно когнитивной, социальной и моральной децентрации.

§ 6. Переход к формальным операциям

С 11—12 до 14—15 лет идет постепенное отделение операций от конкретных объектов и формирование операций с представлениями — *формальных операций*, которые постепенно становятся все более равновесными, достигая структуры *группы*. Именно математическое понятие «группа» рассматривается Пиаже

[1] Там же. С. 115, примеч.
[2] Там же. С. 122.
[3] Там же.

как выражение максимума равновесия и обратимости в развитии интеллекта. Необходимым условием формальных операций является способность оперирования с гипотезами и суждениями, оторванными от конкретных обстоятельств. Здесь субъект впервые приобретает способность правильно рассуждать о гипотезах, в которые он еще не верит, и делать из них выводы.

Одним из важных проявлений формальной мысли, считает Пиаже, является развитие комбинаторной способности мышления, т. е. способности рассматривать все возможные комбинации элементов. Комбинаторику Пиаже рассматривает как результат обобщения операций классификации и упорядочивания, отрыва их от конкретных объектов. Новая способность позволяет комбинировать между собою объекты или идеи, рассматривая конкретную ситуацию как одну из всех возможных комбинаций, что значительно усиливает дедуктивную возможность мышления. Например, Пиаже описывает такой опыт, в котором детям предлагаются 5 бокалов A, B, C, D и E с бесцветными жидкостями. Если слить жидкости из бокалов A, C и E, то возникает желтый цвет. В бокале B содержится обесцвечивающий раствор, в бокале D — простая вода. Ребенка просят определить, какая комбинация дает желтый раствор, и уточнить роли бокалов B и D. Ясно, что систематическое решение этой задачи предполагает проверку всех возможных комбинаций слияний жидкостей из разных бокалов: AB, AC, AD, AE, ABC, ACD, и т. д. Дети 7—11 лет при решении этой задачи используют только некоторые комбинации, в то время как с 12 лет они начинают рассматриваться все возможные комбинации.

У ребенка 12—15 лет вместе с комбинированием объектов обнаруживается способность комбинировать идеи (гипотезы), используя различные логические операции. Это делает возможными формальные рассуждения с гипотезами, исключение ошибочных гипотез и построение комплексных объяснительных схем.

§ 7. Группировки на множествах

Прежде чем двигаться дальше в анализе генетической логики Пиаже, необходимо остановиться на используемых им понятиях «группировка» и «группа». Как уже отмечалось ранее, Пиаже полагает, что мышление постепенно развивается в направлении возникновения разного рода операций, которые объединяются в системы. «Данная операция, конкретно совершаемая в данное время и в данном месте, всегда предполагает существование структурированной системы, которая включает и другие связанные с первой операции, находящиеся пока что в скрытом, неактивном состоянии, но потенциально всегда способные актуализироваться и, кроме того, представляющие собой силу, определяющие форму и характер операции, которая находится на сцене в настоящий момент» [1]. Таким образом, для Пиаже операция всегда включена в целостную операцио-

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 224.

нальную структуру, вне которой она не имеет смысла. Операция для Пиаже — это символ некоторого «сетевого типа бытия», в котором каждое начало отсылает ко множеству скоординированных с ним элементов. Нет просто сложения или умножения. За каждой операцией стоит целостная структура, элементом которой операция является. Выше в одной из глав я рассматривал понятие «координации» — некоторой качественно определенной целостности элементов, в которой каждый элемент определенным образом скоординирован с любым другим элементом координации. Каждый элемент координации — это по сути вся координация в целом, лишь проявленная в меру данного элемента и неявно данная по всем остальным элементам. Вся координация может быть представлена как модус в некоторой coord-Онтологии, элементы координации — как моды этого модуса. Представляется, что именно как элементы соответствующих координаций понимает Пиаже операции. Операция — это всегда лишь мода некоторой операциональной координации, стоящей более или менее явно за этой операцией. Первыми операциональными координациями для Пиаже являются так называемые «группировки» — структуры, предшествующие группам. Именно Пиаже принадлежит идея выделения и определения подобного рода промежуточных структур. Ниже я буду использовать различные источники для описания группировок, но главным образом работу Флейвелла.

«Группировка — структура, являющаяся оригинальным созданием Пиаже и его сотрудников <…> — это гибрид двух структур, хорошо известных математикам и логикам: *группы* и *решетки* <…> Имеются девять различных группировок, описывающих познавательную структуру в подпериоде конкретных операций: одна предварительная и восемь основных <…> Эти группировки рассматриваются как модели познания в нескольких различных областях интеллектуальной деятельности <…> Четыре основные группировки связаны с операциями в отношении классов, а четыре другие — с операциями, направленными на отношения»[1].

Здесь можно напомнить, что *группой* G называется математическая структура, определенная на некотором множестве M и включающая бинарную операцию композиции (·), такую, что выполнены следующие четыре свойства:

Свойство замкнутости композиции

G1. $$\forall a \forall b (a \in M \wedge b \in M \supset a \cdot b \in M) \text{ —}$$

результат операции (композиции) на любых двух элементах M есть также элемент M.

Свойство ассоциативности

G2. $$\forall a \forall b \forall c (a \in M \wedge b \in M \wedge c \in M \supset a \cdot (b \cdot c) = = (a \cdot b) \cdot c) \text{ —}$$

результат операции не зависит от порядка расстановки скобок.

[1] Там же. С. 229.

Свойство нейтрального элемента

G3. $\forall a(a \in M \supset \exists e(e \in M \wedge (a \cdot e = e \cdot a = = a)))$ —

для любого элемента a из M найдется такой элемент e (*нейтральный элемент* группы), что композиция элемента a с элементом e равна a.

Свойство обратного элемента

G4. $\forall a(a \in M \supset \exists b(b \in M \wedge (a \cdot b = b \cdot a = = e)))$ —

для любого элемента a из M найдется такой элемент b из M, что композиция a и b образует нейтральный элемент. В этом случае b называется *обратным элементом* для a и обозначается обычно как a^{-1}.

Решеткой R называется математическая структура на множестве M с отношением нестрогого порядка $\leq$, для которой определены понятия супремума и инфимума:

Dsup. $c = \sup\{a, b\} \equiv a \leq c \wedge b \leq c \wedge \forall x(x \in M \wedge a \leq x \wedge b \leq x \supset c \leq x)$ —

супремум есть наименьшая верхняя грань элементов a и b;

Dinf. $c = \inf\{a, b\} \equiv c \leq a \wedge c \leq b \wedge \forall x(x \in M \wedge x \leq a \wedge x \leq b \supset x \leq c)$ —

инфимум есть наибольшая нижняя грань элементов a и b; и выполнены следующие два свойства:

Свойство супремума

R1. $\forall a \forall b(a \in M \wedge b \in M \supset \exists! c(c \in M \wedge (c = \sup\{a, b\})))$ —

для любых двух элементов из M найдется единственный элемент из M, который является супремумом a и b.

Свойство инфимума

R2. $\forall a \forall b(a \in M \wedge b \in M \supset \exists! c(c \in M \wedge (c = \inf\{a, b\})))$ —

для любых двух элементов из M найдется единственный элемент из M, который является инфимумом a и b.

На решетке можно ввести операции объединения $\cup$ (или +) и пересечения $\cap$ (или $\cdot$) по правилу: объединение элементов a и b есть супремум этих элементов, т. е. $a \cup b = \sup\{a, b\}$, пересечение этих элементов — их инфимум, т. е. $a \cap b = = \inf\{a, b\}$. Простейшим примером решетки является семейство множеств, замкнутых относительно теоретико-множественных операций объединения и пересечения.

Пиаже определяет группировку как группу G, в которой дополнительно выполнено пятое свойство:

Свойство идемпотентности

G5. $\forall a(a \in M \supset (a \cdot a = a))$.

Теперь обратимся к конкретным группировкам, которые рассматривает Пиаже.

Группировка I. Первичное сложение классов

В качестве таковой Пиаже рассматривает теоретико-множественные операции на специальных семействах множеств. Например, рассматриваются множества $\varnothing$, A, A^*, B, B^*, C, где $A \cup A^* = B$, $B \cup B^* = C$, $A \cap A^* = \varnothing$, $B \cap B^* = \varnothing$. Такие системы множеств характеризуются *центральной цепью* множеств $\varnothing \subset A \subset B \subset C$ и *относительными дополнениями* $A^* = B\backslash A$, $B^* = C\backslash B$. A, B, C называются *первичными*, A^*, B^* *вторичными* классами. Возможно, в такого рода структуре максимально выражается гегелевский алгоритм развития «тезис — антитезис — синтез», составляющий одну из базисных структур мышления. Замечу также, что первую группировку можно рассматривать как ментальное многообразие на множествах, проективно-модальный порядок в котором согласован с теоретико-множественным включением.

Группировка II. Вторичное сложение классов (викариант)

В этой группировке у субъекта появляется новая возможность перецентрации базисного класса. Например, если некоторый уровень классификации был выражен множествами A, A^* и B, где $A \cup A^* = B$, так что первичный класс A оказывался как бы центральным в представлении структуры класса B, то теперь у субъекта появляется возможность как бы «перецентрации» класса B, выделения в нем другого первичного класса A_1, относительно которого возникает иное разбиение A_1 и A_1^* класса B, т. е. $A_1 \cup A_1^* = B$, и класс A_1 — одно из подмножеств класса A^*. Равенства $A \cup A^* = A_1 \cup A_1^*$ Пиаже называет *дополняющими замещениями* или *викариантами*. Такая способность перецентрации похожа на сдвиги систем отсчета в векторном пространстве, порождающие более инвариантное представление пространства. Аналогично и здесь, структура множества B оказывается более инвариантно представленной — в рамках представления $A \cup A^*$, представления $A_1 \cup A_1^*$ и других подобных представлений. Здесь явно чувствуются конструкции некоторого ментального многообразия, в котором множество B выступает и как модус, и как мода, связанная с представлением $A_k \cup A_k^*$.

Группировка III. Биунивокальное умножение классов

В третьей группировке к сложению классов добавляется их булево умножение. Для множеств A и B это будет пересечение $A \cap B$ (или просто AB). Пиаже вновь пытается представить пересечение как групповую операцию, вводя для пересечения обратную операцию *деления* классов: $(A \cap B) \div B = A$, о которой Флейвелл пишет: «Обратной операцией здесь является опять-таки не обычное вычитание, а деление классов (диссоциация или выделение одного класса из произведения классов). Например, $A_1A_2 \div A_1 = A_2$, то есть если я выделяю или отвлекаю определение "белый" (A_1. — *В. М.*) от класса, определяемого как "белые горожане" (A_1A_2. — *В. М.*), то в результате я получаю весь класс горожан (A_2. — *В. М.*) независимо от цвета кожи последних» [1].

Группировка IV. Коунивокальное умножение классов

Эта группировка подобна 3-й группировке с тем лишь дополнительным условием, что не все перемножаемые элементы первичных разбиений оказываются совместимыми между собой, так что из полной матрицы комплексного разбиения часть элементов нужно будет вычеркнуть.

Группировка III как бы создает логическое пространство всех возможных логических комбинаций, в то время как группировка lV выделяет в этом пространстве реальную составляющую. Кроме того, как видно из примера, 4-я группировка образует классы по симметричным отношениям в рамках некоторой иерархии (см. 6-ю группировку).

Дополнительную характеристику группировок мы получим, рассматривая группировки на отношениях.

§ 8. Функциональные группировки

По-видимому, Пиаже чувствовал какую-то структуру в алгебре классов, которая соединяет в себе свойства группы и решетки и напоминает группы по сложению и умножению на числах.

Рассмотрим теперь оставшиеся 4 группировки на отношениях.

Группировка V. Сложение асимметричных отношений

Эта группировка связана с асимметричными отношениями R(A, B) на множествах, т. е. отношениями, для которых выполнено свойство асимметричности:

$$R(A, B) \supset \urcorner R(B, A)$$

и транзитивности:

$$R(A, B) \wedge R(B, C) \supset R(A, C).$$

Структуру R(B, A) Пиаже рассматривает как род направленного объекта, который выражает некоторое R-направление от A до B, так что его можно было бы изображать в виде R-стрелки, направленной от A к B: $A \rightarrow_R B$. Такой объект напоминает вектор. Так же как направленные отрезки на одной прямой, такие объекты можно булевски складывать и вычитать. Ограничение на такие операции можно связать с условием получения в итоге одного вектора (например, если вектора не имеют ненулевого пересечения на прямой, то их нельзя булевски сложить). Кроме того, нужно ввести два направления — положительное и отрицательное. Для отношения R(B, A) в качестве обратного элемента Пиаже рассматривает *реципрокное* отношение R*(A, B) (или $B \rightarrow_R A$), полагая, что R(B, A) + R*(A, B) есть I(A, B) — равенство (эквивалентность) A и B.

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 239.

Назовем отношения $R(X, Y)$ и $R(Y, Z)$ *сцепленными*. Тогда сложение сцепленных отношений есть композиция этих отношений как операторов: $\{R(C, B) + R(B, A)\}[A] = R(C, B)[R(B, A)[A]] = R(C, B)[B] = C$. По-видимому, генетически отношения образуются как мысленные движения от одних объектов к другим при возрастании в этом движении некоторого качества. Например, переводя взгляд с одного человека на другого, более высокого человека, субъект ощущает приращение качества «рост», что постепенно порождает отношение «выше». Движение в обратном направлении порождает отношение «ниже».

Итак, с группировкой на отношениях мы наблюдаем нечто подобное функциональной группировке на классах. Как нет еще класса в s-инвариантном смысле, так нет еще окончательных отношений. Существуют лишь разного рода «осколки» будущего финального отношения, и эти «осколки» можно складывать между собой, подобно векторным величинам. Только постепенно из множества направленных R-пар $R(Y, X)$ будет сформировано финальное отношение, которое можно будет обозначить чистым символом R. По-видимому, наряду с накоплением различных пар $R(Y, X)$, будут формироваться и «многопарные» отношения, объем которых начнет содержать множество пар (Y, X).

Сравним теперь операцию и парное отношение. С операцией объединения множеств $A \cup B$ связано одновременно и парное отношение включения $\subseteq(A, A \cup B)$. Для парного отношения включения $\subseteq(Y, X)$ реципрокным окажется отношение $\subseteq(X, Y)$. Если вернуться к изображению объединения $A \cup B$ в виде s-терма (A, B), то получим такое изображение парного отношения: $\subseteq(A, (A, B))$, или $A \to_{\subseteq} (A, B)$. Наоборот, операция пересечения приведет к такого рода соотношению с парным отношением включения: $\subseteq(<A, B>, A)$ или $<A, B> \to_{\subseteq} A$. Итак, операции и отношения оказываются связанными.

Группировка VI. Сложение симметричных отношений

В этой группировке Пиаже вводит предметно связанные симметричные отношения в рамках иерархии элементов, так что каждое симметричное отношение $S(x, y)$ для x и y строится как условие существования некоторого более высокого элемента z иерархии, в асимметричном отношении $R(z, x)$ и $R(z, y)$ к которому находится каждый из элементов x и y. Таким образом, получаем:

$$S(x, y) \equiv \exists z(R(z, x) \wedge R(z, y)).$$

Порядок асимметричного отношения $R(z, x)$ (с точки зрения 5-й группировки) определяет «глубину» симметричного отношения $S(x, y)$.

Например, если $R_1(z, x)$ — отношение «z есть родитель (отец или мать) для x», то симметричное отношение $S_1(x, y)$, определенное на основе R_1, будет отношением «x и y имеют общего родителя». Если же рассмотреть асимметричное отношение $R_2(t, x)$ — «t есть дедушка или бабушка для x», то на его основе может быть определено более «глубокое» симметричное отношение $S_2(x, y)$ — «x и y имеют общего дедушку или бабушку». В самом деле, с точки зрения 5-й группировки выполнено условие $R_1(z, x) < R_2(t, x)$ — первое отношение включено во второе отношение как его часть, так что отношение $R_2(t, x)$ — более «глубокое» в генеалогической иерархии, чем отношение $R_1(z, x)$. Таким образом, отношения порядка и операции могут быть перенесены с асимметричных отношений на симметричные. Реципрокным отношением для $S(x, y)$ является $S(y, x)$, нейтральным элементом — тождество $I(x, x)$.

Частным случаем этой группировки является так называемая «предварительная группировка равенств», которую Пиаже иногда рассматривает отдельно. В этой группировке рассматривается только одно симметричное отношение — отношение равенства $x = y$.

Группировка VII. Биунивокальное умножение отношений

В этой группировке Пиаже рассматривает отношения на матрице биунивокальных умножений классов. Например, даны два разбиения одного класса $D_1 = A_1 + A_2 + A_3$ и $D_2 = B_1 + B_2 + B_3$, причем каждый последующий член разбиения находится в некотором асиметричном отношении к предыдущему. Например, члены первого разбиения характеризуются некоторым отношением R, т. е. $R(A_3, A_2)$ и $R(A_2, A_1)$, а члены второго разбиения — отношением Q, т. е. $Q(B_3, B_2)$ и $Q(B_2, B_1)$. Тогда можно на произведениях классов ввести произведение отношений. Здесь удобнее перейти к изображению асимметричного парного отношения $R(B, A)$ R-стрелкой $A \rightarrow_R B$, направленной от A к B. Тогда, например, произведения A_1B_2 и A_3B_1 находятся между собой в отношении-произведении $(A_1 \rightarrow_R A_3) \times (B_2 \leftarrow_Q B_1)$. Обратной операцией здесь служит логическое деление, например, $((A_1 \rightarrow_R A_3) \times (B_2 \leftarrow_Q B_1)) \div (B_2 \leftarrow_Q B_1) = (A_1 \rightarrow_R A_3)$. Следовательно, и здесь Пиаже неявно предполагает функциональную группировку на отношениях. Нейтральным элементом является нулевое различие $(A_1 \leftrightarrow A_1) \times (B_2 \leftrightarrow B_2)$, где $\leftrightarrow$ — отношение равенства I.

Группировка VIII. Коунивокальное умножение отношений

Флейвелл описывает этот случай группировки как перемножение симметричного $\leftrightarrow_S$ и асимметричного $\rightarrow_R$ отношений на элементах генеалогической иерархии. Например, $x \leftrightarrow_S y$ — «x и y — сыновья одного отца», $x \rightarrow_R y$ — «x есть сын y». В остальном эта группировка воспроизводит конструкции 7-й группировки.

Кажется, что Пиаже ощущал некоторую базовую структуру определенности, которую и пытался выразить в группировках. В основе определенности лежат три основных измерения: 1) измерение «элементы — отношения»; 2) измерение «аддитивность — мультипликативность»; 3) измерение «однозначность (линейность) — многозначность (иерархия)». Пиаже пишет об этом следующим образом: «Мы получаем посредством простейших комбинаций восемь основных логических “группировок”, одни из которых <…> — аддитивны, другие <…> — мультипликативны; одни относятся к классам, другие — к отношениям; и наконец, одни выражаются во включениях, сериациях или простых соответствиях <...> а другие — в реципрокности и одно-многозначных соответствиях <...> Итак, всего имеется $2 \times 2 \times 2 = 8$ возможностей» [1].

Мне представляется, что Пиаже пытался подойти к формулировке максимально синтетической структуры, в которой объединялись бы все три измерения. Такая структура должна быть единством решетки и группы, логических и математических операций, иерерахии и порядка, отношений и элементов, аддитивных и мультипликативных операций и т. д. Идея «группировки» выражала для Пиаже как генетически более ранние структуры интеллекта, так и более интегральные структурные образования (объединение свойств группы и решетки), чем те, которые известны современной математике и логике. Все группировки — это лишь разные стороны-моды общей равновесной структуры взрослого интеллекта, и Пиаже, по-видимому, пытался приблизиться к пониманию подобной структуры. В этом смысле стоило бы различать общую идею и более частные реализации этой структуры. Так и в группировках есть как частный элемент (например, реализация на алгебре множеств), так и более глубокие структурные основания, восходящие к интегральной структуре интеллекта.

Если отделять структуру группировок от частностей, то это некоторая решетка с булевскими операциями сложения и умножения. Элементы решетки — классы некоторых элементов. Каждый класс характеризует способность субъекта выделять некоторое свойство, объединяя все элементы, обладающие данным свойством. За каждым классом находится также соответствующее отношение эквивалентности, по которому все элементы класса эквивалентны. Кстати говоря, сама триединая конструкция «класс—свойство—эквивалентность» — тоже результат генетического развития, к которому субъект приходит после определенного времени. На классах определено отношение включения, на основе которого возникает иерархия классов. Самое интересное с точки зрения последних четырех группировок — появление нового типа объектов: асимметричных R-стрелок $A \to_R B$ и симметричных S-стрелок $A \leftrightarrow_S B$. Они могут ограниченно складываться и перемножаться между собой (как это описывает Пиаже в группировках отношений), а также объединяться в множества, образуя отношения с расширяющимся объемом.

Выше я неоднократно рассматривал идею плеронального многообразия $^{\infty}\pi F$ как множество полиад $\pi\alpha = \{\pi\alpha_i\}_{i=-\infty}^{i=+\infty}$, где $\pi\alpha_i$ — $2n_i$-ада. Уже множество тетрад πR обнаруживает как свойства поля, так и исчисления высказываний (и предикатов). Если предикаты строить на самих тетрадах, то такие предикаты окажутся лишь специальным классом функций на тетрадах. В том числе, это касается отношений как многоместных предикатов. Таким образом, в πR мы имеем уникальную структуру, которая объединяет в себе свойства группы (πR как поле) и булевой алгебры (исчисление высказываний и предикатов на πR). Кроме того, отношения на тетрадах можно будет выразить как функции, что, как мне представляется, соответствует пониманию Пиаже отношений как своеобразных

[1] *Пиаже Ж.* Психология интеллекта. СПб.: Питер, 2004. С. 53.

операторов. Если, кроме того, мы расширим множество πR хотя бы на множество политетрад $^{\infty}F_2$, то мы дополним указанные выше средства πR спиральной организацией структуры, элементами которой будут как иерархия, так и линейность. Не утверждаю, но смею лишь предположить, что Пиаже мог чувствовать какую-то подобную интегральную структуру разума, пытаясь сформулировать ряд ее аспектов в понятии «группировка».

§ 9. От группировок — к группам

В период формальных операций разного рода группировки объединяются между собой, образуя более интегральные и обратимые структуры интеллекта. Пиаже утверждает, что 1-я и 5-я группировки, интегрируясь, формируют группу по сложению на множестве целых чисел. 3-я и 7-я группировки приводят к возникновению группы по умножению на множестве положительных рациональных чисел. Образование группы по сложению Пиаже описывает в следующих выражениях: «...объединение индивидов в классы означает, что они рассматриваются как эквивалентные, в то время как их сериация в соответствии с некоторым асимметричным отношением выражает их различия. При рассмотрении свойств объектов нельзя одновременно группировать их и как эквивалентные, и как различные; но если абстрагироваться от свойств, то уже тем самым мы делаем эти индивиды эквивалентными между собой и способными к сериации соответственно некоторому числовому порядку; мы, таким образом, трансформируем их в некоторые упорядоченные “единицы”, а именно в этом и состоит конститутивная аддитивная операция целого числа» [1]. Таким образом, в этом рассуждении Пиаже отмечает, что непосредственно группировки 1 и 5 несовместимы, так как в первой группировке элементы объединяются в классы, представляясь эквивалентными элементами $x \leftrightarrow_S y$, в то время как в рамках 5-й группировки элементы, наоборот, отличаются друг от друга отношением порядка $x \rightarrow_R y$. Это противоречие решается отвлечением всех свойств от элементов, что превращает их в однородные «единицы-атомы», которые одновременно можно упорядочить между собой асимметричным отношением. Возможно, эти аспекты определения целых чисел до некоторой степени выразимы различными Проективно Модальными Онтологиями натурального числа, описанными выше. В натуральных числах есть момент упорядочивающих зависимостей, как это отражено в num-Онтологии. Каждое натуральное число состоит из множества единиц-атомов, как это выражено в Num-Онтологии. Каждое натуральное число с некоторой точки зрения есть индивидуальная единица-атом, что выражается NAt-Онтологией.

В образовании группы по умножению, как отмечалось, участвуют группировки 3 и 7. 3-я группировка, надо полагать, дает общую идею декартового произведения, лежащую в основании и числового умножения. Группировка 7 дает

---

[1] *Пиаже Ж.* Психология интеллекта. С. 54.

перемножение асимметричных отношений, связанное с перемножением классов.

Как уже отмечалось выше, с переходом к этапу формальных операций подросток начинает рассматривать структуру задачи в рамках всего пространства возможностей, формулировать гипотезы, делая из них выводы и подвергая их систематическим проверкам. Важнейшая структура, обеспечивающая такого рода полную комбинаторную способность интеллекта, — структура логики высказываний. Если, например, решение задачи предполагает два атомарных суждения p и q, то подросток способен уже рассматривать различные комбинации, восходящие в конечном итоге к 16 логическим функциям на двух аргументах: $\mathbf{0}$, $p \wedge q$, $p \wedge \neg q$, $\neg p \wedge q$, $\neg p \wedge \neg q$, $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)$, $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q)$, ..., $\mathbf{1}$. Все множество таких комбинаций образует булеву решетку, так что развитие интеллекта идет здесь в направлении формирования булевой структуры. Пиаже, однако, верен своей идее соединять решетки и группы, пытаясь открыть в исчислении высказываний признаки группы. Поскольку прямо этого сделать не удается, Пиаже исследует возможности некоторой групповой структуры, тесно связанной с булевой алгеброй. Интересно, однако, то, что теперь Пиаже не пытается вскрыть групповую структуру в операциях самой логической решетки, как он это делал в случае группировок.

В качестве группы, тесно связанной с логикой суждений, он формулирует свою знаменитую *группу* 4 (группу INRC, как обозначает ее Флейвелл), состоящую из четырех преобразований. Рассмотрим, например, формулу $p \supset q$. Как известно, в логике высказываний ее одновременно можно представить как формулу $\neg p \vee q$. Для этой формулы могут быть образованы четыре производные формулы четырьмя основными преобразованиями: 1) *тождественное преобразование I* оставляет формулу неизменной $I(p \supset q) \equiv (p \supset q)$; 2) *отрицание N* сопоставляет формуле ее отрицание $N(p \supset q) \equiv (p \supset \neg q)$ — здесь конъюнкция и дизъюнкция взаимозаменяются, а их элементы меняются на отрицания; 3) *реципрокное преобразование R* не затрагивает двуместные операции конъюнкции и дизъюнкции, меняя только их элементы на противоположные $R(p \supset q) \equiv$ $\equiv R(\neg p \vee q) \equiv (p \vee \neg q) \equiv (q \supset p)$; 4) наконец, так называемое *коррелятивное преобразование C* взаимозаменяет конъюнкцию и дизъюнкцию, но не меняет их элементы $C(p \supset q) \equiv C(\neg p \vee q) \equiv (\neg p \wedge q) \equiv \neg(q \supset p)$. Отсюда видно, что эти четыре преобразования образуют группу, в которой обратным элементом для каждого преобразования является оно само, нейтральным элементом — тождественное преобразование I. Например, $NR(p \supset q) \equiv N(q \supset p) \equiv (q \wedge \neg p) \equiv C(p \supset q)$, $NRC(p \supset q) \equiv NR(\neg p \wedge q) \equiv N(p \wedge \neg q) \equiv (\neg p \vee q) \equiv (p \supset q) \equiv I(p \supset q)$. Таким образом, $NR = C$, $NRC = I$, и т. д. Пиаже связывает развитие интеллекта не просто с формированием логической булевой алгебры, например в логике высказываний, но и с образованием группы INRC на суждениях. Интересно, что в группировках операции отрицания и реципрокности еще разделены. Например, в 1-й группировке есть элементы операции отрицания (как переход между первичными и вторичными классами), в 5-й группировке есть реципрокность (между отношениями $x \to_R y$ и $y \to_R x$). В логике суждений отрицание и реципрокность соединяются в рамках группы INRC.

Кроме своей логической реализации, группа INRC имеет выражение и в разного рода физических процессах. Рассмотрим здесь один пример.

Пиаже с сотрудниками исследовали развитие представлений у детей об отношениях длины рычага (L) и веса груза (P). Пиаже и Инхельдер пишут: «Например, в случае с весами субъект сначала приходит порядковым путем к констатации того, что чем больше вес, тем больше наклоняется и удаляется от линии равновесия коромысло: эти констатации ведут его к открытию линейной функции и к пониманию первого условия равновесия (равенство веса на равных расстояниях от середины). Кроме того, порядковым путем он открывает, что один и тот же вес P заставляет тем более наклоняться весы, чем более его удаляют от этой средней точки коромысла: он также извлекает отсюда линейную функцию и констатирует, что равновесие для двух равных грузов достигается, если поддерживать равенство их дистанций L, какими бы они ни были. Открытие обратной пропорциональности между величиной веса и длинами приходит также посредством установления качественной связи между этими двумя первоначально порядковыми функциями. Понимание начинается, когда ребенок замечает, что равенство результатов возникает каждый раз, когда, с одной стороны, он увеличивает вес, не изменяя длину, и, с другой — увеличивает длину, не изменяя вес: отсюда он выводит гипотезу (которую затем проверяет), что при наличии двух равных грузов на равном расстоянии от центра равновесие можно сохранить, уменьшая один, но удаляя его, и увеличивая другой, но приближая его к центру. Тогда, и только тогда, он приходит к простым метрическим пропорциям $P/L = 2P/2L$ и т. д., но открывает их, только начиная с предыдущей качественной пропорции, которую можно выразить следующим образом: уменьшение веса при увеличении длины равно увеличению веса при уменьшении длины»[1].

Я выбрал этот пример, поскольку здесь можно построить простую математическую модель равновесия. Пусть φ — угол отклонения коромысла весов от горизонтали. P_1 — вес груза, подвешенного на расстоянии L_1 с одной стороны весов, P_2 — вес, подвешенный на расстоянии L_2 с другой стороны весов. В общем случае состояние весов может быть описано как некоторая неявная функция $F(P_1, L_1, P_2, L_2, \varphi) = 0$, из которой можно выделить φ, получив выражение $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$ для зависимости угла наклона коромысла весов от весов P_1, P_2 и длин L_1, L_2, на которых грузы расположены от центра. Уравнение $F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2) = \varphi$ описывает 4-мерную поверхность в 5-мерном пространстве. Равновесие весов соответствует частному случаю $F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2) = 0$, когда плоскость $\varphi = 0$ пересекается с поверхностью $F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2) = \varphi$, образуя некоторую *зону равновесия*. Вернемся теперь к приведенному выше описанию развития представлений субъекта о равновесии.

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 140—141.

1 стадия. Зафиксируем P_2, L_2 и L_1. Будем менять только P_1, образуя ряд $P_1^1 < P_1^2 < P_1^3$... В этом случае субъект открывает порядковый ряд и для соответствующих углов отклонения: $\varphi_1^1 < \varphi_1^2 < \varphi_1^3$... — «чем больше вес, тем больше наклоняется и удаляется от линии равновесия коромысло».

2 стадия. Субъект обобщает отдельные наблюдения в линейный закон между величиной угла и величиной груза: $\varphi = A_1P_1 + B_1$, где A_1, B_1 — некоторые параметры. Или, как пишут авторы: «эти констатации ведут его к открытию линейной функции». Следовательно, функция $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$ линейна по P_1 (для P_2 рассуждения аналогичны).

3 стадия. Возникает понимание «первого условия равновесия»: «равенство веса на равных расстояниях от середины». Следовательно, если веса и длины фиксированы, и $P_1^0 = P_2^0 = P_0$ и $L_1^0 = L_2^0 = L_0$, то $F_\varphi(P_0, L_0, P_0, L_0) = 0$.

4 стадия. Зафиксируем P_2, L_2 и P_1. Будем менять только L_1, образуя ряд $L_1^1 < L_1^2 < L_1^3$, ... В этом случае субъект открывает порядковый ряд и для соответствующих углов отклонения: $\varphi_1^1 < \varphi_1^2 < \varphi_1^3$... — «один и тот же вес P заставляет тем более наклоняться весы, чем более его удаляют от этой средней точки коромысла».

5 стадия. Субъект обобщает отдельные наблюдения в линейный закон между величиной угла и длиной: $\varphi = C_1L_1 + D_1$, где C_1, D_1 — некоторые параметры. Или, как пишут авторы, «он также извлекает отсюда линейную функцию». Следовательно, функция $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$ линейна по L_1 (для L_2 рассуждения аналогичны).

6 стадия. Фиксируем грузы, полагая их равными: $P_1^0 = P_2^0 = P_0$. Субъект осознает, что «равновесие для двух равных грузов достигается, если поддерживать равенство их дистанций L, какими бы они ни были», т. е. длины L_1 и L_2 варьируют, но остаются равными: $L_1 = L_2 = L$. При этих условиях вновь достигается равновесие: $F_\varphi(P_0, L, P_0, L) = 0$.

7 стадия. Дано некоторое равновесие $P_1^0 = P_2^0$ и $L_1^0 = L_2^0$. Увеличивается P_2^0 до P_2^1, где $P_2^1 > P_2^0$ с сохранением длины L_2^0. Увеличивается длина L_1^0 до L_1^1, где $L_1^1 > L_1^0$, при сохранении веса $P^0{}_1$. Вновь возникает равновесие $F_\varphi(P_1^0, L_1^1, P_2^1, L_2^0) = 0$. Как пишут Пиаже и Инхельдер, «...ребенок замечает, что равенство результатов возникает каждый раз, когда, с одной стороны, он увеличивает вес, не изменяя длину, и, с другой — увеличивает длину, не изменяя вес».

8 стадия. «Отсюда он выводит гипотезу (которую затем проверяет), что при наличии двух равных грузов на равном расстоянии от центра равновесие можно сохранить, уменьшая один, но удаляя его, и увеличивая другой, но приближая его к центру». Таким образом, если выполняется условие $P_2^2 > P_2^1$ и $L_2^2 < L_2^1$, с одной стороны, и $P_1^2 < P_1^1$ и $L_1^2 > L_1^1$, с другой, при первоначальных $P_2^1 = P_1^1$ и $L_2^1 = L_1^1$, то по-прежнему $F_\varphi(P_1^2, L_1^2, P_2^2, L_2^2) = 0$ — равновесие сохраняется.

9 стадия. Постепенно возникает идея пропорции $P_1L_1 = P_2L_2$ — «уменьшение веса при увеличении длины равно увеличению веса при уменьшении длины». Отсюда субъект переходит к пропорциям $P_1/L_2 = P_2/L_1$. Если, например, $P_2 = 2P_1$, то $P_1/L_2 = 2P_1/L_1$, т. е. $1/L_2 = 2/L_1$, т. е. $2L_2 = L_1$. Отсюда $P_1/L_2 = 2P_1/2L_2$ — «он приходит к простым метрическим пропорциям $P/L = 2P/2L$ и т. д.» Таким образом, условие равновесия $F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2) = 0$ конкретизируется до функции $P_1L_1 - P_2L_2 = 0$.

Представленные выше этапы развития представлений о равновесии удобно выразить таким понятием, как *область равновесия* S:

$$S = \{(P_1, L_1, P_2, L_2) : P_1L_1 = P_2L_2\} \text{ —}$$

множества всех четверок (P_1, L_1, P_2, L_2), для которых выполнено условие равновесия $P_1L_1 = P_2L_2$. Это множество представляет собой трехмерную область в четырехмерном пространстве.

Развитие теперь можно выразить просто — это постепенное восхождение к полноте определения области равновесия S, которое сопровождается одновременным все более полным определением закона $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$. Вначале субъект выделяет из функции $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$ только некоторые подфункции (подфункция получается из функции фиксацией некоторых переменных функции), например линейные законы $\varphi = A_1P_1 + B_1$ и $\varphi = C_1L_1 + D_1$, и осознает только некоторые подмножества множества S: точку (P_0, L_0, P_0, L_0), линию (P_0, L, P_0, L). Затем определение S начинает включать в себя отдельные точки (P_1, L_1, P_2, L_2), где $P_1L_1 = P_2L_2$, и наконец поднимается до всего множества S. Развитие функционального закона $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$ можно выразить средствами func-Онтологий. Расширение множества S — средствами Онтологии на множествах.

Объясняя связь этих представлений с группой INRC, Пиаже и Инхельдер пишут: «Таким образом, констатируем, что система пропорциональности выводится непосредственно из группы четверичности. Субъект исходит из двух трансформаций, каждая из которых содержит обратную: увеличить или уменьшить вес или длину (+P и +L), затем он открывает, что обратная одной (уменьшение веса: −P) может быть замещена обратной другой (уменьшение длины: −L), которая не идентична обратной первой, но приводит к тому же результату через компенсацию, а не через аннулирование: если +P рассматривается как отправная операция (I) и -P как обратная (N), тогда −L есть взаимное (R) от +P и +L — ее коррелят. По одному тому факту, что мы имеем две пары прямых и обратных трансформаций и отношение равенства (но не идентичности), система пропорций зависит от четвертичности в виде I/R = C/N (откуда перекрестные производные IN = RC)»[1].

Это можно выразить следующим образом. Пусть $\varphi = F_\varphi(P_1, L_1, P_2, L_2)$. Увеличивая P_1 до $P_1^* = P_1 + \Delta P_1$, мы увеличим φ до $\varphi^* = \varphi + \Delta\varphi = F_\varphi(P_1 + \Delta P_1, L_1, P_2, L_2)$. Так можно выразить действие +P. Обратное ему действие −P — это обратный переход от $\varphi^* = F_\varphi(P_1 + \Delta P_1, L_1, P_2, L_2)$ до $\varphi = \varphi^* - \Delta\varphi = F_\varphi(P_1^* - \Delta P_1, L_1, P_2, L_2)$. Но оказывается, что достичь $\varphi + \Delta\varphi$ можно не только за счет увеличения веса, но и за счет возрастания длины L_1 при сохранении того же веса. Тогда то же

[1] *Пиаже Ж., Инхельдер Б.* Психология ребенка. С. 141, примеч.

увеличение угла наклона коромысла весов $\varphi^* = \varphi + \Delta\varphi = F_\varphi(P_1, L_1 + \Delta L_1, P_2, L_2)$, достигаемое за счет увеличения длины L_1 до $L_1^* = L_1 + \Delta L_1$, будет выражать коррелятивное действие +L. Реципрокное действие −L выражается в возрате к прежнему углу $\varphi = \varphi^* - \Delta\varphi = F_\varphi(P_1, L_1^* - \Delta L_1, P_2, L_2)$ за счет уменьшения увеличенной длины $L_1 = L_1^* - \Delta L_1$.

Такую ситуацию можно было бы обобщить введением функции двух переменных $z = f(x, y)$, в которой одного и того же возрастания и убывания z можно добиться как за счет возрастания-убывания x, так и за счет возрастания-убывания y. В этом общем случае есть два прямых преобразования: 1) $T(f(x, y)) = f(x + \Delta x, y)$; 2) $S(f(x, y)) = f(x, y + \Delta y)$, и два обратных преобразования; 3) $T^{-1}(f(x, y)) = f(x - \Delta x, y)$, 4) $S^{-1}(f(x, y)) = f(x, y - \Delta y)$. Здесь выполняются соотношения:

$$TT^{-1} = T^{-1}T = I$$
$$SS^{-1} = S^{-1}S = I$$
$$T(f(x, y)) = S(f(x, y))$$
$$T^{-1}(f(x, y)) = S^{-1}(f(x, y)).$$

Для того чтобы понять, как теперь отсюда перейти к группе INRC, обратимся к Флейвеллу, который пишет: «Физические системы, преобразования которых имеют структуру этой группы INRC, принадлежат к следующему типу. Прежде всего эта система содержит две разные и весьма отличные друг от друга операции p и q, имеющие совершенно равноценный эффект, или результат. Такая система содержит также две другие операции p* и q*, аннулирующие (“уничтожающие” или отменяющие) p или соответственно q. Определим теперь четыре преобразования, входящие в эту систему операций:

1. Тождество

(I) $I(p) = p, I(q^*) = q^*.$

2. Отрицание

(N) $N(p) = p^*, N(q) = q^*, N(p^*) = p, N(q^*) = q.$

3. Реципрокность

(R) $R(p) = q^*, R(q) = p^*, R(p^*) = q$ и $R(q^*) = p.$

4. Коррелятивность

(C) $C = NR.$

Коррелятивность выступает здесь просто как произведение отрицания и реципрокности. Так, $C(p) = N[R(p)] = q$, $C(q) = p$, $C(p^*) = q^*$, а $C(q^*) = p^*$»[1] (см. рис. 57).

В нашем случае $p = T$, $p^* = T^{-1}$, $q = S$, $q^* = S^{-1}$. Отсюда, например, получаем:

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 287—288.

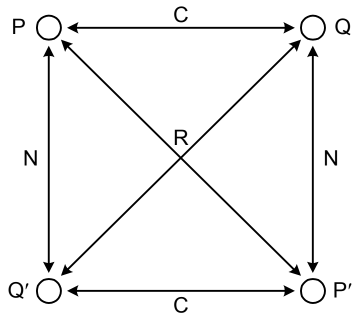

Рис. 57. Структура группы INRC(2)

$$N(T) = T^{-1},\ N(S) = S^{-1},$$
$$R(T) = S^{-1},\ R(S) = T^{-1},$$
$$C(T) = S,\ C(S) = T.$$

Становление группы INRC выражает в этом случае процесс достаточного оформления функции $z = f(x, y)$ в процессе развития.

Если теперь вернуться к логическому выражению группы INRC, то следует сказать, что коррелятивное преобразование $C(p \supset q) \equiv (\neg p \wedge q) \equiv \neg(q \supset p)$ выражает идею какого-то логического преобразования, которое имеет тот же эффект, что имликация $(p \supset q)$, но некоторым иным способом. Поскольку формулы $(\neg p \vee q)$ и $(\neg p \wedge q)$ одинаковы по элементам операций ($\neg p$ и q), но различаются операциями ($\vee$ и $\wedge$), то складывается такое впечатление, что отождествление этих формул могло бы произойти только в том случае, если бы каким-то образом преодолевалось различие операций конъюнкции и дизъюнкции. Введем для формулы $f(p, q)$ *элементный модуль* $|f(p, q)|_e = \{p, q\}$ — множество из элементов p и q функции. Таким образом, элементный модуль выделяет из формулы только ее элементы. Тогда $|\neg p \vee q|_e = |\neg p \wedge q|_e = \{\neg p, q\}$, т. е. формулы $(\neg p \vee q)$ и $(\neg p \wedge q)$ равны по элементным модулям. Аналогично введем *операциональный (функциональный) модуль* $|f(p, q)|_f = f$, который выделяет из формулы $f(p, q)$ функцию f. Введем также два отрицания — *функциональное* (f-*отрицание*) $\neg_f$, меняющее операцию на противоположную (конъюнкцию на дизъюнкцию и обратно), и *элементное отрицание* (e-*отрицание*) $\neg_e$, меняющее элементы формулы на их отрицания. Тогда получим:

$$N(p \supset q) \equiv \neg_f\neg_e(\neg p \vee q) \equiv (p \wedge \neg q),$$
$$R(p \supset q) \equiv \neg_e(\neg p \vee q) \equiv (p \vee \neg q) \equiv (q \supset p),$$
$$C(p \supset q) \equiv \neg_f(\neg p \vee q) \equiv (\neg p \wedge q).$$

В качестве операций, производящих один эффект, можно рассмотреть операции импликации $\supset(p, q) \equiv (p \supset q)$ и *коррелятивной импликации* (C-*имплика-*

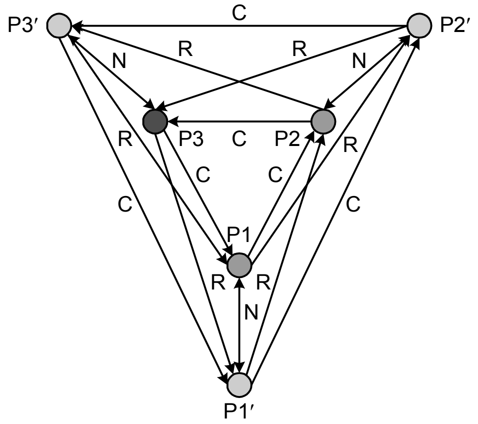

Рис. 58. Структура группы INRC (3)

ции) $\supset_C(p, q) \equiv (p \supset_C q) \equiv (\neg p \wedge q)$. Эти операции равны по e-модулям: $|(p \supset q)|_e = |(p \supset_C q)|_e = \{\neg p, q\}$. В качестве обратных операций рассмотрим отрицания этих операций: $\supset^{-1}(p, q) \equiv N(p \supset q)$, и $\supset_C^{-1}(p, q) \equiv N(p \supset_C q)$. Тогда $R(p \supset q) \equiv (p \vee \neg q) \equiv N(\supset_C(p, q)) \equiv \supset_C^{-1}(p, q)$; $R(p \supset_C q) \equiv (p \wedge \neg q) \equiv N(p \supset q) \equiv \supset^{-1}(p, q)$. Таким образом, получаем группу INRC, исходя из того, что на суждениях определены две операции — операция импликации $\supset$ и операция C-импликации $\supset_C$, дающие одинаковый элементный модуль.

Можно предположить, что средствами группы INRC Пиаже пытался выразить развитие *двумерных* равновесий (инвариант), когда некоторый параметр z зависит от двух аргументов $z = f(x, y)$ и одно и то же значение z может достигаться при разных значениях x и y (таковы случаи сохранения цилиндрического объема $V = HS$, перемещения при равномерном движении $s = vt$, достижения равновесия весов и т. д.). В общем случае эту конструкцию можно было бы обобщить на случай n аргументов $z = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Например, для $n = 3$ получим три операции $p_1(f(x_1, x_2, x_3)) = f(x_1 + \Delta x_1, x_2, x_3)$, $p_2(f(x_1, x_2, x_3)) = f(x_1, x_2 + \Delta x_2, x_3)$, $p_3(f(x_1, x_2, x_3)) = f(x_1, x_2, x_3 + \Delta x_3)$, где $C(p_1) = p_2$ — 1-й коррелят p_1, $C(p_2) = p_3$ — 2-й коррелят p_1, $C(p_3) = p_1$. Для каждой операции p_1, p_2, p_3 определим обратные операции p_1^*, p_2^*, p_3^*, где $p_i p_i^* = p_i^* p_i = I$, $i = 1, 2, 3$ (см. рис. 58).

В этом случае, например, получим такие соотношения: $C^3 = I$, $R^3 = N$, $R^6 = I$.

С этой точки зрения группу INRC точнее обозначать как группу INRC(2) — группу для двух объектных операций (прямой и коррелятивной). В общем случае возможны, по-видимому, группы INRC(n), определенные для n-объектных операций (одной прямой и $(n - 1)$ коррелятивных операций).

Для группы INRC(n) с объектными операциями $p_1, p_2, ..., p_n$ и их отрицаниями $p_1^*, p_2^*, ..., p_n^*$ операции I, N, R, C могут быть определены по аналогии с группой INRC(2):

1. Тождество

(I) $$I(p_i) = p_i,\ I(p_i^*) = p_i^*,\ i = 1, \dots, n.$$

2. Отрицание

(N) $$N(p_i) = p_i^*,\ N(p_i^*) = p_i.$$

3. Реципрокность

(R) $$R(p_i) = p_{i+1}^*,\ R(p_n) = p_1^*,\ R(p_i^*) = p_{i+1},\ R(p_n^*) = p_1.$$

4. Коррелятивность

(C) $$C = NR.$$

Такие группы могли бы выражать развитие n-*мерных* равновесий и инвариант.

Флейвелл пишет о роли группы INRC в теории Пиаже: «Нет никакого сомнения, что он открыто стремится сделать группу INRC теоретической моделью, или схемой, по крайней мере некоторых областей подросткового мышления, в частности моделью поведения, подразумевающего использование одновременно и реципрокности, и отрицания. Хотя на первый взгляд это поведение не имеет отношения к более общей способности применять пропозициональную логику, оно, несомненно, внутренне связывается с нею через логическую группу INRC — структуру, которая как бы стоит одной ногой в логике per se, а другой — в области операций отрицания и реципрокности. Эта линия рассуждения чрезвычайно характерна для общего подхода Пиаже к решению научных проблем. Ее прямым результатом является понимание структуры мышления подростка с точки зрения объединенной и взаимосвязанной совокупности группы и решетки, составляющей общий генотип для многочисленных и не похожих друг на друга фенотипов. В соответствии с общей моделью уравновешивания, выдвигаемой Пиаже, формально-операциональное мышление представляет собой уравновешенную структуру, включающую структурные элементы предшествующего периода развития. Так, мы видели, что структура решетки включает несколько объединенных воедино конкретно-операциональных группировок, а группа INRC соединяет в одной системе операции отрицания и реципрокности, которые ранее входили порознь в состав отдельных группировок»[1].

§ 10. Живые структуры

Важная черта генетической психологии Пиаже — понимание им структур интеллекта как некоторых активных и динамических сущностей. Флейвелл, например, пишет по этому поводу: «Как отмечает Пиаже <...> система напоминает “силовое поле”, которое включает операцию, когда перед субъектом встает не-

[1] *Флейвелл Дж. Х.* Генетическая психология Жана Пиаже. С. 292.

которая задача <...> Нужно только к этому присовокупить, что указанное силовое поле отличается высокой динамичностью и подвижностью, поскольку оно состоит из систем операций; по выражению Пиаже, уравновешенная познавательная система — “это равновесие полифонии, а не уравновешенность системы инертных масс”»[1]. В этих определениях можно отметить явные аналогии с теорией поля К. Левина. Можно предположить, что и математические структуры для Пиаже выступают как своеобразные субъектные онтологии со своими ψ-функциями и векторами субъектной силы («силовое поле»). Ниже я постараюсь несколько конкретизировать эту идею.

Пусть дана некоторая структура S = <*M, F, P*> на множестве элементов *M*, с множеством операций *F* и множеством предикатов *P*. Пусть T — теория с языком L, моделью которой является структура S, и E — некоторая эмпирическая реализация структуры S. Зададимся таким вопросом: если бы субъект овладел структурой S, то что он мог бы делать с ее помощью? Я предположу здесь следующие основные активности субъекта в связи со структурой S: 1) способность выделять те или иные составляющие структуры и удалять их из поля внимания; 2) способность проводить операции над элементами; 3) способность определять предикаты на элементах структуры; 4) делать выводы по законам теории T; 5) интерпретировать структуру S на эмирической реализации E. Остановимся пока на этих активностях, хотя реально их гораздо больше.

Предположим далее, что с тройкой <E, S, T> — эмпирической реализации E, структуры S и теории T — связана некоторая субъектная онтология S* = <U, B, ψ>, активность которой выражается в перечисленных выше действиях (замечу также, что тройка <E, S, T> может быть рассмотрена как координация). Рассмотрим здесь некоторые примеры.

1. *Выделение-удаление элемента*. Пусть a — элемент структуры, т. е. $a \in M$. Можно ввести операцию выделения элемента, обозначив ее, например, символом $^+$, т. е. ^+a — выделенный элемент. Тогда можно ввести и обратную операцию удаления элемента, например ^-a — символ удаленного из поля внимания элемента a. Положение дел $u \in U$ из онтологии U может включать в себя множества выделенных-удаленных элементов, и ряд действий [u, u′] может быть связан с выделением-удалением элементов структуры. Интересно, что само по себе действие выделения или удаления элемента не имеет безусловной валентности, но приобретает ее только в рамках некоторого контекста. Следовательно, ψ-функция в этом случае условна.

2. *Совершение операции*. Пусть f — некоторая n-местная операция из *F*, т. е. $f \in F$. Субъект S* активируется к совершению операции такой проблемной ситуацией, когда необходимо найти $f(a_1, ..., a_n)$, исходя из n элементов $a_1, ..., a_n$. Таким образом, существует вектор субъектной силы $F_f(u) = (E\psi, u, u^+)^*$, где $u = \{(a_1, ..., a_n)\}$, $u^+ = \{f(a_1, ..., a_n)\}$. Следовательно, ψ-функция в этом случае растет с переходом от $(a_1, ..., a_n)$ к $f(a_1, ..., a_n)$: $\psi\{(a_1, ..., a_n)\} < \psi\{f(a_1, ..., a_n)\}$ (здесь я изображаю

[1] Там же. С. 228.

$\psi(\{x\})$ как $\psi\{x\}$). (+)действие $[u, u^+]$ совпадает здесь с применением функции f к начальному положению дел u (точнее говоря, f применяется к $(a_1, ..., a_n)$, а не к u, но здесь можно ввести такую функцию f*, где $f^*(u) = \{f(u)\}$. Учитывая тесную связь функций f и f*, их можно не различать). До совершения операции n-ка $(a_1, ..., a_n)$ дана выделенно, т. е. $^+(a_1, ..., a_n) = (^+a_1, ..., ^+a_n)$, а результат операции $f(a_1, ..., a_n)$ дан скрыто — как $^-f(a_1, ..., a_n)$. После совершения операции результат $f(a_1, ..., a_n)$ дается явно — как $^+f(a_1, ..., a_n)$. Поскольку $^+$ и $^-$ — также операции выделения и удаления, то для них будут верны все описанные выше конструкции, в частности через $F_+(u)$ и $F_-(u)$ можно обозначать субъектные силы, выражающие эти операции. Для операций выделения-удаления будет существовать лишь та особенность, что в качестве первоначального положения дел u здесь выступит $u = \{^s a\}$, где s=+ для F_- и s=− для F_+.

3. *Определение предиката.* Здесь мы имеем во многом аналогичную ситуацию. Пусть P — некоторый n-местный предикат из *P*, т. е. $P \in \mathit{P}$. Субъект S* активируется к определению предиката такой проблемной ситуацией, когда необходимо определить $P(a_1, ..., a_n)$ (например, как истинностное значение), исходя из n элементов $a_1, ..., a_n$. Таким образом, существует вектор субъектной силы $F_P(u)$, и ψ-функция в этом случае растет с переходом от $(a_1, ..., a_n)$ к $P(a_1, ..., a_n)$: $\psi\{(a_1, ..., a_n)\} << \psi\{P(a_1, ..., a_n)\}$. (+)действие $[u, u^+]$ совпадает здесь с определением предиката P на начальном положении дел u. До совершения операции n-ка $(a_1, ..., a_n)$ дана выделенно, т. е. $^+(a_1, ..., a_n) = (^+a_1, ..., ^+a_n)$, а результат определения предиката $P(a_1, ..., a_n)$ дан скрыто — как $^-P(a_1, ..., a_n)$. После определения предиката результат $P(a_1, ..., a_n)$ дается явно — как $^+P(a_1, ..., a_n)$.

4. *Осуществление вывода.* Пусть в рамках теории T определена выводимость $\Gamma \vdash_T B$, где $\Gamma = \{A_1, ..., A_n\}$ — множество посылок (гипотез) как формул из языка L теории T. B — заключение выводимости (B — также формула из языка L). В этом случае вновь можно предположить существование субъектной силы $F_{(\Gamma, B)}(u)$, и ψ-функция в этом случае синхронизирована с выводимостью: $\psi(\Gamma) < \psi\{B\}$. До проведения выводимости множество Γ дано выделенно $^+\Gamma = \{^+A_1, ..., ^+A_n\}$, формула B дана сокрыто — как ^-B. После проведения вывода формула B становится выделенной ^+B. Интересно, что каждая субъектная сила (кроме силы F_-) оказывается одновременно силой выделения F_+ для своего результата. Ограничение на выводимости $\Gamma \vdash_T B$, возможно, связано в этом случае с тем, что эти выводимости не должны быть слишком длинными.

5. *Интерпретация.* Субъект S* также может обладать способностью сопоставлять компонентам чистой структуры S, например элементам $a \in M$, их эмпирические интерпретации E(a) в некоторой эмпирической реализации E структуры S. В этом случае вновь можно предположить существование субъектной силы $F_E(u) = (E\psi, u, u^+)^*$, где $u = \{a\}$, $u^+ = \{E(a)\}$. ψ-функция в этом случае синхронизирована с выводимостью: $\psi(a) < \psi\{E(a)\}$. До проведения выводимости элемент a дан выделенно ^+a, в то время как его эмпирическая интерпретация E(a) дана сокрыто — как $^-E(a)$. После проведения вывода интерпретация E(a) становится выделенной $^+E(a)$.

Таким образом, субъект S* может совершать множество активностей в рамках математической структуры S и тройки <E, S, T>. Такого рода субъекта можно рассматривать как начало оживления структуры — как своего рода *живую структуру* S. Каждая из описанных выше активностей — выделение-удаление элемента, осуществление операции, определение предиката, проведение вывода, интерпретация — представлена в живой структуре через соответствующую субъектную силу F, многообразие которых, возможно, и образует то самое «силовое поле», о котором пишет Пиаже. Благодаря живой структуре, субъект может осуществлять структурные активности бессознательно, опираясь только на переживание у-полей и соответствующих субъектных сил. Вот почему идея живой структуры особенно важна в генетике интеллекта, когда субъекты на каждом шагу обучаются владеть структурами, еще не имея возможности осознать эти структуры. Как раз такую ситуацию мы встречаем в случае развития структур интеллекта у детей. Хотя на этапах конкретных и формальных операций дети осваивают группировки и группы, например логику суждений, но это совсем не значит, что они осознают эти структуры. Наоборот, структуры работают в детском сознании не на основе сознательного использования алгоритмов, но средствами непосредственного переживания разнообразных структурных конструкций и отождествления структурных активностей со своей собственной живой деятельностью.

Важность живых структур связана также с тем, что именно их природа отличает использование структур субъектами, например математиком или подростком при решении той или иной задачи, и разного рода асознательные алгоритмические реализации этих структур на тех или иных неорганических устройствах. Хотя и компьютер и человек могут сложить числа 2 и 2, получив 4, но делать это они будут принципиально по-разному. Человек будет совершать указанное действие в рамках соответствующей живой структуры S*. Различие будет еще более разительным, если мы вспомним о средствах определения субъектных онтологий в теории Life — о личном и общем экранах, видах Эго, афферентных-эфферентных органах и т. д.

Развитие структур в интеллекте человека происходит, по-видимому, так, что вначале новая структура S дана максимально как живая структура S*, что позволяет субъекту начать осваивать эту структуру (отождествляя себя с живой структурой S*), не осознавая ее. И лишь позднее, когда живая структура вполне и многократно проявит себя, возникает рефлексия (децентрация) структуры S и составляющих ее координации <E, S, T>. Только после такого осознания субъект постепенно вычленяет составляющие структуры вполне объектно (в М-статусе на своем экране сознания) и получает возможность формализовать-алгоритмизировать-аксиоматизировать структуру, превратив ее в отчужденную сущность, которую можно симитировать на несубъектных активностях. Следовательно, за каждой математической структурой S должна находиться живая структура S*, которая если и оттеснена на задний план в результате продвинутой рефлексии над S, у живого существа, владеющего структурой S, никогда, по-видимому, не исчезает. Мне кажется, что развитие в последнее время в современной математике представлений структур через разного рода нормированные меры, например через функции принадлежности в классической и нечеткой теории множеств, до некоторой степени воспроизводит ценностные конструкции живой структуры, скоординированные с объективированной частью структуры. Тот факт, что такой подход с функциями принадлежности можно провести последовательно до конца, выстроив равносильную систему представления структур, говорит о возможности развития более «полевого» определения структур.

Глава 6
Психофизика и R-анализ

В этой главе я хотел бы немного вернуться к идеям R-анализа, посмотрев на них с точки зрения психофизики. Как уже отмечалось, R-функции очень напоминают психофизические функции, которые выражают субъектное количество, обладающее порогами и соединением дискретного и непрерывного. В работах «Проблема порогов чувствительности и психофизические законы» [1] и «Основной психофизический закон и его варианты» [2]. К. В. Бардин, как мне кажется, дает хорошее представление об одной из центральных тем психофизики — теме субъектного количества. Актуальность этих идей находит свое подтверждение в новом учебнике «Психология 21 века» [3], где в части 3.1 «Психология сенсорных процессов» 3-й главы приводится практически сжатая выдержка из первой работы Бардина. В этой главе я буду использовать указанные работы.

§ 1. Психофизический закон Вебера—Фехнера

Впервые столь отчетливо проблема субъектного количества и числа была поставлена, как представляется, Г. Фехнером. Он поднял вопрос не просто о психических образах физического мира, но о *психическом образе физического количества*. Такой образ представляет собою относительно самостоятельное состояние количества (ψ-количество, или Q_ψ), находящееся в закономерном отношении к физическому количеству (φ-количеству, или Q_φ). Вариант психофизического закона, данный Фехнером, представлял собою попытку конкретной формулировки основного психофизического закона $L_{\psi\varphi}$ — закона преобразования φ-количества в ψ-количество: $Q_\psi = L_{\psi\varphi}(Q_\varphi)$. Подобная идея обладает чрезвычайной важностью в том смысле, что она, во-первых, предполагает психическое бытие

1 *Бардин К. В.* Проблема порогов чувствительности и психофизические методы. М.: Наука, 1976.

2 *Бардин К. В.* Основной психофизический закон и его варианты // Проблемы психофизики и дифференциальной психофизиологии. Казань: Изд-во Казанского ун-та, 1981. С. 14—35.

3 Психология 21 века: Учебник для вузов / Под ред. В. Н. Дружинина. М.: ПЕР СЭ, 2003.

как результат некоторого закономерного преобразования физического бытия и, во-вторых, выдвигает формулировку строгого количественного определения такого преобразования. С работы Фехнера «Элементы психофизики»[1] можно отсчитывать начало психофизики как теоретической науки. Именно в этой работе основным предметом психофизики оказывается «основной психофизический закон» как некоторое закономерное преобразование φ-бытия в ψ-бытие. Такой закон символизирует собою некий третий тип реальности (ψφ-бытие), только благодаря которому возможны вообще какие-либо отношения между психическим и физическим. ψφ-Бытие выступает как некоторое бытие-модус по отношению к своим физическим и психическим модальностям. Благодаря именно этому глубинному принципу психофизического единства работа Фехнера стала классикой новой науки.

Посмотрим теперь более внимательно на предложенный Фехнером вариант психофизического закона. Во-первых, Фехнер использует закон Вебера $\Delta r_{jnd}/r = C = const$ — отношение едва заметного приращения (just noticeable difference) стимула Dr_{jnd} к абсолютной величине стимула r есть величина постоянная. Dr_{jnd} — это приращение стимула, добавленное к r, которое впервые начинает замечаться субъектом. Фехнер исходит из убеждения, что «субъект не в состоянии количественно оценить величину возникшего у него ощущения. Он может сказать, сравнивая два ощущения, которое из них больше и которое меньше, но оценить, насколько одно больше другого (или во сколько раз больше), он не в состоянии. Отсюда положение, что ощущения не могут быть измерены непосредственно, как мы измеряем объекты физического мира»[2]. Казалось бы, такое состояние количества выражается только порядковой шкалой, но Фехнер предлагает остроумный метод, который позволяет квантифицировать такую шкалу. Мы можем двигаться по такой шкале малыми шагами. Вначале изменяем стимуляцию от некоторого стартового значения r_0, пока субъект впервые не заметит появление ощущения. Это будет 1-й шаг Δr_1. Затем, отталкиваясь от $r_1 = r_0 + \Delta r_1$ как от первого значения, начинаем искать следующее приращение, которое впервые начнет отличаться от r_1. Это будет второе приращение Δr_2. Суммарное величина стимула теперь будет $r_2 = r_0 + \Delta r_1 + \Delta r_2$. Далее можно двигаться аналогично, разбивая шкалу стимуляции системой едва заметных приращений Δr_k.

Мы как бы квантуем протяженность, двигаясь такими приращениями стимула, которые каждый раз вызывают едва заметное изменение ощущений у субъекта. Такое квантование наводится сенсорной системой субъекта. У этой системы есть как *абсолютный порог* чувствительности, когда все достаточно малые величины стимула уже не вызывают реакцию системы, так и *дифференциальные пороги*, не замечающие достаточно малых различий двух стимулов. Отсюда Фехнер делает вывод, что шкала ощущений квантована, носит дискретный ха-

[1] *Fechner G.* Elemente der Psychophysik. 1. Aufl. Leipzig, 1860 (2. Aufl. — Leipzig, 1889).

[2] *Бардин К. В.* Основной психофизический закон и его варианты. С. 18—19.

рактер. Представленная выше последовательность приращений выражает подобное квантование субъектной шкалы.

Основная идея Фехнера состоит в том, чтобы рассмотреть кванты как субъектные единицы, суммой которых образуется шкала ощущений. Это означает, что каждое едва заметное приращение Δr_k переживается субъектом одинаково — как именно едва заметное приращение. Это своего рода бесконечно малая степень переживания. Различие двух таких степеней также может быть только бесконечно малым. И Фехнер принимает свое основное допущение $\Delta E = D = \mathrm{const}$, где ΔE — величина ощущения, вызываемая приращением стимула ΔR_k.

Имея две ненулевые константы $\Delta r/r = C$ и $\Delta E = D$, мы можем приравнять их с некоторым коэффициентом: $\Delta E = \beta \Delta r/r$, где $\beta = D/C$. Переходя к дифференциалам, можем записать: $dE = \beta dr/r$, откуда интегрированием находим, что $E = \beta \ln(r) + A$, где A — константа интегрирования. Полагая, что $E = 0$ для $r = r_0$ — абсолютного порога, получим: $A = -b\ln(r_0)$. Отсюда окончательно получаем: $E = \beta \ln(r/r_0)$ — фехнеровский вариант основного психофизического закона, утверждающий логарифмическую зависимость между объектной величиной стимула r и субъектной величиной порождаемого им ощущения E.

Известно, какое огромное впечатление произвели на современников «Элементы психофизики» Фехнера. Оказалось, что переживания субъекта можно выразить количественно, используя для этого достаточно логичные рассуждения и принципы. В самом деле, несмотря на не менее обширную критику, которую вызвал психофизический закон в фехнеровской формулировке, в приведенной выше логике рассуждений ощущается нечто непреходящее и подлинное. Другое дело, что может быть этот непреходящий момент как-то незаметно соединяется у Фехнера с множеством более частных и случайных обстоятельств. В итоге возникает некоторая смесь вечного-преходящего, которая то полностью сводится к вечному, то к преходящему. Правильнее, по-видимому, было бы отделить одно от другого, выделив в рассуждениях Фехнера некоторый более глубокий момент. Попробуем это сделать.

У Фехнера есть интуиция субъектного количества или, как можно было бы выразиться, субъектной протяженности. Попытаемся глубже всмотреться-вслушаться в его основания, следя за ходом рассуждений немецкого физика.

Во-первых, Фехнер вводит эту протяженность в некоторый режим проявления. Когда субъект переживает некоторое первоначальное ощущение $E_0 = f(r_0)$, то тем самым в этой протяженности выделяется значение E_0. Отталкиваясь от этого значения, можно двигаться в ту или иную сторону. В этом случае величина E_0 станет некоторой точкой отсчета, с которой будет идти сравнение. И здесь обнаружится наличие дифференциального порога — новая величина $E_1 = f(r_1)$ обнаружит свое отличие только на некотором конечном отдалении r_1 от r_0. Но все могло бы быть иначе. Например, первой величиной могла бы оказаться некоторая другая величина ощущения $E_0^* = f(r_0^*)$, и, двигаясь от нее, мы могли бы обнаружить другое квантование субъектной протяженности. Фехнер, кажется, с одной стороны, чувствует эту способность субъектной протяженности квантоваться, но, с другой стороны, слишком жестко фиксирует только одно из возможных квантований. В общем случае, по-видимому, можно говорить о некоторой системе приготовления субъектной квантификации, когда одна и та же субъектная протяженность может быть выявлена-определена по-разному. Условия измерения во многом определяют в случае субъектных мер сам вид субъектной шкалы. Фехнер с этой точки зрения принимает два основных ограничения — закон Вебера и условие константности элементарных ощущений $\Delta E = \text{const}$, которые уже задают определенный вид квантификации субъектной шкалы. Возможно, субъектные шкалы в большей мере напоминают квантовые шкалы и квантовые процедуры измерений. Субъектная шкала может представляться множеством своих более частных и дополнительных квантификаций, каждая из которых активируется определенной системой измерительных условий. Закон Вебера и условие константности элементарных ощущений выступают примером такого рода частных условий. Например, последнее условие выражает момент большой эмпатии субъекта при определении субъектной протяженности, когда он не способен воспринять ее «извне», но переживает слишком «изнутри», так что ощущения находятся в достаточно сильном L-статусе на личном экране субъекта. В этом случае трудно выразить ощущения, кроме как в рамках ближайших отличий (горизонт субъекта сужен до границ локальной карты — малой окрестности текущего положения дел). Что же касается закона Вебера, то, как оказалось, он выполняется лишь в ряде случаев и для средних значений сенсорной шкалы. Возможно, этим выражается более автономное состояние субъектного количества, проекция которого в объектную шкалу приводит к тому же экспоненциальному росту, что и в случае автономного роста живых организмов. Таким образом, ограничения фехнеровского закона можно выразить по крайней мере условиями L-статуса ($\Delta E = \text{const}$) и автономности (закон Вебера) субъектной протяженности.

Каково соотношение фехнеровского варианта психофизического закона и R-функций? Здесь надо отметить, что если шкалу физического стимула (φ-шкалу Q_φ) связывать с протяженностью, на которой явным образом определены конечные пороги, а ψ-шкалу (Q_ψ) ощущений — с «расправленной» протяженностью, не обладающей конечными порогами, то психофизический закон $Q_\psi = L_{\psi\varphi}(Q_\varphi)$ можно сравнить с действием прямой базовой R-функции $y = R_M(x)$, которая действует из интервала $(-M, M)$ на всю вещественную ось R. Интересно, что эйнштейновская прямая R-функция имеет логарифмический вид

$$(*) \qquad y(x) = \left(\ln\left(\frac{M+1}{M-1}\right)\right)^{-1} \ln\left(\frac{M+x}{M-x}\right) = \alpha \ln\left(\frac{M+x}{M-x}\right), \text{где } \alpha = \left(\ln\left(\frac{M+1}{M-1}\right)\right)^{-1},$$

который до некоторой степени сравним с логарифмическим вариантом фехнеровского психофизического закона $E = \beta\ln(r/r_0)$. Если выразить величину стимула r через x, то получим следующее выражение:

(**) $$r(x) = r_0 \left(\frac{M + x}{M - x} \right)^{\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)},$$

которое определяет функцию, растущую от $r(0) = r_0$ при $x = 0$ до бесконечности $r(M) = \infty$ при $x=M$.

Обратная функция

(***) $$x(r) = M \left(\frac{(r/r_0)^{\left(\frac{\beta}{\alpha} \right)} - 1}{(r/r_0)^{\left(\frac{\beta}{\alpha} \right)} + 1} \right)$$

растет от $x(r_0) = 0$ при $r = r_0$ до M при $r \to \infty$.

Если мы подставим $r(x)$ в уравнение Фехнера $E = \beta \ln(r/r_0)$, то получим эйнштейновскую R-функцию. Наоборот, если подставить $x(r)$ в формулу R-функции, получим фехнеровский логарифмический закон.

Функция $r(x)$ выражает поправку на фехнеровский аргумент r относительно аргумента x R-функции. Такая поправка выражается в двух моментах. Во-первых, при стремлении аргумента x к нулю (бесконечно малому) фехнеровский аргумент стремится к конечной величине абсолютного порога r_0. Здесь различие выражается в определении нижнего порога у фехнеровской функции и отсутствии такового у базовой R-функции. Во-вторых, при стремлении x к M фехнеровский аргумент стремится к бесконечно большому. Здесь, наоборот, есть верхний порог у R-функции, и нет его у фехнеровской функции. Согласование нижних и верхних порогов (конечных и бесконечных) двух вариантов психофизических преобразований и выражается функцией $r(x)$.

Если производная функции $r(x)$ при $x = 0$ принимает значение меньше 1, то где-то между 0 и M лежит значение x_1, в котором производная $r(x)$ равна 1. Именно в окрестности $(x_1 - \Delta x, x_1 + \Delta x)$ этого значения законы роста аргументов x и $r(x)$ наиболее близки друг другу. Поскольку это область между порогами, т. е. медиальная область, в которой наиболее точно выполняется веберовский (а значит, и фехнеровский) закон, то можно считать последний определенным приближением к более сложной природе R-функции как психофизического закона.

Итак, фехнеровский вариант психофизического закона $E = \beta \ln(r/r_0)$ можно рассматривать как результат преобразования (***), примененного к аргументу x R-функции (*), причем значения R-функции в этом случае рассматриваются в некоторой медиальной области, лежащей между 0 и M. Преобразование (***) превращает R-функцию в фехнеровскую логарифмическую функцию, у которой, в отличие от R-функции, появляется нижний конечный порог r_0 и исчезает верхний конечный порог M.

У самой R-функции нет столь однозначного нижнего порога и есть верхний порог. Как помнит читатель, абсолютный и дифференциальные пороги в случае

R-анализа обеспечиваются совместным действием обратной базовой R-функции и обратной несравнимо малой R-функцией. К этому вопросу я еще вернусь.

Итак, можно предположить, что эйнштейновская прямая базовая R-функция находится в близком соотношении с фехнеровским вариантом психофизического закона, хотя в этом случае и возникает ряд существенных модификаций.

Позднее было выяснено, что закон Вебера и основанный на нем закон Фехнера выполняются главным образом в средней части шкалы ощущений. «Коррекция выражения (логарифмического закона, выведенного Фехнером. — *В. М.*) с учетом изменения дроби Вебера для малых и больших интенсивностей была предложена Гельмгольцем и затем развита Брока в виде следующей модели: $R = k\log\frac{L+A}{L+B} + c$, где R — сила ощущения, L — яркость сигнала, k — константа пропорциональности, A — константа для больших яркостей, B — для малых» [1].

Если сравнивать это выражение с эйнштейновской прямой R-функцией, то здесь отмечаются еще большие сходства, чем для закона Фехнера. Полагая, что $k\ln\frac{L+A}{L+B} + c = \alpha\ln\left(\frac{M+x}{M-x}\right)$ и L = x, c = 0, получим: $\left(\frac{x+A}{x+B}\right)^k = \left(\frac{M+x}{M-x}\right)^\alpha$. Представим далее x + B как −(−B − x). Тогда имеем: $(-1)^k\left(\frac{A+x}{A-x}\right)^k = \left(\frac{M+x}{M-x}\right)^\alpha$. Полагая, что $k = 2p$, где $p = 1, 2, 3\ldots$ и $A = M$, $B = -M$, получаем, что $k = \alpha = \left(\ln\left(\frac{M+1}{M-1}\right)\right)^{-1}$, т. е. получим уравнение $\ln\left(\frac{M+1}{M-1}\right) = 1/2p$, откуда $\frac{M+1}{M-1} = e^{1/2p}$.

Выделяя отсюда M, получаем: $M = -\frac{1 + e^{\frac{1}{2p}}}{1 - e^{\frac{1}{2p}}}$. Следовательно, выражения для прямой эйнштейновской R-функции и закона Гельмгольца—Брока можно отождествить только соответствующим подбором констант, не меняя основного вида функциональной зависимости этого варианта психофизического закона.

Квантование физической шкалы стимулов можно теперь связать с квантованием внутренности базовой галактики, возникающей в связи с фиксацией последовательного ряда конечных монад. Стартовое значение некоторой величины $E_1 = f(r_1)$ выделяет центр $r_1 = R^{-1}_M(E_1)$ первой монады, который оказывается окруженным областью близости $\mu(r_1) = \{R^{-1}_M(E_1 + R^{-1}_{M^{-1}}(e)) : e \in R\}$. Величина первого приращения Δr_1 связана с границей монады $\mu(r_1)$, отстоящей на величину Δr_1 от центра r_1, то есть $r_1 + \Delta r_1 = R^{-1}_M(E_1 + R^{-1}_{M^{-1}}(\pm\infty))$. Переход к этой границе определяет центр $r_2 = R^{-1}_M(E_2)$, где $E_2 = E_1 + R^{-1}_{M^{-1}}(\pm\infty)$, новой монады. Так продолжается и далее, пока R-протяженность не покроется цепью следующих друг за другом монад. Величины Δr_k представляют собою дифференциальные пороги. Совокупность центров монад $\{r_k\}^n_{k=1}$, отстоящих друг от друга на величины

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н.* Цветовое зрение. М.: Изд-во МГУ, 1984. С. 30.

дифференциальных порогов Δr_k, образует квантование внутренней протяженности базовой галактики. Причем такая протяженность, занимая интервал между 0 и M, получается как результат проецирования на физическую протяженность субъектной протяженности E (в этом случае действует отображение, обратное психофизическому закону $Q_\varphi = L^{-1}_{\varphi\psi}(Q_\psi)$. Оно представлено обратными R-отображениями $r = R^{-1}_M(E)$ и $r + \Delta r = R^{-1}_M(E + R^{-1}_{M^{-1}}(e))$. Экспериментатор, формируя ощущение $E = R_M(r)$ у испытуемого на основе физической величины r, одновременно может получать некоторую информацию о ψ-образе E этой величины. Например, изменяя $r_1 = R^{-1}_M(E_1)$ до $r_1 + \Delta r_1 = R^{-1}_M(E_1 + R^{-1}_{M^{-1}}(\pm\infty))$, экспериментатор получает сигнал о выделении приращения Δr_1 на основе переживания границы монады $E_1 + R^{-1}_{M^{-1}}(\pm\infty)$ как достижения едва заметной разницы с переживанием E_1. Следовательно, на субъектной протяженности определено отношение близости, которое отождествляет для субъекта разные элементы одной монады.

Трактовка субъектной шкалы ощущений как R-протяженности позволяет также оправдать аналогию между конечными ΔX и дифференциальными dX приращениями, которую использует Фехнер, переходя от разностных уравнений к дифференциальным.

Так можно было бы пытаться проинтерпретировать идеи Фехнера средствами R-анализа.

§ 2. Психофизический закон Стивенса

Существуют и другие формулировки психофизического закона, кроме фехнеровского варианта, наиболее известной из которых является формулировка С. Стивенса[1]. В отличие от Фехнера, он исходит из представления о том, что субъект способен делать прямые *количественные* оценки своих переживаний. Например, в эксперименте так называемых «прямых методов» испытуемого просят оценить, какой из предъявленных стимулов будет в n раз сильнее, чем некоторый исходный стимул. В этом случае субъект оказывается достаточно осведомленным об условиях и средствах проведения эксперимента. Шкала переживаний как бы просматривается им в некоторой глобальной перспективе, словно местность на глобальной карте. Субъект движется не столько малыми дифференциальными шагами, как в пороговых экспериментах, сколько сразу обозревает всю шкалу в целом, имея возможность прямо отнести то или иное переживание к определенному элементу этой шкалы. Практически это означает, что экран сознания субъекта включает в себя все сенсорное пространство шкалы, в то время как в пороговых экспериментах экран субъекта сужен до только дифференциальных размеров шкалы. Это приводит к данности субъекту не только дифференциальных переживаний ΔE (или dE), но и конечных переживаний E.

---

[1] *Stevens S.* To honor Fechner and repeal his law. A power function, describes operating characteristic of sensory system // Science. 1961. Vol. 133. P. 81–86.

Стивенс предполагает далее, что закон Вебера $\Delta r/r = C = const$ может быть распространен и на ощущения, т. е. можно записать $\Delta E/E = B = const$. Последующие рассуждения Стивенса аналогичны таковым у Фехнера. Отношения $\Delta r/r$ и $\Delta E/E$ могут быть приравнены друг другу с некоторым коэффициентом: $\Delta E/E = n\ \Delta r/r$, где $n = B/C$. Далее можно перейти к дифференциалам: $dE/E = n\ dr/r$, и проинтегрировать полученное дифференциальное уравнение, получив равенство $\ln E = n \ln(r) + C$, где C — константа интегрирования. Отсюда получаем степенную зависимость $E = Ar^n$, где $\ln A = C$, которая и представляет собою стивенсовский вариант психофизического закона.

Как отмечалось выше, Стивенс предполагает несколько иную систему представления субъектной шкалы, чем Фехнер, выводя при этих условиях иной вариант психофизического закона. Сам Стивенс это, по-видимому, не вполне понимал, утверждая, что его закон опровергает закон Вебера—Фехнера. В отличие от объектных шкал, *субъектное количество может находиться в разных состояниях*, в связи с чем возникают и разные версии психофизического закона. Попытаемся выразить средствами R-анализа условия определения субъектной шкалы ощущений в случае стивенсовского варианта психофизического закона.

Предполагаем по-прежнему, что объектная шкала дана как вещественная ось, на которой определена внутренность базовой галактики на сегменте [0, M) для неотрицательных значений величин. Если бы выполнялись фехнеровские условия, то сегмент [0, M) отображался бы прямой базовой R-функцией на всю вещественную полуось $[0, \infty)$ субъектной шкалы ощущений (здесь субъектная шкала дана в L-статусе на вещественной полуоси, где используется определение «сегмент [0, X) дан в M-статусе на сегменте $[0, \infty)$ если только если $X < \infty$»). В этом случае, по-видимому, достигалась бы максимальная несовместимость определений финитного и несравнимо малого уровней определения количества. Если количество в этом случае выражать бичислом (x, y), то максимальная определенность финитного числа x должна быть связана с максимальной неопределенностью несравнимо малого числа y, и наоборот. Находясь в условиях дифференциальной различимости (определенность y), мы бы полностью теряли финитную различимость (определенность x), т. е. экран сознания был бы ограничен только размерами монады (локальной карты). В таких условиях были бы применимы лишь пороговые методы измерения ощущений.

Если Стивенс предполагает систему условий в определении субъектного количества, при которой субъект одновременно способен определять как дифференциальные (dE), так и финитные (E) величины, то, следовательно, субъектная шкала как образ сегмента [0, M) дана в состоянии, при котором снижается несовместимость между финитным и дифференциальным количеством. Такое снижение несовместимости наблюдается в том случае, когда субъектная шкала не заполняет всю вещественную ось, т. е. дана в M-статусе на этой оси. Учитывая степенной характер психофизического закона, по Стивенсу, можно предположить, что сегмент [0, M) отображается в сегмент $[0, M^n)$ некоторой степенной функцией $y = Ar^n$. Сегмент $[0, M^n)$ в свою очередь можно рассматривать как неотрицательную часть галактики для обратной R-функции $E^* = R^{-1}_{M^n}(E) = (R^{-1}_M(E))^n = r^n$, получаемой возведением в степень n обратной базовой R-функции $r = R^{-1}_M(E)$. Здесь E — фехнеровские финитные ощущения, E* — стивенсовские. Таким образом, в случае стивенсовской системы условий субъектная шкала представлена как степенная функция объектной шкалы и в этом смысле является более подобной объектной шкале. Поскольку на объектной шкале проекция фехнеровских переживаний дана в сильном M-статусе сегмента [0, M), на стивенсовской шкале фехнеровские переживания оказываются данными хотя и в менее слабом M-статусе сегмента $[0, M^n)$, но все же в M-статусе (так как $M^n < \infty$). По-видимому, такой M-статус субъектной шкалы и выражается условиями прямых методов, когда испытуемый воспринимает шкалу более объектно, как бы «извне», и может совмещать финитные и дифференциальные элементы шкалы.

Отсюда же можно заметить, что фехнеровские переживания больше воспринимаются «изнутри» и плохо совмещают дифференциальные и финитные переживания, в то время как стивенсовские переживания больше даны «извне» и в большей мере способны к совмещению дифференциальных и финитных определений. Это две разные субъектные шкалы, в которые одна и та же объектная шкала отображается различными психофизическими функциями. Однако разные субъектные шкалы в свою очередь представляют два разных состояния одного первообраза, благодаря которому возможны переходы от одной субъектной шкалы к другой. Выше стивенсовские ощущения E* получались из фехнеровских E обратной R-функцией $E^* = R^{-1}_{M^n}(E)$, которая локализует глобальное, т. е. переводит количество из L-статуса в M-статус. Это явное выражение более объектного статуса стивенсовских переживаний по сравнению с фехнеровскими.

Так можно было бы наметить пути к интерпретации психофизического закона Стивенса с точки зрения R-анализа, преодолев его антагонизм с законом Фехнера в концепции разных проективно-модальных состояний субъектного количества (предполагается, что различные состояния субъектного количества могут быть представлены как моды некоторого количества-модуса в рамках ментального многообразия, в котором существенную роль будут играть R-функции).

Попытку явного соединения двух вариантов психофизического закона мы находим в версии этого закона, предложенной Ю. М. Забродиным и А. Н. Лебедевым [1]. Различие законов Фехнера и Стивенса касается данности величин ощущений E. У Фехнера постоянной величиной является элементарное приращение ΔE, у Стивенса — отношение ΔE/E. Переход от одного к другому Забродин выражает введением степени для E — получается выражение $\Delta E/E^z$, где величина z может принимать значения от 0 до 1. При z=0 получаем $\Delta E/E^0 = DE$ — фехнеровский случай. При z = 1 имеем $\Delta E/E^1 = \Delta E/E$ — стивенсовский вариант. Бардин пишет: «Понятно, что в формуле основного психофизического закона, предложенного Забродиным, важнейшее значение имеет интерпретация пара-

[1] *Забродин Ю. М., Лебедев А. Н.* Психофизиология и психофизика. М.: Наука, 1977.

метра z. Сам автор интерпретирует его как степень осведомленности наблюдателя об условиях эксперимента. Речь идет об упорядоченных отношениях между стимулами или степенями знания абсолютного положения стандартного стимула в сенсорном пространстве, его ориентации и, наконец, о взаимоположении стандартного и переменного стимула. В пороговых экспериментах осведомленность наблюдателя о стимульной ситуации крайне мала. Величина z стремится к нулю; в итоге, как пишет Забродин, “мы получаем логарифмический закон для пороговой ситуации, где он был открыт и откуда был выведен”. Напротив, в экспериментах с использованием прямых методов необходимым условием является максимальная информированность испытуемого о положении и ориентации образа в сенсорном пространстве для того, чтобы он мог оценить величину ощущения. Здесь величина z стремится к 1, в итоге чего “мы получаем закон Стивенса, который и был получен и частично подтвержден в ситуациях методом прямых оценок” (автор цит. работу Ю. М. Забродина и А. Н. Лебедева “Психофизиология и психофизика”, с. 108. — *В. М.*)» [1].

В рамках подходящей func-Онтологии закон Забродина может быть представлен как модус по отношению к более модальным вариантам психофизических законов Фехнера и Стивенса.

Связывая подход Забродина с идеями R-анализа, можно рассматривать величину z как *меру* М-*статуса*, в котором находится субъектная шкала E. Чем более осведомлен субъект об условиях эксперимента, тем более «извне» он относится к субъектной шкале, полагая ее в М-статусе, и наоборот.

§ 3. Проблема дискретности и непрерывности

R-анализ предлагает модель многообразия, в которой определенным образом сочетаются принципы дискретности и непрерывности. Момент непрерывности выражен непрерывностью R-функций, момент дискретности — введением монад и отношением близости. R-континуум представляет собою пример синтетического многообразия, в котором можно двигаться как непрерывно, так и выделяя разного рода квантования, например, покрывая протяженность системой пересекающихся монад.

История психофизики свидетельствует о существовании двух школ, которые пытались и пытаются до сих пор представить субъектное количество либо как непрерывное, либо как дискретное многообразие. Характерно, что ни одна из этих школ до сих пор не смогла занять господствующее положение в психологической науке. Эксперименты дают подтверждение отчасти положениям каждого из противоборствующих направлений. Такая ситуация очень напоминает борьбу приверженцев волновой и корпускулярной теорий света в физике, которая, как известно, закончилась синтезом обоих подходов в квантовой теории. Философы и мистики давно утверждали, что свет есть наиболее близкое к душе

[1] *Бардин К. В.* Основной психофизический закон и его варианты. С. 32—33.

состояние материи. Возможно, и природа субъектного количества столь же двойственна, как природа света. Можно предположить, что эта природа адекватно выразима средствами синтетической структуры, соединяющей в себе принципы дискретности и непрерывности. R-анализ мог бы послужить здесь примером подобной структуры.

Одна из центральных тем, на которой выявляются полярные позиции сторонников дискретного и непрерывного в психофизике, — тема *порога* ощущений. Фехнер и Стивенс были сторонниками пороговой концепции. Но у этой теории есть и множество противников. Коснемся вкратце основных аспектов этой проблематики.

Одним из основных контрпримеров пороговой концепции явился феномен так называемой *ложной тревоги* (false alarm). Это случай признания ощущения субъектом при отсутствии реальной стимуляции. Сторонники пороговой теории утверждают, что ложная тревога не связана с процессом ощущения, а является результатом угадывания, т. е. относится к поведенческой активности субъекта. Сторонники непрерывности сенсорной шкалы, наоборот, полагают, что ложная тревога — одно из типичных проявлений сенсорной активности. Но в этом случае сенсорная шкала не может иметь абсолютного порога, так как ложная тревога представляет собою феномен совершенно противоположный порогу. Если порог обнуляет в ощущении ненулевую стимуляцию, то ложная тревога, наоборот, превращает в ненулевое ощущение нулевую стимуляцию.

Обычно в психофизике выделяют так называемую «психофизику-1» (учение о порогах и околопороговых ощущениях) и «психофизику-2» (учение о надпороговых ощущениях). В рамках психофизики-1 основным экспериментальным фактом является так называемая *психометрическая кривая*, которая выражает зависимость частоты (вероятности) правильных ответов испытуемого от величины стимула и обычно имеет вид плавной S-образной кривой. «Фехнер объяснял плавный характер кривой тем, что порог флуктуирует во времени, а его оппоненты (Г. Мюллер, Дж. Ястров, Г. Урбан) — отсутствием порога в сенсорной системе» [1].

Кажется, что плавный характер психометрической кривой все же в большей степени согласуется с позицией сторонников непрерывности, но здесь следовало бы заметить следующее. Даже с точки зрения сторонников непрерывности психометрическая кривая выражает непрерывность *вероятности появления* ощущения, в то время как последующая часть сенсорной шкалы выражает *непрерывность изменения* ощущений. Можно сказать и так, что при малых стимуляциях ощущения могут как возникать, так и исчезать, в то время как при сильной стимуляции они только есть. В околопороговой зоне меняется степень самого *существования* ощущений, в то время как в надпороговой области существование незыблемо и меняется только его характеристика. Поэтому в этих двух областях мы имеем дело с двумя разными непрерывностями — непрерывностью

[1] Психология 21 века: Учебник для вузов. С. 123.

вероятности и непрерывностью ощущения (после того как вероятность станет равной 1). Кажется, что сторонники непрерывности склонны слишком отождествлять эти виды непрерывности, в то время как их противники, наоборот, слишком противопоставляют их, оставляя понятие непрерывности только за одним из этих видов.

Попробуем посмотреть на эту проблему с точки зрения R-анализа. Рассмотрим монаду на шкале стимулов $\mu(0) = \{R_M^{-1}(R_{M^{-1}}^{-1}(e)) : e \in R\}$ в окрестности нуля, трактуя по крайней мере неотрицательную часть базовой галактики как шкалу стимулов. Пусть величина стимула $S = R_M^{-1}(R_{M^{-1}}^{-1}(e))$ непрерывно возрастает от нуля, находясь еще в рамках монады $\mu(0)$, т. е. $S < R_M^{-1}(R_{M^{-1}}^{-1}(\infty)) = R_M^{-1}(M^{-1})$. Рассматривая в качестве ощущений образы стимулов, полученные действием прямой базовой R-функции, т. е. $E = R_M(S) = R_M(R_M^{-1}(R_{M^{-1}}^{-1}(e))) = R_{M^{-1}}^{-1}(e)$ для фехнеровских ощущений и $E^* = R_{M^n}^{-1}(R_{M^{-1}}^{-1}(e))$ для стивенсовских ощущений, мы в любом случае получим заданность ощущений в этом случае в рамках монады и на субъектной шкале. Будем далее для простоты рассматривать случай фехнеровских ощущений E, поскольку в рамках дальнейших рассуждений разница этих видов ощущений не принципиальна. Величине «околопорогового» стимула $S < R_M^{-1}(M^{-1})$ будет в этом случае соответствовать ощущение $R_{M^{-1}}^{-1}(e)$ как величина e, реализуемая в рамках первой несравнимо малой галактики. Это будет реализация бичисла (0, e). Околопороговый стимул S будет переходить в реализацию ${}_{-1}^{0}\mu(0, e) = 0 + R_{M^{-1}}^{-1}(e)$ субъектного бичисла (0, e). Величина $R_{M^{-1}}^{-1}(e)$ будет в этом случае обладать двойственным характером. С одной стороны, такой величиной могло бы реализоваться бичисло $(R_{M^{-1}}^{-1}(e), 0) = up(0, e)$, получаемое действием оператора подъема меры up на бичисло (0, e). По реализациям эти бичисла равны, ${}_{-1}^{0}\mu(0, e) = {}_{-1}^{0}\mu(up(0, e)) = R_{M^{-1}}^{-1}(e)$. Но бичисло $(R_{M^{-1}}^{-1}(e), 0)$ выражает такую организацию субъектного количества, при которой ощущение $R_{M^{-1}}^{-1}(e)$ представляет собой не элемент монады, а лишь малое, но различимое количество. Можно предположить, что такое количество выражает момент полной различимости субъектом околопорогового ощущения. Другой крайностью выражения бичисла (0, e) является такой случай его реализации, когда несравнимо-малый элемент e будет полностью отождествлен с центром монады 0. В этом случае бичисло (0, e) проявит себя как бичисло (0, 0) = c(0, e), где c — некоторый оператор *центрации* бичисла, т. е. обнуления его несравнимо малой части. Реализацией такого бичисла будет ${}_{-1}^{0}\mu(0, 0) = {}_{-1}^{0}\mu(c(0, e)) = 0$ полное отсутствие ощущений. Такое состояние количества, наоборот, выражает момент полной неразличимости субъектом околопорогового ощущения. Ситуация выбора, когда субъекту в эксперименте нужно дать либо ответ «да», явно опознав ощущение, либо ответ «нет», явно отрицая его, выражает, по-видимому, такую ситуацию, когда околопороговое ощущение (0, e) не может себя реализовать наиболее адекватно — как «полуопределенное (смешанное)» субъектное состояние, выражаемое мерой ${}_{-1}^{0}\mu(0, e)$, и реализует себя в двух крайних формах полного проявления (ответ «да», которому соответствует «да»-редукция оператора up и реализация ${}_{-1}^{0}\mu(up(0, e)))$ и полного непроявления (ответ «нет» с «нет»-редукцией как c-оператором и реализацией ${}_{-1}^{0}\mu(c(0, e)))$. Интервал $(0, R_M^{-1}(M^{-1}))$ можно рассматривать в этом случае как область определения психометрической функции.

Итак, можно предположить, что околопороговые ощущения описываются особым состоянием субъектного количества, главная специфика которого состоит в двухуровневости этого количества, т. е. в соединении конечной (в данном случае нулевой) и несравнимо малой количественных компонент. Обнуление финитной компоненты в наиболее ярком виде выделяет природу несравнимо малой составляющей бичислового количества, которая соединяет в себе моменты конечности и нуля. Двойственная — одновременно нулевая и ненулевая — природа несравнимо малого количества выражает себя наиболее ярко в вероятностной природе околопороговых ощущений. То проявляясь как обычные ощущения, то вообще не проявляясь, такие ощущения представляют собою своего рода «полуощущения» — некое возможное бытие обычных сенсорных данных. Природу таких образований нельзя адекватно выразить ни только пороговой концепцией, ни только обычными непрерывными величинами. Обе эти версии лежат в сфере разных организаций *одноуровневого* количества, в то время как в околопороговых ощущениях мы наблюдаем пример субъектного *двухуровневого* количества, вторая компонента которого в то же время не является бесконечно малой величиной (как это имеет место в нестандартном анализе А. Робинсона), но проявляет природу и нулевой, и *конечной* величины. Именно R-анализ позволяет ввести такого рода организацию количественных структур.

Но как быть с ложной тревогой? Эта проблема остается и для R-анализа, поскольку и здесь мы предполагали наличие ненулевого ощущения $R_M^{-1}(e)$, которое может лишь по-разному реализоваться. В современной психофизике для объяснения ложной тревоги принята концепция *собственного шума* сенсорной системы. Предполагается, что сенсорная система генерирует свой внутренний шумовой сигнал, который может оказывать воздействие, подобное внешней околопороговой стимуляции. Современная версия сенсорного шума — так называемая *теория обнаружения сигнала* (signal detection theory, SDT), базирующаяся на статистической теории принятия решения, разработанной в радиотехнике. Эта теория представляет сенсорную активность как единство чистого ощущения и процесса принятия решения. Ощущения сочетают в себе внутренний шумовой и внешний сигналы, плотности вероятности которых обычно представлены нормальными распределениями. Оба распределения лежат в околопороговой области, но шумовое распределение расположено левее, ближе к нулю, чем распределение внешнего сигнала. «Предполагается, что испытуемый знает эти распределения и решает, какое из них вызвало сенсорный эффект, оценивая отношение их правдоподобия на основе выбранного им критерия принятия решения. Критерий может соответствовать любому значению сигнала и шума, поскольку определяется несенсорной информацией об априорных вероятностях предъявления сигнала и шума и стоимостях ответов — об этом наблюдатель узнает из инструкции <...> Ответы наблюдателя бывают четырех типов: попадание (правильное обнаружение сигнала), покой (правильное отрицание сигнала), ложная тревога (ответ «да — был сигнал» — при предъявлении только шума) и пропуск сигнала <...> для каждого значения критерия результаты обнаружения характеризуются двумя эмпирическими частотами — попаданий и ложных тревог (что достаточно, так как частоты покоя и пропусков лишь дополняют их до единицы). Анализ результатов обнаружения проводится путем построения рабочей характеристики наблюдателя (РХ) — зависимости вероятности попаданий (Hit — H) от вероятности ложной тревоги (False alarm — FA). РХ описывает поведение человека в экспериментах SDT, где стимуляция стационарна: предъявляется лишь одна пара стимулов — шум и сигнал <...> Иное описание поведения наблюдателя дает психометрическая функция, так как пороговые задачи строятся противоположным образом: стимул в разных пробах может иметь гораздо больше значений <...> процесс же решения полагается стационарным <...> Точки РХ идеального наблюдателя соответствуют одной и той же величине чувствительности. При снижении чувствительности РХ смещается к диагонали (где верные ответы и ошибки равновероятны) единичного квадрата, образующие которого — вероятности попаданий и ложных тревог, а при повышении — к левому верхнему углу (где попадания часты, а ложные тревоги редки). Каждое значение критерия принятия решения соответствует крутизне кривой РХ в данной точке и определяется тангенсом угла наклона касательной к кривой в этой точке (что соответствует производной в этой точке)»[1]. Обычно кривая РХ наблюдателя выглядит таким образом (см. рис. 59).

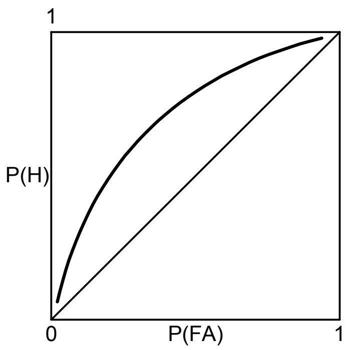

Рис. 59. Кривая рабочей характеристики наблюдателя

Таким образом, согласно SDT, в процессе формирования ощущений субъект соединяет момент чистого ощущения и процесс принятия решения на основе некоторого критерия. «В этой ситуации перед наблюдателем стоит задача — на основе возникающего сенсорного эффекта, который меняется только по вели-

[1] Психология 21 века: Учебник для вузов. С. 124—126.

чине, установить, элементом какого распределения является этот эффект — смеси сигнала с шумом или одного фонового шума. И если только он не хочет становиться на путь совершенно беспорядочного угадывания, то в его распоряжении имеется только один способ решить задачу: он устанавливает критерий — некоторое критическое значение сенсорного эффекта. Если наблюдаемый эффект оказывается выше критерия, он решает, что сигнал был; если ниже критерия — что был только шум»[1].

Картина плотности распределений шума (N) и сигнала (S) вместе с критерием принятия решения X_c на шкале значений стимула X выглядит приблизительно так (см. рис. 60).

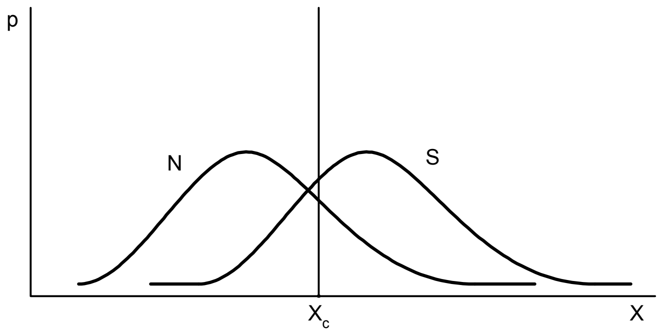

Рис. 60. Плотность распределения шума (N) и сигнала (S)

В этом случае значения X, лежащие правее X_c, определяются субъектом как сигнал, лежащие левее X_c, — как шум. Часть площади кривой S, правее X_c, дает вероятность $P(Y|s)$ правильного обнаружения сигнала, часть площади кривой N, правее X_c, — вероятность $P(Y|n)$ ложной тревоги, часть площади кривой S, левее X_c, — вероятность $P(N|s)$ необнаружения сигнала, и часть площади кривой N, левее X_c, — вероятность $P(N|n)$ правильного отсутствия сигнала.

Вычленяя более сенсорную основу объяснения ложной тревоги, можно сделать вывод, что это идея внутреннего шума сенсорной системы. Пытаясь провести аналогию с конструкциями R-анализа, можно предположить, что околопороговый сенсорный шум — выражение такой организации нуля, при которой он взаимопроникает с околонулевыми значениями. Именно такую организацию обеспечивает монадическая организация окрестности нуля, т. е. задание монады $\mu(0) = \{R^{-1}_{M^{-1}}(e) : e \in R\}$ на шкале ощущений (в данном случае фехнеровских ощущений). Более конкретно можно предположить, что бичисло (0, 0) может реализоваться либо прямо — в виде ${}_{-1}^{\;0}\mu(0, 0) = 0$, либо под действием *оператора децентрации* $c^*(0, 0) = (0, e)$, который сопоставляет нулевому несравнимо малому значению некоторую ненулевую величину e. Бичисло (0, e), в свою оче-

[1] *Бардин К. В.* Проблема порогов чувствительности и психофизические методы. С. 37.

редь, в ситуации «да»-«нет»-редукций может реализоваться по-разному — либо вернувшись к центру монады под действием оператора центрации («нет»-редукция), либо реализовавшись на основе оператора подъема меры («да»-редукция), как это было описано выше. В последнем случае возникнет ощущение, которое порождено флуктуирующей природой монады. Такое ощущение и будет «шумом».

Итак, монадическая организация окрестности нуля в R-анализе приводит не только к двойственной природе проявления существующей здесь несравнимо малой величины, но и к *возникновению* несравнимо малых величин. Иными словами, монада не только «размывает», но и создает свои элементы. Внутри монады идет постоянный и спонтанный процесс генерации и поглощения элементов — такова основа R-количественного шума. Причем такова природа не только нулевой, но и любой монады.

Описанные выше конструкции можно распространить на организацию всей сенсорной шкалы, получая некоторый более синтетический образ протяженности в отношении к крайностям дискретности и непрерывности.

§ 4. Психофизика цвета

В феномене цвета удивительным образом соединяются физика и психика. Психофизика света и цвета — одно из наиболее старых и развитых направлений современной психофизики и психофизиологии. Ньютон, по-видимому, первым высказал идею круговой организации цветового спектра, обнаружив пурпурный цвет, получающийся смешением красного и фиолетового. Он же описал феномен дополнительных цветов, смешением которых образуется белый цвет. Эти идеи получили выражение в цветовом круге Ньютона. Таким образом, хотя физическая основа цвета организована линейно, психическое выражение этой основы определяет себя как циклическая организация. Психика замыкает физическую линию в цикл. Не то же ли самое происходит и со слуховыми ощущениями, когда психика замыкает линейную организацию звуковых колебаний в систему циклов-октав на психофизической спирали звука? Интересно также отметить, что у всякой сенсорной системы, в том числе у зрительной, есть область специфической и неспецифической реакции на стимулы. Если, например, увеличивать от нуля частоту электромагнитного излучения, то до определенного предела она будет лежать ниже нижнего порога органа зрения, не вызывая специфической реакции. Такого рода неспецифичность будет выражаться сенсорным нулем. Затем возникнет участок специфической реакции (цвета), которая рано или поздно сменится новой неспецифической (например, болевой) реакцией при достижении верхнего абсолютного порога, выражающегося как сенсорная бесконечность, соответствующая верхней границе в области значений некоторой обратной R-функции. Таким образом, воспринимаемый как цвет спектр частот электромагнитных колебаний можно было бы расположить на вещественной оси в интервале неотрицательных значений области определения некоторой базовой R-функции.

Позднее Томас Юнг, продолжая эксперименты Ньютона по цветовому смешению, показал, что любой цвет, в том числе белый и пурпурный, может быть получен смешением трех цветов — красного, зеленого и синего (например, желтый получается смешением красного и зеленого). Эти идеи получили наконец свое выражение в различных трехкомпонентных моделях *цветового пространства*, в которых выделяются три основных цвета (красный (R), зеленый (G), синий (B)) как три базисных вектора. Любой другой цвет в этом случае может быть представлен как векторная суперпозиция базисных векторов. Величины векторов в цветовом трехмерном пространстве связываются с их субъективной яркостью (светлотой), так что начало координат соответствует черному цвету. Что происходит с цветами при возрастании яркости? «...при очень больших яркостях, близких к верхнему абсолютному порогу, цвета снова становятся ахроматическими» [1]. Следовательно, с ростом величины векторов, они также сближаются между собой, стремясь к максимально яркому вектору белого цвета. Здесь нужно отметить, что ахроматические цвета — от черного через серые к белому — лежат на срединном луче, равноудаленном от базисных векторов. Этот луч называется *ахроматической осью*. Параметр, выражающий удаленность от ахроматической оси, называется *насыщенностью* цвета. Это хроматическая характеристика цвета, выражающая «степень цветности» в цвете. Подобное цветовое пространство обычно представляют в прямоугольной декартовой системе координат, откладывая с величиной 1 в положительную сторону по трем осям вектора основных цветов (см. рис. 8 на вклейке).

Простейшая метрика в этом случае — так называемая метрика sity-block, равная сумме модулей координат вектора. В общем случае может использоваться метрика Минковского при разных значениях параметра p.

Если нас интересуют только хроматические характеристики цвета, то их можно выразить той частью цветового пространства, которая будет располагаться на поверхности сферы с центром в начале координат. В этом случае векторы, оканчивающиеся на поверхности равнояркой сферы, различаются только хроматическими параметрами — цветовым тоном и насыщенностью. Цветовой тон может быть выражен лучом, исходящим в направлении вектора, насыщенность — удаленностью вектора от ахроматической оси. Поверхность сферы двумерна, т. е. двумерным оказывается хроматическое подпространство цветового пространства. Если используется метрика sity-block, то сфера в положительном октанте трехмерного пространства окажется плоскостью, пересекающей оси в точках (a, 0, 0), (0, a, 0) и (0, 0, a), где a — радиус сферы. Область пересечения с цветовым пространством в этом случае будет представлять собой треугольник, углы которого соответствуют основным цветам. Такой тре-

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. М.: Изд-во МГУ, 1989. С. 64.

угольник был впервые рассмотрен Максвеллом и носит его имя (см. рис. 9 на вклейке).

«Основные цвета помещаются в вершинах треугольника. Цвет, получаемый при смешивании двух цветов в определенных количествах, изображается точкой, отстоящей от них на соответствующие доли. Дополнительные цвета — пурпурный, желтый и голубой — лежат в середине сторон треугольника. Белый, который получается при сложении зеленого, синего и красного в равных количествах, изображается точкой, лежащей в центре треугольника на равном расстоянии от его углов. Спектральные цвета (красный, оранжевый, желтый, желтовато-зеленый, зеленый, голубой, синий) лежат вдоль правой и затем вдоль левой стороны треугольника. Цвета, лежащие вдоль его основания, по порядку справа налево следующие: красный, розовый, гвоздичный, пурпурный, фиолетовый, синий. Насыщенные цвета лежат вдоль сторон треугольника, а цвета бледные — внутри, вокруг белого. Так, например, если мы будем двигаться вдоль медианы из красного угла, красный будет становиться все бледнее до тех пор, пока не перейдет в белый. Белый, при дальнейшем движении, приобретает легкий голубой оттенок, который будет становиться все более насыщенным»[1].

Если треугольник Максвелла расположить на плоскости, в которой выбрана полярная система координат с центром в середине треугольника, то цветовой тон можно выразить полярным углом, насыщенность — величиной полярного радиуса.

Но структура треугольника Максвелла еще не выражает точное расположение спектральных цветов в хроматическом подпространстве. На хроматической равнояркой поверхности можно выбрать две координаты, но вот какие? Характеризуя цвет равной яркости, мы можем определять его с точки зрения долей трех монохроматических излучений, смесь которых образует у субъекта то же цветовое ощущение, что и определяемый цвет. Поскольку сумма таких долей всегда составляет единицу, то достаточно знать доли двух цветов, чтобы определить третью вычетом этой суммы из единицы. Так мы получаем возможность охарактеризовать хроматическое подпространство двумя числами. «В таких экспериментах выполняется зрительное уравнивание чистых спектральных цветов (т. е. цветов, соответствующих монохроматическому свету с различными длинами волн) со смесями трех основных цветов. Оба цвета наблюдают рядом на двух половинах фотометрического поля сравнения. По достижении уравнивания измеряются количества трех основных цветов и их отношения к принимаемым за 1 количествам основных цветов в смеси, уравнивающей выбранный опорный белый цвет. Полученные величины будут цветовыми координатами уравниваемого цвета в хроматическом пространстве, определяемой основными цветами прибора и выбранным опорным белым цветом. Если единичные количества красного, зеленого и синего основных цветов обозначить

---

1 *Федотов Г. А.* Что такое цвет? [Электронный ресурс]. URL: http://www.sonex-light.ru (дата обращения 12.07.2009).

как R, G, B, а их количества в смеси — r, g, b, то результат уравнивания можно записать в виде цветового уравнения: C = rR + gG + bB. Описанная процедура не позволяет уравнять большинство чистых спектральных цветов со смесями 3 основных цветов прибора. В таких случаях некоторое количество одного из основных цветов (или даже двух) добавляют к уравниваемому (спектральному. — *В. М.*) цвету. Цвет получаемой смеси уравнивают со смесью оставшихся основных цветов прибора. В цветовом уравнении это учитывают переносом соответствующего члена из левой части в правую. Так, если в поле измеряемого цвета был добавлен красный цвет, то C = −rR + gG + bB. При допущении отрицательных значений цветовых координат уже все спектральные цвета можно выразить через выбранную тройку основных цветов»[1]. Так получают *функции сложения*, определяющие, какими долями (в том числе и отрицательными) трех монохроматических цветов может быть получен (представлен) каждый чистый спектральный цвет. Такие функции дают значения координат спектральных цветов в хроматическом подпространстве. Кривые сложения цветовой системы, принятой Международной комиссией по освещению (МКО) в 1931 г. и известной под названием международной колориметрической системы МКО RGB (от англ., нем. red, rot — красный, green, grün — зеленый, blue, blau — синий, голубой), показаны на рис. 10 на вклейке.

«По их данным определим положение точек, соответствующих координатам цветности монохроматических излучений (в хроматической плоскости с декартовой системой координат, на осях которой отложены доли двух цветов, например красного и зеленого, уравнивающей смеси. — *В. М.*). Соединив эти точки, получим линию спектральных цветов. Кривая получается разомкнутой. Ее граничные точки соответствуют максимально насыщенным красному (700 нм) и фиолетовому (380 нм) цветам. Замкнув концы граничных точек прямой (на графике пунктирная линия), получим геометрическое место точек максимально насыщенных пурпурных цветов. Поскольку пурпурных цветов в спектре нет (пурпурные цвета представляют собой смесь красных и фиолетовых излучений), то и на пунктирной линии отсутствуют значения длин волн. Линия, являющаяся геометрическим местом точек цветности монохроматических излучений и замкнутая линией пурпурных, называется локусом (от лат. locus — место). Внутри локуса находятся все реальные цвета. Вне локуса лежат воображаемые (или, как их еще часто называют, нереальные) цвета, более насыщенные, чем спектральные, выраженные в данной колориметрической системе»[2] (см. рис. 11 на вклейке).

«Нанеся на локус сетку прямоугольных координат, получают диаграмму цветности. С помощью данной диаграммы можно определять цветовой тон и насыщенность того или иного цвета. Площадь, ограниченная локусом и замы-

[1] *Кустарёв А. К.* Цветовые измерения // Большая советская энциклопедия. 3-е изд. М., 1969—1978. Т. 28. С. 461—464.

[2] *Шашлов А., Чуркин А.* Метрология цвета // Компьютерра. 1999. № 16. 19 апр.

кающей его линией пурпурных цветов, называется полем реальных цветов <...> цветности большинства излучений характеризуются отрицательной координатой $r < 0$, а у пурпурных $g < 0$. Это затрудняет расчеты цвета по его спектральному составу. Кроме того, определение яркости цветов в системе RGB связано с расчетом всех трех координат цвета. Эти недостатки и послужили причиной создания системы XYZ» [1].

А. К. Кустарёв также замечает по этому поводу: «Кривые сложения системы МКО RGB имеют отрицательные участки (отрицательные количества основных цветов) для некоторых спектральных цветов, что неудобно при расчетах. Поэтому наряду с системой RGB МКО в 1931 г. приняла другую цветовую координатную систему, систему XYZ, в которой отсутствовали недостатки системы RGB и которая дала ряд других возможностей упрощения расчетов. Основными цветами (X), (Y), (Z) системы XYZ являются нереальные цвета, выбранные так, что кривые сложения этой системы не имеют отрицательных участков» [2] (см. рис. 61).

«Эта система получила всеобщее распространение и широко используется в колориметрии. Но она не отражает цветоразличительных свойств глаза, т. е. одинаковые расстояния на графике цветностей x, y в различных его частях не соответствуют одинаковому зрительному различию между соответствующими цветами при одинаковой яркости. Создать полностью зрительно однородное цветовое пространство до сих пор не удается. В основном это связано с нелинейным характером зависимости зрительного восприятия от интенсивности возбуждения цветочувствительных фоторецепторов (приемников света в сетчатке глаза). Предложено много эмпирических формул для подсчета числа цветовых различий (порогов цветоразличения) между разными цветами. Более ограниченная задача — создание зрительно однородного графика цветностей — приблизительно решена. МКО в 1960 г. рекомендовала такой график u, v, полученный в 1937 г. Д. Л. Мак-Адамом путем видоизменения графика, предложенного Д. Б. Джаддом (оба — США) на основании многочисленных экспериментальных данных» [3].

Рассмотрим вкратце некоторые факты восприятия цвета.

Различают скотопическое (в темноте) и фотопическое (на свету) зрение. Спектральная чувствительность фотопического зрения сдвинута в более длинноволновую сторону (феномен Пуркинье). Достижение порога фотопического зрения еще не означает, что началось видение цвета. Вначале цвет воспринимается ахроматически, и лишь затем возникает различение цвета. Таким образом, возникает так называемый *ахроматический диапазон* — диапазон светлоты между фотопическим и цветовым порогом (феномен Парди). «Его измерения <...> выявили, что только в крайнем длинноволновом участке спектра нет ника-

[1] *Шашлов А., Чуркин А.* Метрология цвета.
[2] *Кустарёв А. К.* Цветовые измерения.
[3] Там же.

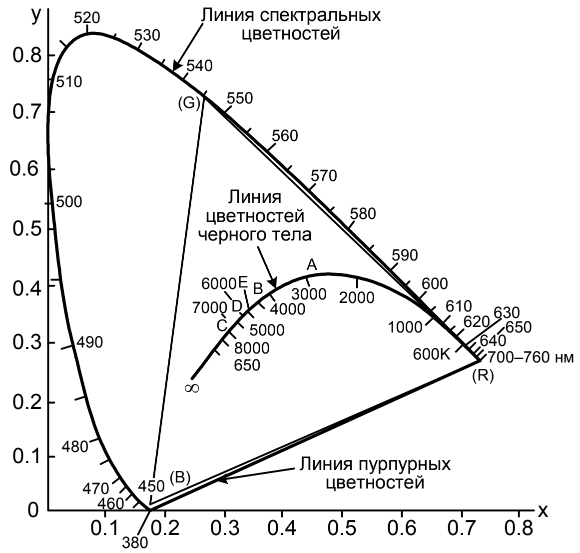

Рис. 61. Цветовой локус системы МКО XYZ

кого ахроматического диапазона, здесь самый слабый стимул сразу же воспринимается как красный, а не бесцветный. Во всех остальных областях спектра между фотопическим порогом и цветовым порогом есть разница. Наибольшая она в области 560—580 нм и 530—540 нм» [1], т. е. в желтой и желто-зеленой части спектра. Словно в остальных цветах, за исключением красного, есть некоторая бесцветная первичная основа, над которой «надстраивается» цвет. Подобное «ахроматическое ядро» цвета максимально в средней части спектра. Обнаружено также, что функция спектральной чувствительности, построенная для одинаковых уровней светлоты, остается одинаковой по форме. Функцию одного уровня можно получить из функции другого уровня простым умножением на некоторый положительный коэффициент (инвариантность спектральной чувствительности). Для широкополосных излучений выполняется закон Эбни — ощущение яркости гетерохроматического излучения равно сумме яркостей ее монохроматических составляющих. «Чем уже спектральная характеристика излучения, тем больше неаддитивность. Наибольшая неаддитивность проявляется у монохроматических излучений. А среди монохроматических излучений неаддитивность больше для краев спектра, чем в середине. Этот феномен назвали эффектом Гельмгольца—Кольрауша, поскольку Гельмгольц пер-

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 54.

вый связал его с насыщенностью цвета, а Кольрауш доказал это экспериментальными измерениями»[1]. Один и тот же прирост физической частоты колебаний (или длины волны) в общем случае вызывает различные изменения субъективного ощущения цвета. «Изменение цветовых тонов в спектре хотя и монотонно связано с длиной волны излучения, но имеет не гладкую форму, а ступенчатую. Три пологие части этих функций расположены в коротковолновой, средневолновой и длинноволновой частях спектра»[2]. Важная хроматическая характеристика цвета — его насыщенность. «Проведем следующий опыт. Смешаем два спектральных цвета: зеленый (530 нм) и синий (460 нм) так, чтобы цветовой тон смеси соответствовал голубому спектральному (480 нм). Мы увидим, что из двух одинаковых по тону голубых цветов смешанный по сравнению со спектральным кажется беловатым, более выцветшим. Подобное различие между цветами, имеющими одинаковый тон, определяется разной *насыщенностью* цветов. Термин "насыщенность" характеризует отличие данного цвета от белого. Белый цвет имеет нулевую насыщенность. В серии цветов, одинаковых по тону, наиболее насыщенным является спектральный. Но разные по тону спектральные цвета имеют разную насыщенность. По краям спектра цвета более насыщенны, в середине — менее насыщенны <...> Наиболее насыщенными являются красные цвета, затем — синие и зеленые, а наименее насыщенные — желтые цвета спектра»[3].

Е. Н. Соколов и Ч. А. Измайлов предлагают оригинальное решение для построения однородного цветового пространства — так называемую *сферическую модель* цветового восприятия[4]. Эти авторы использовали методы многомерного шкалирования для получения прямых оценок различия цветов как по хроматическим, так и по ахроматическим характеристикам (в то время как представленные выше диаграммы МКО основаны на пороговых методах). Необходимость использования прямых методов авторы сферической модели аргументируют неаддитивностью метрики цветового пространства, т. е. невозможностью получить большие цветовые различия суммой малых различий, как это предполагается в пороговом методе Фехнера. В общем случае оказывается, что чем более различны цвета между собою, тем более выражен указанный эффект неаддитивности. В результате проведенных экспериментов и обработки данных было обнаружено, что, во-первых, минимальной размерностью, сохраняющей линейные соотношения между экспериментальными и метрическими различиями в многомерном цветовом пространстве, может быть только размерность 4. Во-вторых, с достаточно высокой степенью точности множество реальных цветов занимает поверхность 3-мерной сферы в 4-мерном пространстве, т. е. цветовое пространство по-прежнему остается трехмерным, но выступает как область в 4-мерном пространстве. Метрика этой 3-сферы оказывается неевклидовой,

---

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 57.

[2] Там же. С. 60.

[3] Там же. С. 61–62.

[4] Там же; См. также в кн.: *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н.* Цветовое зрение.

а 4 измерения цветового пространства трактуются как два измерения «красный—зеленый» (координата x_1) и «желтый—синий» (x_2) цветооппонетного механизма и два ахроматических измерения «светлоты» (x_3) и «темноты» (x_4). Интересно, что *декартовы* координаты x_i цветового пространства имеют в этом случаи свои нейрофизиологические основания в организации нейронов, в то время как психологические аспекты восприятия цвета (цветовой тон, насыщенность и светлота) выражаются угловыми координатами φ_k *сферической* системы координат, где $\varphi_1 = \mathrm{arctg}(x_2/x_1)$ — цветовой тон, $\varphi_2 = \mathrm{arctg}(\sqrt{(x_3^2 + x_4^2)}\,/x_2)$ — белизна (как величина, обратная насыщенности), $\varphi_3 = \mathrm{arctg}(x_3/x_4)$ — светлота цвета. Вновь мы видим соотношение физики и психики как соотношение линейного и циклического. Кроме того, если светлота и цветовой тон имеют свои прямые основания в нейрофизиологических функциях, то параметр «насыщенности-белизны» получается, согласно авторам модели, как некоторый результат преобразования из определений остальных параметров. Это наиболее психологический параметр из всех психофизических определений цвета. В рамках сферической модели для каждого фиксированного значения светлоты $\varphi_3 = \mathrm{const}$ мы получаем множество реальных цветов как сегмент двумерной сферы (φ_1, φ_2), ограниченный кривой максимально насыщенных цветов. При минимальной светлоте (черный цвет) и максимальной светлоте все цвета сходятся в точку, так что цветовое трехмерное тело, складываясь из сферических сегментов как своих сечений, сначала расширяется из точки черного цвета, чтобы затем вновь собраться в точку максимально яркого белого цвета. Каждая точка-цвет в этом теле окружена окрестностью, выражающей дифференциальный цветовой порог. В итоге мы получаем некоторое сенсорное пространство, которое очень напоминает по многим своим определениям R-пространство. В частности, окрестности дифференциальных порогов в этом пространстве могут быть истолкованы как монады.

Мне представляется, что приведенные выше факты и гипотезы современной психофизики цвета позволяют привлечь ряд конструкций R-анализа для построения более сложной геометрии цветового пространства. Главная моя идея состоит в том, что *математическая структура организации психофизического пространства цвета не исчерпывается только конструкциями линейного пространства*. Речь должна идти о некоторой более богатой структуре, которая как только свою часть включает в себя определения векторного пространства, причем в определениях этой структуры важную роль играют конструкции R-анализа. Несколько раз выше я уже на это намекал. Теперь же я постараюсь оформить эти положения более подробно. Важность этой темы может состоять в том, что на примере цвета могла бы открыться более богатая математическая структура, вообще имеющая отношение к теме организации психофизических систем и определений категории «материя-сознание».

В любых психофизических моделях цвета признается по крайней мере эмпирический факт организации цвета в рамках круга Ньютона или треугольника Максвелла. Физика линейного частотного ряда соединяется с замкнутой организацией максимально насыщенных цветов (как цветов спектра, так и пурпурных цветов). В психологической природе цвета есть явный момент цикличности. Пожалуй, наиболее ярко он выражен в феномене белизны, который, согласно сферической модели, является общим как для хроматических, так и ахроматических определений цвета. Белизна выражает общую идею цветового равновесия.

Пытаясь выразить идею линейно-циклической организации цвета, вспомним, во-первых, что за каждой внутренностью галактики в R-анализе находится R-окружность. Если на вещественной оси выражать частотную шкалу электромагнитных колебаний как физическое определение цвета, то физические выражения цветового спектра можно пытаться выразить на неотрицательной части физической шкалы действием обратной R-функции, финитизирующей бесконечность в конечном интервале. Частоты электромагнитных колебаний от нуля до частоты красного цвета (длина волны около 700 нанометров (нм)) должны лежать в окрестности монады нуля в базовой галактике, формируя околопороговые ощущения. Далее будут идти области частот красного, оранжевого, желтого и т. д. цветов (см. рис. 62). Обозначим через m_0 — частоту красного цвета, через m_1 — частоту желтого, через m_2 — зеленого, через m_3 — голубого, и через m_4 — частоту синего цвета. Тогда можно предположить, что отрезок $[m_0, m_4]$ является правой положительной частью некоторой галактики с верхней границей m_4, и этот же отрезок укладывается по длине соответствующей R-окружности от точки красного до точки синего цвета. Однако спектральные цвета не могут замкнуть весь цветовой круг, и потому отрезок $[m_0, m_4]$ должен занимать лишь большую, но не всю часть длины R-окружности, оставляя замыкающий сегмент от синего до красного цвета, на котором располагаются пурпурные цвета (см. рис. 62).

Как будто, никакой области на частотной шкале нельзя сопоставить этому пурпурному участку и он в наибольшей степени выражает психическую составляющую в психофизической организации цветового количества. Описанное R-представление цветового круга я буду называть *внешним* R-*представлением*. Главной его характеристикой будет идея того, что на отрезке $[m_0, m_4]$ определена неотрицательная часть некоторой галактики с верхней границей m_4 и нулем в m_0, и вся часть R-окружности от красного цвета до синего будет отображением этого отрезка. Это, в частности, означает, что вся эта часть R-окружности будет лежать в пределах количества, растущего от *одного полюса* нуля, роль которого выполняет величина m_0. Замечу также, что каждому цвету может быть сопоставлена пара координат — линейной (частота) и циклической (угол на R-окружности) координаты — в некоторой *спиральной* структуре организации цветового количества. Во внешнем R-представлении спектральным цветам будет соответствовать *неполный виток* спирали, оканчивающийся в синей части спектра. Полный оборот спирали замкнется только за счет пурпурных цветов, не имеющих спектрального (линейного) соответствия, в некотором «метакрасном цвете». В этом отличие цветового круга от музыкального (организации октавы).

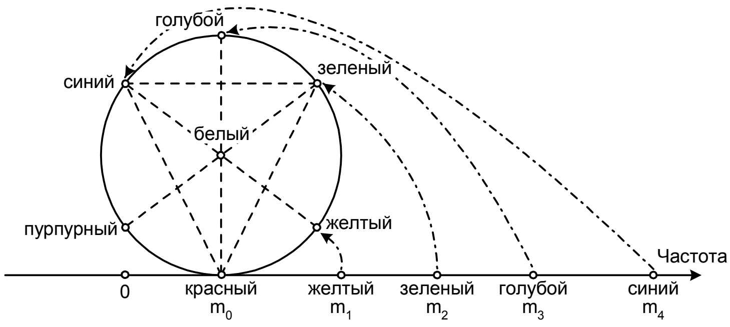

Рис. 62. Однополюсная цветовая R-окружность

В то же время такое R-представление цветового круга не является единственным. Можно предположить, что с цветовой R-окружностью связана также такая система галактик, в которой R-окружность будет выражать трехполюсную организацию количества, согласуясь с идеей трех базисных цветов цветового пространства. Такое R-представление цветового круга я буду называть *собственным (внутренним)* R-*представлением*. Ниже будут рассмотрены элементы описания такого представления.

Если треугольник Максвелла связывать с R-окружностью, то, в согласии с тремя базовыми цветами, на этой окружности можно было бы выделить не два, но три полюса. Красный цвет будет полюсом нуля, зеленый — полюсом 1-й бесконечности, синий цвет — полюсом второй бесконечности. Я думаю, здесь вновь было бы уместно напомнить структуру трехполюсной R-окружности, однажды рассмотренную выше (см. рис. 63).

Тогда линейная часть видимого цветового спектра должна занимать интервал от нуля до 2M. У верхней границы с частотой фиолетового цвета (длина волны около 400 нм) мы окажемся в окрестности верхнего порога спектральных цветовых ощущений, т. е. в окрестности числа 2M. Цветовой спектр белого света мог бы соотноситься с двумя третями R-окружности от нуля, через 1-ю бесконечность, до 2-й бесконечности. Синий-фиолетовый цвет будет в этом случае

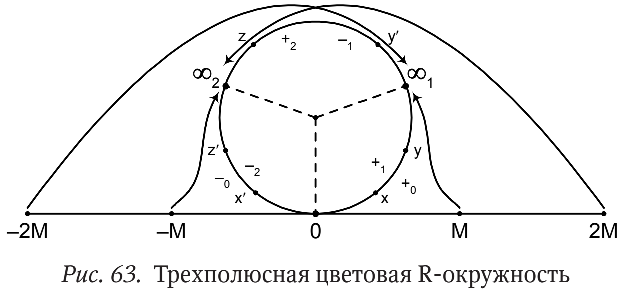

Рис. 63. Трехполюсная цветовая R-окружность

лежать в окрестности 2М-полюса этой окружности, зеленый цвет — в окрестности М-полюса, в то время как красный цвет — в окрестности нуля. Что же касается пурпурных цветов, то они должны будут, соединяя по другую сторону цветового круга полюса −М и 0, принадлежать левой отрицательной трети R-окружности. Итак, объединяя определения R-окружности и треугольника Максвелла, получим следующую организацию психофизической структуры цвета (см. рис. 64).

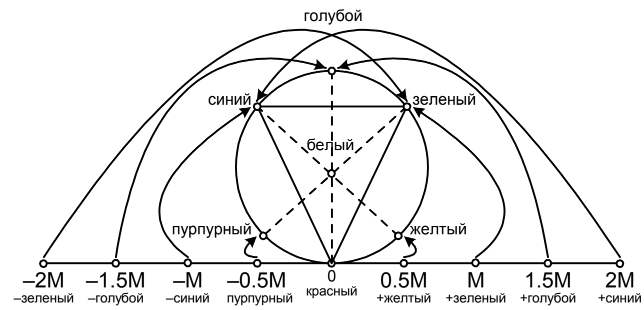

Рис. 64. Трехполюсная цветовая R-окружность и треугольник Максвелла

Физико-линейная часть спектра отображается здесь в психоциклическую часть трехполюсной R-окружности, полюса которой выражают три базовых цвета трехкомпонентной модели — красный, зеленый и синий — как три полюса трехполюсного количества. Белый цвет будет представлять центр R-окружности. Интересно, что при такой структуре цветового многообразия пурпурным цветам будут соответствовать только отрицательные области частотного спектра от −М до 0, в то время как цветам спектра между зеленым и синим (фиолетовым) будут соответствовать как положительные области частот (М, 2М), так и отрицательные частотные области (−2М, −М). Возникающая здесь идея «отрицательной частоты» колебаний могла бы быть проинтерпретирована как в первую очередь такая частота, которая могла бы дать пурпурные цвета в качестве спектральных цветов. Что это такое, пока, наверное, судить так же трудно, как в свое время нелегко было понять, что такое мнимая единица. Двумерное многообразие цветов равной светлоты должно быть так или иначе связано с трехполюсной R-окружностью. Например, в сферической модели двумерная сфера хроматического пространства должна, по-видимому, иметь R-окружность в качестве своего экватора, на котором лежат по большей части нереальные цвета нулевой белизны (цветовые оси должны быть связана с диаметром «желтый—синий» и стороной треугольника «красный—зеленый» внутри R-окружности).

Собственное и внешнее R-представления цветового круга не противоречат, но взаимно дополняют друг друга. Их единство выражается уже в том, что оба представления могут быть спроецированы на общую им вещественную ось частоты колебаний. При таком проецировании, например, 0 из собственного представления будет сопоставлен с m_0, 2M — с m_4 внешнего представления. Предполагается, что в организации цветового многообразия можно выделить моменты обоих R-представлений — они являются как бы двумя модами некоторого более полного представления цветового количества.

Единство представленных структур на вещественной оси, связанной с нею трехполюсной R-окружности, двух R-представлений и конструкций векторного пространства цвета я буду далее называть R-*многообразием цвета* (или *цветовым* R-*многообразием*).

Таким образом, линейное пространство в психофизической цветовой структуре оказывается лишь частью более полного цветового R-многообразия. Трехполюсное количество, кстати говоря, будет объединять в себе логические и количественные структуры. Например, феномен дополнительных цветов можно рассмотреть как момент некоторого логического отрицания в трехполюсном количестве, сопоставляющий всякому элементу на R-окружности его антипод на противоположной стороне окружности. Возможно, так проявляет себя момент отрицания двуполюсного количества, при котором нуль переходит в бесконечность и наоборот, т. е. элементу сопоставляется его антипод на противоположной стороне R-окружности. Кроме того, следует иметь в виду, что элементы трехполюсного количества (гексады) будут лежать на R-окружности, выражая только одномерное многообразие цветового тона.

R-окружность выражает в большей мере «алгебру гармонии» цвета. Самое специфичное, что возникает в R-окружности и что не имеет аналогов в линейной части цветового R-многообразия, — это центр белого цвета и связанный с ним феномен белизны. Именно это свойство авторы сферической модели цветового зрения рассматривают как наиболее нефизическую характеристику цвета. Поскольку физика цвета максимально выражена в неотрицательной части линейной составляющей цветового R-многообразия, то максимально отличное от физики будет одновременно максимально отличным от линейной составляющей R-многообразия цвета. Измерение «насыщенности-белизны» — одно из трех измерений цвета. Однако расширение конструкций цветового R-многообразия за границы только векторных структур заставляет и на это наиболее психологическое свойство цвета посмотреть с новой точки зрения.

В каждом цвете соединяются начала насыщенности и ненасыщенности (белизны) как две дополнительные характеристики. Поскольку белый цвет возникает как результат смешения дополнительных цветов, то начало белого цвета в каждом цвете можно рассматривать как момент цветового равновесия. Насыщенность, наоборот, выражает момент цветовой полярности (неравновесности) в определении цвета. Таким образом, каждый цвет можно представить в единстве цветового равновесия и полярности. Можно ли такого рода объект выразить обычным вектором?

Попробуем пойти по несколько иному пути, рассмотрев новый тип объектов

$$\bar{X} = \vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X},$$

где $\vec{X}$ — полярная составляющая, $\overleftrightarrow{X}$ — неполярная составляющая объекта $\bar{X}$.

Положим, что для такого рода объектов, которые далее можно называть *гармоническими векторами*, определена норма $|| \; ||$, причем $||\bar{X}|| = ||\vec{X}||+||\overleftrightarrow{X}||$. Для неполярных составляющих допустим следующее условие:

$$\forall\overleftrightarrow{X}\forall\overleftrightarrow{Y}((\overleftrightarrow{X} = \overleftrightarrow{Y}) \equiv (||\overleftrightarrow{X}|| = ||\overleftrightarrow{Y}||)) \text{ —}$$

равенство неполярных составляющих равносильно равенству их норм.

Положим также, что полярные составляющие $\vec{X}$ могут быть рассмотрены как обычные векторы, для которых определено вещественное скалярное произведение $(\vec{X}, \vec{Y})$.

Пусть $\vec{e}_X = \vec{X}/||\vec{X}||$. Определим сложение $\oplus$ на гармонических векторах по правилу:

$$\bar{X} \oplus \bar{Y} = (\vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X}) \oplus (\vec{Y} \oplus \overleftrightarrow{Y}) = (\vec{X} \oplus \vec{Y}) \oplus (\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Y}) = \vec{Z} \oplus \overleftrightarrow{Z} = \bar{Z},$$

где $\vec{Z} = \vec{X} + \vec{Y}$, $||\overleftrightarrow{Z}|| = \Delta\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\} + \mathrm{med}(||\overleftrightarrow{X}||, ||\overleftrightarrow{Y}||)$.

При этом $\min\{x, y\} \le \mathrm{med}(x, y) \le \max\{x, y\}$, $\mathrm{med}(x, y) = \mathrm{med}(y, x)$, например, $\mathrm{med}(x, y) = = 1/2(x + y)$. $\Delta = \Delta(t)$ — некоторая функция, где аргумент $t = (\vec{e}_X, \vec{e}_Y)$, и $\Delta(t) = 1$ при $t = -1$, $\Delta(t) = 0$ при $t = 1$, и $\Delta(t)$ не возрастает на отрезке $[-1, 1]$. Поскольку скалярное произведение $t = (\vec{e}_X, \vec{e}_Y)$ выражает степень различия-сходства цветов по цветовым тонам, то функция $\Delta(t)$ выражает степень прироста белизны смеси в зависимости от тонового различия компонентов смеси. Как пишет Ч. А. Измайлов и его соавторы, «когда смешиваются два цвета, одинаковых по насыщенности, но различных по тону, то насыщенность полученной смеси всегда меньше насыщенности исходных цветов. И чем дальше друг от друга по своему тону в спектральном ряду расположены эти исходные цвета, тем заметнее разница в насыщенности»[1]. В простейшем случае функцию $\Delta(t)$ можно было бы приблизить выражением $1/2(|(\vec{e}_X, \vec{e}_Y)| - (\vec{e}_X, \vec{e}_Y))$, но в общем случае эта функция, по-видимому, имеет более сложный характер.

При таком определении сложения величина неполярной составляющей $\overleftrightarrow{Z}$ гармонического вектора $\bar{Z}$ формируется на основе двух вкладов: 1) за счет того или иного усреднения функцией med величин неполярных составляющих векторов-слагаемых, 2) за счет образования при сложении полярных составляющих векторов-слагаемых — здесь часть полярной нормы $\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$ гармонического вектора-суммы переходит на величину $\Delta\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$ в неполярную часть этого вектора, а степень Δ определяется как мера близости направлений полярных частей векторов-слагаемых к противоположным направлениям (когда скалярное произведение $(\vec{e}_X, \vec{e}_Y)$ даст величину -1).

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 62.

Постараемся теперь, используя эти конструкции, выразить ряд некоторых фактов, относящихся к насыщенности цветов.

1. «Из двух одинаковых по тону цветов менее насыщенный цвет всегда является промежуточным между более насыщенным и белым и может быть получен их смешением»[1]. Пусть цвета выражаются гармоническими векторами $\bar{X} = \vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X}$, в которых величина $\|\vec{X}\|/\|\bar{X}\|$ полярной составляющей выражает *степень насыщенности* (*поляризации*) цвета, а единичный вектор $\vec{e}_X$ выражает *цветовой тон* цвета $\bar{X}$. Пусть даны два небелых цвета $\bar{X} = \vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X}$ и $\bar{Y} = \vec{Y} \oplus \overleftrightarrow{Y}$ одного тона, т. е. $\vec{e}_X = \vec{e}_Y$. Пусть цвет $\bar{X}$ — более насыщенный, чем $\bar{Y}$, т. е. $\|\vec{X}\|/\|\bar{X}\| > \|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\| > 0$. Введем на гармоничных векторах отношение порядка: $\bar{Y} <_{pol} \bar{X}$ — вектор $\bar{Y}$ менее поляризован, чем вектор $\bar{X}$, где $\bar{Y} <_{pol} \bar{X} \equiv \|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\| < \|\vec{X}\|/\|\bar{X}\|$. Для цветов отношение $<_{pol}$ есть отношение «менее насыщен». Белый цвет может быть выражен вектором $\bar{Z} = \vec{Z} \oplus \overleftrightarrow{Z}$, где полярная часть $\vec{Z}$ равна нулю, т. е. $\bar{Z} = \overleftrightarrow{Z}$ — гармонический вектор полностью исчерпывается неполярной составляющей. В этом случае имеем соотношение $\bar{Z} <_{pol} \bar{Y} <_{pol} \bar{X}$ — «менее насыщенный цвет всегда является промежуточным между более насыщенным и белым». Рассмотрим теперь механизм смешения цветов. Будем интерпретировать этот процесс как операцию сложения гармонических векторов. Сложив белый цвет $\bar{Z}$ и более насыщенный цвет $\bar{X}$, получим новый цвет

$$\bar{X} \oplus \bar{Z} = (\vec{X} \oplus \vec{Z}) \oplus (\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z}) = \vec{X} \oplus (\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z})$$

того же тона, так как $\vec{Z} = 0$. Посмотрим, можем ли мы, и при каких условиях, получить вектор той же насыщенности, что и вектор $\bar{Y}$, в результате такого сложения. Для этого рассмотрим равенство насыщенностей векторов $\bar{Y}$ и $\bar{X} \oplus \bar{Z}$:

$$\|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\| = \|\vec{X}\|/\|\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z}\|.$$

Хотя выполняется неравенство $\|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\| < \|\vec{X}\|/(\|\vec{X}\|+\|\overleftrightarrow{X}\|)$, увеличив норму $\|\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z}\| = 1/2(\|\overleftrightarrow{X}\|+\|\overleftrightarrow{Z}\|)$ подходящей величиной $\|\overleftrightarrow{Z}_Y\|$, мы всегда можем снизить величину $\|\vec{X}\|/\|\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z}\|$, приравняв ее величине $\|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\|$:

$$\|\vec{Y}\|/\|\bar{Y}\| = \|\vec{X}\|/\|\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Z}_Y\| = \|\vec{X}\|/1/2(\|\overleftrightarrow{X}\|+\|\overleftrightarrow{Z}_Y\|).$$

Откуда находим:

$$\|\overleftrightarrow{Z}_Y\| = 2(\|\vec{X}\| \cdot \|\bar{Y}\| - \|\vec{Y}\| \cdot \|\overleftrightarrow{X}\|)/\|\vec{Y}\|.$$

В итоге, смешав белый цвет $\bar{Z}_Y$ и более насыщенный цвет $\bar{X}$, мы получим цвет $\bar{X} \oplus \bar{Z}_Y$ той же насыщенности и тона, что и менее насыщенный цвет $\bar{Y}$. Из этих рассуждений следует, что нормы частей гармонических векторов выражают *количество цвета*, которое представляет собою дополнительную степень свободы цветового многообразия, кроме цветового тона, насыщенности и светлоты. Количество цвета может выражаться, например, тем количеством, которое нужно добавить к исходному цвету, чтобы нейтрализовать в нем оппонент-

[1] Там же.

ную составляющую в так называемом методе кансилляции (вычитания): «Количество одного основного цвета из оппонентной пары (вычитающего), необходимое для нейтрализации второго (вычитаемого) в данном цвете, служит количественной мерой наличия вычитаемого оппонентного цвета» [1].

2. «При смешении близких по тону цветов (одной насыщенности. — *В. М.*) разница по насыщенности совсем не заметна, а максимума она достигает при смешении двух дополнительных по тону цветов. Тогда полученная смесь имеет нулевую насыщенность» [2]. Пусть два цвета $\bar{X} = \vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X}$ и $\bar{Y} = \vec{Y} \oplus \overleftrightarrow{Y}$ являются дополнительными, т. е. $\vec{e}_X = -\vec{e}_Y$. Тогда $\Delta = 1$, и, складывая эти цвета, получим смесь вида

$$\bar{X} \oplus \bar{Y} = (\vec{X} \oplus \vec{Y}) \oplus (\overleftrightarrow{X} \oplus \overleftrightarrow{Y}) = \vec{Z} \oplus \overleftrightarrow{Z} = \bar{Z},$$

где $||\vec{Z}|| = \max\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\} - \min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$,
$||\overleftrightarrow{Z}|| = \min\{||\vec{X}||, |||\vec{Y}|\} + \mathrm{med}(||\overleftrightarrow{X}||, ||\overleftrightarrow{Y}||)$.

Отсюда видно, что белый цвет получится только если будут равны нормы полярных частей векторов: $||\vec{X}|| = ||\vec{Y}||$. Тогда $||\vec{Z}|| = 0$, и получится белый цвет, насыщенность которого также равна нулю: $||\vec{Z}||/||\bar{Z}|| = 0$.

Стоит подчеркнуть, что величину Δ можно рассмотреть как ту степень, в которой в конкретном угле $\arccos(\vec{e}_X, \vec{e}_Y)$ между полярными частями $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ присутствует феномен дополнительности угла π — угла, при котором гармонические векторы взаимоопределяются как дополнительные. Тем самым предполагается, что эффект дополнительности продолжает со степенью Δ сохраняться при сложении и всех остальных векторов. Тот угол (*угол ортогональности*), начиная с которого $\Delta = 0$, будет выражать первые векторы, начиная с которых при сложении исчезнет эффект дополнительности — эффект образования неполярной части из сложения двух полярных (если $\Delta = 1/2(|(\vec{e}_X, \vec{e}_Y)| - (\vec{e}_X, \vec{e}_Y))$, то первым таким углом будет угол $\pi/2$). Экспериментально нужно было бы определить, начиная с каких цветов одной насыщенности исчезает прирост ненасыщенности в смеси. Тогда для этих цветов — как гармонических векторов — должен быть определен тот угол ортогональности, который вытекает из вида функции Δ). В приведенном выше примере сложения гармонических векторов мера неполярности, образуемая сложением полярных частей, выражалась величиной $\Delta\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$. Смысл такой меры можно было бы пояснить следующим образом. Если любые полярные векторы $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ несут в себе момент компенсации при сложении, то в наибольшей мере этот эффект компенсации выразился бы в случае противоположных векторов, т. е. при выполнении условия $\vec{e}_X = -\vec{e}_Y$. В этом случае компенсация произошла бы на норму минимального вектора. Если, например, $||\vec{X}|| < ||\vec{Y}||$, то $\vec{X} + \vec{Y} = (\vec{X} + (-\vec{X})) + (\vec{Y} - \vec{X}) = 0 + (\vec{Y} - \vec{X})$, т. е. момент компенсации и дополнительности был бы здесь выражен суммой $(\vec{X} + (-\vec{X}))$. В этом

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 67—68.

[2] Там же. С. 62.

случае возникнет прирост насыщенности, пропорциональный норме $||\vec{X}|| = \min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$. В простейшем случае эту величину можно отождествить с самой нормой $||\vec{X}||$. Если в сложении любых полярных векторов $\vec{X}$ и $\vec{Y}$ присутствует на степень Δ величина описанного состояния, то логично предположить, что эта величина будет пропорциональна $\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$ и Δ, например, будет равна их произведению. Так можно было бы объяснить возникновение прибавки $\Delta\min\{||\vec{X}||, ||\vec{Y}||\}$ в норме неполярной части суммарного гармонического вектора.

Для гармонических векторов можно было бы использовать такой геометрический образ, как окружность (сферу) со стрелкой. Сфера — это неполярная часть, стрелка — полярная часть гармонического вектора. Величина сферы, например радиус, могла бы выражать норму неполярной части, величина стрелки — норму полярной части. Сложение таких объектов выражается в сложении сфер и стрелок. Стрелки складываются как обычные векторы. Сферы складываются на основе механизма усреднения (действие усредняющей функции med) и механизма компенсации, описанного выше. В этом последнем случае возникает прирост величины сферы суммарного вектора из-за сложения стрелок векторов-слагаемых.

Еще один важный вопрос, возникающий в связи с гармоническими векторами: насколько эти объекты являются отличными от обычных векторов? Нельзя ли свести их тем или иным способом к обычным векторам? На возможность положительного решения этой проблемы наталкивает «одномерное поведение» неполярных составляющих, равенство которых сводится к равенству их норм. Поскольку нормы — неотрицательные вещественные числа, то можно было бы пытаться представить неполярные составляющие как просто дополнительные неотрицательные координаты, для которых возникает специальный закон суммирования. Но здесь следует заметить, что, в отличие от координат, неполярные составляющие должны оставаться инвариантными при переходе от одного представления гармонического вектора к другому. Если представлять их как вещественные числа, то это должны быть *скаляры*, а не координаты вектора.

Обычные векторы можно было бы представить как частный случай гармонических векторов с нулевыми неполярными частями и условием $\Delta(t) = 0$ при любых t.

С другой стороны, если дан обычный вектор $\vec{X}$ с нормой $||\vec{X}||$ и представлением $\vec{X} = (X_1, ..., X_n)$ в некотором базисе, где X_i — неотрицательные числа, то можно пытаться выделить в нем равновесную составляющую $\vec{X}_H = (X, ..., X)$, где $X = \min\{X_1, ..., X_n\}$. Тогда в качестве полярной части $\vec{X}$ можно было бы взять вектор $\vec{X}_D = \vec{X} - \vec{X}_H$, так что $\vec{X} = \vec{X}_D + \vec{X}_H$. В этом случае положим, что $||\vec{X}_H||_H = X$ и норма $||\vec{X}_D||$ определена в обычном смысле. Если даны два вектора $\vec{X} = \vec{X}_D + \vec{X}_H$ и $\vec{Y} = \vec{Y}_D + \vec{Y}_H$, где $||\vec{Y}_H||_H = Y$, то их сумма $\vec{X} + \vec{Y}$ такова, что $(\vec{X} + \vec{Y})_D = \vec{X}_D + \vec{Y}_D$, и $(\vec{X} + \vec{Y})_H = \vec{X}_H + \vec{Y}_H$. Отсюда получаем:

$$||(\vec{X} + \vec{Y})_H||_H = ||\vec{X}_H + \vec{Y}_H||_H = ||\vec{X}_H||_H + ||\vec{Y}_H||_H = X + Y = \Delta\min\{||\vec{X}_D||, ||\vec{Y}_D||\} + \\ + (1/2)(X + Y),$$

откуда можем найти Δ:

$$\Delta = (X + Y)/2\min\{||\vec{X}_D||, ||\vec{Y}_D||\}.$$

При таких условиях мы могли бы представить все конструкции гармонических векторов через определения обычных векторов с неотрицательными координатами в фиксированном базисе. Собственно говоря, трехмерное евклидово цветовое пространство так и определяется. Здесь нужно только иметь в виду, что гармонические векторы предполагают фиксацию базиса в рамках соответствующей n-полюсной R-окружности, т. е. гармонические вектора — это уже объекты не только векторного пространства, но некоторого R-многообразия, в котором базисные векторы сопоставлены с полюсами R-окружности.

Далее можно было бы заметить, что интуиция неполярных частей гармонических векторов предполагает некоторую идею гармонии и равновесия полярных начал. Неполярные части гармонических векторов могут быть представлены более дифференцированно, чем только своей нормой. Эти объекты в общем случае представляют собой равновесные системы полярностей. Подобно функциональным группировкам, в которых использовались «термы с памятью» о пути своего образования, можно различать неполярные части в зависимости от тех дополнительных полярных векторов, которые их образуют. В простейшем случае неполярную часть $\overleftrightarrow{X}$ можно обозначать как пару $(\vec{X}, -\vec{X})$. В общем случае возможны более сложные неполярные части, которые представляют собою множества $\{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n}$ пар $(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)$. Норма всего комплекса должна быть некоторой функцией от норм входящих в него пар. Множества пар $\{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n}$ я буду далее называть *плеронами* — единицами полноты (от греч. «плерома» — полнота). На плеронах можно ввести более тонкое отношение тождества $\equiv$, полагая их тождественными, если только они состоят из одних и тех же пар (порядок пар можно не учитывать). Равенство $=$ между плеронами по-прежнему можно связывать с равенством их норм.

Теперь можно утверждать, что гармонические векторы — это единства обычных векторов и плеронов. Пока операционализм этих объектов для плеронов был определен только с точки зрения нормы. Пытаясь сделать операциональное определение гармонических векторов более дифференцированным, можно определять гармонический вектор $\bar{X}$ как объект вида

$$\bar{X} = \vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X} = \vec{X} \oplus \{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n},$$

где неполярная часть $\overleftrightarrow{X}$ представлена в качестве плерона $\{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n}$. Структура плерона $\{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n}$ определяется внутри R-окружности, представляя из себя пары противоположных точек, лежащих на окружности. В пределе структура всякого плерона перейдет в R-окружность как наиболее полный плерон, уравновешивающий в себе все оппонентные элементы.

Белый цвет (свет) можно рассмотреть как модус по отношению к цветам-модам. Интересно, что с этой точки зрения разного рода пропускающие или отражающие среды играют роль моделей, которые «вырезают» из белого цвета его моды. Отношение проективно-модального порядка на плеронах и векторах можно определить таким образом, что 1) вектор $\vec{X}$ является модой плерона $(\vec{X}, -\vec{X})$, 2) плерон $\{(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)\}_{k=1}^{n}$ является модой плерона $\{(\vec{X}_p, -\vec{X}_p)\}_{p=1}^{m}$ если только если всякий простой плерон $(\vec{X}_k, -\vec{X}_k)$, входящий в первый плерон, входит и во второй, 3) гармонический вектор $\vec{X} \oplus \overleftrightarrow{X}$ является модой вектора $\vec{Y} \oplus \overleftrightarrow{Y}$ если только если $\vec{X} = \vec{Y}$, и $\overleftrightarrow{X}$ — мода $\overleftrightarrow{Y}$.

Дополнительные цвета смешиваются, не вполне уничтожая друг друга, но оставляя информацию о тех вкладах, которые компенсировали друг друга в белом цвете. Такой информацией является количество белизны, остающееся после сложения дополнительных цветов. Точнее, как мне кажется, будет здесь тактика введения новых математических объектов — гармонических векторов, у которых степень белизны можно выражать как норму неполярной части.

§ *5*. Нейрофизиология цветового восприятия и Теория Life

В этом параграфе я кратко коснусь нейрофизиологических аспектов сферической модели цветового восприятия с точки зрения положений Теории Life.

Авторы сферической модели предлагают следующий нейрофизиологический механизм работы локального зрительного анализатора. «Световой сигнал (S_i, i = 1, ..., N) своей физической энергией воздействует на рецепторы сетчатки — колбочки, обладающие широкополосной спектральной чувствительностью. По данным, общепризнанным в настоящее время, в сетчатке есть три типа рецепторов-колбочек с максимумами чувствительности в длинноволновой части спектра (R), средневолновой (G) и коротковолновой (B). Совокупность трех рецепторов R, G и B и есть входное звено анализатора светлоты и цвета. В каждом рецепторе свет преобразуется в возбуждение, пропорциональное логарифму интенсивности

$$r_i = \log I_R;\ g_i = \log I_G;\ b_i = \log I_B.$$

Реакция трех рецепторов может рассматриваться как вектор входного возбуждения, компонентами которого являются возбуждения отдельных рецепторов:

$$\vec{P}_i\{r_i, g_i, b_i\}.$$

При изменении спектрального состава светового сигнала меняется относительный состав возбуждений тех же самых рецепторов и соответственно меняются значения компонент вектора входного возбуждения. Это значит, что каждому цвету соответствует свой трехмерный вектор входного возбуждения, все цвета образуют трехмерное векторное пространство, а изменение цвета определяется углом поворота вектора входного возбуждения. Изменение интенсивности светового сигнала при неизменном спектральном составе приводит к изменению абсолютных значений возбуждений рецепторов, в то время как относительный состав этих возбуждений не меняется, т. е. изменение интенсивности сигнала сказывается на длине вектора возбуждения, оставляя неизменным его направление. Это значит, что светлота светового сигнала зависит от суммарного возбуждения трех входных рецепторов:

$$L_i = r_i + g_i + b_i.$$

От рецепторов возбуждение передается на группу градуальных нейронов сетчатки — предетекторов, или первичных детекторов <...> В настоящее время большинство исследователей принимают, что существуют только три типа градуальных нейронов, однако в настоящей работе будет показано, что их должно быть по крайней мере четыре. Не останавливаясь пока на обсуждении этой константы, обозначим ее как k. Возбуждение каждого предетектора есть определенная линейная комбинация возбуждений трех рецепторов. Постоянство каждой линейной комбинации обуславливается стабильными связями между рецепторами и предетекторами. Возбуждения предетекторов образуют новое векторное пространство (X_{1i}, ..., X_{ki}, i = 1, ..., N) и могут быть определены из следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} X_{1i} &= a_{11}r_i + a_{12}g_i + a_{13}b_i \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{ki} &= a_{k1}r_i + a_{k2}g_i + a_{k3}b_i, \end{aligned}$$

где a_{ij} — коэффициенты связи между рецепторами и предетекторами.

Предетекторы согласуют характеристики рецепторов и селективных детекторов, на вход которых и поступает сигнал предетекторов. Согласование достигается нормированием возбуждения каждого предетектора по отношению к возбуждению всех предетекторов. Это нормирование представляет собой деление каждой компоненты вектора возбуждения градуальных нейронов на его модуль:

$$x_{lj} = \frac{X_{lj}}{|\bar{X}_j|}, \text{ где } l = 1, 2, ..., k, \ j = 1, 2, ..., M.$$

Его можно рассматривать как преобразование векторного пространства в сферическое. Каждый входной сигнал кодируется теперь выражением:

$$x_{1i}^2 + ... + x_{ki}^2 = 1,$$

где (x_1, ..., x_k) — нормированный вектор возбуждения предетекторов. Это означает, что отдельные цвета разной интенсивности могут быть представлены точками на поверхности сферы в k-мерном пространстве. От предетекторов нормированный сигнал $\vec{x}$ передается одновременно на M узкоселективных нейронов-детекторов (D_j, j = 1, 2, ..., M) через посредство системы стабильных связей (b_1, ..., b_k). Каждый селективный детектор D_j обладает своим набором стабильных связей с предетекторами. Этот набор связей рассматривается как k-компонентный вектор связи $\vec{b}_i$. Число векторов связи определяется числом селективных детекторов, а размерность вектора связи — числом предетекторов. Величина возбуждения селективного детектора определяется как скалярное произведение вектора нормированных возбуждений предетекторов $\vec{x}_i$ на вектор связи :

$$e_{ij} = (\vec{x}_i, \vec{b}_i).$$

Вектор связи обладает теми же сферическими характеристиками, что и вектор нормированных возбуждений предетекторов, т. е.

$$b_{1j}^2 + \ldots + b_{kj}^2 = 1.$$

Это свойство вектора связи позволяет задать закон, который ставит в соответствие каждому входному сигналу S_i единственный селективный детектор D_j следующим образом. Каждый входной сигнал кодируется тем единственным детектором, который имеет при предъявлении этого сигнала максимальное возбуждение <...> максимум возбуждения будет достигаться на том детекторе, у которого вектор связей коллинеарен вектору возбуждения предетекторов»[1]. Если затем субъект реагирует на зрительные стимулы некоторым набором из конечного числа поведенческих реакций, например, используя названия цветов (вида «красный» или «желто-зеленый»), то авторы сферической модели описывают в этом случае некоторый нейронный механизм, который «представляет собой набор командных нейронов, каждый из которых имеет стабильные связи с отдельной группой метонейронов артикуляционных мышц. Каждый командный нейрон, возбуждая свой пул мотонейронов, приводит к воспроизведению определенной последовательности речевых единиц типа фонем. Возбуждение командного нейрона определяется коммутирующим, или переключающим, нейроном, который пропускает или не пропускает сигналы, передаваемые от детекторов анализатора к данному командному нейрону. При определенной комбинации возбуждений детекторов максимально возбуждается один-единственный командный нейрон. Этот нейрон возбуждает в определенной последовательности заданную связями группу мотонейронов, что приводит к генерированию определенной речевой реакции»[2]. Механизм возбуждения командных нейронов на основе распределения возбуждений детекторов строится авторами также на основе сопоставления каждому командному нейрону вектора связи с числом координат, равному числу детекторов, и операции скалярного произведения: «Вклад каждого детектора в возбуждение данного командного нейрона определяется произведением величины возбуждения детектора на величину коэффициента связи. Если набор возбуждений селективных детекторов рассматривать как один вектор, то величину возбуждения командного нейрона можно определить как скалярное произведение этих двух векторов. Чтобы максимум возбуждения был связан только с одним командным нейроном, век-

---

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н.* Цветовое зрение. С. 17—19.
[2] Там же. С. 20.

тор возбуждения селективных детекторов должен нормироваться <...> Максимум возбуждения так же, как и прежде, будет достигаться на том командном нейроне, вектор связей которого коллинеарен вектору нормированного возбуждения детекторов. Каждый командный нейрон в этой структуре может быть представлен точкой на поверхности М-мерной сферы, где М — число селективных детекторов <...> Общее число командных нейронов, подключенных к селективным детекторам цвета, соответствует словарю цветовых названий» [1].

В описанном нейрофизиологическом механизме можно выделить следующие принципиальные моменты. На уровне рецепторов физический стимул S_i представляется как вектор $\vec{P}_i\{r_i, g_i, b_i\}$. В этом преобразовании зрительные рецепторы играют роль физиологического воплощения векторного базиса, проекцией на который стимул определяет себя как векторное представление (r_i, g_i, b_i). Далее вступают в работу предетекторы, которые преобразуют рецепторное 3-мерное векторное пространство с координатами (r_i, g_i, b_i) в предетекторное k-мерное векторное пространство. Авторы сферической модели полагают, что $k = 4$ и существуют 4 вида предетекторов — 2 хроматических (предетектор «красный — зеленый» (r–g) и предетектор «желтый — синий» (y–b)) и 2 ахроматических (предетектор «свет» (B — от «brightness», яркость) и предетектор «тьма» (D — от darkness, темнота)). У каждого предетектора есть один или два типа ответов, которые условно можно обозначить как положительный (+) и отрицательный (–) ответы. Предетектор (r–g) реагирует положительно на «красные» колбочки и отрицательно — на «зеленые». Предектор (y–b) дает положительный сигнал на «синие» колбочки и отрицательный сигнал — на отсутствие стимуляции «синих» колбочек (поэтому желтый цвет возникает как «отсутствие синего»). B-предетектор дает положительную реакцию на одновременные вклады всех трех рецепторов. D-предетектор, наоборот, положительно реагирует на отсутствие одновременной стимуляции от всех трех типов рецепторов. Эти соотношения можно описать линейными уравнениями

$$
\begin{gathered}
X_{1i} = a_{11}r_i + a_{12}g_i + a_{13}b_i \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_{ki} = a_{k1}r_i + a_{k2}g_i + a_{k3}b_i,
\end{gathered}
$$

где, например, X_{11} — (r–g)-координата, X_{21} — (y–b)-координата, X_{31} — B-координата, X_{41} — D-координата. Кроме того, на уровне предетекторов накладывается сферическое ограничение на новые координаты — четыре новые координаты нормируются (координаты X_{lj} переходят в координаты $x_{lj} = \dfrac{X_{lj}}{|\bar{X}_j|}$). Нормировка означает снижение размерности цветового многообразия с четырех до трех измерений. В то же время это трехмерное многообразие получается как результат связи 4-х координат, т. е. представляет собою 3-сферу в 4-пространстве. Полученный вектор (x_{1i}, ..., x_{ki}) скалярно перемножается на все множество векторов

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н.* Цветовое зрение. С. 21—22.

детекторов, образуя распределение возбуждения детекторов. Считается, что предетекторы представлены либо на уровне сетчатки в виде так называемых «ганглиозных клеток» (у более простых организмов, у которых центр тяжести переработки зрительной информации падает на сетчатку, и глаз оказывается сложнее устроенным), либо в наружном коленчатом теле, где оканчиваются нервы зрительного перекреста (у более сложных организмов, у которых основной анализ зрительной информации перенесен в мозговые структуры и глаз оказывается проще устроенным). Детекторы располагаются в зрительных зонах коры головного мозга.

Здесь возникает естественный вопрос: зачем нервной системе погружать 3-мерное многообразие цвета в 4-мерное пространство? Авторы сферической модели цветовосприятия, как мне кажется, объясняют это следствием эмпирического факта сферической организации цветов, выявленного при многомерном шкалировании. В рамках структуры цветового R-многообразия можно предложить другое, более теоретическое объяснение этого феномена. Нервной системе необходимо восполнить линейно-физическую структуру цветового пространства психоциклической организацией, связанной с определением цветового спектра в рамках R-окружности. Нейрофизиология готовит циклические параметры цветового многообразия (условие нормировки предетекторных векторов), соединяя их еще с декартовостью нейрофизиологических координат. Психология восприятия цвета окончательно определяется в рамках сферических координат цветового многообразия.

Векторный код оказывается в этом случае некоторым посредником, который связывает между собою полюса физики и психики цвета. На входе физика цвета превращается в векторный код, чтобы затем он был воспроизведен как психическое ощущение цвета.

Попробуем теперь представить, что произойдет, если многообразие цвета обладает более сложной структурой, чем только векторное пространство? Например, это могло бы быть цветовое R-многообразие, в котором линейные физические определения цвета дополняются циклической организацией трехполюсной R-окружности. В этом случае структуры линейного пространства также должны быть дополнены средствами R-анализа, образуя некоторую более сложную структуру цветового многообразия. Поскольку элементами трехполюсной R-окружности являются гексады, выражающие количества, растущие от трех полюсов, и здесь же активное участие принимают различные R-функции, то, возможно, цветовое многообразие выразимо средствами некоторой подструктуры S плеронального многообразия ${}^{\infty}\pi F$. Тогда, распространяя механизм векторного кодирования, можно было бы предположить, что в общем случае структура рецепторов и предетекторов различных анализаторов могла бы создавать плерональный код физического многообразия, в то время как система детекторов воспроизводит структуру S, по крайней мере в рамках некоторого квантования этой структуры. Такое квантование может быть связано с покрытием непрерывного многообразия системой монад. Например, уже в случае с цветом система детекторов воспроизводит не все цветовое пространство, но лишь некоторое его дискретное подмножество. Каждый детектор в этом случае соответствует цвету как центру монады в цветовом R-пространстве.

В общем случае, когда некоторое воплощенное Эго обладает системой афферентных и эфферентных органов в некоторой онтологии, можно предположить, что именно плерональный код обеспечивает разного рода психофизические преобразования. Афферентный орган, будучи настроен на восприятие определенного вида бытия, будет кодировать сначала более объектные составляющие этого бытия, затем восполняя их более психическими элементами плеронального представления. Но обе составляющие — физическая и психическая — будут представлены двумя дополнительными частями единой плерональной структуры. В итоге будет возникать полное представление соответствующего события средствами плеронального кода, из которого в сознании необщего Эго может опредмечиваться только психическая часть полной структуры. Полный плерональный код должен в этом случае принадлежать инстанции, соединяющей воедино определения Эго в общем и необщем экранах, т. е. интегральному Эго.

§ 6. Ступенчатые функции

Прежде чем распрощаться с психофизикой цвета, я решил вкратце рассмотреть в этом параграфе еще один интересный феномен цветового зрения. Речь пойдет о функции зависимости цветового тона от длины волны монохроматического излучения. Ч. А. Измайлов и соавторы, например, пишут об этом следующим образом: «Распределение цветовых тонов в спектре не соответствует прямо распределению длин волн. На отдельных участках спектра небольшое изменение длины волны излучения может привести к значительному изменению цветового тона, а на других участках, наоборот, даже значительное изменение в длине волны может не вызвать заметного изменения цветового тона <...> изменение цветовых тонов в спектре, хотя и монотонно связано с длиной волны излучения, но имеет не гладкую форму, а ступенчатую. Три пологие части этих функций расположены в коротковолновой, средневолновой и длинноволновой частях спектра»[1]. Здесь же приводится приблизительно такой график указанной функциональной зависимости (см. рис. 65).

На этом графике мы видим два участка быстрого изменения тонового коэффициента — в области примерно 480—500 нм и 580—600 нм. Наоборот, центральное плато расположено в области 500—550 нм, т. е. области зелено-голубого и зеленого цвета.

Подобные ступенчатые функции встречаются и в R-анализе в ряде специальных случаев.

Представим, что даны внутренности двух галактик — внутренность базовой галактики (−M, M) и первой несравнимо большой галактики (−M*, M*), где

---

[1] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 59—60.

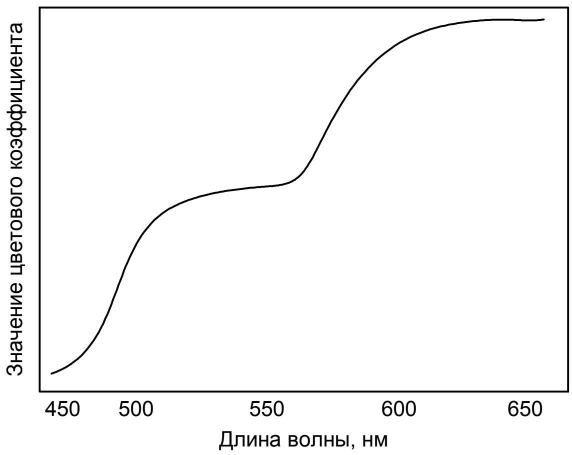

Рис. 65. График изменения цветового тона в зависимости от длины волны

$M^* > M$. Эти интервалы даны как области определения двух обратных R-функций — R-функции $x = R_M^{-1}(y)$ для базовой галактики и R-функции $x = R_{M^*}^{-1}(y)$ для первой несравнимо большой галактики. Может возникнуть ситуация, когда объектный количественный процесс в виде изменения x будет определять некоторое смешанное субъектное количество y, находящееся под «двойным определением» как со стороны структуры базовой галактики G(0), так и со стороны несравнимо большой галактики G(1). Если бы эти галактики были даны изолированно друг от друга, то субъектное количество y определялось бы действиями независимых друг от друга прямых R-функций — R-функцией $y = R_M(x)$ для базовой галактики и R-функцией $y = R_{M^*}(x)$ для галактики G(1). Но представим, что существует как бы некоторая «смешанная» ситуация, когда y начинает изменяться, например от нуля вправо, и такой y декодируется «смешанной» прямой R-функцией, которая соединяет в себе определения прямых R-функций обеих галактик. Такая R-функция может быть определена в виде:

$$y = R_{M^*}^{-1}(x) + \Delta(x),$$

где $\Delta(x) = \alpha R_{M^*}^{-1} \circ R_M(x)$ при $|x| \in [0, M]$,

$\Delta(x) = \alpha R_{M^*}^{-1} \circ R_{(M^*-M)}(M^* - x)$ при $x \in (M, M^*)$,

$\Delta(x) = \alpha R_{M^*}^{-1} \circ R_{(M^*-M)}(-M^* - x)$ при $x \in (-M^*, -M)$,

α — некоторое положительное число, $\circ$ — операция композиции функций.

Полученная «смешанная» R-функция также будет представлять собою ступенчатую функцию, у которой район плато будет находиться сразу за величиной M, ближе к M*. Подобная ступенчатость будет выражать погружение и «полурастворение» базовой галактики G(0) внутри галактики G(1), так что внутренность последней будет обнаруживать включенность в себя своей подгалактики.

Если теперь посмотреть на область цветового спектра в цветовом R-многообразии с трехполюсной R-окружностью, то мы увидим, что от величины M ближе к 2M лежит область зелено-голубого цвета, которое формирует плато на графике изменения тонового коэффициента. Можно предположить, что цветовой спектр лежит в области двух галактик — базовой галактики G(0), которая захватывает часть спектра от красного до зеленого, и несравнимо большой галактики G(1) с верхней границей $M^* = 2M$. Причем, базовая галактика «полурастворена» в рамках большей галактики, что и порождает ступенчатый характер соответствующей R-функции и связанной с нею зависимости тонового коэффициента от длины волны. Мы получаем дополнительное подтверждение представленной выше организации цветового R-многообразия с трехполюсной R-окружностью.

В конце замечу лишь, что функция

$$y = R_{(M^*-M)}(M^* - x) \text{ при } x \in (M, M^*],$$
$$y = R_{(M^*-M)}(-M^* - x) \text{ при } x \in [-M^*, -M)$$

представляет собою дополнение, $y = D_{M,\,M^*}R_M(x)$, прямой R-функции $y = R_M(x)$ относительно охватывающей ее прямой R-функции $y = R_{M^*}(x)$. Замечательно, что неотрицательные области определения прямой R-функции $y = R_M(x)$ и ее дополнения $y = D_{M,\,M^*}R_M(x)$ как раз соответствуют дополнительным половинам цветового спектра, лежащим по обе стороны от зеленого цвета в цветовом R-многообразии.

Для обратной R-функции $y = R^{-1}_M(x)$ дополнение $y = D_{M,\,M^*}R^{-1}_M(x)$ относительно объемлющей функции $y = R^{-1}_{M^*}(x)$ может быть определено по правилу:

$$y = M^* - R^{-1}_{(M^*-M)}(x) \text{ при } x \in (0, +\infty],$$
$$y = -M^* - R^{-1}_{(M^*-M)}(x) \text{ при } x \in [-\infty, 0).$$

Дополнительная обратная R-функция $y = D_{M,\,M^*}R^{-1}_M(x)$ отображает количество, растущее от бесконечности, в полуинтервалы $[-M^*, -M)$ и $(M, M^*]$, определяя их как области перевернутого R-количества, у которого $\pm M^*$ играет роль нуля, а величина $\pm M$ — роль бесконечности. Следовательно, дополнительные R-функции связаны с феноменом двуполюсного количества.

Поправка $\Delta(x)$ будет выражать влияние базовой галактики и ее R-функции на количество несравнимо большой галактики G(1). Механизм образования этой поправки таков, что 1) вначале количество ведет себя в полном согласии с прямой базовой R-функцией $y = R_M(x)$ или ее дополнением $y = D_{M,\,M^*}R_M(x)$, а затем 2) преобразованное количество y возвращается в галактику G(1) действием ее обратной R-функции $x = \alpha R^{-1}_{M^*}(y)$, взятой с некоторым коэффициентом пропорциональности α.

Подобный механизм может быть распространен на систему нескольких галактик, в которых все предшествующие галактики будут «полурастворены» в составе финальной галактики. В этом случае определения количества будут описываться «смешанными» ступенчатыми R-функциями, имеющими несколько плато. Каждое такое плато будет характеризовать область нового качества многоуровневого количества.

§ 7. Зрение как познание

В книге «Разумный глаз» Ричард Лэнгтон Грегори, психолог, профессор бионики Эдинбургского университета, развивает теорию зрительного восприятия как выдвижения и проверки перцептивных гипотез: «В этой книге я предлагаю рассматривать <...> наши восприятия внешнего мира как гипотезы, по существу сходные с гипотезами научными, но “формулируемые” вне языковой, математической или логической символики» [1]. С этой точки зрения исчезает принципиальное отличие восприятия от процесса мышления. Основной тип гипотез, используемых в восприятии, — это так называемые «объект-гипотезы», т. е. гипотезы об объектах (предметах), стоящих за теми или иными образами восприятия. «В сущности, нашим органам чувств предметы доступны лишь в очень малой степени. Ведь ощущаются не предметы как таковые, а мимолетные зрительные формы, дуновения запахов, разобщенные тактильные формы, возникающие при легком контакте объекта с кожей руки <...> Получая тончайшие намеки на природу окружающих объектов, мы опознаем эти объекты и действуем, но не столько в соответствии с тем, что непосредственно ощущаем, сколько в согласии с тем, *о чем мы догадываемся*. Человек кладет книгу не на “темно-коричневое пятно”, он кладет ее на стол. Догадка преобразует темно-коричневое пятно, ощущаемое глазами, или твердый край, ощущаемый пальцами, в стол — нечто более значащее, чем любое пятно или край. Темно-коричневое пятно пропадает, когда мы отворачиваемся, но мы уверены, что стол и книга находятся по-прежнему там же, где были» [2]. Здесь, кстати говоря, Грегори вспоминает теорию английского философа XVIII в. Джорджа Беркли: «Епископ англиканской церкви Джордж Беркли (1684—1753) поставил под сомнение утверждение о том, что предметы продолжают существовать, когда человек их не ощущает, — “ибо как можно знать это?” Но чтобы не получилось так, что вещь ведет “прерывистый образ жизни”, по выражению Бертрана Рассела, Беркли вводит Бога: предметы существуют постоянно, потому что Бог постоянно наблюдает за ними. И этот же довод Беркли использовал как доказательство существования Бога» [3]. Мне кажется, идеи Беркли могли бы получить свое оправдание в Теории Life, но не в столь упрощенной форме. Возможно, Беркли воспринимал природу сознания как некую онтологическую силу, а не просто как инстанцию отраже-

---

[1] *Грегори Р. Л.* Разумный глаз / Пер. с англ. 2-е изд. М.: Эдиториал УРСС, 2003. С. 8—9.

[1] Там же. С. 11—12.

[3] Там же. С. 12.

ния внешней реальности. Сознавать нечто означает представлять бытие на некотором экране сознания. Но всякое бытие включено в тот или иной онтологический фон. Если сознание рассматривать как начало фоновой организации бытия, как некий принцип «онтологического фона», лишь на котором может быть «изображено» всякое начало, то вот вам и путь к бытию-видению (esse-percipi). Тогда и физическое бытие вещей будет поддерживаться общим экраном онтологии и силами общего Эго. Наконец, за всеми Эго должно стоять некоторое Высшее Эго, экран которого объединит в себе все прочие экраны. Такое Эго будет давать бытие-видение всем сущностям онтологии.

Когда субъект воспринимает кучу свето-цветовых пятен, среди них он относит некоторые к «предметам», некоторые — к «фону». Это важнейшая способность «разумного глаза», выходящая за пределы только зрительных ощущений. Отнесение ощущений к «предмету» и «фону» составляет сущность конкретной «объект-гипотезы». «Центральная проблема зрительного восприятия состоит в том, чтобы узнать, каким образом мозг перерабатывает узоры, ложащиеся на сетчатку, в представления о внешних предметах. “Узоры” в таком смысле чрезвычайно далеки от “предметов”. Вместо слов “характерный, непохожий на другие узор” будем применять специальный термин *паттерн*. Под этим словом здесь разумеется определенный набор условий, поданных на вход рецептора в пространстве и во времени. Но зрение воспринимает нечто гораздо более значительное, чем паттерн, — *предметы*, существующие во времени и пространстве <...> Хорошо известен зрительный феномен “чередования фигуры и фона” <...> Восприятие здесь колеблется между двумя возможностями. Это важный факт. Он свидетельствует о том, что восприятие не выводится просто из паттернов возбуждения на сетчатке. Необходим еще какой-то тонкий процесс переработки (интерпретации) даже на таком элементарном уровне» [1].

То, что Грегори называет «предметом», представляет собою некоторую самостоятельную сущность, добавляемую «извне» к зрительно воспринимаемому паттерну. Предмет лишь проявляет себя в паттерне, не исчерпываясь только им. Интерпретируя ощущения, «разумный глаз» в том числе возводит их к некоторому «предмету», который хотя и символизирует себя в ощущениях, но сам представляет из себя нечто самостоятельное. Подобный смысл «предметности» чрезвычайно напоминает идею *модуса* в некотором ментальном многообразии. Паттерн есть лишь *мода*, исходя из которой, зрительное восприятие выдвигает «объект-гипотезу» о некотором предмете-модусе, стоящем за этой модой.

Интересна здесь конструкция «фона». В объект-гипотезе, как отмечалось, не только некоторые паттерны возводятся к предметам, но и некоторые из паттернов относятся к фону. Если предметы могут быть проинтерпретированы как модусы, то что можно сказать о природе «фона» в терминах Проективно Модальной Онтологии?

---

[1] *Грегори Р. Л.* Разумный глаз. С. 16—17.

Идея «фона» кажется близкой понятию «пространства», «среды». Такие сущности можно одновременно рассматривать и как модусы, и как модели, на которых модусы-предметы образуют свои моды. Рассмотрим следующий простой пример. Пусть в трехмерном евклидовом пространстве R^3 дано некоторое трехмерное тело Т, например цилиндр. Выделим в пространстве также плоскость П, которая могла бы символизировать собой поле зрения субъекта. Любая точка пространства, лежащая по одну из сторон плоскости, образует свою проекцию на этой плоскости. В итоге возникает плоское изображение как пространства, так и тела Т. Тело Т могло бы двигаться в пространстве, откуда уже можно сделать вывод, что конкретное положение Т в пространстве — это лишь некоторая мода тела-модуса, «висящего» вне пространства и проецирующегося в те или иные его места как свои модели. Здесь пространство выполняет роль проективно-модальной модели для тела. В то же время само пространство можно рассмотреть как модус, образующий свои моды, например, в различных системах координат. В том числе проекции пространства и тела на плоскость П — также моды этих объектов. Так и в общем случае «фон» можно определить как одновременно модус и модель в некоторой Проективно Модальной Онтологии, в то время как «предметы» — это только модусы, образующие свои моды на «фоне» как модели. Причем моды «предметов» одновременно оказываются модами всего «фона» как модуса. В проекции на сетчатку образуют свои моды и «фон», и «предметы». Когда элементы (точки) «предмета» реализуются в среде «фона», то каждый элемент «фона» занимается соответствующим элементом «предмета». Причем элементы «фона» могут быть как пустыми (например, пустое пространство как фон), так и заполненными некоторой «фоновой структурой» (например, рисунком на плоском фоне). В последнем случае элементы «предмета» по крайней мере частично вытесняют фоновую структуру из соответствующих элементов «фона» (например, фигура на плоскости загораживает собой фоновый рисунок).

В проекции на сетчатку назовем внешнюю ко всем проекциям предметов часть фона «антипредметом». Особенно интересны в зрительном восприятии такие случаи соотношения «предмета» и «фона», когда в проекции на сетчатку области «предмета» и «антипредмета» могут обмениваться ролями. Та часть плоскости, которая ранее интерпретировалась как «предмет», становится «антипредметом», и наоборот. В этом случае одна и та же мода возводится то к модусу «предмета», то к модусу «фона», что делает особенно заметной самостоятельную функцию «разумного глаза» по «подъему» мод до их модусов. Такой «подъемной» функцией является действие сюръекторов — операторов, сопоставляющих модам их модусы.

После первоначального выдвижения «объект-гипотезы» субъект начинает подвергать ее проверкам, либо подтверждая ее, либо уточняя или заменяя другой перцептивной гипотезой. За одной проекцией на плоскость в общем случае может находиться множество трехмерных тел, дающих эту проекцию. Чтобы выделить из этого класса какое-то одно тело, нужны другие проекции. Так и при проверке «объект-гипотезы» нужны новые паттерны восприятия, представляющие новые моды «предмета»-модуса. «...выделение некоторой области паттерна как соответствующей объекту, а не просто части фона есть лишь первый шаг в процессе восприятия. Остается еще принять жизненно важное решение: *что есть этот объект*? Вопрос стоит остро, поскольку любой двумерный паттерн может отвечать *бесконечному числу возможных трехмерных форм*. Восприятию помогают дополнительные источники информации — стереоскопическое зрение, параллакс, возникающий при движениях головы...» [1] Как и в случае всякого познания, в восприятии начинает работать гносеологический цикл, сопрягающий между собой «предмет»-модус и паттерны-моды. «Рассмотрим только один определенный тип перцептивных ошибок. Возьмем случай плоскостной проекции — двумерную картинку. Пусть ее удастся интерпретировать (увидеть) правильно — как изображение структуры трехмерного объекта; позволит ли это предсказать проекцию, *которая будет получена с новой точки наблюдения*? При таком подходе мы получаем прямое указание на способ, с помощью которого сможем исследовать предсказательную силу гипотез об объектах. Если новая проекция объекта удивит нас, значит, предшествующая гипотеза об объекте была ошибочной <...> Если восприятие объекта на основе проецируемого изображения окажется верным, то при всех изменениях проекции мы должны видеть один и тот же объект. Если же форма объекта, воспринимаемая по его проекциям, *меняется*, значит, восприятие ошибочно, по крайней мере по некоторым из проекций» [2].

Пытаясь понять нейрофизиологические основания зрительного восприятия, современная наука сделала в этом направлении ряд замечательных открытий. Грегори, например, пишет: «...два американских нейрофизиолога — Д. Хьюбель и Т. Визель — сделали поистине основополагающее открытие. Они обнаружили, что различные зрительные сигналы, соответствующие разным паттернам стимуляции, вызывают реакцию различных клеток мозга. Это открытие было сделано с помощью микроэлектродов, введенных в зрительную зону коры головного мозга (в так называемую стриарную зону, расположенную в затылочной части мозга) кошки. Оказалось, что одни клетки реагируют только на движение в каком-то одном, определенном направлении, другие — только на линии, ориентированные определенным образом, третьи — только на ломаную линию. В исследованной части поверхности коры головного мозга распределение активности нервных клеток приблизительно совпадает с пространственным распределением стимуляции на сетчатке — как бы некая грубая "карта" границ электрической активности проецируется из сетчатки на поверхность затылочных зон коры головного мозга, но в глубине коры это пространственное соот-

[1] *Грегори Р. Л.* Разумный глаз. С. 32—33.
[2] Там же. С. 79.

ветствие уже не обнаруживается, и ответом на подобный сетчаточный паттерн является электрическая активность небольшого числа мозговых клеток. В одной из следующих работ Хьюбель и Визель показали, что информация о различных паттернах стимуляции скапливается в так называемых колоннах, ориентированных перпендикулярно ясно видимым слоям стриарной зоны (именно здесь локализуется уровень детекторов в трехстадийной модели зрительного анализатора, описанной выше. — *В. М.*). Сами функциональные колонны невидимы глазом и были открыты с помощью тонких методических приемов <...> Исходя из электрофизиологических данных, можно предположить, что восприятие строится на основе нервных механизмов, реагирующих на определенные простые формы, на движение, на цвет. Эти параметры связываются в уже известных нам корковых колоннах. Логически это похоже на комбинацию букв, образующих слова: существенные признаки, очевидно, представляют собой перцептивный "язык" мозга. Продолжая аналогию, добавим, что пока еще совершенно не ясно, каким образом нейронные "слова" сочетаются, образуя "предложения", то есть каким образом выходы колонн комбинируются для формирования предметного восприятия. Предположительно можно сказать, что здесь должна быть тесная связь со складами памяти, но что представляют собою эти хранилища, пока не известно»[1]. Может быть, перцептивный язык мозга построен на плерональном коде, информация о котором хранится в памяти? По крайней мере этот язык не похож на язык базиса только векторного пространства. Например, нейроны имеют рецептивные поля (РП), т. е. области соседних нейронов, на возбуждения которых реагирует данный нейрон. Такие поля обладают разной формой (сферической, прямоугольной, сложной) и разными участками оппонентности. Например, в центре рецептивного поля нейрон может реагировать по типу R^+G^- (возбуждение на длинноволновое и торможение на средневолновое излучение), на периферии — по типу R^-G^+ (торможение на длинноволновое и возбуждение на средневолновое излучение). Некоторые нейроны могут избирательно реагировать на цветовые полосы или края определенной ориентации. Другой тип нейронов с рецептивными полями квадратной или прямоугольной формы реагирует только на движущиеся монохроматические полосы или края соответствующей ориентации. «Нейроны третьего типа со "сверхсложными" РП реагируют на движущиеся монохроматические и определенным образом ориентированные края или полосы, которые ограничены по длине с обеих сторон»[2]. Системы нейронов должны кодировать информацию о многообразии различных зрительно воспринимаемых сущностей разной формы, движения, расположения, разных поверхностей, окраски, свето-теневых распределений. Отсюда понятно, что если у такого многообразия и есть базис, то он должен быть сложнее, чем только базис векторного про-

---

[1] Там же. С. 30—31.

[2] *Измайлов Ч. А., Соколов Е. Н., Черноризов А. М.* Психофизиология цветового зрения. С. 159.

странства. Сюда, например, кроме векторных соотношений, должна включаться иерархия. Следовательно, кодирующая структура должна совмещать в себе свойства векторного пространства и иерархических соотношений. Кроме того, гармонические определения цвета, как мы видели раньше, могли потребовать организацию цветового R-многообразия. Можно предположить, что справиться со столь сложной задачей могло бы плерональное многообразие, которое как раз соединяет в себе определения векторного пространства, иерархических отношений и R-анализа.

Еще одна интересная тема, которой касается Р. Грегори в своей замечательной книге, тема картин как особого перцептивного феномена. Вот как сам автор пишет об этом: «Картины сами по себе — просто плоские предметы, содержащие узоры из светлых, темных и цветных пятен и полос. В то же время они открывают глазу совершенно иные предметы, лежащие в совершенно ином пространстве. Ни один предмет не может одновременно быть в двух местах, не может иметь одновременно более чем один набор размеров и более чем одну форму. Но объект, выдимый на картине, находится не там, где воспринимается плоскость картины, и при этом имеет совсем иные размеры и совсем иной объем. Все картины парадоксальны — в том смысле, что все они являются двойственной зрительной реальностью: плоские предметы видны плоскими, но в то же время это совершенно иные, трехмерные предметы, расположенные в ином пространстве. Эта двойственная реальность — парадокс, свойственный самому существу картины» [1].

Интересно было бы попытаться выразить парадоксальную природу картин, отмечаемую Грегори, средствами Проективно Модальной Онтологии. Пусть К — картина, и Х — некоторое изображение на ней. Во-первых, К и Х возникают как свои перцептивные паттерны к и х соответственно на поверхности сетчатки и восстанавливаются «разумным глазом» до себя-модусов К и Х. В таких ролях К есть некоторый плоский объект в трехмерном пространстве, Х — некоторая плоская часть К. Если бы эти объекты были обычными вещами, на этом бы все и кончилось. Но у этих объектов есть еще вторая перцептивная роль. Благодаря ей, «разумный глаз» не останавливается только на первой интерпретации, и создает еще одну. В этой новой интерпретации картина К в свою очередь служит системой паттернов-мод Х, которые восстанавливаются до новых модусов X^2 — тех объектов, которые изображены на картине. Картина начинает в системе изображений на сетчатке играть роль «малой сетчатки» — такой части сетчаточного изображения, которая в своих границах воспроизводит свой собственный перцептивный мир. Благодаря картинам, перцептивное пространство приобретает самоподобие — в нем возникают части, содержащие свои малые пространства. В этой роли картины похожи на зеркала, но только зеркала отражают все ту же перцептивную реальность целого, в то время как картины способны передавать новую перцептивную реальность. «Каждый ху-

[1] *Грегори Р. Л.* Разумный глаз. С. 65.

дожник свободен в выборе изображаемого мира. В отличие от фотоаппарата кисть художника не скована геометрическими вариантами перспективы; если художник захочет, то может придать удаленным предметам тот же или даже больший размер, чем близким предметам (хотя реальные размеры всех этих предметов могут быть одинаковыми). Художник может как угодно исказить предметы, заставить далекие объекты перекрывать контуры близких — вообще он может написать вселенную заново» [1]. Здесь очень уместны обращения Грегори к известным перспективным парадоксам картин Мориса Эшера.

§ 8. Об одном решении психофизической проблемы

В аналитической философии, как представляется, на сегодня возникло главное эвристическое напряжение между концепцией «квалиа» [2] и законом сохранения физической энергии. Согласно идее квалиа, сознание должно выходить за границы физического мира. Согласно закону сохранения энергии, нарушения последнего происходить не должно. Но если нечто выходит за границы физики и может влиять на физику, то кажется, что нарушение закона сохранения физической энергии неизбежно. Попытки так или иначе разрешить эту антиномию и дают весь спектр современных аналитических теорий сознания.

Эту тему можно понимать как современную формулировку классической психофизической проблемы. Ниже я рассмотрю одно возможное решение этой проблемы, использующее теорию R-функций.

Предлагается разделить понятия «источник энергии» и «причина активности» и предположить, что в случае влияния сознания на тело сознание выступает как причина активности, но не как источник энергии [3]. Энергия используется из запасов физической энергии организма, а вот активация ее трансформации запускается нефизическим фактором, чисто информационным путем. Сознание управляет потоком трансформирующейся энергии, но сам поток принадлежит физике.

Более точно указанные положения могут быть выражены следующим образом.

Идеальное управление — это активность нулевой энергии.

Ноль энергии относителен.

Существует энергетическая система физического мира, у которой два порога энергии — бесконечность и ноль. Назовем такое состояние энергетической системы *L-статусом* этой системы.

---

[1] Там же.

[2] Qualia — качества (*лат.*). Под квалиа в современной аналитической философии понимаются состояния сознания (например, ощущение цвета, запаха, чувство боли и т. д.), которые не могут быть полностью сведены к своим физиологическим причинам и содержат момент первичной определимости, не выводимой ни из чего иного.

[3] *Моисеев В. И.* Философские проблемы биологии. Очерки. Специальный выпуск «История и философия науки»: прил. к журн. «Филос. науки». М.: Гуманитарий, 2009. С. 27—31.

Возможен *M-статус* физической энергетической системы, когда ее пороги окажутся конечными — и ноль, и бесконечность окажутся ненулевыми конечными величинами. Например, ноль перейдет в некоторую малую величину е, бесконечность — в большую, но конечную величину Е. Здесь будут работать особые энергетические R-функции, соотносящие бесконечное и конечное.

В частности, в M-статусе ноль энергии управления окажется величиной $0 < x < e$, т. е. ненулевой величиной, которая представляется в L-статусе в виде нуля. Такие величины будем называть *несравнимо малыми*.

Управляющая активность живой системы определена на уровне несравнимо малых величин энергии, которые затем могут проявляться в конечных величинах $X > e$.

Таким образом, эта модель предполагает две энергетические системы, одна из которых (система физической энергии) вложена в другую (систему *эпифизической энергии*).

Когда в эпифизической системе возникает энергия $X + x$, где x — несравнимо малая величина, то определен режим существования физической системы, где $X + x$ дается как величина $X + 0 = X$, т. е. прибавка x аннулируется. В рамках такого режима несравнимо малые прибавки не суммируются и не влияют на закон сохранения физической энергии. Назовем этот режим «*режимом замыкания*». Режим, в котором несравнимо малые величины проявляются как ненулевые в физической энергетической системе, назовем «*режимом размыкания*».

Таким образом, активность внутреннего мира проявляет себя в несравнимо малой величине x эпифизической энергии. Она выступает «первичной кнопкой», которая запускает некоторый процесс с физической энергией $X > e$ в рамках эпифизической системы, так что в целом здесь дается энергия $X + x$. В то же время в режиме замыкания величина $X + x$ редуцируется до величины $X + 0 = X$, так что нарушения закона сохранения физической энергии не происходит. Так обеспечивается соединение идеи квалиа и закона сохранения энергии.

Выразим эти идеи более структурно. Пусть $A \to B$ — некоторая причинная связь (*каузон*), где А — причина В, В — следствие А. Как только возникает А, с необходимостью возникает и В. По энергиям А и В равны, т. е. в каузоне энергия сохраняется.

Разделим причину на две составляющие (А, а), где А будем называть «базовым фактором», а — «пусковым фактором». Это значит, что полная причина набирается как объединение А и а, и без а причина (А, а) не возникнет. По энергиям А больше а. Таким образом имеем каузон вида:

$$(A, a) \to B.$$

Если а отсутствует, то полной причины (А, а) нет, и такое состояние будем называть «*прокаузоном*», обозначая его в виде:

$$(A, 0) \longrightarrow B.$$

Это как бы потенциальный каузон, который запустится, когда возникнет а.

Если причина и следствие принадлежат физической онтологии, то каузон будем называть *физическим*.

Если пусковой фактор a в каузоне (A, a) $\to$ B принадлежит эпифизике и не принадлежит физике, то такой каузон будем называть *эпифизическим*.

Для эпифизического каузона энергию причины положим равной:

$$E(A, a) = E(A) + R_e^{-1}(E(a)),$$

где E(A) — энергия базового фактора A, R_e^{-1} — обратная несравнимо малая R-функция с верхним порогом e. Все вещественные значения она сжимает в интервал (−e, +e), где e > 0 — некоторая малая величина (минимум физической энергии).

Физическая система может быть дана в режиме замыкания, что означает особое суммирование несравнимо малых величин. Именно, если даны две пары величин (A, a) и (C, c), где на вторых местах стоят несравнимо малые величины, и для них определены меры

$$M(A, a) = M(A) + R_m^{-1}(a),$$
$$M(C, c) = M(C) + R_m^{-1}(c),$$

где R_m^{-1} — обратная несравнимо малая R-функция с верхней границей m, то *внутреннее сложение* этих величин определим по правилу:

$$r(A + C, a + c) = M(A) + M(C) + R_m^{-1}(a + c).$$

Это значит, что, сколько бы мы ни складывали вторые элементы пар, меры их сумм никогда не выйдут за величину m, — таково неархимедово (в данном случае *субаддитивное*) сложение. Стоит заметить, что погрешности так не суммируются, для них определено обычное архимедово (аддитивное) сложение.

Для случая двух эпифизических каузонов получим следующее сложение их энергий.

Пусть есть два эпифизических каузона

$$(A, a) \to B,$$
$$(C, c) \to Д.$$

В режиме замыкания суммарная энергия этих каузонов окажется равной:

$$E(A) + E(C) + R_e^{-1}(E(a) + E(c)),$$

т. е. энергии эпифизических пусковых факторов будут складываться субаддитивно, никогда не превышая минимум энергии e.

Если посчитать, что в физической системе в режиме замыкания энергии даны так, что несравнимо малые вклады обнуляются, что можно выразить введением *стандартной части* st величины:

$$st(X + R_m^{-1}(x)) = st(X) + st(R_m^{-1}(x)) = st(X) = X,$$

т. е. $st(R_m^{-1}(x)) = 0$,

то физическая стандартная часть эпифизического каузона будет равна только физической энергии базового фактора:

$$stE(A, a) = st(E(A) + R^{-1}_{e}(E(a))) = E(A),$$

и это условие сохранится для любых сумм эпифизических каузонов. Замечу, что для эпифизического каузона энергии причины и следствия равны только по стандартным частям.

В итоге закон сохранения физической энергии будет выполнен и в то же время через несравнимо малые физические энергии пусковых факторов в эпифизических каузонах квалиа смогут влиять на физическую активность.

Хотел бы внести еще некоторые дополнения и разъяснения, чтобы лучше выразить свою позицию.

Во-первых, в первую очередь я рассматриваю «просачивание эпифизической энергии» не вообще в наш мир, а в тела живых организмов из их внутренних миров.

Во-вторых, описанный мной режим замыкания — это максимальный режим «экономии чудес», в котором, по-видимому, обычный живой организм находится большую часть времени. Возможно, это связано с большими затратами эпифизической энергии на поддержание режима размыкания, когда либо несравнимо малые вклады эпифизической энергии могут начать сверхаддитивно суммироваться, выходя из области несравнимо малых, либо энергии пусковых факторов вообще становятся конечными величинами. Но в этом случае закон сохранения физической энергии нарушится, и это нужно экспериментально подтвердить. В принципе, коль скоро дан режим замыкания, уже не исключена принципиальная возможность и режима размыкания. Но пока я ставил задачу соединить квалиа и закон сохранения физической энергии.

В случае обнуления несравнимо малых величин речь идет только об относительном обнулении — относительно плана физической энергии в режиме замыкания (например, если на плоскость посмотреть сбоку, то она обнулится, поскольку имеет нулевую толщину). Операционально несравнимо малые величины обнуляются, потому что благодаря R-функции они ведут себя как нули относительно физических вкладов энергии. Есть как бы две позиции для числа x — обозначим их $x \downarrow а$ и $x \downarrow б$. В первой позиции число есть ноль, т. е. $x \downarrow а = 0$, а во второй позиции оно не ноль, например, $x \downarrow б > 0$. Ноль относителен (как и бесконечность относительна) — это изображения определенных онтоэкранов, и если поменять онтоэкран, поменяются и его изображения. То, что мы имеем здесь дело не просто с гносеологией, а с онтологией, демонстрируется например той же теорией относительности. Сжатие скоростей до величин не больше скорости света c — это принципиально тот же эффект (обеспечиваемый также обратной R-функцией, но несколько иного вида), что и сжатие энергетических эпифизических вкладов до величины меньше e. Можно считать, что моими рассуждениями предполагается еще одна фундаментальная константа, кроме скорости света, — константа минимальной физической энергии e. Для ее выражения нужно, по-видимому, настолько же изменить современную физику, насколько теория относительности изменила классическую физику Ньютона.

Я рассматривал, конечно, «полные причины» не в смысле мировых причин, но в смысле необходимых и достаточных условий для некоторой активности. Когда, например, в процессе матеболизма живой клетке нужно 1) переместить некоторую молекулу из одного места в другое, 2) опознать некоторую другую молекулу, 3) разорвать или образовать связь между молекулами и т. д., — во всех подобных случаях в общей активности можно выделить указанные малые активности, из которых складывается общая активность живой клетки, и каждую такую малую активность можно представить как физический или эпифизический каузон.

Кстати, со стороны чистой физики эпифизические каузоны выглядят как стохастические процессы, в которых базовый фактор А то вызывает следствие В, то не вызывает (поскольку пусковой фактор а здесь не различается). И такая случайность, как в квантовой механике, носит не просто гносеологический, но онтологический характер (по крайней мере, согласно копенгагенской интерпретации квантовой механики). Сейчас ряд физиков вновь возвращается к теме «скрытых параметров» в квантовой физике (см., напр., замечательную книгу А. Ю. Хренникова «Введение в квантовую теорию информации»[1]). Несравнимо малые пусковые параметры можно рассматривать и как пресловутые скрытые параметры квантовой механики. Например, редукцию волновой функции можно было бы представить как эпифизический каузон. О роли сознания в такой редукции пишут сегодня также многие, например, у нас М. Б. Менский[2].

Предложенную выше концепцию эпифизических каузонов можно рассмотреть и как современную версию окказионализма — учения о «поводах» («окказиях»), т. е. таких факторах, которые сопровождают каузальную связь, но являются не ее причинами, а некоторыми «поводами» этой связи. Как понимать «поводы» — это тема для дискуссии. Например, можно понимать поводы как пусковые факторы эпифизических каузонов, которых вообще нет для физики в режиме замыкания, и в то же время в более глобальной перспективе они выступают различимыми и очень важными (пусковыми) составляющими полной причины каузона.

Наряду с эпифизическими каузонами вида

$$(\text{А}, \text{а}) \to \text{В},$$

которые можно называть *эфферентными каузонами*, можно было бы ввести *афферентные каузоны* вида

$$\text{А} \to (\text{В}, \text{в}),$$

[1] *Хренников А. Ю.* Введение в квантовую теорию информации. М.: Физматлит, 2008.

[2] *Менский М. Б.* Квантовое измерение: декогеренция и сознание // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 4. С. 459—462.

где в — несравнимо малая эпифизическая энергия сенсора, реагирующего на физическую причину А.

Фактор в можно было бы называть *эпифизическим сенсором* (*эписенсором*), который специфически реагирует на А в рамках структуры каузона. Через афферентные эпикаузоны можно моделировать процессы реагирования сознания живого существа на физические стимулы. В еще более общем случае можно ввести эпикаузоны вида

$$(А, а) \rightarrow (В, в),$$

где а — эпифизический пусковой фактор, в — эписенсор.

Если а или в равны нулю, получим более частные случаи каузонов, в том числе физические каузоны.

Эпикаузоны могут быть связаны с онтотопической кодировкой определенностей. Например, для афферентного эпикаузона $А \rightarrow (В, в)$ мы можем предполагать, что переход от А к в имеет топическое подобие; допустим, $тв = dтА$ — топос эписенсора есть дифференциал от топоса физической причины, выражающей специфическую энергию стимула. Таким образом, каузоны одновременно могут выступать как онтотопические преобразователи, особенно если это *трансмировые каузоны*, причина которых принадлежит одному миру, а следствие — другому. Онтотопический преобразователь — это такой онтооператор (оператор, переводящий одни онтологические состояния в другие), который сохраняет онтотопическое подобие (равенство или подобие топосов). Носитель онтокода живого тела должен содержать онтотопику, позволяя определить онтотопосы как телесных, так и внутренних событий. Внутренний мир обладает своей онтотопикой, и трансмировой онтокод, связывающий онтокод живой телесности и внутреннего мира, по-видимому, выходит за границы живой телесности, но использует ее топические ресурсы.

Можно предполагать, что топос живого тела обладает подобием топосу внутреннего мира субъекта, выражая тело как *экстериоризацию внутреннего мира*. Топика внутреннего мира должна соединять в себе топику мира (*миротопику*) и топику индивидуальности (имени) данного субъекта-мира (*имятопику*), причем может быть система имен — от более общих до уникального.

Заключение

Большое синтетическое путешествие по ландшафтам рациональной культуры подошло к концу. Окинем вкратце взором пройденный путь.

В первой теме «Философия как синтетический проект» был дан эскиз представления истории философии как существенно синтетического проекта, использующего различные образы синтеза. Таковы разнообразные виды «архэ» в истории античной философии, структуры античной диалектики в диалоге «Парменид» Платона. Далее были рассмотрены некоторые идеи Декарта, Канта, Гегеля и Гуссерля в новом прочтении, где важную роль играли понятия *экранов* сознания-мышления, онтологического фона, разного рода экранных преобразований и т. д. С точки зрения представленных позднее конструкций Проективно Модальных Онтологий, все эти новые интерпретации могут получить вполне определенный проективно-модальный смысл, так что рассмотренные фрагменты философских систем могут быть реконструированы в форме тех или иных версий ментальных многообразий. Например, важная — в данной выше интерпретации — идея экрана сомнения и его изображений в философии Декарта может быть представлена средствами вышеуказанной онтологии как некоторая ПМ-модель, в которой те или иные модусы сознания (чувственность, мышление) образуют свои изображения-моды. В этом случае идея онтофона оказывается связанной с таким глобальным модусом сознания-бытия, который образует максимальные моды (находится в L-статусе) как в модели внутреннего, так и в моделях внешнего мира, выступая максимальным онтологическим инвариантом — принципом с максимальной онтологической симметрией. Эта же идея в некоторой мере прослеживается и в «Критике чистого разума» Канта, где онтофон представлен областью имманентности и граничным (внутренне недифференцированным) статусом области гипотетически-трансцендентного, и в «Науке логики» Гегеля, и в работе Гуссерля «Философия как строгая наука». Повсюду так или иначе звучит тема некоторой философской инвариантности-симметрии, которую философы пытаются выразить в своих построениях, возможно, не всегда будучи последовательными в проведении этой идеи. Заканчивается историко-философский экскурс обращением к идеям интегрального подхода

Кена Уилбера, средствами которого историко-философский процесс может быть панорамно представлен как путь драматического роста философского сознания, порою с откатами в те или иные крайности. Но все же в целом философский разум постепенно поднимается по вертикальным уровням холархии и расширяет свои определения на дифференцированные горизонтальные сектора AQAL-схемы. Постсовременность вплотную подводит историко-философский процесс к задачам максимальной интеграции-синтеза по всем измерениям собственного определения.

Вторая тема «Теория и логика синтеза» была посвящена более логическим и математическим разработкам идеи синтеза. После предварительного разъяснения понятия «синтез» и выделения основных элементов синтетической структуры (модус, мода, модель, проектор, модуль и сюръектор) была представлена новая аксиоматическая система — *Проективно Модальная Онтология*, использующая ряд средств логических систем Станислава Лесьневского и идеи логики всеединства, которые разрабатывались мной ранее. Центральную роль в построении системы играет многоместный предикат Mod, координирующий между собою все основные проективно-модальные объекты. Много внимания было уделено разного рода техническим аспектам представления и развития данной идеи, в частности доказательству непротиворечивости этой системы относительно Прототетики Лесьневского. Интуиция *многоединого*, лежащая в основании философии синтеза, получает более операциональное свое выражение в структуре *модуса и его мод*, где модус выражает полюс единого, а множество мод — полюс многого. С этого момента средства представленной системы все более начинают звучать как проект новой аксиоматики, более платонистского толка, способной выражать такие «сильные» сущности, как сознание, история, человек, жизнь..., где центральную роль играет более равновесная категория многоединого.

С этого момента проект Логики Открытого Синтеза оказывается вполне готов к своему воплощению на разнообразном материале рациональной культуры. Основной замысел дальнейшего развития текста состоял в том, чтобы начинать просматривать те или иные синтетические конструкции культуры как *области интерпретации* подходящих версий Проективно Модальной Онтологии.

Однако такому более интерпретационному ходу была предпослана третья тема, «Мирология», в которой я попытался дать эскиз некоторой синтетической метафизики, на фоне которой могли бы обрести свое более локальное место те или иные технические решения последующих синтетических реконструкций. Иными словами, детальной работе по синтетической переинтерпретации множества частных областей культуры было решено предпослать более глобальную картину целого, резонирующую по своей синтетической методологии с дальнейшими локальными синтезами. Одна из главных задач построения такой новой картины мира состояла в том, чтобы строить существенно «витомерную» онтологию, в которой феномен жизни был бы укоренен в определениях самого бытия. Результатом развития такой установки оказалась идея так называемых «субъектов-акторов» и «акторных миров» — миров, в которых субъекты проходят пути своего воплощения и обретения опыта. Феномен «внутреннего», столь характерный для интуиции жизни, был проинтерпретирован как своеобразное онтологическое «выворачивание наизнанку» пространства, в связи с чем бытие «внутреннего мира» оказывается не только противостоящим, но и зависящим от бытия пространства. Пространство выступает лишь внешней частью некоторой более полной структуры, в которой «внутреннее» и «внешнее» взаимно пересчитываются друг в друге.

После подобного метафизического предварения, в рамках четвертой темы «Образы Синтеза в Культуре», началась основная техническая часть книги, в которой проводилась кропотливая работа по построению синтетических переинтерпретаций разного рода областей культуры. Было проведено некоторое первоначальное введение в проблему определения человекобытия средствами «онтологического картирования» — методологии проективно-модальной интерпретации, в том числе с привлечением графических иллюстраций («онтологических карт»), разного рода определенностей. Был построен первоначальный «онтологический портрет» человека, намечены контуры онтологических карт культуры и социума. С этого момента и далее текст разворачивался внутри некоторых областей культуры, в первую очередь, в сфере ряда научных знаний.

Были рассмотрены многочисленные приложения средств ПМО на материале структурных (логика, математика) и ряда опытных (физика, биология, психология) наук. Логическая способность разума была проинтерпретирована как работа с изображениями логических экранов мышления, были затронуты проблемы развития знания, структуры логических систем как координаций разного рода Проективно Модальных Онтологий и т. д. Среди всех тем я хотел бы особо выделить логику L-противоречий, которая была представлена более развито, чем это сделано в ранних моих работах (в частности, были введены идеи *логической топологии*). Также достаточно важной кажется мне представленная *логика координаций*, на основе которой может быть выражена *новая теория представления математических структур* — не средствами теоретико-множественного подхода, но с проективно-модальным выражением категории многоединого. Заканчивается логическая часть эскизом нового понимания феномена логики в рамках так называемой «содержательно-иерархической модели мышления», где важную роль играет процедура «счета смыслов», так что последующий смысл всегда пополняет предыдущее смысловое пространство, разворачивая все более глобальные смыслы-интегралы.

Далее исследование перешло на почву математики, где была отмечена важность субъектных и проективно-модальных концептуализаций, в частности экранов мышления, сделаны зарисовки проективно-модальной переинтерпретации теории множеств, математической теории категорий, теории натурального числа и векторных пространств. Важнейшие разделы этой части — тексты по R-анализу и многополюсному количеству, объединение средств которых ведет, по моему глубокому убеждению, к новой — более метафизической — теории числа, в частности к объединению числовых и булево-циклических структур в рамках более интегральных конструкций спиральных многообразий и онтологической топики, которые, возможно, могли бы сыграть роль объединяющей структуры пространства и внутреннего мира живых существ. В тексте были приведены многочисленные зарисовки из области более интегрального представления о количестве, которые вытекают из этих идей, но еще более остается в замысле дальнейшего исследования.

В следующем отделе синтетическая методология перешла в область опытных наук, в первую очередь в сферу физической науки. Здесь была поставлена задача более глобального понимания физического знания, в рамках которого физика могла бы подняться до выражения феномена жизни. Была сделана первоначальная попытка наметить более аксиоматические контуры так называемой Теории Life, где развивалась идея онтологических экранов — глобальных ПМ-моделей, на которых «изображаются» все события онтологии в один момент времени. Были выделены внешние и внутренние экраны, субъекты-акторы представлены в виде надэкранных инвариант («эго»), проецирующих себя в онтологические экраны в виде образований своего внутреннего мира и собственного тела. Далее были проведены проективно-модальные интерпретации ряда областей физического знания — ньютоновской механики, гамильтонова формализма, возможных идей физики времени, теории симметрии, R-пространства-времени, теории относительности и квантовой механики. Закончилась эта часть кратким обзором теории суперструн, ряд идей которой был проинтерпретирован с привлечением конструкций R-анализа и двуполюсного количества, и важной главой о валентном анализе, где были представлены основные структуры, способные соединить физические понятия и принципы более субъектно ориентированного знания. В заключении была отмечена внутренне двойственная природа неорганического типа бытия, в которой сочетаются крайности Хаоса и Космоса, в связи с чем было предложено выделить два онтологических предела неорганико-бытия, сочетающиеся между собой в единой системе его онтологического обеспечения.

Далее определения Теории Life были развиты на материале биологического знания, в частности, более основательно представлена концепция четырех главных типов бытия — неорганического, растительного, животного и человеческого, выделена категория *материи-сознания*, рассмотрена гипотеза слоев сознания и материи разной степени бесконечного, определение закона развития и эволюции субъектов-акторов в рамках одного жизненного цикла. В качестве примеров построения структур будущей теоретической биологии были представлены проекты плеронального многообразия в клеточном делении и метаболизме, возможности биологической специфики закона сохранения энергии, закон роста, представлен проект возможной аксиоматики теоретической биологии, опирающейся на идеи внутреннего мира живого существа, подробно описаны структуры субъектных онтологий так называемого «молекулярного субъекта», развиты идеи полярного анализа. В заключение биологической части рассмотрена логика предельной имитации внешних выражений живого в связи с известным тестом Тьюринга.

В последней части синтетическое исследование перешло на почву психологического знания, где были отмечены две основные линии описательной и объяснительной психологии, даны проективно-модальные и субъектно-онтологические представления ряда психологических теорий, намечены контуры своего рода субъектного психологического логоса, где важную роль играют определения субъектной динамики и теории аффектов. Несколько более подробно были проанализированы субъектные структуры в теории поля Курта Левина и генетика субъектных структур в психологии Жана Пиаже. Идеи R-анализа и многополюсного количества были рассмотрены в связи с разного рода психофизическими концепциями, в частности, была дана новая интерпретация количественной организации цветового многообразия, в которой физическая составляющая цвета была связана с линейным компонентом количества, а более психологические цветовые определения — с моментом циклической организации дву-(одно)полюсного R-количества. Было сформулировано также одно решение психофизической проблемы, использующее аппарат R-функций.

В целом текст оказался насыщен множеством разного рода структурных решений, которые взывают к будущей интегральной теории, призванной соединить между собою феномен бытия и жизни, как надеется автор, приблизительно в стиле того эскиза синтетической постметафизики, который был дан в теме «Мирология», но с гораздо более строгим и последовательным использованием всего арсенала синтетических структур — Проективно Модальных Онтологий, субъектных онтологий, R-анализа, многополюсного количества, L-противоречий, полярного и валентного анализа и т. д.

В итоге заявленный проект Логики Синтеза остается существенно открытым к разного рода пополнениям и расширениям в будущем, оправдывая свое определение Логики *Открытого* Синтеза.

ПРИЛОЖЕНИЯ

П р и л о ж е н и е 14

ПРОЕКТИВНО-МОДАЛЬНАЯ СТРУКТУРА НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Теорема 4

$$2 =^{num} (2\downarrow_{num}2) \oplus^{num} (2\downarrow_{num}1).$$

Доказательство

1. $2 \subset^{num} (2\downarrow_{num}2) \oplus^{num} (2\downarrow_{num}1)$

(1)	$Mod^{12467}(x, 2, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	посылка
(2)	$\exists y Mod^{123467}(x, 2, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие (1)
(3)	$Mod^{123467}(x, 2, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	∃y-снятие (2)
(4)	$Mod^{23467}(2, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие (3)
(5)	$\forall y(Mod^{23467}(x + 1, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv$ $\equiv (y =_{num} x + 1) \vee$ $\vee Mod^{23467}(x, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num))$	(NM3)
(6)	$Mod^{23467}(x + 1, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv$ $\equiv (y =_{num} x + 1) \vee$ $\vee Mod^{23467}(x, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	∀y-снятие (5)
(7)	$Mod^{23467}(2, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv$ $\equiv (y =_{num} 2) \vee$ $\vee Mod^{23467}(1, y, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	подстановка 1 на место x в (6)
(8)	$Mod^{23467}(2, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \equiv$ $\equiv (y_0 =_{num} 2) \vee$ $\vee Mod^{23467}(1, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	подстановка y_0 на место y в (7)
(9)	$(y_0 =_{num} 2) \vee$ $\vee Mod^{23467}(1, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие (4), (8)
(10)	$\forall x(Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset$ $\supset x =_{num} 1)$	(NM2)
(11)	$Mod^{23467}(1, x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset x =_{num} 1$	∀x-снятие (10)
(12)	$Mod^{23467}(1, y_0, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \supset$ $\supset y_0 =_{num} 1$	подстановка y_0 на место x в (11)

(13)	$y_0 =_{num} 2 \vee y_0 =_{num} 1$	следствие (9), (12)
(14)	$Mod^{123467}(x, 2, 1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \vee$ $\vee\ Mod^{123467}(x, 2, 2, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие теоремы 1, (3), (13)
(15)	$x =^{num1}_{234} 2\downarrow_{num}1 \vee x =^{num1}_{234} 2\downarrow_{num}2$	следствие ($AO2^{num}$), (14)
(16)	$x =^{num1}_{2} 2\downarrow_{num}1 \vee x =^{num1}_{2} 2\downarrow_{num}2$	следствие (15)
+1(17)	$PModa(y, x, num)$	посылка
(18)	$PModa(y, y, num)$	$DPModa2^{num}$, $DPModus^{num}$, теорема эквивалентности положительных моды и модуса, теорема эквивалентности положительных модуса и тождественной моды
(19)	$PModa(y, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(y, 2\downarrow_{num}2, num)$	следствие (16), (17), LE^{num1}_{2}
(20)	$PModa(y, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(y, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(y, 2\downarrow_{num}2, num))$	$\wedge$-введение (18), (19)
(21)	$\{PModa(z, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(z, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(z, 2\downarrow_{num}2, num))\}_y[z]$	представление (20) как результата подстановки
(22)	$\exists z(PModa(z, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(z, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(z, 2\downarrow_{num}2, num)))$	$\exists z$-введение (21)
−1(23)	$PModa(y, x, num) \supset$ $\supset \exists z(PModa(z, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(z, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(z, 2\downarrow_{num}2, num)))$	снятие посылки (17)
(24)	$\forall y(PModa(y, x, num) \supset$ $\supset \exists z(PModa(z, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(z, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(z, 2\downarrow_{num}2, num))))$	$\forall y$-введение (23)
(25)	$\forall y(PModa(y, x, num) \supset$ $\supset \exists z(PModa(z, y, num) \wedge$ $\wedge\ (PModa(z, 2\downarrow_{num}1, num) \vee$ $\vee\ PModa(z, 2\downarrow_{num}2, num)))) \vee$ $\vee\ NModa(x, num)$	$\vee$-введение (24)
(26)	$Mod^{2467}(x, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge$ $\wedge\ Mod^{2467}(2\downarrow_{num}1, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num) \wedge$ $\wedge\ Mod^{2467}(2\downarrow_{num}2, \downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие (1) леммы 1
(27)	$Mod^{12467}(x, 2\downarrow_{num}2 \oplus^{num} 2\downarrow_{num}1,$ $\downarrow_{num}, \uparrow_{num}, num)$	следствие (25), (26), ($DA1^{num}$).

П р и л о ж е н и е 15

К СИСТЕМЕ РАЦИОНАЛЬНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МИНИМАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Теорема классической индукции

$$P(1) \wedge \forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))) \supset \forall n(Num(n) \supset P(n)).$$

Доказательство

(1)	$P(1) \wedge \forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)))$	посылка
(2)	$\forall n(Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n)))$	$\wedge$-снятие (1)
(3)	$Num(n) \wedge P(n) \supset P(S(n))$	$\forall$n-снятие (2)
(4)	$Num(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset P(S(n\downarrow))$	подстановка n↓ на место n в (3)
(5)	$\forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset P(S(n\downarrow)))$	$\forall$n↓-введение (4)
(6)	$Num(n\downarrow^*) \wedge P(n\downarrow^*) \supset P(S(n\downarrow^*))$	подстановка n↓* на место n в (3)
(7)	$\forall n\downarrow^*(Num(n\downarrow^*) \wedge P(n\downarrow^*) \supset P(S(n\downarrow^*)))$	$\forall$n↓*-введение (6)
(8)	$\forall n\downarrow^*\forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge Num(n\downarrow^*) \supset$ $\supset (n\downarrow^* = S(n\downarrow)))$	Num6
(9)	$P(1)$	$\wedge$-снятие (1)
(10)	$P(1) \wedge \forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset$ $\supset P(S(n\downarrow))) \wedge \forall n\downarrow^*\forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge$ $\wedge Num(n\downarrow^*) \supset (n\downarrow^* = S(n\downarrow))) \wedge$ $\wedge \forall n\downarrow^*(Num(n\downarrow^*) \wedge P(n\downarrow^*) \supset$ $\supset P(S(n\downarrow^*)))]$	$\wedge$-введение (9), (5), (7), (8)
(11)	$[P(1) \wedge \forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge P(n\downarrow) \supset$ $\supset P(S(n\downarrow))) \wedge \forall n\downarrow^*\forall n\downarrow(Num(n\downarrow) \wedge$ $\wedge Num(n\downarrow^*) \supset (n\downarrow^* = S(n\downarrow))) \wedge$ $\wedge \forall n\downarrow^*(Num(n\downarrow^*) \wedge P(n\downarrow^*) \supset$ $\supset P(S(n\downarrow^*)))] \supset \forall n(Num(n) \supset P(n))$	Num5**
(12)	$\forall n(Num(n) \supset P(n))$	Modus Ponens (11), (12).

П р и л о ж е н и е 16

УСЛОВНОЕ КОЛИЧЕСТВО

Теорема 4(m)*

$$\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m*}, \uparrow_{m*}, m^*) \equiv (rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\}).$$

Доказательство

1. $\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m*}, \uparrow_{m*}, m^*) \supset (rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\})$
   - (1) $\mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m*}, \uparrow_{m*}, m^*)$ — посылка
   - (2) $\exists q\exists q'\exists s\exists s'\mathrm{Mod}(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, \downarrow_{m*}, s_{s'}, \uparrow_{m*}, m^*)$ — определение (1)
   - (3) $\exists q\exists q'\exists s\exists s'((rq=pq') \wedge (r'q'=p'q) \wedge (ps'=rs) \wedge$ $\wedge (p's=r's') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in R\backslash\{0\}))$ — (m*), (2)
   - (4) $(rq_0=pq_0') \wedge (r'q_0'=p'q_0) \wedge (ps_0'=rs_0) \wedge$ $\wedge (p's_0=r's_0') \wedge$ $\wedge (r, r', p, p', q_0, q_0', s_0, s_0' \in R\backslash\{0\})$ — $\exists q\exists q'\exists s\exists s'$-снятие (4)
   - (5) $r'q_0'=p'q_0$ — $\wedge$-снятие (4)
   - (6) $q_0 = (r'q_0')/p'$ — следствие (5)
   - (7) $rq_0=pq_0'$ — $\wedge$-снятие (4)
   - (8) $r(r'q_0')/p'=pq_0'$ — следствие (6), (7)
   - (9) $rr' = pp'$ — следствие (8)
   - (10) $(r, r', p, p' \in R^+)$ — $\wedge$-снятие (4)
   - (11) $(rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\})$ — $\wedge$-введение (9), (10).
2. $(rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\}) \supset \mathrm{Mod}^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m*}, \uparrow_{m*}, m^*)$
   - (1) $(rr' = pp') \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\})$ — посылка
   - (2) $(r1=p(p'/r')) \wedge (r'(p'/r')=p'1) \wedge (p(p'/r')=r1) \wedge$ $\wedge (p'1=r'(p'/r')) \wedge (r, r', p, p' \in R\backslash\{0\})$ — следствие (1)
   - (3) $\{(rq=pq') \wedge (r'q'=p'q) \wedge (ps'=rs) \wedge$ $\wedge (p's=r's') \wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in$ $\in R\backslash\{0\})\}_{q,\, q',\, s,\, s'}[1, (p'/r'), 1, (p'/r')]$ — представление (2) как результата подстановки

(4) $\exists q \exists q' \exists s \exists s'((rq=pq') \wedge (r'q'=p'q) \wedge$
$\wedge (ps'=rs) \wedge (p's=r's') \wedge$
$\wedge (r, r', p, p', q, q', s, s' \in R \backslash \{0\}))$ — $\exists q \exists q' \exists s \exists s'$-введение (3)

(5) $\exists q \exists q' \exists s \exists s' Mod(r_{r'}, p_{p'}, q_{q'}, \downarrow_{m^*}, s_{s'}, \uparrow_{m^*}, m^*)$ — (m*), (4)

(6) $Mod^{12467}(r_{r'}, p_{p'}, \downarrow_{m^*}, \uparrow_{m^*}, m^*)$ — следствие (5), $D12^{m^*}$.

Приложение 17

МЕНТАЛЬНОЕ МНОГООБРАЗИЕ С ВЕКТОРНЫМ ПРОЕЦИРОВАНИЕМ

Теорема 7

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \supset \forall z(Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V)).$$

Доказательство

(1) $Mod^{127}(x, y, 1V)$ посылка

(2) $\exists n \exists z((x = \sum_{i=1}^{n} P(z)y) \wedge (z \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\ nTerm(z) \wedge ON(z) \wedge (x, y \in V))$ — теорема 1, (1)

(3) $(x = \sum_{i=1}^{n0} P(z_0)y) \wedge (z_0 \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\ n_0 Term(z_0) \wedge (x, y \in V))$ — $\exists n \exists z$-снятие (2)

+1(4) $Mod^{127}(y, z, 1V)$ — посылка

(5) $\exists m \exists z((y = \sum_{j=1}^{m} P(t)z) \wedge (t \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\ mTerm(t) \wedge (y, z \in V))$ — теорема 1, (4)

(6) $(y = \sum_{j=1}^{m0} P(t_0)z) \wedge (t_0 \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\ m_0 Term(t_0) \wedge (y, z \in V)$ — $\exists m \exists t$-снятие (5)

(7) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(z_0)y$ — $\wedge$-снятие (3)

(8) $y = \sum_{j=1}^{m0} P(t_0)z$ — $\wedge$-снятие (6)

(9) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(a_{ki})y$ — (7)

(10) $y = \sum_{j=1}^{m0} P(a_{nj})z$ — (8)

(11) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(a_{ki})(\sum_{j=1}^{m0} P(a_{nj})z)$ — (9), (10)

(12)	$\sum_{j=1}^{m0} P(a_{nj})z = \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj}$	определение проектора $\sum_{i=1}^{m0} P(e_{ni})$
(13)	$x = \sum_{i=1}^{n0} P(a_{ki})(\sum_{i=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj})$	(11), (12)
(14)	$\sum_{i=1}^{n0} P(a_{ki})(\sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj}) =$ $= \sum_{i=1}^{n0} (a_{ki}, \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj})e_{ki}$	определение проектора $\sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})$
(15)	$x = \sum_{i=1}^{n0} (a_{ki}, \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj})e_{ki}$	(13), (14)
(16)	$\sum_{i=1}^{n0} (a_{ki}, \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)e_{nj})e_{ki} =$ $= \sum_{i=1}^{n0} \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)(a_{ki}, e_{nj})e_{ki}$	свойства скалярного произведения
(17)	$\sum_{i=1}^{n0} \sum_{j=1}^{m0} (a_{nj}, z)(a_{ki}, e_{nj})e_{ki} =$ $= \sum_{j=1}^{m0} (\sum_{i=1}^{n0} (a_{ki}, e_{ni})a_{nj}, z)e_{nj} = \sum_{j=1}^{m0} (b_{nj}, z)e_{nj}$	следствие равенств $b_{nj} = \sum_{i=1}^{n0} (a_{ki}, e_{ni})a_{nj}$ базиса (здесь $n_1 \le n_0$)
(18)	$x = \sum_{j=1}^{m0} (b_{nj}, z)e_{nj}$	(15), (16), (17) и равенств $b_{nj}/\|\|b_{nj}\|\| = e_{nj}$
(19)	$x = \sum_{j=1}^{m0} P(b_{nj})z$	определение оператора $\sum_{j=1}^{m0} P(b_{nj})$, (18)
(20)	$(\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0} \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge m_0Term(\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0})$	следствие (2), (5), (17), (nTerm)
(21)	$(x, z \in V)$	следствие (2), (5)
(22)	$(x = \sum_{j=1}^{m0} P(b_{nj})z) \wedge (\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0} \subseteq_V$ $\subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge m_0Term(\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0}) \wedge (x, z \in V)$	$\wedge$-введение (19), (20), (21)
(23)	$\{(x = \sum_{i=1}^{n} P(s)z) \wedge (s \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$ $\wedge nTerm(s) \wedge (x, z \in V)\}_{s,n}[\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0}, m_0]$	представление (19) как результата подстановки $\{b_{nj}\}_{j=1}^{m0}$ и m_0 на места s и n
(24)	$\exists n \exists s((x = \sum_{i=1}^{n} P(s)z) \wedge (s \subseteq_V \{a_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$ $\wedge nTerm(s) \wedge (x, z \in V)$	$\exists n \exists s$-введение (23)
(25)	$Mod^{127}(x, z, 1V)$	теорема 1, (24)

−1(26) $Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V)$ снятие посылки (4)
(27) $\forall z(Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V))$ $\forall z$-введение (26).

При доказательстве этой теоремы я не раз пользовался Законом экстенсиональности для векторного равенства = (см. напр., строки (11), (13)), или транзитивностью векторного равенства (напр., строки (15), (18))).

*Теорема 6**

$$Mod^{127}(x, y, 1V) \supset \forall z(Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V)).$$

Доказательство

(1) $Mod^{127}(x, y, 1V)$ посылка

(2) $\exists n \exists z((x = \sum_{i=1}^{n} P(z)y) \wedge (z\, H_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\, nTerm(z) \wedge ON(z) \wedge (x, y \in V))$ теорема 1, (1)

(3) $(x = \sum_{i=1}^{n0} P(z_0)y) \wedge (z_0 \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\, n_0Term(z_0) \wedge ON(z_0) \wedge (x, y \in V))$ $\exists n \exists z$-снятие (2)

+1(4) $Mod^{127}(y, z, 1V)$ посылка

(5) $\exists m \exists z((y = \sum_{i=1}^{m} P(t)z) \wedge (t \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\, mTerm(t) \wedge ON(t) \wedge (y, z \in V))$ теорема 1, (4)

(6) $(y = \sum_{i=1}^{m0} P(t_0)z) \wedge (t_0 \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$
$\wedge\, m_0Term(t_0) \wedge ON(t_0) \wedge (y, z \in V)$ $\exists m \exists t$-снятие (5)

(7) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(z_0)y$ $\wedge$-снятие (3)

(8) $y = \sum_{i=1}^{m0} P(t_0)z$ $\wedge$-снятие (6)

(9) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})y$ (7)

(10) $y = \sum_{i=1}^{m0} P(e_{ni})z$ (8)

(11) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})(\sum_{i=1}^{m0} P(e_{ni})z)$ (9), (10)

(12) $\sum_{i=1}^{m0} P(e_{ni})z = \sum_{i=1}^{m0} (e_{ni}, z)e_{ni}$ определение проектора $\sum_{i=1}^{m0} P(e_{ni})$

(13) $x = \sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})(\sum_{i=1}^{m0} (e_{ni}, z)e_{ni})$ (11), (12)

(14) $\sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})(\sum_{i=1}^{m0} (e_{ni}, z)e_{ni}) =$
$= \sum_{i=1}^{n0} (e_{ki}, \sum_{i=1}^{m0} (e_{ni}, z)e_{ni})e_{ki}$ определение проектора $\sum_{i=1}^{n0} P(e_{ki})$

(15) $x = \sum_{i=1}^{n0} (e_{ki}, \sum_{i=1}^{m0} (e_{ni}, z)e_{ni})e_{ki}$ (13), (14)

(16)	$\sum_{i=1}^{n0}(e_{ki}, \sum_{i=1}^{m0}(e_{ni}, z)e_{ni})e_{ki} = \sum_{i=1}^{n0}\sum_{i=1}^{m0}(e_{ni}, z)(e_{ki}, e_{ni})e_{ki}$	свойства скалярного произведения
(17)	$\sum_{i=1}^{n0}\sum_{i=1}^{m0}(e_{ni}, z)(e_{ki}, e_{ni})e_{ki} = \sum_{i=1}^{n1}(e_{ni}, z)e_{ni}$	следствие ортонормированности базиса (здесь $n_1 \leq n_0$)
(18)	$x = \sum_{i=1}^{n1}(e_{ni}, z)e_{ni}$	(15), (16), (17)
(19)	$x = \sum_{i=1}^{n1}P(e_{ni})z$	определение оператора $\sum_{i=1}^{n1}P(e_{ni})$, (18)
(20)	$(\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1} \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge ON(\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1}) \wedge$ $\wedge\ n1Term(\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1})$	следствие (2), (5), (17), (ON)
(21)	$(x, z \in V)$	следствие (2), (5)
(22)	$(x = \sum_{i=1}^{n1}P(e_{ni})z) \wedge (\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1} \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$ $\wedge\ ON(\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1}) \wedge n1Term(\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1}) \wedge$ $\wedge\ (x, z \in V)$	$\wedge$-введение (19), (20), (21)
(23)	$\{(x = \sum_{i=1}^{n}P(s)z) \wedge (s \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$ $\wedge\ ON(s) \wedge nTerm(s) \wedge$ $\wedge\ (x, z \in V)\}_{s,\,n}[\{e_{ni}\}_{i=1}^{n1}, n_1]$	представление (19) как результата подстановки $\{e_{ni}\}^{n1}{}_{i=1}$ и n_1 на места s и n
(24)	$\exists n \exists s((x = \sum_{i=1}^{n}P(s)z) \wedge (s \subseteq_V \{e_k\}_{k=1}^{N}) \wedge$ $\wedge\ ON(s) \wedge nTerm(s) \wedge (x, z \in V)$	$\exists n\exists s$-введение (23)
(25)	$Mod^{127}(x, z, 1V)$	теорема 1, (24)
−1(26)	$Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V)$	снятие посылки (4)
(27)	$\forall z(Mod^{127}(y, z, 1V) \supset Mod^{127}(x, z, 1V))$	$\forall z$-введение (26).

При доказательстве этой теоремы я также не раз пользовался Законом экстенсиональности для векторного равенства = (см. напр., строки (11), (13)), или транзитивностью векторного равенства (напр., строки (15), (18))).

Приложение 18

МЕТРИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ В R-АНАЛИЗЕ

Теорема 9

Если обратные R(К)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел, последовательность $\{\underset{K=1}{\overset{n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)\}$ имеет бесконечный или конечный предел для любого вещественного числа x; и для любого К = −1, −2, −3... верно, что $S(K) \le 1$, где $S(K) = \sup\limits_{x \in R} \frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$, то для любого α из ${}^{\infty}F$ мера $\mu(\alpha)$ есть вещественное число.

Доказательство

Если $\alpha = 0^{\infty}$, то $\mu(\alpha) = 0$. Пусть $\alpha \ne 0^{\infty}$. Так как $R^{-1}(K)$-функция $y = R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$, согласно определению и условию теоремы, непрерывна и дифференцируема на всей области определения, то, согласно теореме о среднем Лагранжа, получим:

$$\underset{-2}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} = C(\alpha, -1, -2) = \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2})) =$$

$$= \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1}) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-3}}(\xi_1) R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2}), \text{ где } \xi_1 \in (\alpha_{-1}, \alpha_{-1} + R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2})).$$

Аналогично:

$$\underset{-3}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} = C(\alpha, -1, -3) = \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2} +$$

$$+ R^{-1}_{M^{-5}}(\alpha_{-3}))) = \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2}) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-3}}(\xi_1)\, R^{-1}_{M^{-5}}(\alpha_{-3})) =$$

$$= \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1} + R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2})) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-1}}(\xi_2) \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-3}}(\xi_1)\, R^{-1}_{M^{-5}}(\alpha_{-3}) =$$

$$= \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1}) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-1}}(x_3) R^{-1}_{M^{-3}}(\alpha_{-2})) +$$

$$+ \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-1}}(\xi_2)\, R^{-1}_{M^{-3}}(\xi_1) \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^{-5}}(\alpha_{-3}).$$

Так поступая и далее, в общем случае находим, что при $n \geq 2$

$$\underset{-n}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} = C(\alpha, -1, -n) = \alpha_0 + R^{-1}_{M^{-1}}(\alpha_{-1}) +$$

$$+ \sum_{P=2}^{n} \prod_{K=-1}^{-P+1} R^{-1'}_{M(2K+1)}(\xi_K) \cdot R^{-1}_{M(-2P+1)}(\alpha_{-P}),$$

Для сходимости последовательности вещественных чисел $\{C(\alpha, -1, -n)\}$ достаточно выполнения критерия Коши, т. е. для любого $\varepsilon > 0$ должно найтись k такое, что для любых $n, m > k$ верно:

$$|C(\alpha, -1, -n) - C(\alpha, -1, -m)| < \varepsilon.$$

Предположив без потери общности, что $n > m$, получим:

$$|C(\alpha, -1, -n) - C(\alpha, -1, -m)| = \left| \sum_{P=m+1}^{n} \prod_{K=-1}^{-P+1} R^{-1'}_{M(2K+1)}(\xi_K) \cdot R^{-1}_{M(-2P+1)}(\alpha_{-P}) \right| \leq$$

$$\leq \left| \sum_{P=m+1}^{n} \prod_{K=-1}^{-P+1} S(K) \cdot M^{-(2P+1)} \right| \leq \sum_{P=m+1}^{n} M^{-(2P-1)},$$

так как по условию для любого $K = -1, -2, -3...$ верно, что $S(K) \leq 1$.

Последовательность $\sum_{P=0}^{\infty} M^{-(2P-1)}$ представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию, которая сходится, т. е. для нее выполнен критерий Коши, и для $\varepsilon > 0$ должно найтись k такое, что для любых $n, m > k$ верно: $\sum_{P=m+1}^{n} M^{-(2P+1)} < \varepsilon$. Следовательно, сходится и последовательность $\{C(\alpha, -1, -n)\}_{n=1}^{\infty}$, т. е. существует предел $\lim_{n\to\infty} C(\alpha, -1, -n) = C(\alpha, -1, -\infty) = \lim_{K\to-\infty} \underset{K}{\overset{-1}{C}} R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}{}_{(\alpha K+1)} = \underset{K=-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}{}_{(\alpha K+1)}$.

Тогда получим:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} \circ \underset{K=-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}.$$

Объект $\underset{K=-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}$, как мы только что выяснили, есть вещественное число. Обозначим его через A. Тогда имеем:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(A).$$

Пусть n – это максимальный номер ненулевой координаты α (такой номер всегда найдется в силу условия $\alpha \neq 0^{\infty}$ и определения элементов из ${}^{\infty}F$). Пусть $n < 0$. Тогда получим:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} \circ \underset{K=n}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(A^*),$$

и $\underset{K=n}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}$ $(A^*) = A$. Поскольку $\underset{K=n}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}$ – это вещественная функция из R в R, то отсюда следует, что A^* — также вещественное число. Если же $n > 0$, то получим:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} \circ \underset{K=0}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(A) = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(A^*),$$

где $A^* = \underset{K=0}{\overset{K=n-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(A)$, и A^* — вещественное число. Следовательно, в любом случае мы можем представить меру элемента α в форме:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(B),$$

где B – вещественное число, и n — максимальный номер ненулевой координаты α.

Тогда, так как все α_{K+1} в отображении $\underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}$ равны нулю, то отсюда получим:

$$\underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)} = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(0)} = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}},$$

откуда окончательно имеем:

$$\mu(\alpha) = \underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B).$$

Теперь остается доказать, что если B – вещественное число, то $\underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$ – также вещественное число. По условию, последовательность $\{\underset{K=1}{\overset{n}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)\}_{n=1}^{\infty}$ имеет бесконечный или конечный предел. Тогда и объект $\underset{K=n}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$ – это либо бесконечность, либо вещественное число. Предположим первое, т. е. для любого сколь угодно большого r существует такой индекс m, что для всех индексов $p \geq m$ верно:

$$|\underset{K=n}{\overset{n+p}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)| > r.$$

Построим последовательность из $\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$, где $q = 1, 2, 3, \ldots, L_{(q+1)} > L_q$, на основе следующих правил. Пусть $r_q = |\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)|$. Тогда найдется такое минимальное $L_{(q+1)} > L_q$, что получим: $|\underset{K=n}{\overset{n+L(q+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)| > |\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)|$. Но $|\underset{K=n}{\overset{n+L(q+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)| = |\underset{K=n+(Lq)+1}{\overset{n+L(q+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B))| = |\underset{K=n+(Lq)+1}{\overset{n+L(q+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B))|$, т. е. $|\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)| < |\underset{K=n+(Lq)+1}{\overset{n+L(q+1)}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B))|$, и число $\underset{K=n}{\overset{n+Lq}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$ принадлежит области растяжения функции $\mathop{C}\limits_{K=n+(Lq)+1}^{n+L(q+1)} R^{-1}_{M^{2K+1}}$. Пусть s_{n+Lq} – супремум, i_{n+Lq} — инфимум этой области растяжения. Тогда $i_{n+Lq} \leq\ \leq \mathop{C}\limits_{K=n}^{n+Lq} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B) \leq s_{n+Lq}$, или, переходя к пределу: $\lim\limits_{q\to\infty} i_{n+Lq} \leq \mathop{C}\limits_{K=n}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B) \leq\leq \lim\limits_{q\to\infty} s_{n+Lq}$. Поскольку предполагается, что последовательность конечных композиций R^{-1}(К)-функций $\{\mathop{C}\limits_{K=n+(Lq)+1}^{n+L(q+1)} R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)\}_{n=1}^{\infty}$, где $L_{(q+1)} > L_q$, является финитно растягивающей, то $\lim\limits_{q\to\infty} s_{n+Lq} < \infty$ и $\lim\limits_{q\to\infty} i_{n+Lq} > -\infty$, что противоречит расходимости последовательности $\{\mathop{C}\limits_{K=n}^{n+p} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)\}_{p=m}^{\infty}$. Итак, мера $\mu(\alpha)$ равна $\mathop{C}\limits_{K=n}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$, где B – вещественное число, и в этом случае $\mathop{C}\limits_{K=n}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(B)$ есть также вещественное число. Следовательно, мера $\mu(\alpha)$ есть вещественное число.

Теорема 10.1

Если множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$, где $\eta \leq 1$, есть алгебраически замкнутая область растяжения для любой обратной R(K)-функции $R^{-1}_{M^{2K+1}}$, где $K = 0, 1, 2...$ и $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$, то $\forall\varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m\ \forall i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$.

Доказательство

Предположим противное, т. е. пусть множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$ есть алгебраически замкнутая область растяжения для любой обратной R(K)-функции $R^{-1}_{M^{2K+1}}$, где $K = 0, 1, 2...$, $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$, и $\exists\varepsilon_0 > 0\ \forall m\ \exists n > m\ \exists i_0 : |\alpha_{i0}{}^n - \alpha_{i0}| \geq \varepsilon_0$. Равенство $\lim\limits_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$ означает, что $\forall\varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m : \mathop{C}\limits_{K=-\infty}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n{}_{K+1} - \alpha_{K+1}|)} < \varepsilon$. Здесь имеем: $\mathop{C}\limits_{K=-\infty}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n{}_{K+1} - \alpha_{K+1}|)} = \mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n{}_{K+1} - \alpha_{K+1}|)} \circ (|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}| + R^{-1}_{M^{2(i0-1)+1}}) \circ \mathop{C}\limits_{K=-\infty}^{K=i0-2} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n{}_{K+1} - \alpha_{K+1}|)} \geq \mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n{}_{K+1} - \alpha_{K+1}|)}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|) \geq \mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|)$. Эти неравенства верны в силу того, что каждая обратная R(K)-функция является неубывающей. Без ограничения общности можно считать, что $i_0 \geq 0$ (в самом деле, если $i_0 < 0$, то $\mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|) = \mathop{C}\limits_{K=0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}} \circ \mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=-1} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|) = = \mathop{C}\limits_{K=0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(f(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|))$, где $f(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|) = \mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=-1} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|)$ – непрерывная возрастающая функция, дающая 0 в нуле. В этом случае вместо $|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|$ нужно будет использовать $f(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|)$). Получим, что $\forall\varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m$: $\mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|) < \varepsilon$. Пусть $\varepsilon < \eta$. Тогда $\mathop{C}\limits_{K=i0}^{K=+\infty} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha_{i_0}^n - \alpha_{i_0}|)$ лежит в области растяжения $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$, поскольку множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$ оказывается в этом случае подмножеством множества растяжения функции $\underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}$, а следовательно, и функции $\underset{K=i0}{\overset{K=d}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$ для любого $d \geq i_0$ в силу алгебраической замкнутости области растяжения также лежат в этой области. Если бы это было не так, т. е. величины $\underset{K=i0}{\overset{K=d}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$ извне области растяжения приближались бы к ней, то, самое большее, предельная величина $\underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - - \alpha_{i_0}|)$ могла бы принадлежать лишь границе области растяжения, но не лежать внутри этой области. Тогда $\underset{K=i0}{\overset{K=d}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) \leq \underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$ для любого $d \geq i_0$. Следовательно, $\underset{K=i0}{\overset{K=d}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) < \varepsilon$ для любого $d \geq i_0$. Тогда найдется такое p и такое $s \geq 0$, что $\forall n > p$ и $\forall r > s$ верно: $0 < \underset{K=i0}{\overset{K=r}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) < \varepsilon$, поскольку $\underset{K=i0}{\overset{K=r}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) \leq \underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$, и при $\forall n > p$, предположив, что $|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}| > 0$, получим, что $\underset{K=i0}{\overset{K=r}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) > 0$, так как конечная композиция возрастающих функций есть также возрастающая функция, а $\underset{K=i0}{\overset{K=r}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(0) = = 0$. Число $\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$ лежит в области растяжения функции $R^{-1}_{M^{2r+1}}$, т. е. $R^{-1}_{M^{2r+1}}(\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)) = R^{-1}_{M^{2r+1}}(|\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)|) > \underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) = = |\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)|$. По предположению, найдется такое $\varepsilon_0 > 0$ и такое $p' \geq p$, что $\forall n > p'$ верно: $|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}| \geq \varepsilon_0$. Возьмем одно из таких n: $|\alpha^{n_0}_{i_0} - \alpha_{i_0}| \geq \varepsilon_0$. Тогда для $\forall r > s$ верно: $R^{-1}_{M^{2r+1}}(\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^{n_0}_{i_0} - \alpha_{i_0}|)) > \underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^{n_0}_{i_0} - \alpha_{i_0}|) \geq \geq \min_r \{\underset{K=i0}{\overset{K=r-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(\varepsilon_0)\} = \varepsilon_1 > 0$. Это неравенство будет верным для всех $n > p'$ и всех $r > s$. Переходя к пределу по r, получим, что для всех $n > p'$ верно: $\underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|) \geq \varepsilon_1 > 0$, что противоречит сходимости $\underset{K=i0}{\overset{K=+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}}(|\alpha^n_{i_0} - \alpha_{i_0}|)$ к нулю. Следовательно, $\forall \varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m\ \forall i : |\alpha^n_i - \alpha_i| < \varepsilon$, т. е. сходимость по координатам является равномерной по номерам координат.

Теорема 10.2

Если обратные R(К)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел; верно, что $S(К) \leq 1$ при $К = -1, -2, -3...$ и существуют константы $A_К > 0$ такие, что $S(К) \leq A_К$ при $К = 1, 2, 3, ..., -\infty < \prod_{K=1}^{\infty} A_K < \infty$, где

$S(K) = \sup\limits_{x\in R}\frac{d}{dx}R_{M^{2K+1}}(x)$; и если для обратных R(K)-функций $R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}$ при К = −1, −2, −3, ... верно, что $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{|K|+1}}$, и $\forall\varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m\ \forall i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$, то $||\alpha^n - \alpha|| = 0$.

Доказательство

Пусть $\forall\varepsilon > 0\ \ \exists m\ \ \forall n > m\ \ \forall i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$. Разобьем величину $||\alpha^n - \alpha|| = = \underset{K=-\infty}{\overset{+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}$ на две составляющие: $\underset{K=-\infty}{\overset{+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)} = = \underset{K=0}{\overset{+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)} \circ \underset{-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}$. Стремление к нулю величины $||\alpha^n - \alpha||$ можно теперь разложить на 1) стремление к нулю величины $\underset{-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}$, и 2) стремление к нулю величины $\underset{K=0}{\overset{+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}(f(n))$ при $f(n) \to 0$. Рассмотрим первую задачу. Имеем: $\underset{-m}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)} = |\alpha_0^n - \alpha_0| + R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha_{-1}^n - \alpha_{-1}|) + + \sum\limits_{P=2}^{m}\prod\limits_{K=-1}^{-P+1} R^{-1'}_{M(2K+1)}(\xi_K)\cdot R^{-1}_{M(-2P+1)}(|\alpha^n{}_{-P} - \alpha_{(-P)}|) \le |\alpha_0^n - \alpha_0| + R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|) + + \sum\limits_{P=2}^{m} R^{-1}_{M(-2P+1)}(|\alpha^n{}_{-P} - \alpha_{(-P)}|)$. Отсюда, переходя к пределу по m, имеем: $\underset{-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)} \le |\alpha_0^n - \alpha_0| + R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|) + \sum\limits_{P=2}^{\infty} R^{-1}_{M(-2P+1)}(|\alpha^n{}_{-P} - \alpha_{(-P)}|)$.
Пусть дано некоторое $\varepsilon > 0$ и $\varepsilon < 1$. Тогда ε можно представить как сумму бесконечной геометрической прогрессии $\varepsilon = \sum\limits_{P=0}^{\infty}\frac{\varepsilon}{2^{P+1}}$. Пусть $\varepsilon_P = \frac{\varepsilon}{2^{P+1}}$. Для $|\alpha_0^n - \alpha_0|$ и $R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|)$ можно подобрать такое m_1, что для $\forall n > m_1$ верно: $|\alpha^n{}_0 - \alpha_0| < \varepsilon_0$ и $R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|) < \varepsilon_1$. Покажем, что найдется такое m_2, что для $\forall n > m_2$ будет выполнено неравенство $R^{-1}_{M^{(-2P-1)}}(|\alpha^n_{-P} - \alpha_{-P}|) < \varepsilon_P$. По условию имеем, что для обратных R(K)-функций $R^{-1}_{M^{(-2P+1)}}$ при P = 1, 2, 3... верно, что $R^{-1}_{M^{(-2P+1)}}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{P+1}}$. В силу равномерной сходимости по номерам координат можно найти такой m_2, что для $\forall n > m_2$ и $\forall i \le -2$ получим: $|\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$. Отсюда для $\forall n > m_2$ и $\forall i \le -2$ получим: $R^{-1}_{M^{(-2P+1)}}(|\alpha^n_{-P} - \alpha_{-P}|) < \frac{\varepsilon}{2^{P+1}} = \varepsilon_P$. Таким образом, для $m = \max\{m_1, m_2\}$ и $\forall n > m$ получим, что $|\alpha_0^n - \alpha_0| < \varepsilon_0$, $R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|) < \varepsilon_1$ и $R^{-1}_{M^{(-2P+1)}}(|\alpha^n_{-P} - \alpha_{-P}|) < \varepsilon_P$ для любого P = 1, 2, 3... Отсюда следует, что найдется такой m, что для $\forall n > m$

получим: $|\alpha_0^n - \alpha_0| + R^{-1}_{M^{-1}}(|\alpha^n_{-1} - \alpha_{-1}|) + \sum_{P=2}^{\infty} R^{-1}_{M(-2P+1)}(|\alpha^n_{-P} - \alpha_{(-P)}|) \le \varepsilon$. Следовательно, при $n \to \infty$ ряд будет стремиться к нулю, мажорируя своей суммой предел последовательности неотрицательных величин $\{\underset{-m}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}\}_{n=1}^{\infty}$. Следовательно, предел этой последовательности, т. е. $\underset{-\infty}{\overset{K=-1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}$, будет равен нулю. Решим теперь вторую задачу: покажем, что $\underset{K=0}{\overset{+\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}(f(n)) \to 0$ при $f(n) \to 0$. Так как $R^{-1}(K)$-функция $y = R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$, согласно определению и условию, непрерывна и дифференцируема на всей области определения, то, согласно теореме о среднем Лагранжа, получим:

$$\underset{K=0}{\overset{1}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}(f(n)) = |\alpha_2^n - \alpha_2| + R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1| + R^{-1}_M(f(n))) =$$
$$= |\alpha_2^n - \alpha_2| + R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^3}(\xi_1) R^{-1}{}_M(f(n))) \le |\alpha_2^n - \alpha_2| +$$
$$+ R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|) + A_1 \cdot R^{-1}_M(f(n))), \text{ где } \xi_1 \in (|\alpha_1^n - \alpha_1|, |\alpha_1^n - \alpha_1| + R^{-1}_M(f(n))).$$

Аналогично:

$$\underset{K=0}{\overset{2}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(|\alpha^n K+1 - \alpha K+1|)}(f(n)) = |\alpha_3^n - \alpha_3| + R^{-1}_{M^5}(|\alpha_2^n - \alpha_2| + R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1| +$$
$$+ R^{-1}_M(f(n)))) = |\alpha_3^n - \alpha_3| + R^{-1}_{M^5}(|\alpha_2^n - \alpha_2| + R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|) +$$
$$+ \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^3}(\xi_1) R^{-1}{}_M(f(n))) = |\alpha_3^n - \alpha_3| + R^{-1}_{M^5}(|\alpha_2^n - \alpha_2| + R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|)) +$$
$$+ \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^5}(\xi_2)\, R^{-1}_{M^3}(x_1) R^{-1}{}_M(f(n))) = |\alpha_3^n - \alpha_3| + R^{-1}_{M^5}(|\alpha_2^n - \alpha_2|) +$$
$$+ \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^5}(\xi_3) R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|) + \frac{d}{dx} R^{-1}_{M^5}(\xi_2)\, R^{-1}_{M^3}(x_1) R^{-1}_M(f(n)) \le |\alpha_3^n - \alpha_3| +$$
$$+ R^{-1}_{M^5}(|\alpha_2^n - \alpha_2|) + A_2 \cdot R^{-1}_{M^3}(|\alpha_1^n - \alpha_1|) + A_2 \cdot A_1 \cdot R^{-1}_M(f(n)).$$

Так поступая и далее, получим, что

$$\underset{K=0}{\overset{\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(f(n)) \le \prod_{K=1}^{\infty} A_K\, R^{-1}_M(f(n)) + \sum_{K=1}^{\infty} \prod_{L=K+1}^{\infty} A_L \cdot R^{-1}{}_{M^{2K+1}}(|\alpha_K^n - \alpha_K|).$$

Теперь вспомним, что последовательность $(\alpha^n - \alpha)$ — это элемент ${}^{\infty}F$, т. е. существует такое m, что $\forall K > m : \alpha_K^n - \alpha_K = 0$. Если $m \le 0$, то величина $\sum_{K=1}^{\infty} \prod_{L=K+1}^{\infty} A_L \cdot R^{-1}{}_{M^{2K+1}}(|\alpha_K^n - \alpha_K|) = 0$, и задача уже решена. Поэтому предположим, что $m > 0$. Тогда получим: $\sum_{K=1}^{\infty} \prod_{L=K+1}^{\infty} A_L \cdot R^{-1}{}_{M^{(2K+1)}}(|\alpha_K^n - \alpha_K|) =$ $= \sum_{K=1}^{m} \prod_{L=K+1}^{\infty} A_L \cdot R^{-1}_{M(2K+1)}(|\alpha_K^n - \alpha_K|)$. В этом случае, если дано $\varepsilon > 0$, то ε можно представить в виде суммы $\varepsilon = \varepsilon_0 + \sum_{K=1}^{m}\varepsilon_K$ и найти, в силу непрерывности обратных R-функций и условия $-\infty < \prod_{K=1}^{d-1} A_K < \infty$, такое p, что $\forall n > p$ будет верно: $|\prod_{K=1}^{\infty} A_K R_M^{-1}(f(n))| < \varepsilon_0$, $|\prod_{K=1}^{\infty} A_K R_{M^{2K+1}}^{-1}(|\alpha_K^n - \alpha_K|)| < \varepsilon_K$. Тогда $|\prod_{K=1}^{\infty} A_K R_M^{-1}(f(n)) + {}$ $+ \lim_{d\to\infty}\sum_{K=1}^{d-1}\prod_{L=K+1}^{d-1} A_L \cdot R_{M^{2K+1}}^{-1}\left(\left|\alpha_K^n - \alpha_K\right|\right)| < \varepsilon$, т. е. $\underset{K=0}{\overset{\infty}{C}} R^{-1}_{M^{2K+1}(\alpha K+1)}(f(n)) < \varepsilon$.

Соединяя воедино теоремы 10.1 и 10.2, получим:

Теорема 10

Если множество $(-\eta, 0) \cup (0, \eta)$, где $\eta \le 1$, есть алгебраически замкнутая область растяжения для любой обратной R(K)-функции $R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}$, где K = 0, 1, 2...; обратные R(K)-функции дифференцируемы на множестве вещественных чисел, причем для любого K = −1, −2, −3... верно, что $S(K) \le 1$, существуют константы $A_K > 0$ такие, что $S(K) \le A_K$ при K = 1, 2, 3, ..., $-\infty < \prod_{K=1}^{\infty} A_K < \infty$, где $S(K) = {}$ $= \sup_{x\in R}\frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$; и если для обратных R(K)-функций $R^{-1}{}_{M}{}^{2K+1}$ при K = −1, −2, −3, ... верно, что $R_{M^{2K+1}}^{-1}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{P+1}}$, то $\lim_{n\to\infty} ||\alpha^n - \alpha|| = 0$ тогда и только тогда, когда $\forall\varepsilon > 0\ \exists m\ \forall n > m\ \forall i : |\alpha_i^n - \alpha_i| < \varepsilon$.

Обратные R(K)-функции, удовлетворяющие требованиям теоремы 10 и условию финитного растяжения, я буду далее называть *допустимыми* обратными R(K)-функциями. В дальнейшем везде будет предполагаться использование именно таких функций.

Для обратных инфинитно допустимых эйнштейновских $R^{-1}(K)$-функций $R_{M^{2K+1}}^{-1}(x) = M^{2K+1}\left(\frac{e^{\frac{x}{\gamma_K}} - 1}{e^{\frac{x}{\gamma_K}} + 1}\right)$, где $\gamma_K = \frac{1}{\ln\left(\left|\frac{1+\frac{1}{M^{2K+1}}}{1-\frac{1}{M^{2K+1}}}\right|\right)}$, супремум производной $S(K) = \sup_{x\in R}\frac{d}{dx} R_{M^{2K+1}}(x)$ равен величине производной в нуле $R_{M^{2K+1}}(0) = {}$ $= \frac{M^{2K+1}}{2}\ln\left|\frac{M^{2K+1}+1}{M^{2K+1}-1}\right|$. При достаточно больших M для всех S(K), где K = −1, −2, −3..., будет выполняться неравенство $S(K) \le 1$. Покажем это более строго.

Пусть К = −1, −2, −3... и $S(K) = \frac{d}{dx}R_{M^{2K+1}}(0) = \frac{M^{2K+1}}{2}\ln\left|\frac{M^{2K+1}+1}{M^{2K+1}-1}\right|$. Здесь имеем: $\ln\left|\frac{M^{2K+1}+1}{M^{2K+1}-1}\right| = \ln(1 + M^{2K+1}) - \ln(1 - M^{2K+1})$, и $\ln(1 + M^{2K+1}) = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(M^{2K+1})^n}{n}$, $-\ln(1- M^{2K+1}) = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{2n+2}\frac{(M^{2K+1})^n}{n} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(M^{2K+1})^n}{n}$. Эти ряды положительные, и $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{(M^{2K+1})^n}{n} \le \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{n} = \ln 2$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(M^{2K+1})^n}{n} \le \sum_{n=1}^{\infty}(M^{2K+1})^n = \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}}$. Отсюда получаем, что $S(K) \le \frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}})$. Следовательно, если мы покажем, что $\frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}}) \le 1$, то тем самым будет доказано, что $S(K) \le 1$. Из неравенства $\frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}}) \le 1$ равносильными преобразованиями получаем в конечном итоге следующее неравенство

$$(1 - \ln 2)x_k^2 + (\ln 2 + 2)x_k - 2 \le 0,$$

где $x_k = M^{2K+1}$.

Решая его как квадратное уравнение относительно x_k, находим, что неравенство будет выполнено при таких положительных x_k, что $M^{2K+1} \le 0{,}689$. В первую очередь это неравенство должно быть выполнено для M^{2K+1} при К = −1, т. е. для M^{-1}. Тогда получим, что $M^{-1} \le 0{,}689$, т. е. $M \ge 0{,}689^{-1} = 1{,}452$. Таким образом, при $M \ge 1{,}5$, не говоря уже о величине скорости света, супремумы производных обратных инфинитно допустимых эйнштейновских R(K)-функций при К = −1, −2, −3... не будут превышать единицы.

При К = 0, 1, 2, 3... максимальная производная в нуле будет у функции с К = 0, т. е. это будет величина $\frac{d}{dx}R_M(0) = \frac{M}{2}\ln\left|\frac{M+1}{M-1}\right|$. Например, при М = 10 получим: $\frac{M}{2}\ln\left|\frac{M+1}{M-1}\right| = 1{,}003$, при дальнейшем возрастании М величина $\frac{M}{2}\ln\left|\frac{M+1}{M-1}\right|$ будет уже практически неотличима от 1. В качестве чисел A_K, для которых должно быть выполнено неравенство $S(K) \le A_K$ при $K = 1, 2, 3...$, я рассмотрю для инфинитно допустимых эйнштейновских функций сами величины $S(K) > 0$. Покажем в этом случае, что $\prod_{K=1}^{\infty} A_K < \infty$.

Пусть $K = 1, 2, 3, ...$, и $x_k = M^{2K+1}$. Здесь имеем: $\frac{x_K + 1}{x_K - 1} = 1 + \frac{2}{x_K - 1}$. Тогда $\lim_{x_K \to \infty} \left(\frac{x_K + 1}{x_K - 1}\right)^{\frac{x_K}{2}} = \lim_{x_K \to \infty} \left(1 + \frac{2}{x_K - 1}\right)^{\frac{x_K}{2}} = \lim_{x_K \to \infty} \left(1 + \frac{2}{x_K}\right)^{\frac{x_K}{2}} = e.$ Следовательно, $\lim_{x_K \to \infty} \ln \left(\frac{x_K + 1}{x_K - 1}\right)^{\frac{x_K}{2}} = 1.$ Таким образом, можно утверждать, что $\forall \varepsilon > 0\ \exists s\ \forall K > s :$ $\left|\ln\left(\frac{x_K + 1}{x_K - 1}\right)^{\frac{x_K}{2}} - 1\right| < \varepsilon$, откуда следует, что $\ln\left(\frac{x_K + 1}{x_K - 1}\right)^{\frac{x_K}{2}} < (1 + \varepsilon)$. Для бесконечного произведения сходимость равносильна выполнению критерия Коши в следующей форме: $\forall \varepsilon' > 0\ \exists p\ \forall n > m > p : \prod_{K=m}^{n} S_K < 1 + \varepsilon'$. Для выполнения этого неравенства достаточно положить, чтобы $p \ge s$ и в качестве ε взять величину $(1+\varepsilon')^{\frac{1}{n+m-1}} - 1$. Тогда для ε' и $\forall n > m > p \ge s$ в качестве ε берем величину $(1+\varepsilon')^{\frac{1}{n+m-1}} - 1$ и получаем, что $S_K < (1 + \varepsilon)$, а $\prod_{K=m}^{n} S_K < (1 + \varepsilon)^{n+m-1} = 1 + \varepsilon'$.

Наконец, покажем, что для обратных инфинитно допустимых эйнштейновских $R(K)$-функций $R^{-1}_{M^{2K+1}}$ при $K = -1, -2, -3...$ верно, что $R^{-1}_{M^{2K+1}}(|x|) \le \frac{|x|}{2^{|K|+1}}$.

Замечу, во-первых, что для этих функций весь интервал $(0, +\infty)$ является областью сжатия, т. е. здесь $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x) < x$, и вся функция лежит ниже прямой $y = x$. Чем больше мы удаляемся от нуля в положительную сторону, тем более нарастает сжатие, т. е. тем меньше величина $\frac{R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)}{x}$. Следовательно, величина $\sup_{x>0} \frac{R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)}{x}$ будет достигаться в нуле, являясь пределом $\lim_{x \to +0} \frac{R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)}{x}$. Но это как раз значение производной функции $R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)$ в нуле, т. е. супремум производной $S(K)$. Таким образом, $\frac{R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)}{x} \le \sup_{x>0} \frac{R^{-1}_{M^{2K+1}}(x)}{x} = S(K)$. Отсюда следует, что если мы покажем, что $S(K) \le \frac{1}{2^{|K|+1}}$, то тем самым задача будет решена для положительной части области определения. В нуле имеем $R^{-1}_{M^{2K+1}}(0) = 0 \leq \frac{0}{2^{|K|+1}}$. Решение для положительной области будет одновременно решением для отрицательной области $(-\infty, 0)$ в силу четности R-функций. Итак, достаточно показать, что $S(K) \leq \frac{1}{2^{|K|+1}}$.

Здесь вновь воспользуемся выведенным выше неравенством $S(K) \leq$ $\leq \frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}})$. Решим теперь неравенство $\frac{M^{2K+1}}{2}(\ln 2 + \frac{M^{2K+1}}{1-M^{2K+1}}) \leq$ $\leq \frac{1}{2^{|K|+1}}$. Понимая как и прежде под x_k величину M^{2K+1}, после равносильных преобразований придем к неравенству: $2^{|K|+1}x_k^2 + x_k - 1 \leq 0$. В положительной области величина x_k, где $2^{|K|+1}x_k^2 + x_k - 1 = 0$, равна $\frac{\left(\sqrt{1+2^{|K|+3}}-1\right)}{2^{|K|+2}}$. Для каждого K значения, меньшие 0, лежат левее x_k. Здесь необходимо, чтобы для всех $K = -1, -2, -3...$ выполнялось неравенство $M^{2K+1} \leq x_K$. Если оно выполнено для K, т. е. $M^{2K+1} \leq x_K$, то для выполнения его для $K - 1$, поскольку $M^{2(K-1)+1} = M^{-2} \cdot M^{2K+1}$, достаточно, чтобы выполнялось условие $M^{-2} \cdot x_K \leq x_{K-1}$. Тогда, если $M^{2K+1} \leq x_K$, то $M^{-2} \cdot M^{2K+1} \leq M^{-2} \cdot x_K \leq x_{K-1}$, т. е. получаем, что $M^{2(K-1)+1} \leq x_{K-1}$. Итак, нам достаточно проверить, чтобы 1) выполнялось неравенство $M^{-1} \leq x_{-1}$; 2) для любого $K= -1, -2, -3, ...$ выполнялось неравенство $M^{-2} \cdot x_K \leq x_{K-1}$, т. е. $M^{-2} \leq \frac{x_{K-1}}{x_K}$, т. е. $M \geq \sqrt{\frac{x_{K-1}}{x_K}}$. Для первого неравенства имеем: $x_{-1} = 0,39$, т. е. $M^{-1} \leq 0,39$, т. е. $M \geq 0,39^{-1} = 2,562$. Для второго неравенства получим: $\sqrt{\frac{x_{K-1}}{x_K}} = \frac{2(\sqrt{1+2^{|K|+3}}-1)}{(\sqrt{1+2^{|K|+4}}-1)}$. Эта функция имеет минимум в нуле и возрастает к минус бесконечности, стремясь в пределе к $2^{\frac{1}{4}} = 1,189$. Таким образом, $\sqrt{\frac{x_K}{x_{K-1}}} \leq 2^{\frac{1}{4}}$, в связи с чем достаточно положить, чтобы $M \geq 2^{\frac{1}{4}}$. Соединяя оба неравенства, достаточно потребовать, чтобы $M \geq 0,39^{-1} = 2,562$.

Итак, и в этом случае достаточно уже небольшой величины M, чтобы инфинитно допустимые эйнштейновские R-функции стали допустимыми.

Научное издание

Вячеслав Иванович Моисеев
ЛОГИКА ОТКРЫТОГО СИНТЕЗА
В двух томах

Том первый:
Структура, Природа и Душа
Книга вторая

Выпускающий редактор *С. Н. Казаков*
Редактор *М. Г. Ермакова*
Корректор *Н. К. Исупова*
Верстка *С. В. Степанов*
Художественное оформление *Н. В. Протопопова*

Подписано в печать с готового оригинал-макета 00.00.2010.
Формат 70 × 100$^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура OctavaC.
Печать офсетная. Учет.-изд. л. 60,45. Тираж 1500 экз.
Заказ №

ООО «Издательский дом “Міръ”»
194352, Санкт-Петербург, а/я 4
E-mail: mir2003@mail.ru

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГУП «Типография „Наука”»
199034, Санкт-Петербург, 9-я линия, 12